

кретной задачи по точности, сложности математического описания и т. д., целесообразно использовать математический аппарат стандартных чисел обусловленности, который достаточно просто вписывается в структуру алгоритма идентификации. Эти обстоятельства позволяют рассматривать ве-

щественный интерполяционный метод как эффективный инструмент для решения практических задач адекватного математического описания цифровых объектов и систем.

*Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакирев В.С., Дудников Е.Г., Цирлин А.М. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления. – М.: Энергия, 1967. – 232 с.
2. Ордынцев В.М. Математическое описание объектов автоматизации. – М.: Машиностроение, 1965. – 360 с.
3. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
4. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
5. Гончаров В.И. Синтез электромеханических исполнительных систем промышленных роботов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2002. – 100 с.
6. Алексеев А.С., Антропов А.А., Гончаров В.И., Замятин С.В., Рудницкий В.А. Вещественный интерполяционный метод

7. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. – М.: Наука, 1971. – 288 с.
8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Бином. Лаборатория Знаний, 2003. – 630 с.
9. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение. – М.: Мир, 1984. – 265 с.
10. Трофимов А.И., Егупов Н.Д., Дмитриев А.Н. Методы теории автоматического управления, ориентированные на применение ЭВМ. Линейные стационарные и нестационарные модели. – М.: Энергоатомиздат, 1997. – 651 с.

*Поступила 06.04.2012 г.*

УДК 62–533.65

## СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОДСИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОГРЕВОМ ВАКУУМНОЙ КАМЕРЫ КАЗАХСТАНСКОГО МАТЕРИАЛОВЕДЧЕСКОГО ТОКАМАКА КТМ

А.Г. Коровиков, В.М. Павлов\*, Д.А. Ольховик

Институт атомной энергии НЯЦ Республики Казахстан, г. Курчатов

\*Томский политехнический университет

E-mail: Korovikov@nnc.kz

*Исследован процесс прогрева вакуумной камеры токамака КТМ как объект управления, разработана математическая модель процесса как объекта управления. Сделан вывод о том, что для управления технологическим процессом прогрева необходимо и достаточно использовать систему управления, построенную на основе ПИ-регуляторов. Определены коэффициенты параметров настройки регулятора для каждой зоны прогрева.*

#### **Ключевые слова:**

*Система управления, математическая модель, вакуумная камера, нагрев.*

#### **Key words:**

*Control system, mathematical model, vacuum chamber, heat.*

В настоящее время в г. Курчатов, Республика Казахстан, ведутся работы по реализации проекта строительства термоядерной установки Казахстанский материаловедческий токамак КТМ.

На этапе подготовки установки к эксперименту вакуумная камера токамака КТМ и патрубки должны прогреваться до температуры 200 °С с целью обезгаживания и уплотнения вакуумных конструкций. Процесс должен проходить с обеспечением контроля равномерности прогрева. Техническая структура системы управления подробно рассмотрена в статье [1].

Синтез систем автоматического регулирования (САР) является главной задачей теории управле-

ния, в результате определяются состав, структура САР и параметры всех ее устройств из условия соответствия заданному комплексу технических требований [2, 3]. Основной задачей, которая должна быть решена на данном этапе, является получение модели объекта управления, его математического описания, которое представляет собой, систему обычных линейных/нелинейных дифференциальных или алгебраических уравнений.

При построении математической модели подсистемы омического и индукционного нагрева воспользуемся структурным методом. На первом этапе исходная принципиальная схема заменяется упрощенной функциональной схемой. Для

этого исследуемая система разбивается на функциональные элементы, каждый из которых в дальнейшем будет представлен типовым структурным звеном, т. е. описан дифференциальным уравнением не выше второго порядка. При построении считаем систему абсолютно управляемой, то есть все возмущающие воздействия в системе, примем равными нулю, а также предполагаем, что САР температуры вакуумной камеры (ВК) является стационарной. Предположение о стационарности является некоторой идеализацией, так как не учитывается изменение элементов системы со временем.

Функциональные схемы подсистемы омического и индукционного нагрева представлены на рис. 1 и 2.

Источник питания ленточных нагревателей, уложенных на внешней поверхности вакуумной камеры токамака, представляет собой шестиканальный регулятор переменного напряжения с широтно-импульсным управлением. Все каналы независимые. Выходное напряжение  $\sim 220$  В (50 Гц). Контроллер формирует управляющие сигналы на открытие тиристорных ключей в зависимости от заданной мощности прогрева. Напряжение на выходе пропорционально коэффициенту заполнения управляющих сигналов источника питания:

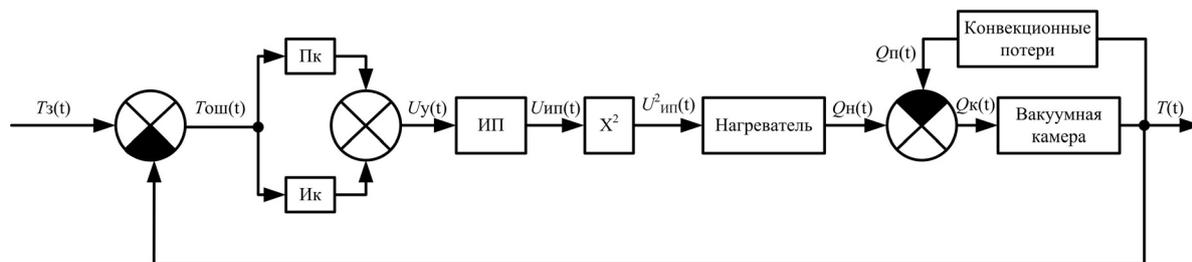
$$U_{\text{ип}}(t) = K_{\text{ип}} U_y,$$

где  $K_{\text{ип}}$  – коэффициент пропорциональности источника питания.

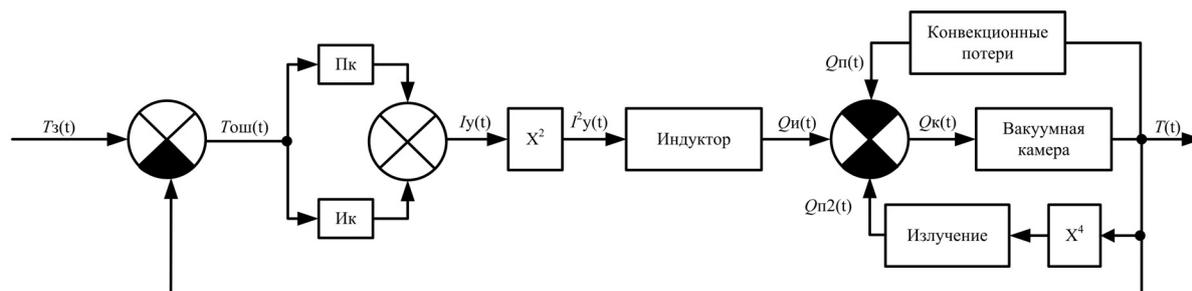
Передающая функция источника питания:

$$W_{\text{ип}}(p) = K_{\text{ип}}.$$

Источник питания – типовое безынерционное звено.



**Рис. 1.** Функциональная схема подсистемы омического нагрева. Пк – пропорциональный канал регулирования; Ик – интегральный канал регулирования; ИП – источник питания;  $T_z(t)$  – заданная температура;  $Toш(t)$  – сигнал рассогласования (ошибка);  $X^2$  – блок возведения в квадрат;  $U_y(t)$  – сигнал управления;  $U_{ип}(t)$  – сигнал с выхода источника питания;  $Q_n(t)$  – количество теплоты, вложенное нагревателем;  $Q_k(t)$  – количество теплоты, разогрева вакуумной камеры;  $Q_p(t)$  – конвективные потери;  $T(t)$  – температура вакуумной камеры



**Рис. 2.** Функциональная схема подсистемы индукционного нагрева.  $I_y(t)$  – сигнал управления;  $Q_{и}(t)$  – количество теплоты, выделяемое индуктором;  $Q_{п2}(t)$  – потери от излучения тепла

Определим действующее значение напряжения источника питания, разделив максимальное значение напряжения на корень из 2. Учитывая, что сигнал управления принимает значение в диапазоне 0...100 %, коэффициент усиления источника будет рассчитываться как:

$$K_{\text{ип}} = \frac{U_{\text{ип}}}{U_y} = \frac{220}{100\sqrt{2}} = 1,556.$$

Количество теплоты, выделенное в нагреваемом материале, определяется по закону Джоуля–Ленца:

$$Q_n = I^2 R \Delta t = \frac{U_{\text{ип}}^2}{R} \Delta t.$$

Отсюда передаточная функция ленточного нагревателя:

$$W_{\text{нар}}(p) = \frac{Q_n}{U_{\text{ип}}^2} = \frac{1}{Rp}.$$

Таким образом, нагреватель может быть описан как интегрирующее звено.

Характеристики зон вакуумной камеры сведены в табл. 1.

Для определения температуры каждой зоны вакуумной камеры используется зависимость вложенного количества теплоты от свойств материала камеры, начальной и конечной температуры.

$$Q_k = cm(T_{\text{кон}} - T_{\text{нач}}),$$

где  $m$  – масса металла, кг;  $c$  – удельная теплоемкость металла, Дж/(кг·град);

Передающая функция, описывающая процесс нагрева ВК, имеет вид:

$$W_{\text{вк}}(p) = \frac{T_{\text{кон}}}{Q} = \frac{1}{cm}.$$

**Таблица 1.** Характеристики зон вакуумной камеры

Нагреваемая зона ВК	Площадь нагреваемой зоны, м <sup>2</sup>	Вес зоны, кг	Сопротивление нагревателя, Ом	Длина нагревателя, м	Номер зоны нагрева
Внутренний цилиндр	3,8	198	–	–	1
Патрубки	17,8	2590	7,2	16	2
Крышка	8,1	1910	15,66	17,4	3
Конус	8,6	335	14,625	13	4
Внешний цилиндр	4,2	590	7,2	8	5
Днище	3,1	2208	8,55	9,5	6

Теплообмен между поверхностью вакуумной камеры и потоком воздуха с другой температурой осуществляется за счет конвективной теплоотдачи. Тепловой поток при конвективном теплообмене рассчитывают по формуле Ньютона:

$$\Phi = \lambda F \Delta T,$$

где  $\Phi$  – тепловой поток, Вт;  $\lambda$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·град);  $F$  – площадь поверхности теплоотдачи, м<sup>2</sup>.

Количество теплоты, переданное от внешней поверхности ВК при конвективном теплообмене, будет равно:

$$Q_n = \Phi t = \lambda F \Delta T t.$$

Передаточную функцию, описывающую процесс конвективных потерь, можно записать в виде:

$$W_{\text{квн}}(p) = \frac{Q_n}{T} = \frac{\lambda F}{p}.$$

Коэффициент теплоотдачи ВК через теплоизоляцию равен 0,1 Вт/(м<sup>2</sup>·град). Коэффициент конвективной теплоотдачи зоны ВК «Внутренний цилиндр» зависит от скорости воздуха и направления потока по отношению к вертикальной оси ВК, диаметра внутреннего цилиндра, теплофизических характеристик воздуха. При ламинарном режиме движения воздуха (критерий Рейнольдса Re меньше 1000) коэффициент теплоотдачи будет равен, Вт/(м<sup>2</sup>·град):

$$\lambda = \frac{0,43 \beta_v \text{Re}^{0,5} \lambda_v}{D} = 0,115;$$

$$\text{Re} = \frac{v \beta_v D}{\nu_v} = 109,629,$$

где  $v$  – скорость движения воздуха (при расчетах задано 0,01 м/с);  $\nu_v$  – кинематическая вязкость воздуха (при расчетах задано  $1,51 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с);  $\lambda_v$  – теплопроводность воздуха (при расчетах задано 0,02485 Вт/(м·град));  $\beta_v$  – поправочный коэффициент на скорость потока воздуха (при расчетах задано 0,55);  $D$  – диаметр зоны ВК «Внутренний цилиндр» (при расчетах задано 0,534 м);  $\beta_v$  – поправочный коэффициент, учитывающий высоту расположения ВК и характер местности (при расчетах задано 0,31).

Количество теплоты, переданное от ВК при лучистой теплоотдаче, зависит от температуры возду-

ха, температуры поверхности ВК, а также от степени черноты поверхности ВК.

$$Q_{\text{п2}} = \Phi_{\text{из}} t = \varepsilon_n C_0 F \left( \left( \frac{T_{\text{ВК}}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{возд}}}{100} \right)^4 \right) t,$$

где  $C_0$  – коэффициент излучения абсолютно черного тела ( $C_0=5,67$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>));  $\varepsilon_n$  – коэффициент лучистой теплоотдачи (при расчетах принято  $\varepsilon_n=0,9$  [4]);  $T_{\text{ВК}}$  – текущая температура вакуумной камеры, К;  $T_{\text{возд}}$  – температура воздуха, К (при расчетах задано 290 К).

Передаточную функцию, описывающую процесс лучистой теплоотдачи, можно записать в виде:

$$W_{\text{луч}}(p) = \frac{Q_{\text{п2}}}{T_{\text{ВК}}^4} = \frac{1}{p} \left( 19,3914 \cdot 10^{-8} - \frac{1371,517}{T_{\text{ВК}}^4} \right).$$

Индукционный нагрев металлов основан на законах электромагнитной индукции Фарадея–Максвелла и Джоуля–Ленца. Внутренний цилиндр вакуумной камеры находится в переменном магнитном поле, которое возбуждает в нем вихревое электрическое поле. Под действием ЭДС индукции в камере протекают вихревые (замкнутые внутри тел) токи, выделяющие теплоту по закону Джоуля–Ленца.

Определим расчетный диаметр зоны ВК «Внутренний цилиндр» при нагреве цилиндрической плоскости изнутри, м:

$$D'_2 = D_2 + \xi = D_2 + M \Delta_k = D_2 + M \frac{0,5}{\sqrt{f}} = 0,7531,$$

где  $D_2$  – диаметр зоны ВК «Внутренний цилиндр», м;  $f$  – частота тока, Гц;  $\xi$  – эффективная глубина проникновения тока, м;  $M$  – коэффициент.  $M=0,27$  – определяется из табл. 3, 4 [5].

Активное и реактивное сопротивления нагреваемого слоя равны, Ом:

$$r_2 = \pi D'_2 2,81 \cdot 10^{-6} K \sqrt{f} \frac{\cos \varphi}{a} = 0,00136.$$

где  $K=3,45$  и  $\cos \varphi=0,77$  – определяются из [5, 6, рис. 3–7] соответственно;  $a=0,092$  м – ширина индуктора.

$$x_{m2} = r_2 \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = 0,001125.$$

Реактивное сопротивление, Ом:

$$x_e = \frac{x_{i0} k_1}{1 - k_1} = 1,217 \cdot 10^{-4},$$

где  $x_{i0} = \frac{\omega \mu_0 S_1}{a} = 3,13 \cdot 10^{-4}$  Ом;  $k_1=0,28$  – определяется из [5, рис. 6–2];  $S_1$  – площадь боковой поверхности индуктора.  $S_1=0,23$  м<sup>2</sup>.

Реактивное сопротивление рассеяния, Ом:

$$x_s = \frac{\omega \mu_0 (S_2 - S_1)}{a} = 2,651 \cdot 10^{-4},$$

где  $S_2$  – площадь боковой поверхности зоны ВК «Внутренний цилиндр».  $S_2=0,423$  м<sup>2</sup>.

Коэффициент приведения активного сопротивления материала ВК (сталь 12Х18Н10Т), Ом:

$$c = \frac{1}{\left(\frac{r_2}{x_e}\right)^2 + \left(1 + \frac{x_s + x_{m2}}{x_e}\right)^2} = 1,079 \cdot 10^{-4}.$$

Приведенное активное сопротивление равно, Ом:

$$r'_2 = cr_2 = 1,4674 \cdot 10^{-7}.$$

Расчет приведенного активного сопротивления произведен для одновиткового индуктора ( $w=1$ ), в индукторе токамака КТМ  $w=423$ , отсюда следует:

$$r'_{423} = r'_2 w^2 = 0,02626 \text{ Ом}.$$

Мощность, передаваемая в оболочку вакуумной камеры, равна:

$$Q_n = I_y^2 r'_{423} t.$$

Передаточная функция индуктора имеет вид:

$$W_{\text{инд}}(p) = \frac{Q_n}{I_y^2} = \frac{r'_{423}}{p}.$$

В результате синтеза математической модели были получены выражения для всех динамических звеньев. Модель, в том числе блоки возведения в квадрат и четвертую степень, реализованы в приложении Simulink инженерного математического пакета Matlab. Проведенные исследования разгонных характеристик (реакция на ступенчатое воздействие), логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) и логарифмическая фазово-частотная характеристика (ЛФЧХ) моделей объекта управления для зон нагрева, показали (рис. 3, а), что подсистемы омического и индукционного нагрева обладают свойством самовыравнивания, и являются устойчивыми, т. к. годограф (рис. 3, б) не охватывает точку с координатой  $(-1j, 0)$  (критерий Найквиста).

ЛАЧХ и ЛФЧХ подсистемы управления прогревом ВК без регуляторов представлены на рис. 3, в.

В задаче стабилизации наиболее важны свойства установившегося режима. Для следящих систем в первую очередь нужно обеспечить высокое качество переходных процессов при изменении задающего сигнала (уставки) [6]. Можно выделить три основных требования:

- точность;
- устойчивость;
- качество переходных процессов.

Для управления системой омического нагрева наиболее рационально использовать алгоритм с фиксированной структурой, в состав которой входят пропорциональная и интегральная составляющие, т. е. ПИ-алгоритм, т. к. система нагрева обладает высокой инерционностью.

В результате синтеза САР были получены параметры настройки ПИ-регуляторов для каждой зоны ВК (табл. 2). Для настройки применен метод СНР, который основан на использовании критерия максимальной скорости нарастания при отсутствии перерегулирования или при наличии не более чем 20%-го перерегулирования [7].

**Таблица 2.** Параметры настройки ПИ-регуляторов

Зона ВК	Параметр регулятора		Номер зоны нагрева
	K	T, с	
Внутренний цилиндр	89 А/град	7,8	1
Патрубки	1,004 1/град	0,0191	2
Крышка	0,843 1/град	0,0197	3
Конус	0,998 1/град	0,0183	4
Внешний цилиндр	0,735 1/град	0,0195	5
Днище	0,4723 1/град	0,0225	6

Подтверждением результатов проектирования любой системы регулирования, оценкой ее характеристик соответствию техническим требованиям, предъявляемым к проектируемой системе, являются модельные и/или экспериментальные исследования.

К основным техническим характеристикам системы относятся следующие:

- диапазон регулируемой температуры от 0 до 250 °С;
- максимальная динамическая ошибка регулирования (этап входа на стационарный режим) не более 5 %;
- максимальная статическая ошибка поддержания заданного уровня температуры (режим поддержания температуры ВК на уровне 200 °С в течение длительного времени, необходимого для проведения дегазации) не более 2 %.

Анализ результатов исследований показал, что в подсистеме управления прогревом ВК перерегулирование в переходных режимах не превышает 5 %, а в режиме поддержания температуры не более 2 % (рис. 4). Система полностью устойчива.

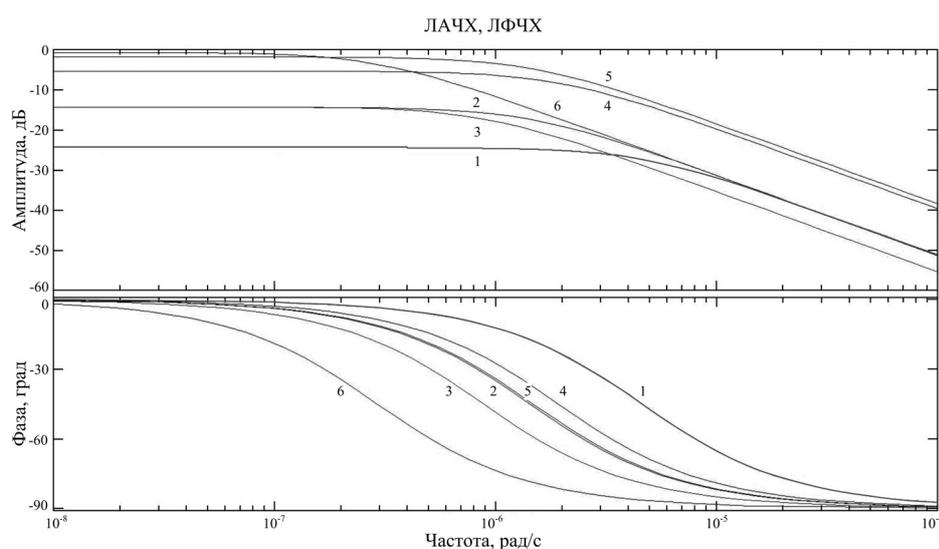
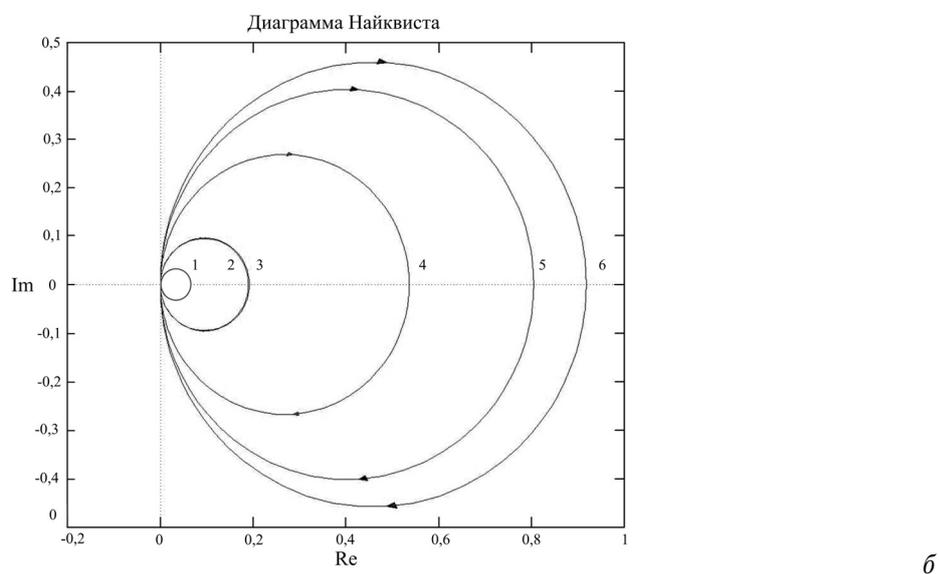
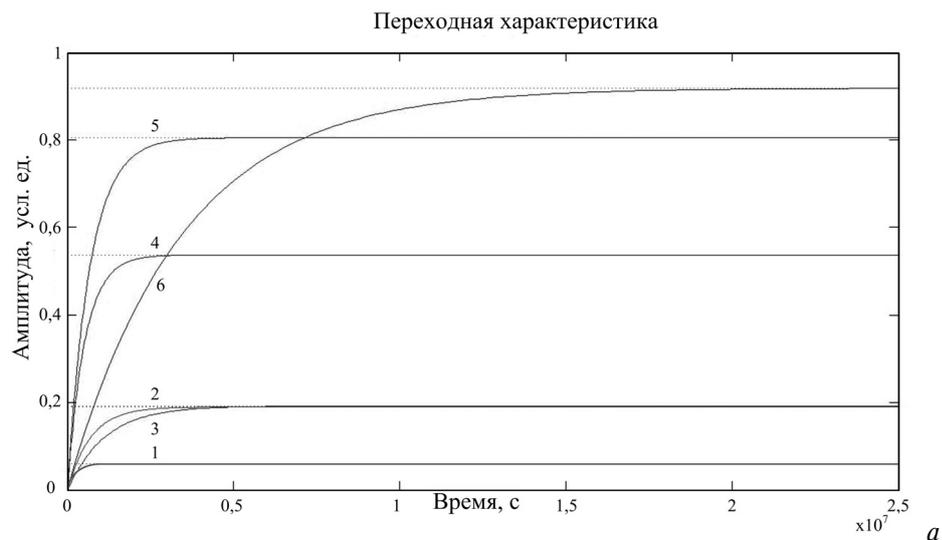
Оценивая быстродействие системы управления по времени регулирования, получаем, что время регулирования не превышает  $1,25 \cdot 10^5$  с для 5 % отклонения выходной величины от установившегося значения (рис. 4). Минимальный темп роста температуры на начальном участке прогрева – не менее 0,1 град/мин.

Запас устойчивости системы с регуляторами составляет:

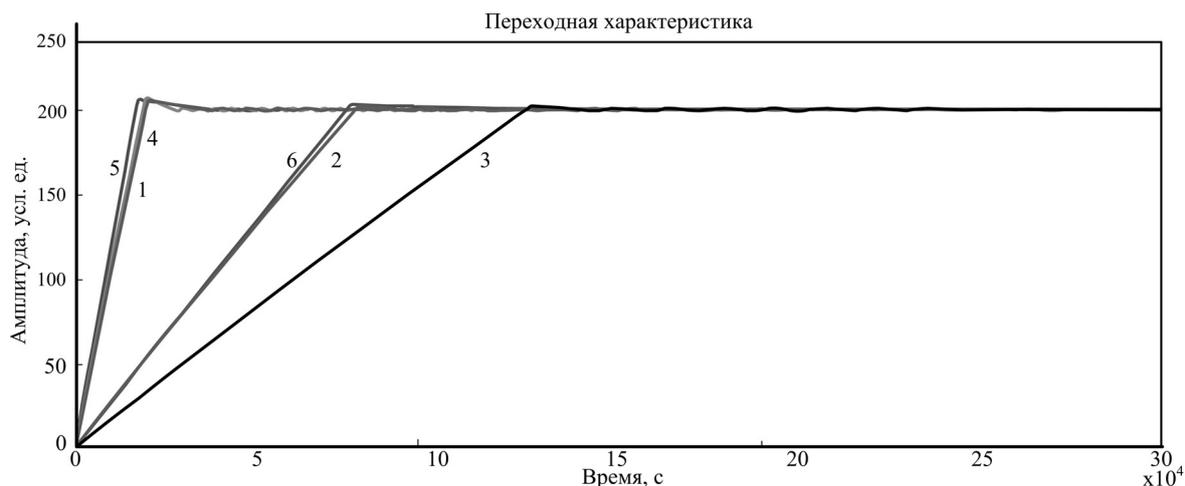
- по амплитуде – бесконечность;
- по фазе – от 160 до 167° в зависимости от зоны нагрева.

#### Выводы

Произведен синтез подсистемы управления прогревом вакуумной камеры токамака КТМ. Определен тип регулятора и параметры его настройки. Показано, что для управления технологическим процессом прогрева необходимо и достаточно использовать систему управления, построенную на основе ПИ-регуляторов. Подсистема управления позволяет вывести вакуумную камеру на оптимальную рабочую температуру с минимальными затратами времени. Перерегулирование не превышает 5 %, а в режиме стабилизации температуры – не более 2 %.



**Рис. 3.** Подсистемы управления прогревом ВК: а) переходные процессы подсистемы управления прогревом ВК; б) годографы Найквиста; в) ЛАЧХ и ЛФЧХ. Зона: 1) «Внутренний цилиндр»; 2) «Патрубки»; 3) «Крышка»; 4) «Конус»; 5) «Внешний цилиндр»; б) «Днище»



**Рис. 4.** Реакция подсистемы нагрева с ПИ-регуляторами на ступенчатое воздействие. Зона: 1) «Внутренний цилиндр»; 2) «Патрубки»; 3) «Крышка»; 4) «Конус»; 5) «Внешний цилиндр»; 6) «Днище»

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коровиков А.Г., Павлов В.М., Ольховик Д.А. Алгоритмическое обеспечение подсистемы управления прогревом вакуумной камеры токамака КТМ // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318. – № 5. – С. 116–119.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления. В 3-х т. / под ред. Н.Е. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – Т. 2: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления. – 736 с.
3. Кулаков Г.Т. Анализ и синтез систем автоматического регулирования. – М.: Технопринт, 2003. – 134 с.
4. Нахокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача. – М.: Высшая школа, 1975. – 496 с.
5. Сухоцкий А.Е. Установки индукционного нагрева. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 330 с.
6. Коновалов Б.И., Лебедев Ю.М. Теория автоматического управления. – Томск: ТУСУР, 2010. – 162 с.
7. Chien K.L., Hrones J.A., Reswick J.B. On automatic control of generalized passive systems // Transactions of the ASME. – 1972. – № 74. – P. 175–185.

Поступила 20.01.2012 г.