

$$\frac{d \phi}{d y'} = - \frac{\int \sigma \cdot z \cdot d f}{E \cdot I_x}; \quad (13)$$

$$\frac{d \psi}{d y'} = \frac{\int \sigma \cdot x' \cdot d f}{E \cdot I_z}, \quad (14)$$

где  $f$  - площадь поперечного сечения стружки;

$I_x$  и  $I_z$  - моменты инерции сечения стружки относительно главных осей.

Радиусы завивания стружки в вертикальной и горизонтальной плоскостях вокруг главных осей инерции ее поперечного сечения пропорциональны выражениям (13) и (14).

Предложенный подход к решению задачи завивания сливной стружки реализован путем создания компьютерной программы численных расчетов, использованной для моделирования стружкоформирующих элементов на передней поверхности сменных многоугольных пластин [3].

В заключение следует отметить, что описанные в данной работе схемы образования и завивания стружки при несвободном резании по мере их дальнейшего развития позволят решить практические задачи лезвийной металлообработки и перейти, наконец, от эмпирических зависимостей по силе резания и стойкости инструментов к расчетным.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петрушин С.И. Введение в теорию несвободного резания материалов. Учебное пособие. – Томск: Изд. ТПУ, 1999.- 97с.
2. Петрушин С.И., Грубый С.В. Обработка чугунов и сталей сборными резцами со сменными многогранными пластинами. – Томск: Изд. ТПУ, 2000.- 156с.
3. Петрушин С.И., Корчуганова М.А. Методика проектирования стружколомающих элементов на передней поверхности режущей части инструментов. // Вестник машиностроения. – 2000. № 6.-С.38 - 43.

Томский политехнический университет, Юргинский филиал

УДК 621.41

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ПРИРЕЗЦОВОЙ ЗОНЕ СТРУЖКИ

Рассчитываются напряжения в области стружки, прилегающей к передней поверхности режущего клина, строятся поля изолиний напряжений и линий скольжения. Нормальная и тангенциальная распределенная нагрузка на участках контакта режущего клина со стружкой и обработанной поверхностью выбрана на основе опубликованных экспериментальных данных.

Известны различные подходы [3, 5 и др.] к математическому описанию напряженно-деформированного состояния металла в зоне стружкообразования (ЗСО). В силу взаимосвязанности многих параметров при аналитическом рассмотрении исследователи вынуж-

дены вводить некоторые гипотезы, уменьшающие неопределенность: о форме линий скольжения в ЗСО (веерные прямые, параллельные прямые, кривые эллипсообразного вида и т.п.); о виде распределения напряжений в области перехода упругого состояния металла в пластическое, то есть вблизи так называемой условной плоскости сдвига; о протяженности упругого и пластического контактов стружки с передней поверхностью режущего клина и др.

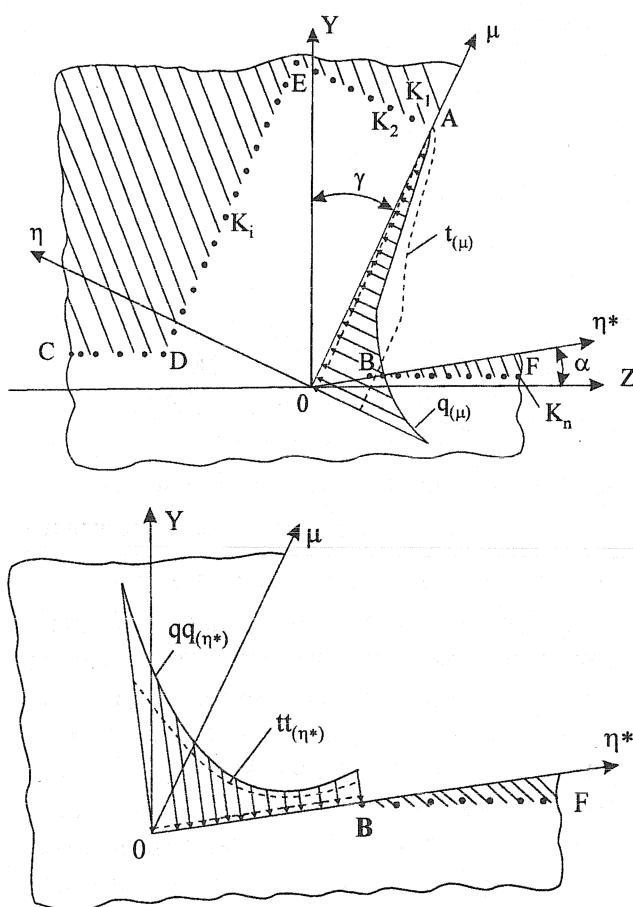


Рис. 1. К расчету напряжений на контуре CDEA и BF в плоском пространстве с угловым вырезом при распределенной нагрузке

В данной работе в качестве исходного момента принимается распределение граничных условий в областях контакта режущего клина со стружкой и с обработанной поверхностью. Такой выбор основан на известных достаточно широких экспериментальных исследованиях различными методами [3,4 и др.].

Анализ проводится при следующих допущениях.

1. Рассматривается свободное ортогональное резание, которое в первом приближении может быть описано как плоское напряженное состояние.
2. Процесс стружкообразования рассматривается как квазистатический, то есть в каждый момент времени фиксируется и описывается статическое состояние нагруженной модели, и переход к другому моменту времени совершается малым условным "скачком" без учета сил инерции.
3. Как следствие п.2, тепло, выделяемое в процессе пластической деформации, а также тепло, источником которого является внутреннее и внешнее трение, рассеивается в

пространстве и не изменяет температуру системы.

4. Внутри данного отрезка времени задача рассматривается как линейная.
5. Параметры упруго-напряженного состояния элемента в конце данного временного отрезка являются исходными параметрами для следующего временного отрезка.
6. Режущий клин представляется в виде абсолютно жесткого тела.

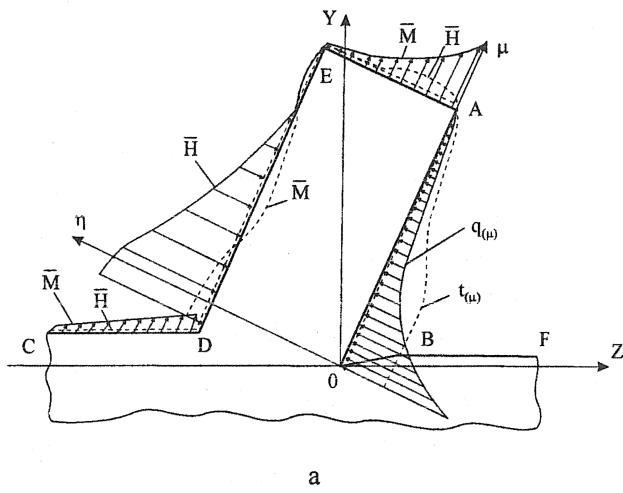
Формирование математической модели иллюстрируется рис. 1. В плоском пространстве единичной толщины выполнен угловой вырез АОВ. Сформируем декартовы координатные оси таким образом, чтобы ось  $\mu$  была направлена вдоль передней поверхности режущего клина, а ось  $\eta$  - нормальна к ней; оси проходят через вершину резца.

Положим, что плоские грани ОА и ОВ нагружены распределенными нормальными и тангенциальными силами и что величина нагрузки и закон ее распределения известны.

Тогда напряжения в любой точке  $K_i$  пространства выражаются в декартовых координатах следующим образом [2]:

$$\begin{aligned}\sigma_{\mu} &= -\frac{2\eta_k}{\pi} \int_0^{\mu} \frac{q(\mu)(\mu_k - \mu)^2 d\mu}{((\mu_k - \mu)^2 + \eta_k^2)^2} - \frac{2}{\pi} \int_0^{\mu} \frac{t(\mu)(\mu_k - \mu)^3 d\mu}{((\mu_k - \mu)^2 + \eta_k^2)^2}; \\ \sigma_{\eta} &= -\frac{2\eta_k}{\pi} \int_0^{\mu} \frac{q(\mu) d\mu}{((\mu_k - \mu)^2 + \eta_k^2)^2} - \frac{2\eta_k^2}{\pi} \int_0^{\mu} \frac{t(\mu)(\mu_k - \mu) d\mu}{((\mu_k - \mu)^2 + \eta_k^2)^2}; \\ \tau_{\mu\eta} &= -\frac{2\eta_k}{\pi} \int_0^{\mu} \frac{q(\mu)(\mu_k - \mu) d\mu}{((\mu_k - \mu)^2 + \eta_k^2)^2} - \frac{2\eta_k}{\pi} \int_0^{\mu} \frac{t(\mu)(\mu_k - \mu)^2 d\mu}{((\mu_k - \mu)^2 + \eta_k^2)^2},\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\mu_k$  и  $\eta_k$  - координаты точки  $K_i$ ,



$c$  - протяженность области приложения распределенной нагрузки,

$q(\mu)$  и  $t(\mu)$  - функции распределенной нагрузки на границе OA (соответственно нормальной и тангенциальной),

$\sigma_{\mu}$ ,  $\sigma_{\eta}$  и  $\tau_{\mu\eta}$  - декартовы нормальные и касательное напряжения в т.  $K_i$ .

Для упрощения изложения в формулах (1) приведены только слагаемые от действия нагрузки на грани OA; слагаемые от действия нагрузки на грани OB имеют такую же форму, однако вклад их в величину напряжений в области пространства перед режущим клином весьма незначителен. Наметим на плоской поверхности рассматриваемого пространства с помощью системы точек  $K_1 \dots K_n$  некоторый контур CDEAOBF таким образом, чтобы выполнялись условия:  $CD \parallel OZ$ ,  $DE \parallel OA$ ,  $EA \perp OA$  и  $BF \parallel OZ$  (см. рис. 1). Если теперь мысленно отрезать заштрихованные на рис. 1 части пространства, получим модель, показанную на рис. 2(a). Для того, чтобы эта модель была равносильна исходной, в каждой точке вновь образованного контура CDEA и BF необходимо приложить граничные силы, компенсирующие действие отрезанных частей пространства. Силы рассчитываются по известным формулам [6], в них входят напряжения согласно (1)

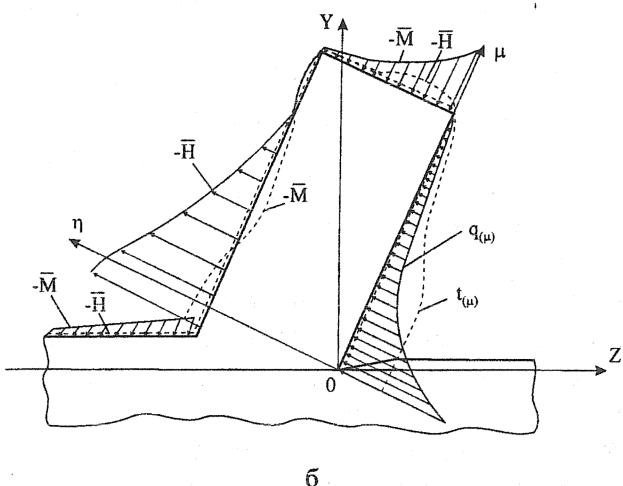


Рис.2. Нагрузки на границе CDEAOBF: а) после отбрасывания «отрезанных» элементов, б) расчетная модель с «обнулением» граничных нагрузок на гранях CD, DE, EA

$$M_r = 1 \cdot \sigma_\mu + m \cdot \tau_{\mu\eta}, \quad N_r = m \cdot \sigma_\eta + 1 \cdot \tau_{\mu\eta}, \quad (2)$$

где  $M_r$  и  $N_r$  - компоненты поверхностных сил, отнесенных к единице площади, 1 и  $m$  - направляющие косинусы нормали к границе,  $\sigma_\mu$ ,  $\sigma_\eta$  и  $\tau_{\mu\eta}$  - нормальные и касательные напряжения в точках границы.

Полученная фигура имитирует ЗСО: CD - поверхность обрабатываемой заготовки, DE - наружная поверхность стружки, EA - торец стружки, OA - область упругопластического контакта стружки с передней поверхностью режущего клина, OB - контактная область по его задней поверхности, BF - обработанная поверхность, OZ - плоскость резания, OY - нормаль к плоскости резания, AOY - передний угол и BOZ - задний угол. Однако эта модель существенно отличается от натурного объекта тем, что в реальной ЗСО отсутствует нагрузка на элементах контура CD, DE и BF. Чтобы привести в соответствие модель и натуру, нужно приложить к граничным отрезкам CD, DE и BF нормальные и касательные распределенные силы, равные по модулю и противоположные по направлению тем, которые были рассчитаны по формулам (2), то есть тем самым произвести "обнуление" (см. рис. 2, б). В любой точке области можно рассчитать напряжения и деформации при заданных законах распределения нагрузки на передней и задней поверхностях режущего клина и упругопластических параметрах обрабатываемого материала. Для этого суммируются напряжения и деформации в соответствии с принципом суперпозиции для линейных однородных сред от действия всех нагрузок: на прирезцовой стороне стружки, в зоне контакта резца и обработанной поверхности, а также от «обнуляющих» нагрузок на поверхностях CD, DE, EA и BF.

Интегральные выражения (1) состоят из сумм интегралов, которые в общем виде не могут быть решены, поэтому при анализе модели используется численное интегрирование на ПК. При этом необходимо учитывать, что приведенные выражения корректны только при однородности пространства. Однако в некоторых областях ЗСО на определенной стадии нагружения металл достигает предела текучести и однородность пространства нарушается, так как в локальных областях происходят изменения важнейших характеристик - модуля упругости и коэффициента Пуассона [1]. Поэтому при моделировании на ПК имитация нагружения должна производиться постепенно, пошаговым методом, контролируя результаты расчета в конце каждого шага нагружения. При обнаружении пластического состояния какой-либо локальной области необходимо перед следующим шагом предусмотреть коррекцию расчетов с помощью метода переменных параметров упругости [1] путем итерационного приближения.

Решение можно производить непосредственным вычислением либо с использованием так называемого полуобратного метода формирования функции напряжений [6].

При методе непосредственного численного решения распределенную нормальную и тангенциальную нагрузку на гранях OA и OB согласно рис. 2, б представляем в виде суммы сосредоточенных сил, приложенных к серединам малых площадок  $\Delta\mu$  и  $\Delta\eta$ . Аналогичные действия выполним с нагрузкой, обнуляющей граничные условия на поверхностях CD, DE, EA и BF.

Интересующее нас пространство ЗСО (окрестности условной плоскости сдвига; прирезцовая область стружки; часть обработанной поверхности, контактирующая с задней поверхностью режущего клина) разбиваем на прямоугольные элементы, образующие сетку с достаточно малыми размерами ячеек. Координаты узлов этой сетки являются теми точками, для которых будут рассчитываться напряжения по формулам (1), в которых ин-

тегрирование заменено суммированием по малым площадкам. Затем по известным формулам теории упругости [6] рассчитываются деформации.

Кроме прямого численного интегрирования возможно использование метода формирования функции напряжений в виде, например, алгебраического бигармонического полинома. Обычно принято представлять полином высокой степени как функцию двух переменных

$$\begin{aligned}\phi(\mu, \eta) = & a_{20} \cdot \mu^2 + a_{21} \cdot \mu \cdot \eta + a_{22} \cdot \eta^2 + \\& + a_{30} \cdot \mu^3 + a_{31} \cdot \mu^2 \cdot \eta + a_{32} \cdot \mu \cdot \eta^2 + a_{33} \cdot \eta^3 + \\& + a_{40} \cdot \mu^4 + a_{41} \cdot \mu^3 \cdot \eta + a_{42} \cdot \mu^2 \cdot \eta^2 + a_{43} \cdot \mu \cdot \eta^3 + a_{44} \cdot \eta^4 + \dots \quad (3) \\& \dots \\& + a_{n0} \cdot \mu^n + a_{n1} \cdot \mu^{n-1} \cdot \eta + \dots + a_{nn-1} \cdot \mu \cdot \eta^{n-1} + a_{nn} \cdot \eta^n\end{aligned}$$

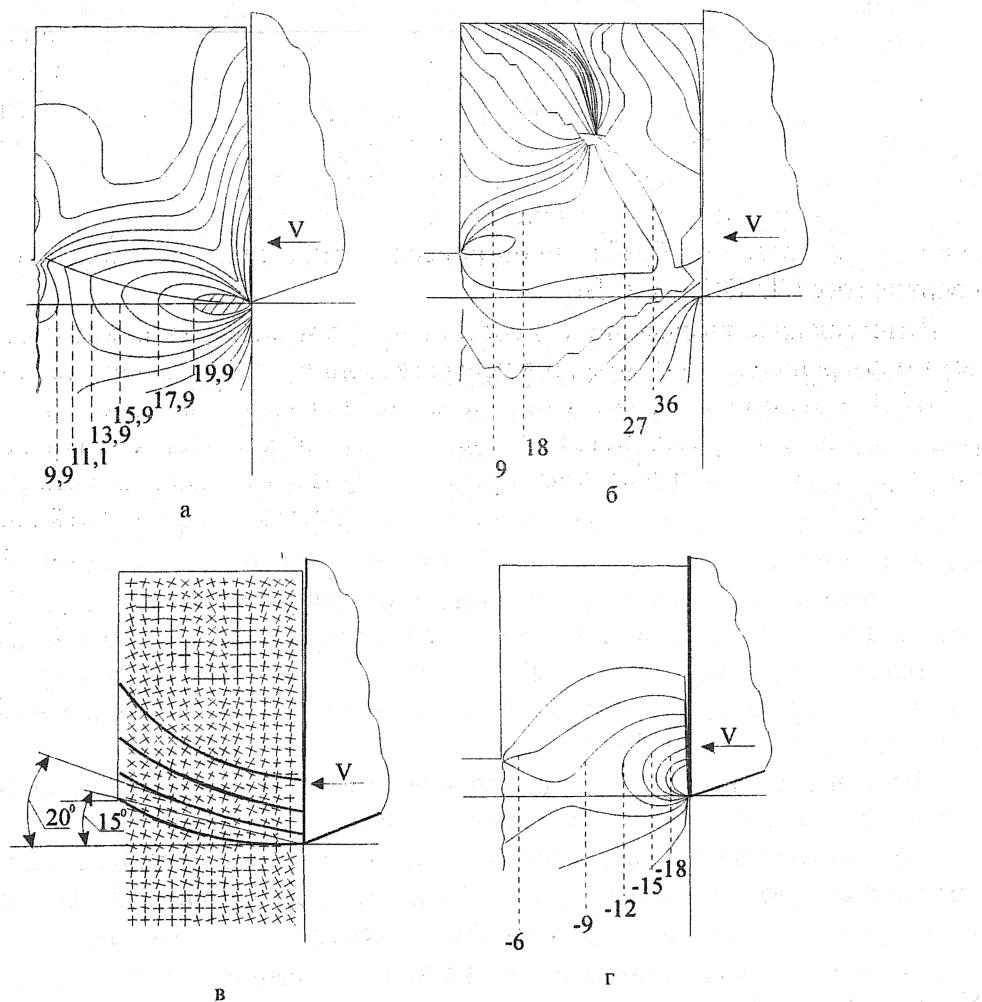


Рис. 3. Поля изохром (а), изоклинов (б), линий скольжения (в) и гидростатического давления (г) при ступенчатом внедрении режущего клина в корень стружки (обрабатываемый материал - свинец ( $\sigma_b = 5,8$  МПа),  $a = 0,244$  мм,  $V = 0,045$  м/мин)

Коэффициенты полинома рассчитываются, исходя из условия неразрывности (4) и граничных условий (2)

$$\frac{\partial^4 \phi(\mu, \eta)}{\partial \mu^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 \phi(\mu, \eta)}{\partial \mu^2 \partial \eta^2} + \frac{\partial^4 \phi(\mu, \eta)}{\partial \eta^4} = 0. \quad (4)$$

Если условия (4) и (2) выполняются, то с помощью дифференцирования функции (3) в частных производных можно найти напряжения в любой точке рассматриваемой математической модели по формулам Эри:

$$\sigma_\mu = \frac{\partial^2 \phi(\mu, \eta)}{\partial \eta^2}, \sigma_\eta = \frac{\partial^2 \phi(\mu, \eta)}{\partial \mu^2}, \tau_{\mu\eta} = \frac{\partial^2 \phi(\mu, \eta)}{\partial \mu \partial \eta} \quad (5)$$

Для иллюстрации возможностей разработанной математической модели и ее программного обеспечения рассмотрим результаты анализа напряжений в ЗСО, полученные путем имитации процесса внедрения режущего клина в корень стружки. Программное обеспечение позволяет получать распечатку значений нормальных и касательных напряжений, а также максимальных касательных напряжений в узловых точках сформированной сетки в ЗСО. Кроме того, в среде Visual Basic выводятся на монитор и распечатываются на принтере поля изохром (линий постоянных значений максимальных касательных напряжений), изоклин (линий равных углов главных напряжений), линий скольжения (которые с помощью изоклин могут быть непосредственно построены без метода наложения) и поля равных гидростатических давлений. Совокупность этих полей дает полное представление о напряженно-деформированном состоянии ЗСО.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биргер А.И. и др. Расчет на прочность деталей машин. -М.: Машиностроение, 1993, - 640 с.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. - М.: Мир, 1989, - 478 с.
3. Зорев Н.Н. Вопросы механики процесса резания металлов. - М.: Машгиз, 1956, - 368 с.
4. Полетика М.Ф. Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента. М.: Машиностроение, 1969, - 150 с.
5. Розенберг А.М., Еремин А.Н. Элементы теории процесса резания металлов. - М.: Машгиз, 1956, - 318 с.
6. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. - М.: Наука, 1979, - 560 с.

Российский университет дружбы народов

УДК 669.71:539.382.2

Ю.Ф.ИВАНОВ, Н.А.ПОПОВА, Л.Н.ИГНАТЕНКО, О.А.ИГНАТОВ, П.Н.БЕСПАЛОВ, В.Ф.ЛЯШ,  
В.С.МАТВЕЕВ, Э.В.КОЗЛОВ.

#### МЕХАНИЗМЫ РАЗРУШЕНИЯ КАРБИДНОЙ ФАЗЫ В СТАЛИ 9Х2МФА В ПРОЦЕССЕ СТРУЖКООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ЧЕРНОВОМ ТОЧЕНИИ ЗАГОТОВОК КРУПНОГАБАРИТНЫХ ВАЛКОВ ХОЛОДНОГО ПРОКАТА

Обсуждаются результаты, полученные при электронно-микроскопических дифракционных исследованиях структуры и фазового состава стружки стали 9Х2МФА, получающейся при черновом точении заготовок валков холодного проката. Основное внимание уделяется анализу возможных механизмов разрушения глобулярных частиц карбида железа.