УДК 621.83:621.81.002.2

АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЦИКЛОИДАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИ С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ

Е.Е. Кобза, Е.А. Ефременков, В.Н. Демидов

Томский политехнический университет E-mail: mecheng@sibmail.com

Выполнен анализ распределения усилий в зацеплении передачи с промежуточными телами качения и свободной обоймой с учетом погрешностей изготовления колес с циклоидальным профилем и тел качения. Определена зависимость изменения усилий в зацеплении от точности изготовления деталей передачи, а так же число тел качения, не участвующих в передаче усилий из-за погрешностей изготовления. Построены зависимости, определяющие угол, на котором происходит прерывание контакта тел качения с профилями циклоидальных колес.

Ключевые слова:

Циклоидальная передача, усилия в зацеплении, технологические погрешности, промежуточные тела качения.

Key words:

Cycloid drive, force analysis, manufacturing tolerances, intermediate rolling elements.

Современное состояние и перспективы развития техники характеризуются повышенными требованиями к массогабаритным характеристикам с сохранением высокой нагрузочной способности приводных механизмов. Особым вниманием пользуются малогабаритные механизмы, обладающие малой массой при большом передаточном отношении в одной ступени, способные обеспечить высокий КПД. К таким механизмам с полным правом можно отнести передачи с промежуточными телами качения (ПТК). Исследованию данных передач посвящены работы В.Н. Кудрявцева, А.Е. Беляева, В.М. Шанникова, Ан И-Кана, Ta-Shi Lai, Hidetsugu Terada [1–5].

Несмотря на широкое применение передач с ПТК они еще мало изучены, методики проектирования и расчета рассмотрены недостаточно полно, в научной литературе рассматриваются в основном вопросы, касающиеся геометрии зацепления. Существующие силовые расчеты разработаны для идеальной передачи, т. е. без учета погрешностей изготовления и монтажа. В реальной передаче с ПТК за счет погрешностей изготовления звеньев возникают зазоры. Зазоры влияют на изменение распределения усилий в зацеплении и контактных напряжений между телами качения, вследствие того, что число тел качения, передающих нагрузку, уменьшается.

Одной из наиболее перспективных конструкций передач с ПТК является передача со свободной обоймой. Рассматривая работу подобной передачи (рис. 1) можно заметить, что тела качения, участвующие в передаче усилий и находящиеся в угловом диапазоне 110...180° от тела качения, находящегося во впадине, контактируют с вершинными участками профилей колес. Поэтому при возникновении технологических погрешностей изготовления профилей колес в этом угловом диапазоне возможно прерывание кинематического контакта тел качения с профилем. Следовательно, возможно уменьшение числа тел качения, участвующих в передаче усилий, и перераспределение сил в зацеплении. Таким образом, целесообразно определить это перераспределение, чтобы рационально назначать допуски на изготовление и обеспечивать высокую надежность передачи с ПТК и свободной обоймой.





Для решения данной задачи необходимо построить циклоидальный профиль с учетом погрешностей изготовления, определить действительное число тел качения, передающих нагрузку, и провести анализ распределения усилий по телам качения в зацеплении передачи с учетом этих погрешностей.

Зададим допуски на взаимодействующие звенья циклоидальной передачи по седьмому квалитету точности. В производственной практике изготовления циклоидальных передач для профилей и тел качения допуски назначаются «в тело» деталей. В расчетах будем рассматривать «худший» случай — когда в передаче будет максимальный зазор. Профиль кулачка с учетом технологического допуска может быть описан эквидистантой к идеальному эпициклоидальному профилю с постоянным смещением s, равным величине поля допуска.

При построении эквидистанты воспользовались методикой предложенной в [4]. Изобразили отрезок циклоидального профиля c_1 и отметим произвольно точку $M(x_M, y_M)$, принадлежащую профилю c_1 (рис. 2). Восстановили нормаль *n-n* к исходному профилю c_1 в выбранной точке M, провели окружность радиусом s, равным смещению эквидистанты относительно исходной кривой с центром в выбранной точке. Данная окружность имеет две точки пересечения с нормалью *n-n* циклоидального профиля N_1 и N_2 . Таким образом, получили точки, принадлежащие искомым эквидистантам. Проведя аналогичные построения из каждой точки рассматриваемой кривой получим ряд точек, образующих эквидистанты c_2 и c_3 .

Аналитическая запись данных построений сводится к следующим уравнениям, совместное решение которых определяет координаты всех точек эквидистант c_2 и c_3 (рис. 2):

$$(x_{\rm N} - x_{\rm M})^2 + (y_{\rm N} - y_{\rm M})^2 = s^2, \qquad (1)$$

$$f'(x)\frac{y_{\rm N} - y_{\rm M}}{x_{\rm N} - x_{\rm M}} = -1.$$
 (2)

Уравнение (1) описывает окружность, радиус которой является смещением эквидистанты относительно эпициклоидального профиля. Уравнение (2) задает нормаль *n*-*n*, а y=f(x) является уравнением профиля c_1 .



Рис. 2. Схема построения внешней и внутренней эквидистант к профилю с₁

Как уже говорилось, рассматривается случай, когда технологическая погрешность изготовления колеса максимальна. В дальнейших расчетах для профилей кулачка и венца выбирается внутренняя эквидистанта, характеризующая наименьший и наибольший предельные размеры соответственно. Согласно рис. 2 для профиля кулачка, внутренней будет c_3 , а для венца – c_2 .

После определения допусков и построения эквидистанты проверяем условие касания тел качения с профилем кулачка, чтобы определить количество «рабочих» тел качения. Для этого переместим тело качения, вдоль линии действия силы, до касания с профилем венца (рис. 3). Здесь полагаем, что при касании реальных тел качения с реальным профилем венца центры тел качения будут располагаться на окружности с центром в точке O_2 . Это определяется геометрией передачи и кинематикой зацепления. Суммарный зазор от допусков на изготовление Δ_{Σ} выбирается поворотом кулачка на угол $\Delta \phi$ относительно оси передачи O_3 .

Величина суммарного зазора определяется из выражения:

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta_{\rm B} + \Delta_{\rm tk} + \Delta_{\rm k},$$

где $\Delta_{\rm B}, \Delta_{\rm K}, \Delta_{\rm TK}$ — величина половины поля допуска на диаметральные размеры венца и кулачка, величина поля допуска на диаметр тела качения.





Учитывая погрешности изготовления профилей и тел качения, проанализировали зацепление с уже выбранными зазорами. Теоретически полагается, что тела качения находятся в постоянном контакте с обоими профилями колес и передают усилие на угле 180°. Однако, при наличии погрешностей изготовления возможен случай, когда тела качения будут находиться в контакте только с одним профилем, с другим профилем контакт будет разорван.

Определим угол в пределах 180°, на котором непрерывность контакта с одним из профилей будет нарушена вследствие погрешностей изготовления. Для этого рассмотрим зацепление, полагая непрерывный контакт тел качения с профилем венца и заменив кулачок окружностью его выступов R_{s} , а тела качения окружностью, на которой находятся ближайшие к центру точки тел качения R_{0} , изготовленного с погрешностью (рис. 4).

Радиус окружности выступов $R_{\rm B}$ кулачка определяется по формуле:

$$R_{\scriptscriptstyle \rm B} = r_2 \left(\chi + \frac{1}{Z_2} \right) - r_{\scriptscriptstyle \rm TK} - \Delta_{\scriptscriptstyle \rm K}, \qquad (3)$$

где $r_{\text{тк}}$ – радиус тела качения; χ – коэффициент смещения; Z_2 – число тел качения; r_2 – радиус производящей окружности.

Радиус *R*₀ определим из выражения:

$$R_0 = r_2 \chi - r_{\rm tk} + \Delta_{\rm tk} + \Delta_{\rm B}. \tag{4}$$

Проведя окружность радиусом $R_{\rm B}$ из центра O_1 , а окружность радиусом R_0 – из центра O_2 (рис. 4), заметим, что они пересекаются в точке K. Соединив эту точку с центром O_2 , получим отрезок под углом α к вертикальной оси. Тела качения, попадающие в этот угол, не участвуют в передаче нагрузки и не контактируют с профилем кулачка. Таким образом, зная угол α и угол между телами качения, можно определить число тел качения, не участвующих в передаче усилий.



Рис. 4. Схема к определению разрыва кинематического контакта тела качения с профилем: В₁, В₂, В₃ – центры тел качения, находящихся в пределах угла α

Определим координаты точек пересечения окружностей радиусами *R*_в и *R*₀ из уравнений:

$$x_{\kappa}^{2} + y_{\kappa}^{2} = R_{0}^{2}, \qquad (5)$$

$$x_{\kappa}^{2} + (y_{\kappa} - e_{1})^{2} = R_{\scriptscriptstyle B}^{2}, \qquad (6)$$

где *e*₁ — эксцентриситет центроид обоймы и кулачка

$$\left(e_1=\frac{r_2}{Z_2}\right)$$
, рис. 4

Решив совместно уравнения (5) и (6), определили координаты точки *К* по формулам:

$$y_{\kappa} = \frac{R_0^2 - R_{\scriptscriptstyle B}^2 + e_1^2}{2e_1},\tag{7}$$

$$x_{\kappa} = \sqrt{R_0^2 - y_{\kappa}^2}.$$
 (8)

Угол α определим из зависимости:

$$\alpha = \arccos\left(-\frac{y_{\kappa}}{\sqrt{x_{\kappa}^2 + y_{\kappa}^2}}\right).$$
(9)

Угол между телами качения определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{2\pi}{Z_2}.$$
 (10)

Сравнив углы α и φ , можно определить действительное число тел качения, участвующих в передаче усилий: тела качения, центры которых находятся в пределах угла α (рис. 4) не участвуют в передаче усилий и не рассматриваются при определении максимального усилия в зацеплении передачи с ПТК и свободной обоймой.

С учетом действительного числа тел качения, воспринимающих нагрузку, определяем максимальное усилие в зацеплении передачи с ПТК и свободной обоймой:

$$P_{\max} = \frac{T_{\text{BMX}} r_1}{\sum_{i \neq j}^n h_i^2},\tag{11}$$

где h_i — кратчайшее расстояние от центра венца/кулачка до линии действия *i*-го усилия в зацеплении (рис. 3); $T_{\text{вых}}$ — крутящий момент на выходном валу редуктора.

Дальнейший расчет распределения усилий между телами качения в зацеплении аналогичен расчету идеальной передачи [1, 6].

Применив данную методику, проверили влияние погрешностей изготовления на распределение усилий у ряда передач с измененными исходными параметрами. Для этого в первую очередь определили параметры зацепления, оказывающие наибольшее влияние на распределение усилий в передаче.

В литературе [3] для цевочной передачи доказано, что равномерность распределения усилий увеличивается с ростом числа зубьев Z. С уменьшением Z, зубья, работающие в начале зацепления, значительно больше нагружены, чем зубья, находящиеся в конце зацепления. А такие параметры как эксцентриситет и радиус центров тел качения оказывают очень малое влияние. Анализ влияния эксцентриситета, числа тел качения, радиуса производящей окружности и радиуса центров тел качения на распределение усилий в зацеплении передачи с промежуточными телами качения показал, что аналогично цевочной передаче, основным фактором, влияющим на равномерность распределения усилий, является число тел качения Z₂, а остальные параметры влияют незначительно (рис. 5).



Рис. 5. График изменения сил в передаче с ПТК и свободной обоймой в зависимости от количества тел качения, участвующих в зацеплении. Нумерация тел качения показана на рис. 1 (e=3 мм, r_ц=58,5 мм, T_{вых}=110 H·м)

Поэтому уменьшение количества одновременно работающих тел качения (коэффициента перекрытия) за счет погрешностей изготовления может оказывать значительное влияние для передач с высоким передаточным отношением.

Рассмотрен ряд передач, где число тел качения изменяется от 11 до 51. Коэффициент смещения для всех передач примем постоянным, χ =1,4.

Технологические допуски на звенья передачи приняты одинаковыми для анализируемого ряда, т. к. значения габаритных размеров деталей не выходят за пределы одного размерного интервала:

- ∆_в=0,03 мм на венец;
- ∆_{тк}=0,01 мм на тело качения;
- $\Delta_{\kappa} = 0,03$ мм на кулачок.

Графики зависимости углов α и ϕ от числа тел качения Z_2 построили в одной системе координат (рис. 6). Зависимость $\alpha(Z_2)$, рис. 6, характеризует изменение угла прерывания контакта в зависимости от числа тел качения Z₂ при постоянных значениях остальных параметров. График $\alpha(Z_2)$ строили по зависимостям (3)–(9). Зависимость $\alpha_1(Z_2)$ (рис. 6) характеризует изменение угла прерывания контакта в зависимости от числа тел качения Z2 при изменяющемся значении радиуса центров тел качения r_{μ} (рис. 3). Изменение (увеличение) радиуса центров тел качения объясняется необходимостью сохранения, в допустимых пределах, габаритных размеров механизма и обеспечения прочности элементов передачи. График изменения угла расположения тел качения $\varphi(Z_2)$ строили по формуле (10). Точка пересечения кривых $\alpha(Z_2)$ и $\varphi(Z_2)$ определяет значение числа тел качения, с которого начинается прерывание контакта тела качения с циклоидальным профилем, вызванное технологическими погрешностями изготовления.

Как видно из графиков (рис. 6), с увеличением числа тел качения в передаче разность значений углов α и φ растет, т. е. увеличивается число тел качения, находящихся в зоне прерванного контакта.

Начиная с $Z_2=25$ (рис. 6, *a*) кривые $\alpha(Z_2)$ и $\alpha_1(Z_2)$ расходятся, что связано, как говорилось выше, с увеличением радиуса центров тел качения, который определяется через исходные параметры r_2 и χ [6]. Увеличение r_{μ} вызвано необходимостью обеспечения прочности сепаратора.

Увеличение радиуса центроиды кулачка r_2 с ростом числа тел качения Z_2 , уменьшает влияние зазоров в передаче на распределение усилий в зацеплении.





Как видно из рис. 6, б, увеличение технологических допусков увеличивает количество тел качения, не участвующих в зацеплении. Начиная с Z_2 =45 количество тел качения, находящихся в зоне прерванного контакта, составляет 11 % от общего числа, тем ни менее, изменение максимального усилия, рассчитанного по формуле (11), находится в пределах 3 %. Это объясняется тем, что большая часть нагрузки (85...95 %) приходится на участок профиля 0...130°. Таким образом, данный расчет рекомендуется проводить лишь как проверочный для высоконагруженных редукторов, работающих на предельных возможностях материала деталей.

Выводы

Анализ распределения усилий в зацеплении передачи с промежуточными телами качения и свободной обоймой с учетом погрешностей изготовления колес с циклоидальным профилем и тел качения показал, что при увеличении зазоров в зацеплении, усилия, действующие на тела качения, увеличиваются незначительно. При уменьшении точности (с *H*7 до *H*10) зазоры в зацеплении увели-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. Л.: Машиностроение, 1966. – 308 с.
- Ан И-Кан, Беляев А.Е. Синтез планетарных передач применительно к роторным гидромашинам. – Новоуральск: НПИ МИФИ, 2001. – 92 с.
- Шанников В.М. Планетарные редукторы с внецентроидным зацеплением. – Л.: Машгиз, 1948. – 173 с.

чиваются на порядок, в то же время максимальная нагрузка на тело качения увеличивается не более чем на 3 %. Выведены зависимости, позволяющие определить число тел качения, не участвующих в передаче усилий на угле 180°, и распределение усилий между уменьшенным числом тел качения. Определена величина угла прерывания контакта тел качения с циклоидальным профилем в зависимости от исходных параметров передачи.

- Lai T.S. Design and machining of the epicycloid planetary gear of cycloid drives // Intern. J. Adv. Manufact. Tech. – 2006. – № 28. – P. 665–670.
- Terada H. The Development of gearless reducers with rolling balls // J. of Mech. Science and Tech. – 2010. – № 24. – P. 189–195.
- Ефременков Е.А. Разработка методов и средств повышения эффективности передач с промежуточными телами качения: дис. ... канд. техн. наук. – Томск, 2002. – 126 с.

Поступила 23.12.2011 г.

УДК 62-231

СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ С УЛУЧШЕННЫМИ КАЧЕСТВЕННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

А.В. Черемнов, Ан И-Кан, О.П. Ивкина

Томский политехнический университет E-mail: arsenij85@sibmail.com

Выявлены причины возникновения избыточных связей в составе передач с промежуточными телами качения. Показана возможность создания механической передачи, обладающей высоким коэффициентом полезного действия, на базе передачи с промежуточными телами качения.

Ключевые слова:

Кинематическая пара, избыточные связи, трение качения, передача, синтез.

Key words:

Kinematic pair, reduntant constraint, rolling friction, gear, synthesis.

Введение

Важнейшей задачей современного машиностроения, в условиях рыночной экономики, является улучшение качества выпускаемой продукции, экономия материалов, поиск путей снижения массы и габаритов изделий.

Наилучшим образом, из всех видов зубчатых передач, этим требованиям удовлетворяют передачи с промежуточными телами качения (ПТК), отличающиеся существенно меньшими габаритами, весом и большей нагрузочной способностью по сравнению с другими видами передач. Отмеченное преимущество объясняется распределением нагрузки среди большого количества промежуточных тел (до 50 %) и рациональным использованием внутреннего пространства передач этого типа. Следовательно, в самой схеме передачи с ПТК, при прочих равных условиях, заложены возможности получения значительно меньших габаритов и веса. Несмотря на обилие работ по передачам с ПТК [1–3], имеется мало публикаций, в которых рассматривается пространственное зацепление посредством промежуточных тел качения.

Известно, что все зубчатые передачи являются многопарными, т. е. в зацеплении одновременно участвует две и более пар зубьев. Многопарность зацепления обеспечивает плавность хода передачи, однако, появляются избыточные связи, которые приводят к снижению нагрузочной способности и сокращению ресурса работы зубчатых колес.

В работе [4] отмечено, что самоустанавливающиеся механизмы (механизмы, в которых отсутствуют избыточные связи) обладают наиболее высоким коэффициентом полезного действия (КПД), способны работать при более высоких нагрузках и менее чувствительны к погрешностям изготовления. Таким образом, для получения передачи с ПТК, обладающей высоким КПД, необходимо,