

## ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА В АТМОСФЕРЕ

С.А. Гузенко, А.И. Гросс

Научный руководитель доктор физико-математических наук С.Н. Харламов  
Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г. Томск, Россия

С того момента, как появилась проблема загрязнения воздуха во многих промышленных областях стран, над исследованием движения выбросов в атмосфере работают множество ученых. В последнее время по мере развития технологий и техники стало реальным проведение широкомасштабных полевых экспериментов с регистрацией целого комплекса параметров, таких как: концентрация примесей, метеорологические параметры и т.д. Данные проекты могут позволить получить более точную информацию о миграции примесей. В настоящее время становится возможным так называемое численное моделирование примесей с необходимой точностью на компьютерах. Валидность таких моделей возможно с помощью корректировки параметров во время сравнения итогов расчетов с итоговыми результатами экспериментов.

Диффузия является одним из важнейших факторов, определяющая поведение тяжёлых газовых выбросов в атмосфере. Как было отмечено, процессы переноса имеют в основном турбулентный характер и коэффициенты переноса обуславливаются турбулентным движением масс. Здесь будут описаны простейшие модели движения примесей в атмосфере, которые учитывают диффузию, и предоставляющую аналитические решения, носящие качественный характер.

Допустим, что удельное содержание примеси –  $s(x,y,z,t)$ , перемещающийся совместно с потоком воздуха в атмосфере. Определим решение задачи с поверхностью  $S$  в цилиндрической области  $G$ , которая состоит из нижнего основания  $\sum_0$  (при  $z = 0$ ), боковой поверхности цилиндра  $\sum$  и верхнего основания  $\sum_0$  (при  $z = H$ ).

Если  $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$  (где  $i, j, k$  – единичные векторы в направлении осей  $x, y, z$  соответственно) – вектор скорости частиц воздуха как функция  $x, y, z, t$ , то, следовательно, перенос субстанции вдоль траектории частиц воздуха с сохранением ее содержания представится в виде следующего уравнения

$$\partial s / \partial t + \text{div}(\vec{v} s) = 0, \quad (1)$$

К уравнению (1) прибавим начальные данные

$$s = s_0 \text{ при } t = 0, \quad (2)$$

и условия на границе  $S$  области  $G$ :

$$s = s_s \text{ на } S, \quad (3)$$

где  $s_0$  и  $s_s$  – заданные функции.

Уравнение (1) может быть обобщено. Если в процессе распространения доля субстанции реагирует с внешней средой или распадается, то данный процесс интерпретируется как поглощение субстанции. То уравнение (1) перейдет в следующее:

$$\partial s / \partial t + \text{div}(\vec{v} s) + \sigma s = 0, \quad (4)$$

где  $\sigma \geq 0$  – величина, обратно пропорциональная времени.

Если в области определения решения находятся источники исследуемой загрязняющей субстанции  $s$ , описываемые функцией  $f(x, y, z, t)$ , тогда уравнение (4) примет вид

$$\partial s / \partial t + \text{div}(\vec{v} s) + \sigma s = f, \quad (5)$$

В таком случае, в соответствии с нашими моделями нестационарная задача переноса субстанций представится в виде  $\partial s / \partial t + \sigma s = f$

$$s = s_0 \text{ при } t = 0, \quad (6)$$

Если  $f$  не зависит от  $t$ , то решение задачи будет иметь вид

$$s = s_0 e^{-\sigma t} + f(1 - e^{-\sigma t}) / \sigma, \quad (7)$$

и при  $t \rightarrow \infty$  переходит в решение соответствующей стационарной задачи  $\sigma s = f$ , то есть  $s = f / \sigma$ .

Разумеется, что такая простейшая модель не может описывать основные особенности переноса субстанций от источника. В сущности, нам известно, что примесь в атмосфере так сказать расплывается, создавая сложное распределение в обширной окрестности от выброса. И это предсказуемо, потому даже в погоду без ветра, атмосфера имеет турбулентный характер, где неожиданно образуются мелкомасштабные флуктуации (обычно вихри), диссипирующие и создающие условия для новообразований.

Для того чтобы учесть влияние турбулентности на перенос субстанции в атмосфере используем результатами полуэмпирической теории, которые представлены в п.1.2 и выведем диффузионное приближение уравнения (5) распространения субстанций в атмосфере:

$$\partial s / \partial t + \text{div}(\vec{v} s) + \sigma s = Ds, \quad (8)$$

где

$$Ds = (\partial / \partial x) D_x (\partial s / \partial x) + (\partial / \partial y) D_y (\partial s / \partial y) + (\partial / \partial z) D_z (\partial s / \partial z). \quad (9)$$

В данном уравнении величины  $v$  и  $s$  уже осреднены по времени. К уравнению (8) нам нужно добавить соотношение неразрывности

$$\operatorname{div}(\vec{v}) = 0, \quad (10)$$

и начальные данные

$$s = s_0 \text{ при } t = 0, \quad (11)$$

Процесс диффузии и переноса субстанции лучше всего рассмотреть для начала на простых одномерных задачах. Поэтому, сначала рассмотрим исключительно диффузионную постановку данной задачи

$$\sigma s = D_x (\partial^2 s / \partial x^2) + Q \delta(x - x_0), \quad (12)$$

в бесконечной среде  $-\infty < x < \infty$ , где  $Q$  – мощность источника, выбрасывающего вещества-примеси в окружающую среду. В качестве граничных условий в данном случае необходимо воспользоваться предположением о неполноценности решения относительно всей области определения. Отметим, что в уравнении (12) функция  $f$  конкретна и представлена в виде, приемлемом для задач данного типа.

Решениями задач (рисунок 1) в правой и левой части координат оси будут

$$s(x) = \begin{cases} \exp\{-\sqrt{\sigma/D_x}(x-x_0)\} & \text{в правой части} \\ \exp\{-\sqrt{\sigma/D_x}(x_0-x)\} & \text{в левой части} \end{cases} \quad (13)$$

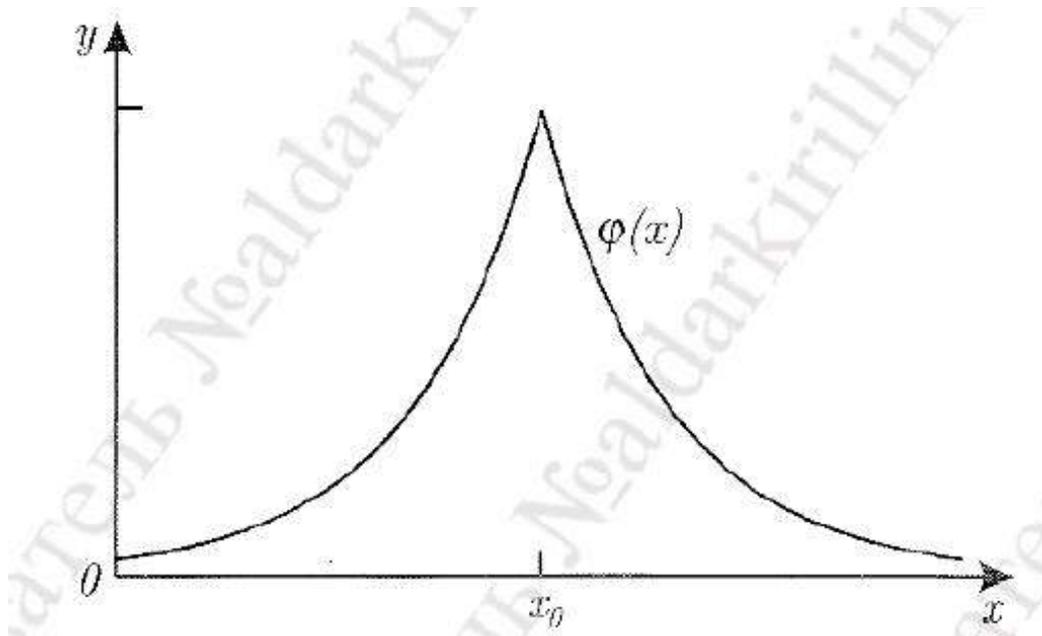


Рис. График аналитического решения (13) диффузионного уравнения. (Заимствовано из источника [1])

#### Литература

1. Пискунов В.Н., Алоян А.Е., Моделирование региональной динамики газовых примесей и аэрозолей.// Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т.41, N3. – С.328-340.
2. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М., Наука, – 1982. – 320 с.
3. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. – Л., Гидрометеоздат, – 1976, – 639 с.
4. Хргиян А.Х. Физика атмосферы. Т. 2. – Л.: Гидрометеоздат, 1978. 319 с.