

УДК 517.9

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ ВОДЫ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ МЕТОДАМИ ФИЗИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Белов Константин Владимирович¹,
kostik-belowne@rambler.ru

Лисенков Александр Борисович¹,
lisenkov.rsgpu@mail.ru

Пономарев Артем Дмитриевич¹,
ponomor.tema@mail.ru

Горбатенко Наталья Сергеевна¹,
rsi_tura@list.ru

¹ Российский государственный геологоразведочный университет им. Серго Орджоникидзе, Россия, 117997, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 23.

Гидрогеологическое моделирование (в широком смысле этого слова) начало развиваться с начала XX в. Первое время проводилось физическое моделирование на лотках различных конструкций. В результате накапливался фактический материал, на котором впоследствии базировались теоретические построения (динамика подземных вод, гидрогеодинамика и другие). По мере развития вычислительной техники и математического аппарата для описания законов фильтрации моделирование начало применяться не только для построения теоретических моделей, но и для решения различного рода задач: расчета понижений уровня подземных вод при водоотборе, оценке запасов подземных вод, расчетов подтопления при создании водохранилищ или от работы оросительных систем. Перечисленные задачи решались аналитическими методами, методами электрогидродинамической аналогии, а начиная с 1960–1970 гг. для их решения начали использоваться методы численного компьютерного моделирования. К настоящему времени созданы современные программы для численного моделирования, позволяющие решать, наряду с гидродинамическими и гидрохимическими задачами, еще и гидрогеотермические. Таким образом, к настоящему времени накоплен богатый фактический и теоретический материал. При подготовке данного исследования собрана и проанализирована информация по различным методам гидрогеологического моделирования, проведены собственные авторские исследования по данному вопросу.

Актуальность работы заключается в необходимости постоянного повышения качества подготовки студентов. Это достигается путем привлечения обучающихся к научной деятельности. Участие в экспериментах и исследованиях улучшает понимание теоретического материала, полнее и глубже прорабатываются отдельные разделы учебных программ, что в конечном итоге приводит к повышению уровня подготовки выпускников.

Цель работы: сопоставление и анализ депрессионных кривых, полученных методами физического и численного моделирования.

Методы исследования: физическое моделирование на фильтрационном лотке, программирование, численное моделирование на компьютере.

Результаты. Сконструирован фильтрационный лоток на кафедре гидрогеологии; рассмотрены дифференциальные уравнения, описывающие процесс фильтрации; написана компьютерная программа на языке программирования QBasic. В настоящее время фильтрационный лоток используется в учебном процессе при обучении студентов-гидрогеологов.

Ключевые слова:

Процесс фильтрации, физическое и численное моделирование, депрессионная кривая, закон Дарси, режим фильтрации, расчетная схема, граничные и начальные условия, моделирование по явной схеме методом конечных разностей.

При решении народно-хозяйственных проблем, связанных с подземными и поверхностными водами, широко применяются методы гидрогеологического моделирования [1–12].

Авторы статьи изучали депрессионные кривые в двух случаях:

- 1) в случае стационарного режима фильтрации без инфильтрационного питания на междуречном массиве, задаваемом на фильтрационном лотке;
- 2) в случае нестационарного режима фильтрации на различные моменты времени при подпоре в междуречном массиве, задаваемом на фильтрационном лотке, без инфильтрационного питания под влиянием подъема уровня воды на правой границе.

Для проверки правильности расчетов при моделировании стационарного режима фильтрации использовалось уравнение Дюпюи [13]. Уровень воды H , расположенный на расстоянии a от правой границы, между двумя известными уровнями (H_1 и H_2 – уровни на левой и правой границах, L – расстояние между границами) находится по уравнению (1):

$$H = \sqrt{\frac{a \cdot (H_1^2 - H_2^2)}{L} + H_2^2}. \quad (1)$$

Фильтрационный лоток (ФЛ) впервые сконструирован Ф. Форхгеймером в 1898 г. [13]. Авторами настоящей работы для исследований была создана аналогичная конструкция (рис. 1). Лоток имеет три отсека, разделенных мелкоячеистой ме-

таллической сеткой. Два крайних отсека служат для задания граничных условий. В центральный отсек (длиной 1 м) засыпан песок. Постоянство уровней в крайних отсеках поддерживается с помощью сосуда Виноградова и с помощью сливной трубки. В передней стенке лотка установлены пьезометры. Уровень воды в крайнем левом отсеке поддерживался постоянным на отметке 0,40 м, а на правой границе уровень задавался на отметках 0,25 и 0,35 м, соответственно.

Схема фильтрационного лотка представлена на рис. 1.

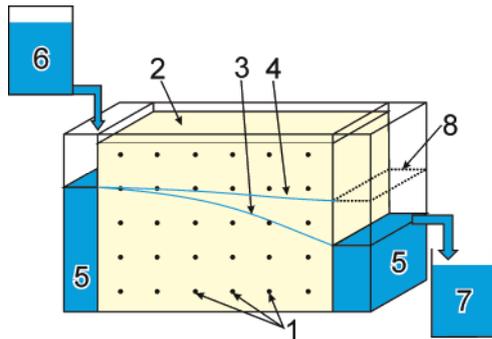


Рис. 1. Схема фильтрационного лотка: 1 – места установки фильтров пьезометров; 2 – засыпка из песка; 3 – уровень воды в засыпке до подпора; 4 – уровень воды в засыпке после подпора; 5 – отсеки для задания граничных условий; 6 – бак для обеспечения постоянства уровня на левой границе; 7 – слив воды для обеспечения постоянства уровня на правой границе; 8 – уровень воды на правой границе при подпоре

Fig. 1. Scheme filtration tray: 1 is the location of piezometer filters; 2 is the sand backfilling; 3 is the water level in tray before lockup; 4 is the water level in tray after lockup; 5 is the compartments for specifying boundary conditions; 6 is the tank with water for keeping level constancy on the left border; 7 is the water drain for keeping level constancy on the right border at a lockup

Вывод дифференциального уравнения неустановившегося движения грунтовых вод приведен во многих работах [8–22]. В настоящей работе он приводится для понимания алгоритма его решения и описания компьютерной программы, которая непосредственно его воспроизводит.

На рис. 2 изображен элемент в потоке ПВ длиной dx [13]. Баланс воды в этом элементе представляет собой разность расходов ($q_{\text{притока}}$ и $q_{\text{оттока}}$).

Уравнение Дарси для единичных расходов в случае горизонтального основания пласта для сечений $a-b$ и $c-d$ можно записать в следующем виде. Приток воды через сечение $a-b$:

$$q_{\text{притока}} = -K \cdot \frac{dH}{dx} \cdot H.$$

Отток воды через сечение $c-d$:

$$q_{\text{оттока}} = q_{\text{притока}} + dq = -K \cdot H \cdot \frac{dH}{dx} - \frac{d\left(K \cdot H \cdot \frac{dH}{dx}\right)}{dx} dx.$$

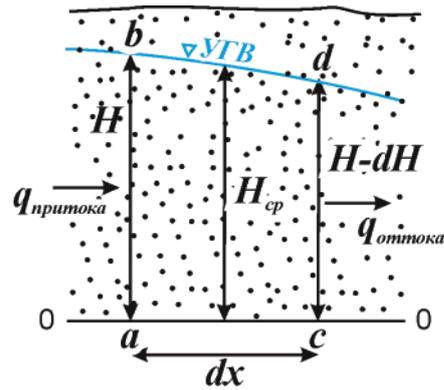


Рис. 2. Схема, поясняющая вывод дифференциального уравнения неустановившегося движения грунтовых вод

Fig. 2. Scheme explaining derivation of the differential equation of the unsteady movement of ground waters

Вычитая из $q_{\text{оттока}}$ $q_{\text{притока}}$, получим (2):

$$dq = q_{\text{притока}} - q_{\text{оттока}} = \frac{d\left(K \cdot H \cdot \frac{dH}{dx}\right)}{dx} dx. \quad (2)$$

В результате преобразований (2) имеем (3):

$$dq = K \cdot H_{\text{cp}} \cdot \frac{d^2 H}{dx^2} dx. \quad (3)$$

За время dt расход dq изменит объем воды, находящийся в элементе размерами H_{cp} на dx и с водоотдачей (емкостью) μ . Этот дополнительный объем воды приведет к изменению уровня воды на величину dH . Объем воды, который заполнится или осушится, численно равен произведению $\mu \cdot dH \cdot dx$ (4).

$$K \cdot H_{\text{cp}} \cdot \frac{d^2 H}{dx^2} \cdot dx \cdot dt = \mu \cdot dH \cdot dx. \quad (4)$$

После преобразования (4), сократив на dx и приняв $a = \frac{K \cdot H_{\text{cp}}}{\mu}$, уравнение неустановившегося

движения грунтовых вод в окончательном виде будет выглядеть следующим образом (5):

$$a \frac{d^2 H}{dx^2} = \frac{dH}{dt}. \quad (5)$$

Для решения дифференциального уравнения (5) необходимо задать начальные и граничные условия. Нами были построены депрессионные кривые при следующих граничных условиях (основание лотка принималось горизонтальным, а засыпка из песка считалась изотропной по фильтрационным свойствам):

- 1) в случае стационарного режима фильтрации напоры воды принимались равными 0,40 на левой и 0,25 м на правой границе соответственно);
- 2) в случае нестационарного режима фильтрации напоры принимались равными 0,40 и 0,25 м до подпора и 0,40 и 0,35 м при подпоре. Напор воды при этом на правой границе поднимался мгновенно.

Решение уравнения (5) производилось по явной схеме методом конечных разностей на компьюте-

ре, подразумевающее замену производных отношением конечных разностей. Для перехода от производных к конечным разностям необходимо дискретизировать (разделить) пространство и время на элементы (рис. 3) [14].

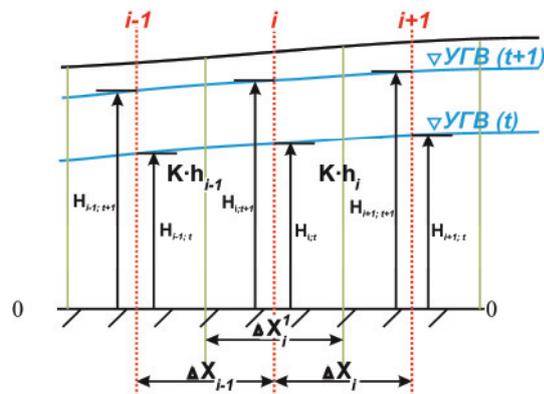


Рис. 3. Расчетная схема к решению уравнения (5)

Fig. 3. Settlement scheme to equation solution

Период моделирования T делится на элементы Δt , называемые шагами по времени ($\Delta t = \frac{T}{n}$, где n – количество шагов, Δt – продолжительность одного шага); пространство (в нашем случае решалась одномерная задача по оси x , путь фильтрации L) разбивается на элементы длиной Δx ($\Delta x = \frac{L}{m}$, где m – количество блоков, Δx – длина одного блока).

Первая производная $\frac{dH}{dt}$ в конечных разностях выглядит следующим образом (6):

$$\mu \cdot \frac{dH}{dt} = \mu \cdot \left(\frac{H_{i,t+1} - H_{i,t}}{\Delta t} \right), \quad (6)$$

где $\left(\frac{H_{i,t+1} - H_{i,t}}{\Delta t} \right)$ – первая разность; $H_{i,t+1}$ – искомый уровень воды на следующий шаг времени, $H_{i,t}$ – известный уровень воды.

$$\text{Правая часть уравнения } \mu \cdot \frac{dH}{dt} = K \cdot H_{cp} \cdot \frac{d^2 H}{dx^2},$$

а именно вторые производные $\frac{d^2 H}{dx^2}$, в конечных разностях будут отыскиваться следующим образом. Для нахождения вторых разностей необходимо найти первые разности, затем найти разность первых разностей.

Первые разности:

$$K \cdot H_{cp} \cdot \frac{\Delta H_1}{\Delta x} = K \cdot \left(\frac{H_{i,t} + H_{i-1,t}}{2} \right) \cdot \left(\frac{H_{i,t} - H_{i-1,t}}{\Delta x} \right)$$

и

$$K \cdot H_{cp} \cdot \frac{\Delta H_2}{\Delta x} = K \cdot \left(\frac{H_{i,t} + H_{i+1,t}}{2} \right) \cdot \left(\frac{H_{i+1,t} - H_{i,t}}{\Delta x} \right),$$

где $H_{i-1,t}$, $H_{i,t}$ и $H_{i+1,t}$ – известные уровни воды в блоках, Δx – шаг по оси x .

Вторые разности:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta^2 H}{\Delta x} &= K \cdot \frac{\left[\left(\frac{H_{i,t} + H_{i+1,t}}{2} \right) \cdot \left(\frac{H_{i+1,t} - H_{i,t}}{\Delta x} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{H_{i,t} + H_{i-1,t}}{2} \right) \cdot \left(\frac{H_{i,t} - H_{i-1,t}}{\Delta x} \right) \right]}{\Delta x} = \\ &= \frac{K}{2 \cdot \Delta x^2} \cdot ((H_{i-1,t})^2 - 2(H_{i,t})^2 + (H_{i+1,t})^2). \end{aligned}$$

Уравнение (5) после перехода к конечным разностям выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu \cdot \left(\frac{H_{i,t+1} - H_{i,t}}{\Delta t} \right) &= \\ &= \frac{K}{2 \cdot \Delta x^2} \cdot ((H_{i-1,t})^2 - 2(H_{i,t})^2 + (H_{i+1,t})^2). \quad (7) \end{aligned}$$

Выразив из (7) $H_{i,t+1}$ (искомый уровень воды на следующий шаг времени), получим

$$\begin{aligned} H_{i,t+1} &= \\ &= \frac{K \cdot \Delta t}{2 \mu \cdot \Delta x^2} \cdot ((H_{i-1,t})^2 - 2(H_{i,t})^2 + (H_{i+1,t})^2) + H_{i,t}. \quad (8) \end{aligned}$$

Уравнение аналогичное (8) можно получить также другим способом. Для этого область моделирования разбивается на блоки (рис. 3).

Исходя из рисунка, напишем уравнения расходов, притекающего в центральный блок и вытекающего из центрального блока.

Исходя из закона Дарси и рисунка, отток и приток из центрального блока составит величину:

$$q_{\text{оттока}} = K \cdot \left(\frac{H_{i,t} + H_{i-1,t}}{2} \right) \cdot \left(\frac{H_{i,t} - H_{i-1,t}}{\Delta x} \right). \quad (9)$$

$$q_{\text{притока}} = K \cdot \left(\frac{H_{i+1,t} + H_{i,t}}{2} \right) \cdot \left(\frac{H_{i+1,t} - H_{i,t}}{\Delta x} \right). \quad (10)$$

В выражениях (9) и (10) величины $\frac{H_{i,t} + H_{i-1,t}}{\Delta x}$

и $\frac{H_{i+1,t} + H_{i,t}}{\Delta x}$ являются выражениями для нахождения

напорного градиента, а величины $\frac{H_{i,t} + H_{i-1,t}}{2}$

и $\frac{H_{i+1,t} + H_{i,t}}{2}$ являются выражениями для нахождения

средней мощности водоносного горизонта между сечениями i и $i-1$ и сечениями i и $i+1$.

Дебаланс, то есть разница между притоком воды и оттоком из блока, вызывает либо повышение, либо понижение уровня в центральном блоке. Этот объем воды можно выразить следующим соотношением (11):

$$\mu \cdot \frac{H_{i,t+1} - H_{i,t}}{\Delta t} \cdot \Delta x. \quad (11)$$

Раскроем скобки в уравнениях (9) и (10):

$$K \cdot \left(\frac{H_{i\tau} + H_{i-1\tau}}{2} \right) \cdot \left(\frac{H_{i\tau} - H_{i-1\tau}}{\Delta x} \right) = \frac{K}{2 \cdot \Delta x} \cdot (H_{i\tau})^2 - (H_{i-1\tau})^2. \quad (12)$$

$$K \cdot \left(\frac{H_{i+1\tau} + H_{i\tau}}{2} \right) \cdot \left(\frac{H_{i+1\tau} - H_{i\tau}}{\Delta x} \right) = \frac{K}{2 \cdot \Delta x} \cdot (H_{i+1\tau})^2 - (H_{i\tau})^2. \quad (13)$$

Разность уравнений (12) и (13) даст дебаланс в блоке, который будет численно равен (11). В результате имеем (14):

$$\mu \cdot \left(\frac{H_{i\tau+1} - H_{i\tau}}{\Delta t} \right) \cdot \Delta x = \frac{K}{2 \cdot \Delta x} \cdot ((H_{i+1\tau})^2 - (H_{i\tau})^2) - \frac{K}{2 \cdot \Delta x} \cdot ((H_{i\tau})^2 - (H_{i-1\tau})^2). \quad (14)$$

Решим (14) относительно $H_{i\tau+1}$ и, вынеся $\frac{K \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu \cdot \Delta x^2}$ за скобки, получим:

$$H_{i\tau+1} = \frac{K \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu \cdot \Delta x^2} \cdot ((H_{i-1\tau})^2 - 2(H_{i\tau})^2 + (H_{i+1\tau})^2) + H_{i\tau}. \quad (15)$$

Как видим, уравнения (8) и (15) идентичны.

Решение этих уравнений производилось на компьютере. Для этого на языке программирования QBasic была написана программа. Полностью текст написанной программы не приводится ввиду его громоздкости, однако необходимо выделить

главнейшие операторы, используемые при моделировании (табл. 1).

После выполнения цикла вычислений производится запись значений в текстовый файл. В строку записываются значения напора на каждый временной шаг с разделителем в виде пробела.

Как было сказано ранее, решение уравнений (7) и (14) подразумевает разделение моделируемой области на блоки шириной Δx (рис. 3). Стоит отметить, что при разбиении моделируемой области размер блока (Δx) не должен быть меньше радиуса влияния от возмущения ($R_{вл}$), создаваемого на границе, иначе подъем (спад) уровня произойдет в 1 блоке и на соседний блок возмущение не передастся. Радиус влияния вычисляется по зависимости (15):

$$\Delta x \leq R_{вл} = 1,5 \cdot \sqrt{a \cdot t}, \quad (15)$$

где a – уронепроводность, $m^2/сут$. Для упрощения расчетов мы принимали значение коэффициента фильтрации (K) $1m/сут$ и значение водоотдачи (μ) $0,1$ д.е.

Подставляя числовые значения, получим (16):

$$a = \frac{K \cdot \left(\frac{H_1 + H_2}{2} \right)}{\mu} = \frac{1 \cdot \left(\frac{0,40 + 0,25}{2} \right)}{0,1} = 3,25 \text{ м}^2/\text{сут}, \quad (16)$$

При длине потока (лотка) 1 м и 10 блоках (задаются пользователем) ширина одного блока составит $0,1$ м. После вычисления ширины блока

Таблица 1. Основные операторы, используемые в программном коде

Table 1. Important operators used in the programming code

Оператор/Operator	Функция оператора/Operator function
DIM H (1 TO 800, 1 TO 11) AS SINGLE	Создание таблицы, состоящей из 800 строк и 11 столбцов. Формат записи чисел – числовой Table consisting of 800 rows and 11 columns. The recording format of numbers is numerical
INPUT «...»	Ввод значения водоотдачи, коэффициента фильтрации, уровней на границах и т. д. Entering the value of storage, conductivity, boundary conditions and so on
koefficientQ = ((ShagPoVremeni) * kf) / (2 * mu * (deltaX ^ 2))	Вычисление коэффициента/Calculation of the coefficient $Q = \frac{K \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu \cdot \Delta x^2}$
FOR I = 1 TO 799 J = 1	Задание цикла вычислений, где I – номер строчки, J – номер столбца Set of calculation cycle, where I is the line number, J is the column number
H (I + 1, J + 1) = koefficientQ * ((H (I, 1) ^ 2) - (H (I, J + 1) ^ 2)) - koefficientQ * ((H (I, J + 1) ^ 2) - (H (I, J + 2) ^ 2)) + H (I, J + 1); H (I + 1, J + 2) = H (I + 1, J + 9) =	Тело цикла (алгоритм нахождения значений уровней по блокам) Cycle body (algorithm for finding the values of levels in the blocks)
NEXT I	После вычисления последнего значения в строке переход к вычислению значений уровня в следующей строке First: calculating the last value in the line, then calculation of the level values in the next line
FOR I = 1 TO 799 H (I + 1, 1) = H (I, 1); H (I + 1, 11) = H (I, 11) NEXT	Операция присваивания. Необходима для того, чтобы на любой шаг времени уровни на границах всегда были постоянными (заданными) Assignment operation. It is necessary to have constant levels on the boundaries at any time step
OPEN «first.txt» FOR OUTPUT AS #1	Операция создания файла *.txt для записи результатов вычисления The operation of creating a *.txt file to write the results of calculation

Таблица 2. Результаты моделирования при неизменяющихся напорах на границах междуречного массива. Шаг по времени 66 секунд

Table 2. Results of modeling with constant head on both boundaries. Time step is 66 seconds

№ шага по времени Time step no.	Время от начала моделирования, с Time from beginning of simulation, s	Напоры в сечениях, м/Heads of sections, m											
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	
0	0	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,25
7	399	0,4	0,36	0,33	0,31	0,32	0,30	0,29	0,29	0,28	0,27	0,25	
40	2592	0,4	0,38	0,37	0,35	0,33	0,32	0,30	0,29	0,28	0,26	0,25	
100	6580	0,4	0,39	0,37	0,36	0,36	0,33	0,32	0,29	0,28	0,26	0,25	
172	11365	0,4	0,39	0,37	0,36	0,35	0,33	0,32	0,30	0,29	0,27	0,25	
423	28047	0,4	0,39	0,37	0,36	0,35	0,33	0,32	0,30	0,29	0,27	0,25	
Уравнение Дюпюи/Dupuit equation		0,4	0,39	0,38	0,36	0,35	0,33	0,32	0,30	0,29	0,27	0,25	

программа вычисляет временной шаг, чтобы было справедливо неравенство (17):

$$\Delta t \geq \frac{0,25 \cdot \Delta x^2}{a};$$

$$\Delta t \geq \frac{0,25 \cdot 0,1^2}{3,00} = 0,0007692308 \text{ сут или } 66,5 \text{ с.} \quad (17)$$

Таким образом, временной шаг при заданной величине водоотдачи ($\mu=0,1$) составил 66,5 с. Следующим этапом работы программы является вычисление коэффициента Q , равного (18):

$$Q = \frac{K \cdot \Delta t}{2 \cdot \mu \cdot \Delta x^2} = \frac{1 \cdot 0,0007692308}{2 \cdot 0,1 \cdot 0,1^2} = 0,3846154 \text{ м}^{-1}. \quad (18)$$

После вычисления всех необходимых величин программа переходит к вычислению значений напоров по строкам. Вычисление ведется до тех пор, пока не заполнятся все 800 строк таблицы. Однако через какое-то время наступает стационарный режим и форма депрессионной кривой не изменяется. Наступление этого времени можно посчитать

по формуле (19):

$$t_c = 0,5 \cdot \frac{L^2}{a}, \quad (19)$$

где L – длина междуречного массива. Подставляя данные, получим: $t_c = \frac{1^2}{3,25} = 0,153846$ суток или

13292 секунд или 3,69 часа. Результаты моделирования представлены в табл. 2 и на рис. 4.

Анализируя данные в табл. 2 и рис. 4, можно видеть, что начиная с 100 шага по времени (6580 секунд) значения уровней практически не изменяются. В доказательство справедливости формулы (19) приведено сравнение величин уровней на 172 шаг (11365 секунд или 3,15 часа) и 423 шаг (28047 секунд). Таким образом, после достижения определенного количества шагов по времени расчет можно останавливать. Теоретически в программе можно написать алгоритм, учитывающий величину невязки (разницу между последующим и предыдущим значением уровня). В случае если эта разность (невязка) будет меньше, чем заданная, расчет должен считаться окончанным.

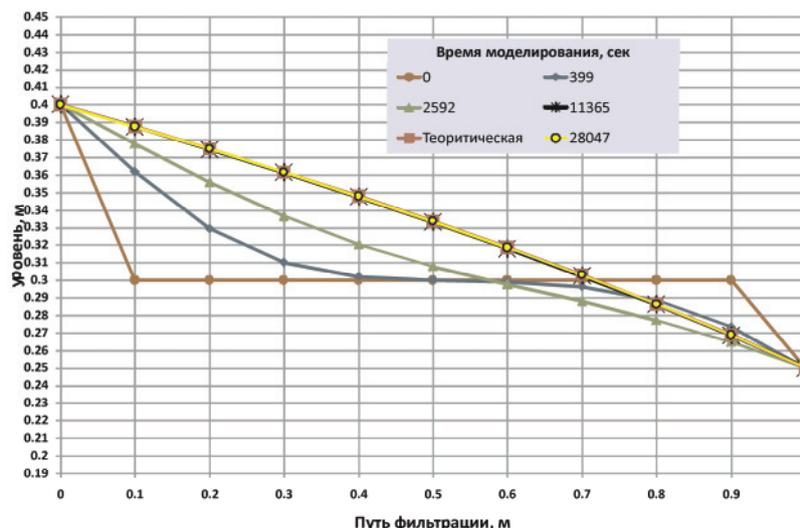


Рис. 4. Депрессионные кривые, вычисленные при решении дифференциального уравнения (5) при стационарном режиме фильтрации на разные моменты времени ($K=1,0$ м/сут, водоотдача 0,1 д.е). Напоры на левой и правой границах 0,40 и 0,25 м соответственно

Fig. 4. Depression curves calculated when solving the differential equation (5) at the stationary filtration on different time points ($K=1,0$ m/days, water return of 0,1). The heads on the left and right borders are of 0,40 and 0,25 m respectively

Также стоит отметить идентичность значений, вычисленных с помощью уравнения Дюпюи, и модельных значений на 423 шаг.

Таблица 3. Результаты моделирования при подпоре на правой границе междуречного массива при различной величине водоотдачи

Table 3. Results of modeling with the support at the right boundary of the interfacial massif with different fluid loss

№ шага по времени Time step no.	μ , д.е. d.e.	Δt , с/s	Напоры в сечениях, м Heads of sections, m					
			0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
41	0,01	230	0,400	0,380	0,362	0,350	0,347	0,35
4	0,1			0,375	0,348	0,319	0,300	
3	0,2			0,375	0,348	0,319	0,295	
262	0,01	1497		0,390	0,381	0,371	0,361	
26	0,1			0,376	0,355	0,340	0,340	
14	0,2			0,375	0,349	0,328	0,327	
474	0,01	2707		0,391	0,381	0,371	0,361	
47	0,1			0,381	0,364	0,353	0,349	
25	0,2			0,376	0,354	0,339	0,339	
799	0,01	>20000		0,391	0,381	0,371	0,361	
473	0,1			0,391	0,381	0,371	0,361	
237	0,2			0,390	0,381	0,371	0,360	

При подъеме уровней на одной из границ процесс стационарной фильтрации нарушается. Депрессионная кривая меняет свою форму, изменяются уровни в толще грунтовой засышки. Авторы работы поставили своей целью построить депрессионные кривые на различные моменты времени при различных значениях водоотдачи (0,01, 0,1 и 0,2 д.е.). Коэффициент фильтрации при этом не изменялся и, как и в предыдущем решении, был задан равным 1 м/сут. Напоры на границах при моделировании задавались следующие: 0,40 м на левой границе; 0,25 м на правой границе до подпора и 0,35 м при подпоре.

В основу численного решения была положена также программа с некоторыми изменениями. Значения уровней до начала подпора были взяты, исходя из результатов решения задачи в стационарной постановке (на 423 шаг или 28047 секунд). Результаты моделирования представлены в табл. 3 и рис. 5.

Анализируя данные в табл. 3 и на рис. 5, можно видеть, что величина водоотдачи в значительной степени влияет на время, при котором достигается стационарный режим фильтрации. При меньшей водоотдаче пласту (засышке) требуется в несколько раз меньше времени для насыщения водой, поэтому депрессионная кривая уже на 230 секунде практически достигла стационарного положения.

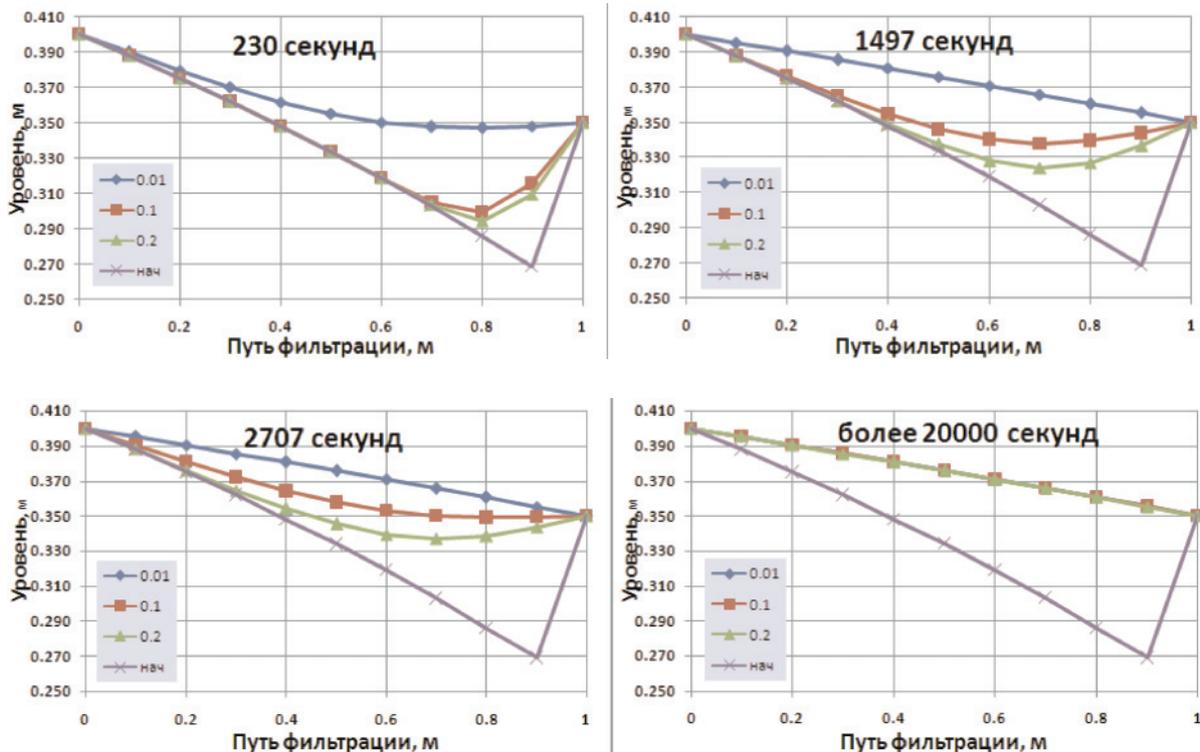


Рис. 5. Депрессионные кривые, вычисленные при решении дифференциального уравнения (19) при нестационарном режиме фильтрации на разные моменты времени и при разной величине водоотдачи (0,01, 0,1 и 0,2 д.е.). Напор на левой границе 0,40 м, напор на правой границе до подпора 0,25 м, после подпора 0,35 м

Fig. 5. Depression curves calculated when solving the differential equation (19) for non-stationary filtration mode at different times and at different fluid loss value (0,01, 0,1 and 0,2 CU). The head on the left border is of 0,40 m, the head on the right border to the backwater is of 0,25 m, after a backwater it is of 0,35 m

Стоит отметить, что вычисленные значения уровневых непроводности составили: 1,9 м²/сут при водоотдаче 0,2 д.е., 3,8 м²/сут при водоотдаче 0,1 д.е. и 37,5 м²/сут при водоотдаче 0,01 д.е. Таким образом, в последнем случае возмущение в пласте распространится с гораздо большей скоростью, что и наблюдается по результатам расчета. По результатам моделирования стационарный режим фильтрации наступил через 25 минут (1497 с) после начала моделирования. В результате расчета установлено, что при всех взятых значениях уровневых непроводности наступит стационарный режим фильтрации.

Для заверки результатов расчета уровней при стационарном и нестационарном режимах проведено физическое моделирование процессов фильтрации на фильтрационном лотке (рис. 1). При физическом моделировании процесса фильтрации в стационарном режиме уровни на границах поддерживались на постоянных отметках. На левой границе был установлен бачок с водой, который автоматически доливал воду при ее снижении, на правой границе был установлен сливной кран, через который удалялись излишки профильтровавшейся воды. Уровненную поверхность фиксировали по показаниям верхних пьезометров (первых от уровня).

После установки бачка для поддержания уровня в засышке под разностью напоров начинался процесс фильтрации. Спустя некоторое время (около 20 минут) показания пьезометров переставали изменяться. Это свидетельствовало о том, что в лотке наступал стационарный режим фильтрации. После этого фиксировались показания верхних пьезометров (табл. 4).

Для моделирования процесса подпора в правый отсек до отметки 0,35 см залпом была залита вода и переставлен сливной кран на новый уровень. Спустя 10 секунд после этого, авторы работы начали снимать показания с пьезометров. В результате физического моделирования получены следующие результаты (табл. 4 и рис. 6).

Таблица 4. Результаты физического моделирования

Table 4. Results of physical modeling

Время, с Time, s	Напоры в сечениях, м/Heads in sections, m						
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	
28047 с (модель) 28047 s (model)	0,40	0,374	0,347	0,318	0,286	0,250	
факт.		0,351	0,330	0,307	0,290	0,250	
24		0,385	0,370	0,355	0,345	0,350	
48		0,387	0,377	0,366	0,348		
96		0,380	0,368	0,357	0,352		
120		0,380	0,370	0,360	0,354		
144		0,382	0,371	0,362	0,356		
168		0,382	0,372	0,362	0,356		
240		0,383	0,375	0,366	0,360		
312		0,383	0,376	0,368	0,361		
24480 с (модель) 24480 s (model)		0,391	0,381	0,371	0,361		

Анализируя данные в табл. 4 и на рис. 6, можно сделать следующие выводы. Фактическая депрессионная кривая (при напорах 0,40 и 0,25 м) не соответствует расчетной. Разница в уровнях составляет от 1 до 2 см. На фактической депрессионной кривой фиксируются две точки перегиба на расстоянии 0,1 и 0,9 м от левой границы.

Анализируя депрессионные кривые на рис. 6, можно сделать вывод, что первый замер через 10 с произведен слишком поздно: зафиксировать возмущение от подпора уже не удалось, уровни резко поднялись за 5–8 с и через 10–20 с достигли нового состояния равновесия (стационарного режима фильтрации). Стоит отметить, что фактический уровень, зафиксированный на лотке через 312 с после создания подпора, и модельный уровень, полученный через 24412 с после начала расчета, имеют более высокую сходимость (в 2–3 точках практически совпадают).

Большая разница в скорости наступления стационарного режима фильтрации, очевидно, связана с тем, что реальная величина водоотдачи песка гораздо ниже величины водоотдачи, задаваемой в расчете.

Выводы

1. В результате работы проведено физическое моделирование на фильтрационном лотке и численное моделирование с использованием самостоятельно написанной программы на языке программирования QBasic.
2. Рассмотрены процессы фильтрации: при стационарном режиме фильтрации на междуречном массиве с постоянными уровнями и при нестационарном режиме фильтрации при подпоре в междуречном массиве, под влиянием подъема уровня воды на правой границе. По данным моделирования построены депрессионные кривые при стационарном и нестационарном режиме.
3. По формуле Дюпюи доказана правильность расчетов компьютерной программы.
4. Выявлена неудовлетворительная сходимость фактических значений уровня с модельными при стационарном режиме и при уровнях 0,40 и 0,25 м. При повышении уровня до 0,35 м расхождения практически отсутствуют или невелики.
5. На численной модели продемонстрирована зависимость темпа изменения уровня от величины уровневых непроводности: чем больше уровневая непроводность, тем быстрее наступает стационарный режим фильтрации (быстрее реагируют границы пласта – фильтрационного лотка). Депрессионные кривые построены на различные моменты времени.
6. На форме депрессионной кривой, полученной на фильтрационном лотке, хорошо заметны два участка, примыкающие к границам: вблизи границ идет достаточно резкий спад (скачок) уровней. Этот скачок обусловлен, по мнению авторов, изменением фильтрационного сопротивления между сеткой и песчаной засыпкой.

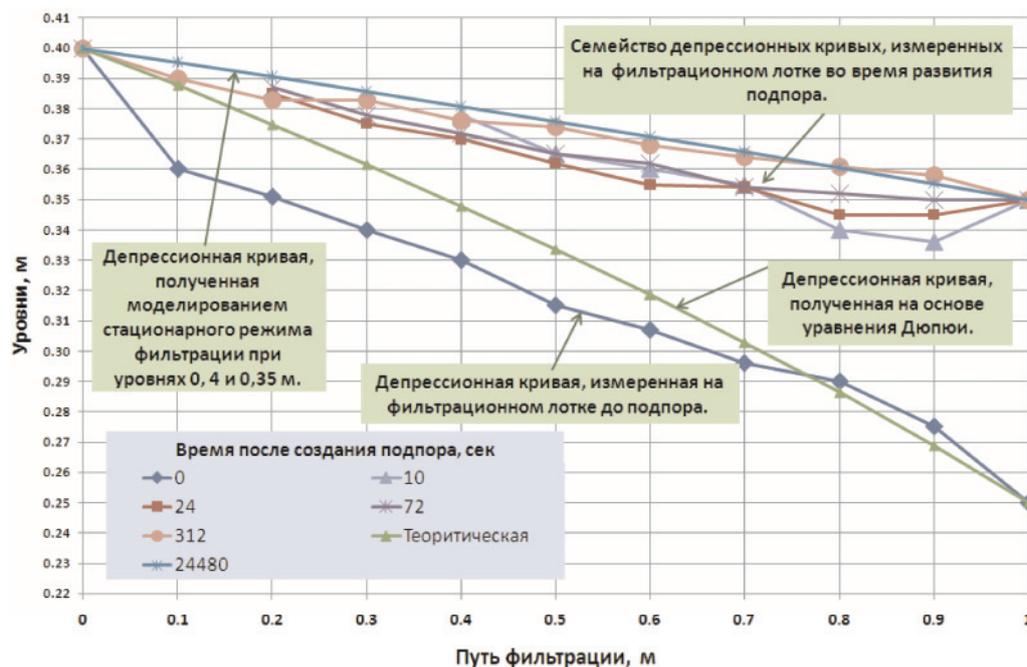


Рис. 6. Депрессионные кривые, зафиксированные на фильтрационном лотке на разные моменты времени. Напор на левой границе 0,40 м, напор на правой границе 0,25 м, после подпора 0,35 м

Fig. 6. Depressions curves recorded on filtration tray in different time points. The head on the left border is of 0,40 m, head on the right border is of 0,25 m, after a subtime it is of 0,35 m

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вевировская М.А., Кравченко И.П., Румянцев С.А. Метод гидравлических аналогий В.С. Лукьянова и метод электрогидродинамических аналогий Н.Н. Павловского применительно к фильтрационным расчетам. – М.: Изд-во Московского Университета, 1962. – 258 с.
2. Лукнер Л., Шестаков В.М. Моделирование геофильтрации. – М.: Недра, 1976. – 407 с.
3. Жернов И.Е., Шестаков В.М. Моделирование фильтрации подземных вод. – М.: Недра, 1971. – 226 с.
4. Jadwiga R.Z., Jeffrey M.P. Competition for water resources. Experiences and Management Approaches in the US and Europe. – St. Paul, Minnesota: Elsevier, 2016. – 460 p.
5. Anderson M.P., Woessner W.W. In Applied Groundwater Modeling. – San Diego: Academic Press, 2015. – 564 p.
6. Qifei Niu, Dante Fratta, Yu-Hsing Wang. The use of electrical conductivity measurements in the prediction of hydraulic conductivity of unsaturated soils // Journal of Hydrology. – March, 2015. – V. 522. – P. 475–487.
7. Delay F., Ackerer Ph. The reduction of hydrological models for less tedious practical applications // Université de Strasbourg. – 2016. – V. 348 – P. 89–98.
8. Гавич И.К. Теория и практика применения моделирования в гидрогеологии. – М.: Недра, 1980. – 358 с.
9. Chiang W.-H., Kinzelbach W. Processing Modflow. A Simulation System for Modeling Groundwater Flow and Pollution. – Canada, a Schlumberger Company, 1998. – 334 p.
10. Zekai Şen. In Practical and Applied Hydrogeology. – Oxford: Elsevier, 2015. – 406 p.
11. Smith L. Hydrogeology. Encyclopedia of Physical Science and Technology (third Edition). – Vancouver, BC, Canada: University of British Columbia, 2015 – 406 p.
12. Gayathri K.D., Ganasri B.P., Dwarakish G.S. A Review on Hydrological Models // International conference on water resources, coastal and ocean Engineering ICWRCOE. – India, 2015. – P. 1001–1007.
13. Каменский Г.Н. Основы динамики подземных вод. Второе переработанное и дополненное издание. – М.: Государственное издательство геологической литературы комитета по делам геологии при СНК СССР, 1943. – 248 с.
14. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУЗов. Издание четвертое, дополненное. – М.: Физматгиз, 1963. – 856 с.
15. Всеволожский В.А. Основы гидрогеологии. – М.: Изд-во Московского университета, 2007. – 448 с.
16. Климентов П.П., Кононов В.М. Динамика подземных вод. – М.: Высшая школа, 1985. – 384 с.
17. Максимов В.М., Кирюхин В.А., Боровский Б.В. Справочник гидрогеолога в двух частях. Ч. 1. Т. 1. Геология. Книга третья. – М.: Горное дело, 2013. – 472 с.
18. Кирюхин В.А. Общая гидрогеология. – СПб.: Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет), 2008. – 439 с.
19. Фисун Н.В., Ленченко Н.Н. Динамика подземных вод. – М.: Научный мир, 2016. – 268 с.
20. Шварцев С.Л. Общая гидрогеология. – М.: Альянс, 2012. – 601 с.
21. Шестаков В.М. Гидрогеодинамика. – М.: КДУ, 2009. – 334 с.
22. Gavich I.K. Hydrogeodynamics. – Rotterdam, Brookfield, 1997. – 417 p.

Поступила 14.05.2017 г.

Информация об авторах

Белов К.В., кандидат геолого-минералогических наук, доцент кафедры гидрогеологии В.М. Швеца Российского государственного геологоразведочного университета им. Серго Орджоникидзе.

Лисенков А.Б., доктор геолого-минералогических наук, профессор кафедры гидрогеологии В.М. Швеца Российского государственного геологоразведочного университета им. Серго Орджоникидзе.

Пономарев А.Д., студент академического бакалавриата гидрогеологического факультета Российского государственного геологоразведочного университета имени Серго Орджоникидзе.

Горбатенко Н.С., студент академического бакалавриата гидрогеологического факультета Российского государственного геологоразведочного университета имени Серго Орджоникидзе.

UDC 517.9

STUDY OF FLUID FILTRATION IN A POROUS MEDIUM USING PHYSICAL AND NUMERICAL MODELING

Konstantin V. Belov¹,
kostik-belowne@rambler.ru

Aleksandr B. Lisenkov¹,
lisenkov.rsgpu@mail.ru

Artem D. Ponomarev¹,
ponomor.tema@mail.ru

Natalia S. Gorbatenko¹,
rsi_tura@list.ru

¹ Russian State Geological Prospecting University n.a. Sergo Ordzhonikidze,
23, Miklouho-Maklay street, Moscow, 117997, Russia.

At the beginning of the XX century, hydrogeological modeling (in the broadest sense of the word) started developing. The first time physical modeling was conducted on the trays of various designs. In the result, factual material was accumulated on which the theoretical constructions (hydrogeodynamics of underground water and others) were based. With the development of computer technology and mathematical apparatus to describe filtration laws the modeling was applied not only to build theoretical models, but also for solving different kinds of problems: calculation of lowering the groundwater level at water extraction, evaluation of groundwater resources, calculations of flooding in impoundment or operation of irrigation systems. These tasks were solved by analytical methods, methods of electro-hydrodynamic analogy, and since the 1960–1970s by the methods of numerical computer simulation. The modern programs have been developed for numerical model operation, which allow solving hydrogeothermic tasks along with hydrodynamic and hydrochemical ones. Thus, rich material was saved up for the centenary period of the researches. The students-hydrogeologists collected and analyzed the actual material by various methods of hydrogeological model operation as well as characteristic author's researches were conducted by preparation of the matter

Relevance of the work consists in necessity to involve students to scientific and practical activities in the course of their training, thereby increasing quality of training of students.

The main aim of the study is to compare and analyze the depression curves obtained by the methods of physical and numerical modeling.

The methods used in the study: physical modeling on a filtration tray, programming, numerical modeling on the computer.

The results. The authors designed the filtration tray at the department of hydrogeology; considered the differential equations describing filtration; wrote the computer program in the QBasic programming language. Now the filtration tray is used in educational process.

Key words:

Filtration, physical and numerical modeling, depression curve, Darcy's law, filter mode, boundary and initial conditions, modeling an explicit scheme using finite differences.

REFERENCES

1. Veviorovskaya M.A., Kravchenko I.P., Rumyantsev S.A. *Metod gidravlicheskih analogiy V.S. Lukyanova i metod elektrogidrodinamicheskikh analogiy N.N. Pavlovskogo primenitelno k filtratsionnym raschetam* [The method of hydraulic analogies of V.S. Lukyanov and the method of electrohydrodynamic analogies of N.N. Pavlovsky applied to the filtration calculations]. Moscow, Lomonosov Moscow State University Publ., 1962. 258 p.
2. Lukner L., Shestakov V.M. *Modelirovanie geofiltratsii* [Modeling of geofiltration]. Moscow, Nedra Publ., 1976. 407 p.
3. Zhernov I.E., Shestakov V.M. *Modelirovanie filtratsii podzemnykh vod* [Modeling of groundwater filtration]. Moscow, Nedra Publ., 1971. 226 p.
4. Jadwiga R.Z., Jeffrey M.P. *Competition for water resources. Experiences and Management Approaches in the US and Europe*. St. Paul, Minnesota, Elsevier, 2016. 460 p.
5. Anderson M.P., Woessner W.W. *In applied groundwater modeling. Simulation of flow and advective transport*. San Diego, Academic Press, 2015. 564 p.
6. Qifei Niu, Dante Fratta, Yu-Hsing Wang. The use of electrical conductivity measurements in the prediction of hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Journal of Hydrology*, 2015, vol. 522, pp. 475–487.
7. Delay F., Ackerer Ph. The reduction of hydrological models for less tedious practical applications. *Comptes Rendus Geoscience*, 2016, vol. 348, pp. 89–98.
8. Gavich I.K. *Teoriya i praktika primeneniya modelirovaniya v gidrogeologii* [Theory and practice of modeling in hydrogeology]. Moscow, Nedra Publ., 1980. 358 p.
9. Chiang W.-H., Kinzelbach W. *3D-groundwater modeling with PMWIN: a simulation system for modeling groundwater flow and pollution*. Berlin, Springer, 2001. 346 p.
10. Zekâi Şen. *In Practical and Applied Hydrogeology*. Oxford, Elsevier, 2015. 406 p.
11. Smith L. *Hydrogeology. Encyclopedia of Physical Science and Technology* (third edition). Vancouver, BC, Canada, University of British Columbia, 2015 pp. 539–546.
12. Gayathri K.D., Ganasri B.P., Dwarakish G.S. A Review on Hydrological Models. *Aquatic Procedia. International conference on water resources, coastal and ocean Engineering ICWRCOE*. India, 2015. pp. 1001–1007.
13. Kamenskiy G.N. *Osnovy dinamiki podzemnykh vod. Vtoroe perebotannoe i dopolnitelnoe izdanie* [Fundamentals of the dynamics of groundwater. The second revised and supplemented edition]. Moscow, State Publishing House of Geological Literature, 1943. 248 p.
14. Piskunov N.S. *Diffirintsialnoe i integralnoe ischesleniya dlya*

- VTUZov. Izdanie chetvertoe, dopolnennoe* [Differential and integral calculus for VTUZ. The fourth edition, supplemented]. Moscow, Physical, mathematical and technical literature Publ. house, 1963. 856 p.
15. Vsevolozhskiy V.A. *Osnovy gidrogeologii* [Fundamentals of hydrogeology]. Moscow, Lomonosov Moscow State University Publ., 2007. 448 p.
 16. Klimentov P.P., Kononov V.M. *Dinamika podzemnykh vod* [Dynamics of groundwater]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1985. 384 p.
 17. Maksimov V.M., Kiryukhin V.A., Borevskiy B.V. *Spravochnik gidrogeologa v dvukh chastyakh* [The reference book of hydrogeologist in two parts]. Moscow, Gornoe delo Publ., 2013. P. 1, vol. 1, 472 p.
 18. Kiryukhin V.A. *Obshchaya gidrogeologia* [Common hydrogeology]. St. Petersburg, St. Petersburg State Mining Institute (Technical University) Publ., 2008. 439 p.
 19. Fisun N.V., Lenchenko N.N. *Dinamika podzemnykh vod* [The dynamics of groundwater]. Moscow, Nauchny mir Publ., 2016. 268 p.
 20. Shvartsev S.L. *Obshchaya gidrogeologia. Izdanie vtoroe pererabotannoe i dopolnennoe* [Common hydrogeology. The second revised and supplemented edition]. Moscow, Alyans Publ., 2012. 601 p.
 21. Shestakov V.M. *Gidrogeodinamika* [Hydrogeodynamics]. Moscow, KDU Publ., 2009. 334 p.
 22. Gavich I.K. *Hydrogeodynamics*. Rotterdam, Brookfield, 1997. 417 p.

Received: 14 May 2017.

Information about the authors

Konstantin V. Belov, Cand. Sc., associate professor, Russian State Geological Prospecting University n.a. Sergo Ordzhonikidze.

Aleksandr B. Lisenkov, Dr. Sc., professor, Russian State Geological Prospecting University n.a. Sergo Ordzhonikidze.

Artem D. Ponomarev, student, Russian State Geological Prospecting University n.a. Sergo Ordzhonikidze.

Natalia S. Gorbatenko, student, Russian State Geological Prospecting University n.a. Sergo Ordzhonikidze.