УДК 531.717+681.2.083

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИАЛЬНОГО БИЕНИЯ РОТОРА ПО СИГНАЛУ С ДАТЧИКА ВРАЩЕНИЯ

Е.С. Зайцев, А.И. Домненко, В.Г. Астафуров*

ОАО «ПО «Электрохимический завод», г. Зеленогорск Красноярского края *Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники E-mail: zaytsev es@mail.ru

Предложена модель вращения индуктора датчика в поле постоянного магнита. На ее основе разработаны методы определения радиального биения (колебания) ротора, различающиеся по точности результата, сложности математического аппарата и возможностям использования в системах с разной вычислительной мощностью. Предложенные методы могут применяться для контроля технического состояния роторных машин по величине биений с использованием датчиков вращения, входящих в состав оборудования.

Ключевые слова:

Ротор, дисбаланс, вибрация, колебание, биение, диагностика, датчик вращения.

Key words:

Rotor, unbalance, vibration, run-out, diagnostics, rotation sensor.

Введение

При эксплуатации роторного оборудования (турбины, генераторы, центрифуги) важным является контроль технического состояния машины. Такой контроль осуществляется путем измерения параметров оборудования: частоты вращения, давления, температуры, вибрации и т. д. Вибрация машины вызвана, как правило, наличием дисбаланса масс ротора, который приводит к его изгибу. В результате возникают периодические колебания ротора в плоскости, перпендикулярной оси вращения [1, 2]. Для количественного описания этих колебаний используется величина радиального биения (РБ) [3]. В процессе эксплуатации машины дисбаланс ротора может меняться в силу различных причин: появления дефектов и трещин, изменения гидравлического режима, накопления коррозионных отложений [2]. Изменение дисбаланса, в свою очередь, приводит к изменению РБ. Таким образом, контролируя РБ, можно отслеживать и прогнозировать техническое состояние роторных машин. Это позволяет своевременно осуществлять вывод оборудования в ремонт, предотвращать аварийные ситуации, проводить оптимизацию производства.

Для контроля РБ используют датчики близости или вибрации [2, 4], дополнительно размещаемые в оборудовании. В некоторых случаях применение таких датчиков экономически невыгодно или технически сложно реализуемо (например, если ротор вращается в агрессивной среде). С другой стороны, датчик вращения (ДВ) ротора практически всегда присутствует в оборудовании и может использоваться для определения РБ путем анализа параметров сигнала с этого датчика.

Известен метод контроля РБ, основанный на анализе спектра сигнала с ДВ [5], который позволяет на основе соотношений между спектральными составляющими сигнала рассчитать величину биения. Метод, представленный в [5], удобен при использовании в лабораторных условиях, но его внедрение в действующие промышленные системы контроля частоты вращения (СКЧВ) роторного оборудования затруднено. Это связано с тем, что не все СКЧВ позволяют получить информацию о спектре сигнала с ДВ. Данные системы, как правило, выполняют измерение только длительностей периодов сигнала с ДВ. Поэтому актуальной представляется задача разработки методов, которые на основе информации только о длительностях периодов сигнала позволяют определять РБ ротора. Создание указанных методов является целью настоящей работы.

Постановка задачи

На рис. 1 показан ротор, оснащенный индуктивным ДВ, называемым также датчиком с переменным магнитным сопротивлением [4]. Датчик состоит из катушки индуктивности – 3, в которой наводится переменное напряжение за счет вращения индуктора – 4 в поле постоянного магнита – 2. Индуктор располагается на роторе – 1 соосно и имеет форму правильного многоугольника со скругленными вершинами.

Вращающийся индуктор вызывает периодическое изменение магнитного сопротивления в магнитной цепи катушки ДВ, которое наводит в ней ЭДС с частотой, пропорциональной скорости вращения. Сигнал с ДВ может быть разделен на *n* отдельных периодов T_i (*i*=1,*n*), соответствующих прохождению выступов или граней индуктора наиболее близко к датчику вращения [6], где *п* – число выступов индуктора. Нумерация периодов устанавливается согласно порядку их следования в сигнале с ДВ по моментам прохождения вершин индуктора. В случае если индуктор имеет геометрические особенности, позволяющие выделить один из периодов (например, по амплитуде формируемой ЭДС), данный период принимается за первый, в противном случае за первый принимается произвольный период.



Рис. 1. Схематическое изображение ротора с индуктивным ДВ: 1) ротор; 2) магнит; 3) катушка ДВ; 4) индуктор; 5) геометрическая ось; 6) ось вращения; 7) плоскость измерения биения, А – модуль вектора РБ, ● – центр вращения индуктора, ○ – геометрический центр индуктора

Из-за наличия дисбаланса масс происходит изгиб ротора [1, 2]. При этом геометрическая ось ротора – 5 отклоняется от его оси вращения – 6. В результате возникает РБ. При измерении биений считают, что они вызваны преимущественно изгибом ротора, а не погрешностью изготовления и установки его деталей. В этом случае РБ в плоскости измерения - 7 определяется отклонением геометрического центра ротора от его центра вращения (символы • и ∘ на рис. 1) и выражается векторной величиной. Модуль вектора РБ А определяет размах колебаний профиля поверхности вращения в плоскости, перпендикулярной оси вращения. Угол вектора РБ φ определяет направление наибольшего отклонения профиля поверхности вращения в плоскости, перпендикулярной оси вращения, относительно выбранного радиального направления.

Отклонение геометрической оси ротора от его оси вращения приводит к соответствующему изменению периодов сигнала с ДВ. Требуется: зная геометрическую форму индуктора, а также длительности периодов сигнала с ДВ T_i , определить модуль A и угол φ РБ в плоскости индуктора.

Модель вращения индуктора

Для решения поставленной задачи используем модель вращения индуктора ротора вблизи катушки ДВ. На рис. 2 представлена геометрическая модель для случая индуктора, имеющего форму правильного треугольника со скругленными вершинами. В модели задана координатная плоскость, связанная с вращающимся ротором. Точка начала координат совмещена с геометрическим центром индуктора. Ось ординат *У*установлена в направлении одного из выступов индуктора, с которого начинается нумерация выступов и соответствующих периодов сигнала с ДВ.



Рис. 2. Модель вращения треугольного индуктора вблизи катушки ДВ: 1) индуктор; 2) ротор; 3) катушка ДВ, ● – центр вращения индуктора, ○ – геометрический центр индуктора

Положение центра вращения относительно геометрического центра индуктора определяется координатами (x, y). Удвоенный радиус-вектор центра вращения представляет собой вектор РБ:

$$A = 2\sqrt{x^2 + y^2}, \ \varphi = \arg(x, y) - \pi/2.$$
 (1)

Угол вектора РБ φ отсчитывается от направления на первый выступ индуктора.

Символами V_1 , V_2 , V_3 на рис. 2 обозначены точки, определяющие центры скруглений выступов индуктора. Прохождение *i*-го выступа индуктора наиболее близко к ДВ соответствует нахождению на одной линии центра скругления, центра вращения и катушки ДВ. При этом сигнал с ДВ становится равным нулю. Углы между указанными прямыми обозначены α_1 , α_2 , α_3 . Для произвольного числа выступов индуктора *n* угол α_i связан с длительностью соответствующего периода сигнала с ДВ T_i , $(i=\overline{1,n})$ соотношением:

$$\alpha_i = 2\pi T_i / (nT_0), \qquad (2)$$

где T_0 – средняя длительность периода, $T_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$.

На основе геометрической модели с учетом выражения (2) получают систему уравнений, связывающую длительности периодов T_i с координатами центра вращения индуктора (*x*, *y*):

 $T_i = F_i(x, y, T_0, x_{v_1}, y_{v_2}, x_{v_2}, y_{v_2}, \dots, x_{v_n}, y_{v_n}),$ (3) где (x_{v_i}, y_{v_i}) – координаты центров скруглений выступов индуктора V_i .

Для случая треугольного индуктора (*n*=3, рис. 2) система уравнений имеет вид:

$$T_{1} = \frac{3T_{0}}{2\pi} \left[\pi - \arctan\left(\frac{x_{v_{1}} - x}{y_{v_{1}} - y}\right) + \arctan\left(\frac{x_{v_{2}} - x}{y_{v_{2}} - y}\right) \right],$$

$$T_{2} = \frac{3T_{0}}{2\pi} \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{x_{v_{3}} - x}{y_{v_{3}} - y}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{x_{v_{2}} - x}{y_{v_{2}} - y}\right) \right],$$

$$T_{3} = \frac{3T_{0}}{2\pi} \left[\pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{x_{v_{1}} - x}{y_{v_{1}} - y}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{x_{v_{3}} - x}{y_{v_{3}} - y}\right) \right].$$
 (4)

В эту систему в качестве параметров входят координаты центров скруглений выступов индуктора (x_{v_i}, y_{v_i}) , зависящие от формы и размеров индуктора. Целесообразно выразить координаты (x_{v_i}, y_{v_i}) через единый параметр *R*, соответствующий радиусу окружности, на которой расположены центры скруглений выступов индуктора (рис. 2). Значение параметра *R* можно предварительно установить, исходя из чертежных размеров индуктора, и уточнить впоследствии по результатам экспериментальных исследований.

Для индуктора, имеющего форму правильного треугольника (рис. 2), найдем:

$$x_{V1} = 0, \ y_{V1} = R, \ x_{V2} = R\sqrt{3}/2, \ y_{V2} = -R/2,$$
$$x_{V3} = -R\sqrt{3}/2, \ y_{V3} = -R/2,$$
(5)

где R – параметр, соответствующий радиусу окружности, на которой располагаются центры скруглений выступов индуктора.

Расчет вектора биения по уравнениям модели

Согласно представленной модели задача о нахождении вектора биения сводится к определению по системе уравнений (3) координат центра вращения индуктора (x,y). Полученные координаты используются в выражениях (1) для расчета модуля и угла РБ.

Используя любой прибор, обеспечивающий измерение длительностей периодов сигнала с ДВ в последовательности, соответствующей прохождению выступов индуктора наиболее близко к ДВ, определяют измеренные значения длительностей периодов T_{Mi} , (*i*=1,*n*). При подстановке значений *T_{мі}* вместо левых частей выражений (3) получают систему уравнений, решение которой дает координаты центра вращения индуктора. На практике, система уравнений (3) будет являться несовместной в силу различных причин: неточности изготовления индуктора, деформации его при вращении, наклоне ротора и т. д. В этом случае решением можно считать такую точку М с координатами (x_{M}, v_{M}) , в которой правые части уравнений (3) наиболее близки измеренным значениям длительностей периодов Т_м. Предлагается два способа определения координат точки *М* на основе:

1) методов оптимизации [7];

 комбинации координат точек пересечения линий, заданных уравнениями модели.

Первый способ подробно рассматривался в статье [6]. На основе этого подхода предложен метод согласования позиционно временных зависимостей (СПВЗ) для определения РБ ротора по длительностям периодов сигнала с ДВ. Метод СПВЗ позволяет с хорошей точностью определять РБ роторов, но при внедрении его в действующие СКЧВ может возникать проблема недостатка вычислительных мощностей. Это связано с тем, что для нахождения РБ по методу СПВЗ требуется применять численные алгоритмы оптимизации, которые требуют, как правило, большого объема вычислений [7]. При недостатке вычислительных мощностей (например, если СКЧВ строится на базе восьмиразрядных микроконтроллеров) поиск решения по методу СПВЗ может занимать длительное время, неприемлемое в плане оперативного контроля состояния оборудования. В такой ситуации требуется более простой метод определения РБ. Для его получения воспользуемся подходом (2) решения задачи о нахождении вектора РБ.

Для осуществления второго способа используем координаты точек пересечения (x_{ghp}, y_{ghp}) зависимостей модели (3), где g и h – номера пересекающихся линий, заданных соответствующими уравнениями модели, g=1,2,...,n, h=1,2,...,n, $g\neq h$; p – номер точки пересечения линий g и h. Часть полученных точек может быть отброшена, как несоответствующая условиям физической реализуемости, например, если координаты точки соответствует модулю биения, недостижимому для данного типа машин. Координаты центра вращения M определим как средние арифметические координат точек (x_{ghp}, y_{ghp}) :

$$x_{M} = \frac{1}{s} \sum_{g,h,p} x_{ghp}, \quad y_{M} = \frac{1}{s} \sum_{g,h,p} y_{ghp}, \quad (6)$$

где (x_M, y_M) — координаты центра вращения индуктора; (x_{ghp}, y_{ghp}) — координаты точек пересечения линий, заданных уравнениями модели после отбрасывания точек, неудовлетворяющих условиям физической реализуемости; *s* — число точек.

Исходная система уравнений модели (3) является нелинейной, что делает использование второго способа сложным и аналогичным по затратам вычислительных мощностей методу СПВЗ. Для получения простого метода расчета РБ необходимо выполнить упрощение исходных уравнений модели.

Упрощенный расчет вектора биения

Система уравнений модели (3) в общем случае является нелинейной. Если индуктор представляет собой правильный многогранник или близкую к нему фигуру, и выполняется условие $A \le R$, то углы α_i близки к значениям (360/*n*) градусов, где n - число выступов индуктора. В этом случае нелинейные функции, входящие в систему (3), могут быть представлены в виде ряда Тейлора с учетом только линейных членов ряда. В результате система уравнений (3) будет представлена в виде набора линейных функций, что значительно упрощает расчет РБ.

Ниже представлена последовательность рассуждений для линеаризации системы уравнений модели (4) индуктора, имеющего форму правильного треугольника со скругленными вершинами. При условии, что A много меньше R (рис. 2), получаем:

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{x_{\nu_{1}}-x}{y_{\nu_{1}}-y}\right) \approx 0; \ \operatorname{arctg}\left(\frac{x_{\nu_{2}}-x}{y_{\nu_{2}}-y}\right) \approx -\frac{\pi}{3};$$
$$\operatorname{arctg}\left(\frac{x_{\nu_{3}}-y}{y_{\nu_{3}}-x}\right) \approx \frac{\pi}{3}.$$
(7)

Используя линейную аппроксимацию функции арктангенс вблизи значений углов 0°, (-30°) , 30°, с учетом выражений (7) и (5) преобразуем систему (4):

$$T_{1} = \frac{3T_{0}}{2\pi} \left(\frac{y\sqrt{3} + 3x}{2R} + \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$T_{2} = \frac{3T_{0}}{2\pi} \left(\frac{y\sqrt{3}}{-R} + \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$T_{3} = \frac{3T_{0}}{2\pi} \left(\frac{y\sqrt{3} - 3x}{2R} + \frac{2\pi}{3} \right).$$
(8)

Для расчета координат центра вращения индуктора по выражениям (6), определим точки попарного пересечения прямых, заданных линеаризованными уравнениями модели (8):

$$\begin{aligned} x_{12} &= \frac{2\pi R}{9T_0} (2T_1 + T_2 - 3T_0), \ y_{12} &= -\frac{2\pi R}{3T_0\sqrt{3}} (T_2 - T_0), \\ x_{23} &= -\frac{2\pi R}{9T_0} (2T_3 + T_2 - 3T_0), \ y_{23} &= -\frac{2\pi R}{3T_0\sqrt{3}} (T_2 - T_0), \\ x_{13} &= \frac{2\pi R}{9T_0} (T_1 - T_3), \ y_{13} &= \frac{2\pi R}{3T_0\sqrt{3}} (T_1 + T_3 - 2T_0), \end{aligned}$$
(9)

где (x_{gh}, y_{gh}) — координаты точек попарного пересечения линий, заданных уравнениями *g* и *h* модели.

С помощью (9) и (6), найдем простые функциональные зависимости для определения координат центра вращения индуктора:

$$x_{M} = \frac{2\pi R}{9T_{M0}} (T_{M1} - T_{M3}),$$

$$y_{M} = \frac{2\pi R}{9T_{M0}\sqrt{3}} (T_{M1} - 2T_{M2} + T_{M3}),$$
 (10)

где T_{Mi} – длительности измеренных периодов сигнала с ДВ; T_{M0} – средняя измеренная длительность периода.

Выражения (10) совместно с формулами (1) позволяют по результатам измерения длительностей периодов сигнала с ДВ определить модуль A и угол φ РБ ротора, оснащенного треугольным индуктором (рис. 2). Для индукторов иной формы зависимости для расчета (x_{M} , y_{M}) будут аналогичны (10) и могут быть получены с использованием указанного ранее подхода.

Представленный метод расчета РБ по линеаризованным уравнениям модели и выражениям (6) получил наименование метода средней точки линейного (СТЛ). Данный метод позволяет определять РБ ротора в случае, когда величины РБ много меньше геометрических размеров индуктора ($A \le R$). При больших модулях биений точность метода СТЛ снижается за счет влияния ошибок аппроксимации.

Теоретические расчеты показывают, что максимальная относительная ошибка определения РБ по методу СТЛ в сравнении с результатами метода СПВЗ δ_{max} может быть определена следующей эмпирической формулой:

$$\delta_{\max} = A_{SPVZ} / 4R, \tag{11}$$

где $\delta_{max} = |A_{SPVZ} - A_{STL}| / A_{SPVZ}; A_{SPVZ} - модуль биения, рас$ $считанный по методу СПВЗ; <math>A_{STL}$ – модуль биения, рассчитанный по методу СТЛ.

Таким образом, при измерении РБ, модуль которых не превышает R/25, отклонение результатов метода СТЛ от результатов метода СПВЗ составляет менее 1 %. При этом за счет использования более простого алгоритма расчета, метод может быть внедрен в СКЧВ, имеющие малые вычислительные мощности.

Результаты экспериментальных исследований

В статье [6] представлены результаты экспериментальных исследований метода СПВЗ. Исследования проводились на специальном стенде «Прозрачный» (ПС). Данный стенд позволяет определять модуль РБ путем прямого визуального наблюления колебаний врашающегося ротора по микрометрической шкале с использованием стробоскопической подсветки. В ходе эксперимента в камеру ПС поочередно устанавливались роторы, оснащенные индуктивными ДВ. Роторы разгонялись до определенных частот вращения, после чего с использованием оптической системы ПС выполнялись измерения РБ. Одновременно выполнялись измерения длительностей периодов сигнала с ДВ стенда. По результатам измеренных длительностей периодов Т_{мі} по методу СПВЗ были рассчитаны РБ роторов, после чего их сравнили с результа-



Рис. 3. Зависимость результатов измерения РБ на ПС А_{РS} от результатов измерений по ДВ с применением метода СТЛ А_{STL}: 0 – экспериментальные данные, --- – прямая A_{PS}=A_{STL}

тами ПС. Расчет биений выполнялся с использованием специализированного программного обеспечения на языке C++. Установлено, что метод СПВЗ обеспечивают хорошее совпадение результатов расчета РБ с результатами измерений оптической системой ПС [6].

На основе тех же результатов измерений длительностей периодов T_{Mi} , что использованы в работе [6], был выполнен расчет РБ роторов по методу СТЛ. На рис. 3 показана зависимость результатов измерения модулей РБ на ПС A_{PS} от результатов расчета модулей РБ по методу СТЛ A_{STL} . Зависимость может быть аппроксимирована прямой $A_{PS} \approx A_{STL}$ по методу наименьших квадратов с коэффициентом детерминации 0,99. Проверка согласно критерию Фишера показала, что с доверительной вероятностью 99,9 % полученная прямая является статистически значимой. Таким образом, величины РБ, полученные с использованием метода СТЛ, соответствуют результатам измерений на ПС.

Для экспериментального определения степени расхождения результатов между методами СПВЗ и СТЛ были выполнены измерения длительностей периодов сигнала с ДВ и рассчитаны биения большого количества роторов, работающих в составе технологических установок предприятия. Модули биений исследованных роторов находились в диапазоне от 0 до $A_{maxl} = R/70$. В указанном диапазоне биений полученные относительные отклонения результатов расчета по методу СТЛ от результатов расчета по методу СПВЗ не превышают величины $\delta_{\text{maxl}}=0,45$ %. Из опыта эксплуатации известно, что предельные величины биений исследуемых роторов не превышают значения $A_{max2} = R/30$. Тогда с учетом (11), отклонение результатов метода СТЛ от метода СПВЗ во всем возможном диапазоне

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гусаров А.А. Балансировка роторов машин: В 2 кн. Кн. 1 / отв. ред. С.М. Каплунов. – М.: Наука, 2004. – 267 с.
- Гольдин А.С. Вибрация роторных машин. М.: Машиностроение, 1999. – 344 с.
- ГОСТ 24642-81. Основные нормы взаимозаменяемости. Допуски формы и расположения поверхностей. Основные термины и определения. – Введен 01.07.81; изд. с изм. № 1 от 10.89. – 162 с.
- Аш Ж. и др. Датчики измерительных систем: В 2-х кн. Кн. 1. Пер. с франц. – М.: Мир, 1992. – 480 с.

биений для исследуемых роторов не превышает $\delta_{\max 2} = 1 \%$. Полученная максимальная ошибка является несущественной, поэтому для контроля биений выбранного типа машин вместо метода СПВЗ может быть использован метод СТЛ.

Заключение

Предложена модель вращения индуктора датчика в поле постоянного магнита, на основе которой разработаны методы определения радиального биения ротора по сигналу с индуктивного датчика вращения: согласования позиционно-временных зависимостей и средней точки линейный. Показано, что результаты метода средней точки линейного практически совпадают с результатами более точного метода согласования позиционно-временных зависимостей, когда модули контролируемых радиальных биений много меньше геометрических размеров индуктора. Относительная ошибка расчета по методу средней точки линейному увеличивается пропорционально модулю измеряемого биения. Метод средней точки линейный менее сложен по сравнению с методом согласования позиционно-временных зависимостей и может применяться в условиях ограниченных вычислительных возможностей.

Предлагается использовать метод средней точки линейный в составе действующих микропроцессорных систем контроля частоты вращения роторного оборудования для обеспечения их функцией измерения биений. Метод согласования позиционно-временных зависимостей рекомендуется использовать в составе программно-аппаратных комплексов контроля технического состояния оборудования для обеспечения повышенной точности измерения биений.

- Способ определения параметров колебаний вращающегося ротора: пат. 2180435 Рос. Федерация. Заявл. 05.11.99; опубл. 10.03.02, Бюл. № 7. – 7 с.
- Зайцев Е.С., Домненко А.И. Контроль биений горловин роторов газовых центрифуг с использованием штатных датчиков вращения // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2011. – № 5. – С. 56–60.
- Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. – 2-е изд., исправ. – М.: Высшая школа, 2005. – 544 с.

Поступила 12.01.2012 г.