

- всероссийской научно-технической конференции. – 2009.
2. Артур Л. Коуль, Фред С. Ризенфельд. Очистка газа. - М.: Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1962. – 48 с.
  3. Мейсон Э., Малинаускас А. Перенос в пористых средах: модель запыленного газа. — М.: Мир, 1986. 200 с.
  4. Серпионова Е. Н. Промышленная адсорбция газов и паров. Изд. 2-е переработ, и доп. Учеб. пособие для студентов химико-технологических специальностей вузов. М., «Высш. школа», 1969.

## ЗАКОНОМЕРНОСТИ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ВЯЗКИХ СРЕДАХ

**А.В. Аксёнов, Р.В. Шмурыгин**

*Научный руководитель, д. физ-мат.н., профессор кафедры ТХНГ С.Н. Харламов  
Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия*

Как известно гидродинамика является разделом гидравлики, в котором изучаются законы движения несжимаемой жидкости и её взаимодействие с неподвижными и подвижными поверхностями. В рамках гидродинамики рассматривается переход от реальной среды, состоящей из разнообразия отдельных атомов или молекул, к абстрактной сплошной среде, для которой и составляется уравнения движения для дальнейших исследований.

Для описания движения вязкой ньютоновской жидкости используются уравнения Навье-Стокса (1), которые представляют собой систему дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} &= g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right); \\ \frac{dV_y}{dt} &= g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right); \\ \frac{dV_z}{dt} &= g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right), \end{aligned}$$

где  $V_x, V_y, V_z$  – проекции вектора скорости;  $g_x, g_y, g_z$  – проекции ускорения массовых сил;  $p$  – гидродинамическое давление;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости [2].

Для исследования течения вязкой жидкости в дополнение к системе (1) используется уравнение неразрывности потока:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \nabla(\rho V) = 0. \quad (2)$$

В проекциях на оси и с учетом несжимаемости жидкости ( $\rho = const$ ) уравнение (2) примет следующий вид:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

Физический смысл уравнения (3) заключается в том, что сумма изменений проекций скоростей в направлении соответствующих координатных осей равна нулю. Это означает, что объем несжимаемой жидкости, втекающей в данную область, мысленно выделенную в исследуемом потоке, равен объему жидкости, вытекающей из нее.

Для расчёта конкретной задачи по исследованию течения вязкой жидкости необходимо совместно решать систему дифференциальных уравнений (1) и (3). Решения данной системы будут иметь произвольные функции, для определения которых необходимо задаться начальными и граничными условиями. Начальные условия задаются при изучении неустановившегося движения жидкости (при таком движении скорость и давление в каждой точке изменяются с течением времени). В таком случае должны быть заданы распределение скоростей и давления жидкости в любой определенный момент времени.

В качестве граничного условия может быть принято условие прилипания частиц вязкой жидкости к поверхности твердого тела, которое имеет следующий вид:

$$V_c = V_T \quad (4)$$

где  $V_c$  – скорость частицы жидкости;  $V_T$  – скорость стенки в точке контакта с частицей.

Для описания тепловых процессов, в которых осуществляется перенос, как массы, так и энергии используются такие выражения, как уравнение Фурье - Кирхгофа, уравнения Навье - Стокса и уравнения неразрывности и уравнения переноса массы и энергии.

Явление теплообмена прослеживается в телах или системах тел с различной температурой. Наблюдения за процессами теплообмена дали понять, что теплообмен является сложным явлением, которое можно расчленить на ряд простых. Теплота в жидкостях может передаваться теплопроводностью и конвективным переносом. Явление теплопроводности заключается в переносе теплоты структурными частицами вещества – молекулами, атомами, электронами – в процессе их теплового движения. В жидкостях перенос теплоты происходит благодаря передаче теплового движения молекул и атомов соседним частицам вещества.

В жидкостях также наблюдается явление конвективного переноса, которое представляет собой

распространение теплоты, характеризуемое перемещением компонентов этой среды. Объем жидкости, при перемещении из области высоких температур в область низких температур, перемещает вместе с собой теплоту.

Основным уравнением массопереноса является следующее выражение:

$$\frac{\partial \rho_{10}}{\partial \tau} = D \nabla^2 \rho_{10} + D \frac{k_T}{T} \nabla^2 T + \frac{I_1}{\rho}, \quad (5)$$

где  $D$  – коэффициент взаимной диффузии;  $\rho_{10} = \rho_1/\rho$  – относительная концентрация 1-го компонента;

$k_T$  – термодиффузионный коэффициент;  $I_1$  – источник массы 1-го компонента [1].

Для оценки теплопереноса применяется уравнение переноса энергии в текучей среде, которое в векторной форме имеет следующую формулировку:

$$\rho \cdot C_p \left( \frac{\partial T}{\partial \tau} + (\vec{V} \cdot \nabla) T \right) = \text{div} \bar{q} + \mu \Phi + \frac{dP}{dt} + q_v, \quad (6)$$

где  $\rho \cdot C_p \frac{\partial T}{\partial \tau}$  – слагаемое в правой части уравнения, которое отражает нестационарность процесса теплообмена;  $\rho \cdot C_p (\vec{V} \cdot \nabla) T$  – конвективный член уравнения энергии – учитывает перенос теплоты за счет движения среды;  $\text{div} \bar{q}$  – диффузионный член уравнения, учитывающий перенос теплоты теплопроводностью;  $\mu \Phi$  – слагаемое уравнения энергии, учитывающее нагрев среды вследствие диссипации кинетической энергии

движения за счет трения между частицами и слоями вязкой жидкости;  $\frac{dP}{dt}$  – работа сил давления при изменении температуры;  $q_v$  – источниковый член уравнения, учитывающий поступление или убыль энергии за счет действия внутренних источников или стоков теплоты.

В проекциях на оси в общем виде уравнение (6) можно записать в следующей форме:

$$\rho \cdot C_p \left( \frac{\partial T}{\partial \tau} + V_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \mu \sum \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right)^2 + \left( \frac{dP}{dt} + V_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q. \quad (7)$$

Дополнительно к системе уравнений тепло- и массообмена необходимо добавить уравнение неразрывности и условия однозначности. Условия однозначности учитывают частные особенности решаемой задачи и включают начальные и граничные условия.

В качестве начального условия можно задаться распределением температуры внутри тела в начальный момент времени:

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z), \quad (8)$$

де  $f(x, y, z)$  является известной функцией.

Граничное условие первого рода заключается в задании распределения температур по поверхности тела в любой момент времени:

$$T_{II}(\tau) = f(\tau). \quad (9)$$

Граничное условие второго рода состоит в задании плотности теплового потока для каждой точки поверхности тела как функции времени:

$$q_{II}(\tau) = f(\tau). \quad (10)$$

Наиболее простым частным случаем граничного условия второго рода является постоянство плотности теплового потока:

$$q_{II}(\tau) = q_c = \text{const}. \quad (11)$$

Граничное условие третьего рода характеризует закон конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой при постоянном потоке тепла. В данном случае задается температура окружающей среды (жидкости)  $t_{\text{жс}}$  и закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Согласно закону Ньютона-Рихмана количество теплоты, отдаваемое единице поверхности тела в единицу времени, пропорционально разности температур поверхности тела (стенки)  $t_{\text{см}}$  и окружающей среды  $t_{\text{жс}}$  ( $t_{\text{см}} > t_{\text{жс}}$ ):

$$q = \alpha (t_{\text{см}} - t_{\text{жс}}) \quad (12)$$

где  $\alpha$  – коэффициент температуропроводности.

Таким образом, для расчета конкретных задач по исследованию течения вязкой жидкости используются такие дифференциальные уравнения, как уравнение неразрывности потока; уравнение Навье-Стокса; уравнение переноса теплоты, уравнение переноса массы. Данные уравнения содержат неизвестные, поэтому для доопределения составленных систем уравнений применяются граничные и начальные условия, что позволяет вычислить все необходимые параметры, которые интересны с точки зрения решения конкретной задачи.

Литература

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. Изд.: «Высшая школа» Москва, 1967.
2. Чижюмов С.Д. Основы гидродинамики : учеб. пособие / С.Д.Чижюмов. – Комсомольск-на-Амуре : ГОУВПО «КНАГТУ», 2007. – 106 с.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСТЕПЛЕНИЯ МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С НЕФТЕПРОВОДОМ.**

**Я.С. Байдакова, А.П. Шабашов**

*Научный руководитель: доцент К.С. Воронин, доцент Д.А. Черенцов.  
ФГБОУ ВО «Тюменский Индустриальный Университет», г. Тюмень, Россия*

Для надежной эксплуатации магистральных нефтепроводов при проектировании оснований и фундаментов учитывают опасность прямого теплового воздействия транспортируемой нефти и нефтепродуктов на мерзлые грунты, для этого выполняют расчет глубины оттаивания грунта в основании подземных и наземных трубопроводов.

Цель данной работы заключается в оптимизации расчета глубины оттаивания ММГ в основании подземных и наземных трубопроводов.

Для достижения цели решаются следующие задачи:

- аппроксимация номограмм для определения безразмерного параметра глубины оттаивания;
- разработка программы для расчета глубины оттаивания ММГ;

Глубину оттаивания грунта следует определять согласно СП 25.13330.2012 «Основания и фундаменты на вечномёрзлых грунтах». [1]

Расчет глубины оттаивания ММГ под центром подземных и наземных нефтепроводов выполнен в программе MatLab.

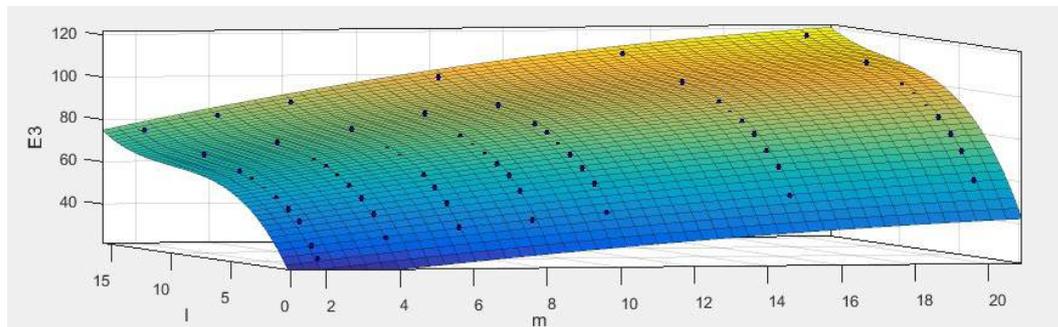
Расчет глубины оттаивания ММГ под центром подземного нефтепровода производится согласно алгоритму, описанному в СП 25.13330.2012. В результате чего получают значения безразмерных коэффициентов  $m$ ,  $I_t$ ,  $\beta_T$ . Безразмерные глубины оттаивания под центром трубы  $\xi_t$ ,  $\xi_n$ , определяются по номограммам, в зависимости от безразмерных параметров  $m$ ,  $I_t$ ,  $\beta_T$ .

Благодаря аппроксимации номограмм были получены зависимости, позволяющие проводить расчёты без использования графической части. Аппроксимирующие формулы представляют собой уравнения поверхностей и являются полиномами, величина достоверности аппроксимации которых близка к единице, что позволяет судить о высокой точности полученных данных.

- При  $\beta_T=0$  уравнение поверхности имеет вид и следующее графическое изображение (Рис.1):

$$\xi_t = 16.59 + 1.996 * m + 11.47 * I_t - 0.02425 * m^2 + 0.202 * m * I_t - 1.092 * I_t^2 - 0.0001983 * m^3 - 0.002147 * m^2 * I_t - 0.006161 * m * I_t^2 + 0.03704 * I_t^3$$

Коэффициент корреляции R=0,9946;



**Рис. 1. Вид поверхности при  $\beta_T = 0$**

- При  $\beta_T=0,05$  уравнение поверхности имеет вид и следующее графическое изображение (Рис.2):

$$\xi_t = 14.45 + 1.796 * m + 6.104 * I_t - 0.01914 * m^2 + 0.4013 * m * I_t - 0.7077 * I_t^2 - 0.00175 * m^3 - 0.006667 * m^2 * I_t - 0.009164 * m * I_t^2 + 0.02569 * I_t^3$$

Коэффициент корреляции R=0,9953;