Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский
Томский политехнический университет»

ISSN 1684-8519

ИЗВЕСТИЯ

ТОМСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Том 320, № 2, 2012

Математика и механика. Физика

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ

г. Томск

ИЗВЕСТИЯ ТОМСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

BULLETIN OF THE TOMSK POLYTECHNIC UNIVERSITY

Журнал зарегистрирован Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Свидетельство ПИ № 77-16615 от 24 октября 2003 г. Учредитель: Томский политехнический университет

Издается с 1903 г.

Подписной индекс по каталогу Агентства «Роспечать» – 18054

Журнал рассылается в адреса 50-и библиотек РФ, США, ФРГ, Великобритании, Франции и 9-и стран ближнего зарубежья

Полнотекстовый доступ к электронной версии журнала возможен на сайтах ТПУ: portal.tpu.ru/izvestiya/; ООО «Научная электронная библиотека»: www.elibrary.ru, www.e-library.ru, а также поисковой системы scholar.google.com

Импакт-фактор РИНЦ 0,121

СОДЕРЖАНИЕ / CONTENTS

Математика и механика. Физика

УДК 514.76

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ПЛОЩАДОК В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Е.Т. Ивлев, Е.А. Молдованова

Томский политехнический университет
E-mail: eam@tpu.ru

Инвариантным аналитическим и геометрическим образом строится поле двумерных площадок, ассоциированных с указанным распределением. Доказывается существование конечного числа двумерных площадок, связанных в каждой точке отображением Коши–Римана. Приводится геометрическая характеристика случаев размерности пространства n=6 и n=8.

***Ключевые слова**:*
Евклидово пространство, отображение.
***Key words**:*
Euclidean spaces, mapping.

Введение

Как известно [1], распределения на дифференцируемых многообразиях занимают важное место в теории дифференциально-геометрических структур. Особое место среди распределений линейных подпространств в однородном пространстве занимает распределение двумерных площадок в многомерном евклидовом пространстве. Данная статья посвящена изучению распределения двумерных площадок в n-мерном евклидовом пространстве.

Все рассмотрения в данной статье носят локальный характер, а функции, встречающиеся в статье, предполагаются функциями класса C^∞.

1. Аналитический аппарат

Рассматривается n-мерное евклидово пространство E_n, отнесенное к ортонормированному реперу $R=(\bar{A},\bar{e}_i)$, $(i,j,k=\overline{1,n})$ с деривационными формулами и структурными уравнениями:

$$d\bar{A}=\omega^i\bar{e}_i,\ d\bar{e}_i=\omega_i^j\bar{e}_j,$$

$$D\omega^i=\omega^j\wedge\omega_j^i,\ D\omega_i^k=\omega_i^j\wedge\omega_j^k,$$

$$\omega_i^j+\omega_j^i=0,\ \left\langle\bar{e}_i;\bar{e}_j\right\rangle=\delta_{ij}=\begin{cases}0,\ i\neq j,\\1,\ i=j.\end{cases}\qquad(1)$$

Здесь символ $<\bar{x};\bar{y}>$означает скалярное произведение векторов $\bar{x},\bar{y}\in E_n$.

В пространстве E_n задается распределение

$$\Delta_{n,2}^1: A\to L_2=(\bar{A},\ \bar{e}_1,\ \bar{e}_2).\qquad(2)$$

Здесь символом $L_p=(\bar{X},\ \bar{x}_1,\ \bar{x}_2,\ldots\bar{x}_p)$ обозначается p-мерная плоскость (p-плоскость) $L_p\subset E_n$, проходящая через точку $X\in E_n$ параллельно линейно независимым векторам $\bar{x}_1,\ \bar{x}_2,\ldots\bar{x}_p$.

В силу (1) и (2) дифференциальные уравнения распределения $\Delta_{n,2}^1$ имеют вид:

$$\omega_{\alpha_1}^{\hat{\alpha}_1}=A_{\alpha_1 i}^{\hat{\alpha}_1}\omega^i,\ (\alpha_1,\ \beta_1,\ \gamma_1=1,\ 2;\ \hat{\alpha}_1,\ \hat{\beta}_1,\ \hat{\gamma}_1=\overline{3,\ n}),\qquad(3)$$

где величины $A_{\alpha_1 i}^{\hat{\alpha}_1}$ образуют внутренний дифференциальный объект в смысле Г.Ф. Лаптева [2] и удовлетворяют дифференциальным уравнениям:

$$dA_{\alpha_1 i}^{\hat{\alpha}_1}+A_{\alpha_1 i}^{\hat{\beta}_1}\omega_{\hat{\beta}_1}^{\hat{\alpha}_1}-A_{\beta_1 i}^{\hat{\alpha}_1}\omega_{\alpha_1}^{\beta_1}-A_{\alpha_1 j}^{\hat{\alpha}_1}\omega_i^j=A_{\alpha_1 ij}^{\hat{\alpha}_1}\omega^j,$$

$$A_{\alpha_1[i,\ j]}^{\hat{\alpha}_1}=0.\qquad(4)$$

С учетом (1)–(3) замечаем, что в пространстве E_n определено распределение:

$$\Delta_{n,n-2}^2: A\to P_{n-2}^1=(\bar{A},\ \bar{e}_3,\ \bar{e}_4,\ \ldots,\ \bar{e}_n)\perp L_2^1\qquad(5)$$

с дифференциальными уравнениями

$$\omega_{\hat{\alpha}_1}^{\alpha_1}=A_{\hat{\alpha}_1 i}^{\alpha_1}\omega^i=-\omega_{\alpha_1}^{\hat{\alpha}_1}\Rightarrow A_{\hat{\alpha}_1 i}^{\alpha_1}=-A_{\alpha_1 i}^{\hat{\alpha}_1}.\qquad(6)$$

2. Распределение $\Delta^2{}_{n,2}$ в пространстве $E_n(n>4)$

В подпространстве P_{n-2}^1 пространства E_n рассмотрим двумерную площадку L_2^2, которая определяет распределение

$$\Delta_{n,2}^2: A\to L_2^2\subset P_{n-2}^1,\ (n>4),\qquad(7)$$

и задаётся так, что

$$L_2^2=(\bar{A},\ \bar{\varepsilon}_3,\ \bar{\varepsilon}_4)\Leftrightarrow x^{\hat{\alpha}_2}=g_{\alpha_2}^{\hat{\alpha}_2}x^{\alpha_2},\ x^{\alpha_1}=0.\qquad(8)$$

Здесь величины $\bar{\varepsilon}_{\alpha_2}=\bar{e}_{\alpha_2}+g_{\alpha_2}^{\hat{\alpha}_2}\bar{e}_{\hat{\alpha}_2}$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям, которые являются дифференциальными уравнениями распределения (7)

$$dg_{\alpha_2}^{\hat{\alpha}_2} + g_{\alpha_2}^{\hat{\beta}_2}\omega_{\hat{\beta}_2}^{\hat{\alpha}_2} - g_{\hat{\beta}_2}^{\hat{\alpha}_2}\omega_{\alpha_2}^{\beta_2} + \omega_{\alpha_2}^{\hat{\alpha}_2} = g_{\alpha_2 i}^{\hat{\alpha}_2}\omega^i,$$

$$(\alpha_2,\ \beta_2,\ \gamma_2 = 3,\ 4;\ \widehat{\alpha}_2,\ \widehat{\beta}_2,\ \hat{\gamma}_2 = \overline{5,\ n};\ \ n > 4). \quad (9)$$

Из (1), (5) и (8) следует, что каждой точке $A \in E_n$ (n>4) в P_{n-2}^1 отвечает (n–4)-плоскость

$$P_{n-4}^1 = (\overline{A}, \overline{\varepsilon}_5, \ldots, \overline{\varepsilon}_n) \perp L_2^2 \Leftrightarrow x^{\alpha_2} = g_{\hat{\alpha}_2}^{\alpha_2} x^{\hat{\alpha}_2},\ x^{\alpha_1} = 0,$$

$$\overline{\varepsilon}_{\hat{\alpha}_2} = \overline{e}_{\hat{\alpha}_2} + g_{\hat{\alpha}_2}^{\alpha_2}\overline{e}_{\alpha_2},\ g_{\hat{\alpha}_2}^{\alpha_2} = -g_{\alpha_2}^{\hat{\alpha}_2}. \quad (10)$$

В пространстве E_n рассматривается кривая $k(t)$, описываемая точкой $A \in E_n$ и определяемая параметрическими уравнениями

$$\omega^i = t^i\theta,\ D\theta = 0. \quad (11)$$

Здесь величины t^i при фиксированных первичных параметрах, т. е. при ω^i=0, удовлетворяют системе дифференциальных уравнений $\delta t^i + t^j\pi_j^i = 0$, причем δ – символ дифференцирования по вторичным параметрам [3].

Из (1) и (10) следует, что прямая

$$t = (\overline{A}, \overline{e}_i)\, t^i \quad (12)$$

является касательной к кривой $k(t)$ в точке A. Поэтому в дальнейшем будем считать, что смещение в направлении (12) (или в направлении t) будет означать смещение по кривой $k(t)$.

Каждой точке $A \in E_n$ поставим в соответствие точки $X \in L_2^1$ и $Y \in L_2^2$ с радиус-векторами

$$\overline{X} = \overline{A} + x^{\alpha_1}\overline{e}_{\alpha_1},\ \ \overline{Y} = \overline{A} + y^{\alpha_2}\overline{\varepsilon}_{\alpha_2}.$$

Пользуясь (1), (3), (4), (6) и (7)–(11), получаем:

$$\frac{d\overline{X}}{\theta} = (\cdots)^{\beta_1}\overline{e}_{\beta_1} + t^i\,(\delta_i^{\hat{\alpha}_1} + x^{\alpha_1}A_{\alpha_1 i}^{\hat{\alpha}_1})\,\overline{e}_{\hat{\alpha}_1}.$$

Символ (...) означает несущественные выражения.

Отсюда получается следующее отображение плоскостей L_2^1 и L_2^2, отвечающее точке $A \in E_n$ при каждом фиксированном направлении (12):

$$F_t^{12} : L_2^1 \to L_2^2 \Leftrightarrow y^{\alpha_2} =$$

$$= \lambda\ [x^{\alpha_1}G_{\alpha_1 i}^{\alpha_2}t^i + (\delta_i^{\alpha_2} + g_{\hat{\alpha}_2}^{\alpha_2}\delta_i^{\hat{\alpha}_2})\ t^i\ ],\ \lambda \neq 0. \quad (13)$$

Здесь величины $G_{\alpha_1 i}^{\alpha_2}$ определяются по формулам

$$G_{\alpha_1 i}^{\alpha_2} = A_{\alpha_1 i}^{\alpha_2} + g_{\hat{\alpha}_2}^{\alpha_2}A_{\alpha_1 i}^{\hat{\alpha}_2} \quad (14)$$

и в силу (4), (6) и (9) удовлетворяют дифференциальным уравнениям:

$$dG_{\alpha_1 i}^{\alpha_2} + G_{\alpha_1 i}^{\beta_2}\omega_{\beta_2}^{\alpha_2} - G_{\beta_1 i}^{\alpha_2}\omega_{\alpha_1}^{\beta_1} -$$

$$-G_{\alpha_1 j}^{\alpha_2}\omega_i^j - A_{\alpha_1 i}^{\hat{\alpha}_2}\omega_{\hat{\alpha}_2}^{\alpha_2} = G_{\alpha_1 ij}^{\alpha_2}\omega^j, \quad (15)$$

причем явный вид величин $G_{\alpha_1 ij}^{\alpha_2}$ для нас несущественный.

Геометрически отображение (13) характеризуется следующим образом [7. С. 34]:

$$y = AY = F_t^{12}X = \{T(X)_{k(t)} \cup L_2^1 \cup P_{n-4}^1\} \cap L_2^2. \quad (16)$$

Здесь символ $T(Z)_{k(t)}$ означает касательную к линии $(Z)_{k(t)}$, описываемой точкой Z, соответствующей точке $A \in E_n$, вдоль кривой $k(t)$. При этом предполагается, что точка X не является фокусом плоскости L_2^1 в смысле [4] вдоль соответствующего фокального направления (12).

Из (13) замечаем, что отображение F_t^{12}, отвечающее точке $A \in E_n$, при фиксированных t^i определяется двумя соответствующими функциями двух аргументов.

Определение 2.1. Отображение F_t^{12}:$L_2^1 \to L_2^2$, отвечающее точке $A \in E_n$, называется отображением F_{ta}^{12} или $F_t^{12} \to F_{ta}^{12}$, если определяющие его функции удовлетворяют условиям Коши–Римана [6].

Из (13) получаем, что в соответствии с определением 2.1 отображение F_t^{12} является отображением F_{ta}^{12} тогда и только тогда, когда

$$\frac{\partial y^3}{\partial x^1} = \frac{\partial y^4}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial y^2}{\partial x^2} = -\frac{\partial y^4}{\partial x^1} \Leftrightarrow F_t^{12} \to F_{ta}^{12} \Leftrightarrow \begin{cases} (G_{1i}^3 - G_{2i}^4)\, t^i = 0, \\ (G_{1i}^4 + G_{2i}^3)\, t^i = 0, \end{cases} \quad (17)$$

(t^i – фиксированы).

Из (17) в силу (14) и (15) вытекает справедливость следующего утверждения.

Утверждение 2.1. Каждой плоскости $L_2^2 \subset P_{n-2}^1$, соответствующей точке $A \in E_n$, в пространстве E_n отвечает (n–2)-плоскость, проходящая через точку A:

$$\Gamma_{n-2} = \{t \in E_n \left| F_t^{12} \to F_{ta}^{12} \right.\}. \quad (18)$$

В соответствии с утверждением 2.1 и с учетом (17) линейное подпространство Γ_{n-2} определяется системой уравнений

$$\begin{cases} (G_{1i}^3 - G_{2i}^4)t^i = 0, \\ (G_{1i}^4 + G_{2i}^3)t^i = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Здесь предполагается, что в общем случае выполняется условие

$$\operatorname{rang}\begin{bmatrix} G_{11}^3 - G_{21}^4 & \cdots & G_{1n}^3 - G_{2n}^4 \\ G_{11}^4 + G_{21}^3 & \cdots & G_{1n}^4 + G_{2n}^3 \end{bmatrix} = 2.$$

3. Поля инвариантных площадок $L_2^2 \subset P_{n-2}^1$

В предыдущем разделе рассматривалось отображение F_t^{12}:$L_2^1 \to L_2^2$ при фиксированных t^i, что приводило при таких t^i к системам (17) или (19) при определении G_{n-2}. В данном пункте выясним существование инвариантных площадок L_2^2 в точке $A \in E_n$, при которых $F_t^{12} \to F_{ta}^{12}$ при определенных величинах t^i.

Теорема 3.1. Каждой точке $A \in E_n$ при n>4 в общем случае отвечает конечное число двумерных площадок $L_2^2 \subset P_{n-4}^1$ таких, что

$$F_t^{12} \to F_{ta}^{12},\ \forall t \in P_{n-4}^1 \subset P_{n-2}^1. \quad (20)$$

Доказательство. Из (12) и (10) следует, что $t \in P_{n-4}^1$ тогда и только тогда, когда

$$t^{\alpha_2} = g_{\hat{\alpha}_2}^{\alpha_2}t^{\hat{\alpha}_2},\quad t^{\alpha_1} = 0$$

$$(\alpha_1 = 1, 2;\ \alpha_2 = 3, 4;\ \widehat{\alpha}_2 = \overline{5,\ n}) \quad (21)$$

Из (14) в силу (17), утверждения 2.1 и (27) получаем, что условие (20) имеет место тогда и только тогда, когда $n_1=2(n–4)$ величин $g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=-g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}$ в точке $A\in E_n$ удовлетворяют следующей системе n_1 неоднородных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}\varphi_{\widehat{\alpha}_2}\equiv g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}(g^3_{\widehat{\beta}_2}A^{\widehat{\beta}_2}_{1\alpha_2}-g^4_{\widehat{\beta}_2}A^{\widehat{\beta}_2}_{2\alpha_2})+g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}(A^3_{1\alpha_2}-A^4_{2\alpha_2})+\\ +g^3_{\widehat{\beta}_2}A^{\widehat{\beta}_2}_{1\widehat{\alpha}_2}-g^4_{\widehat{\beta}_2}A^{\widehat{\beta}_2}_{2\widehat{\alpha}_2}-A^4_{2\widehat{\alpha}_2}+A^3_{1\widehat{\alpha}_2}=0,\\ \psi_{\widehat{\alpha}_2}\equiv g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}(g^3_{\widehat{\beta}_2}A^{\widehat{\beta}_2}_{2\alpha_2}+g^4_{\widehat{\beta}_2}A^{\widehat{\beta}_2}_{1\alpha_2})+g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}(A^3_{2\alpha_2}+A^4_{1\alpha_2})+\\ +g^4_{\widehat{\beta}_2}A^{\widehat{\beta}_2}_{1\widehat{\alpha}_2}+g^3_{\widehat{\beta}_2}A^{\widehat{\beta}_2}_{2\widehat{\alpha}_2}+A^4_{1\widehat{\alpha}_2}+A^3_{2\widehat{\alpha}_2}=0,\end{cases}$$

$$\begin{pmatrix}\alpha_1,\beta_1=1,2;\ \widehat{\alpha}_1,\widehat{\beta}_1=\overline{3,n};\\ \alpha_2,\beta_2=3,4;\ \widehat{\alpha}_2,\widehat{\beta}_2=\overline{5,n}\end{pmatrix}. \qquad (22)$$

Рассмотрим якобиеву матрицу системы (22):

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\varphi_{\widehat{\alpha}_2}}{\partial g^{\beta_2}_{\widehat{\beta}_2}} & \dfrac{\partial\psi_{\widehat{\alpha}_2}}{\partial g^{\beta_2}_{\widehat{\beta}_2}}\end{bmatrix}. \qquad (23)$$

Подсчитаем ранг матрицы (23) при следующих нулевых значениях величин $g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=-g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}$:

$$g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}=0 \qquad (24)$$

что с учетом (22) приводит к следующим соотношениям:

$$A^4_{2\widehat{\alpha}_2}-A^3_{1\widehat{\alpha}_2}=0,\ A^4_{1\widehat{\alpha}_2}+A^3_{2\widehat{\alpha}_2}=0. \qquad (25)$$

С учетом (22), (24) и (25) замечаем, что в точке $A\in E_n$ $(n>4)$ в общем случае существует следующий тождественно ненулевой минор порядка $n_1=2(n–4)$ матрицы (23):

$$B_2\equiv\det\begin{bmatrix}A^{\widehat{\alpha}_2}_{15}\cdots A^{\widehat{\alpha}_2}_{1n} & -A^{\widehat{\alpha}_2}_{25}\cdots -A^{\widehat{\alpha}_2}_{2n}\\ A^{\widehat{\beta}_2}_{25}\cdots A^{\widehat{\beta}_2}_{2n} & A^{\widehat{\beta}_2}_{15}\cdots A^{\widehat{\beta}_2}_{1n}\end{bmatrix}, \qquad (26)$$

здесь $\widehat{\alpha}_2=\overline{5,n}$ – номера первых $(n–4)$ строк, $\widehat{\beta}_2=\overline{5,n}$ – номера следующих $(n–4)$ строк. Поскольку определитель B_2 порядка $n_1=2(n–4)$ тождественно не равен нулю в точке $A\in E_n$, то система (22) в общем случае состоит из n_1 алгебраически независимых уравнений, а поэтому она допускает в общем случае конечное число решений относительно $g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=-g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}$. Теорема 3.1 доказана.

Отметим некоторые частные случаи.

Теорема 3.2. В общем случае при $n=6$, когда определитель

$$D_4\equiv\begin{vmatrix}A^5_{11} & A^6_{11} & -A^5_{21} & -A^6_{21}\\ A^5_{12} & A^6_{12} & -A^5_{22} & -A^6_{22}\\ A^5_{21} & A^6_{21} & A^5_{11} & A^6_{11}\\ A^5_{22} & A^6_{22} & A^5_{12} & A^6_{12}\end{vmatrix} \qquad (27)$$

не равен тождественно нулю в точке $A\in E_6$, точке A соответствует единственная двумерная площадка

$$\Gamma^1_2=\{t\in L^1_2\,|F_t\to F_{ta}\}. \qquad (28)$$

Доказательство. Из (11), (12) и (2) следует, что $t\in L^1_2$ тогда и только тогда, когда $t^{\widehat{\alpha}_1}=0$. Поэтому с учетом (19) условие (28) выполняется тогда и только тогда, когда $n_1=2(n–4)=2(6–4)=4$ неизвестных $g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=-g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}$ удовлетворяет системе четырех линейных уравнений:

$$\begin{cases}g^3_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{1\alpha_1}-g^4_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{2\alpha_1}=A^4_{2\alpha_1}-A^3_{1\alpha_1},\\ g^3_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{2\beta_1}+g^4_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{1\beta_1}=-A^4_{1\beta_1}-A^3_{2\beta_1},\end{cases} \qquad (29)$$

$(\alpha_1,\beta_1=1,2)$ с основным определителем (27), который, как легко видеть, не равен нулю в точке A. Поэтому система (29) имеет в общем случае единственное решение относительно $g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=-g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}$. Теорема 3.2 доказана.

Теорема 3.3. В общем случае при $n=8$ точке $A\in E_8$ отвечает конечное число $(n–4)$-плоскостей

$$\Gamma^2_{n-4}=\{t\in L^1_2\cup L^2_2\,|F_t\to F_{ta}\}. \qquad (30)$$

Доказательство. Как и в теоремах 3.1 и 3.2 показывается, что условие (30) выполняется при $t\in L_2^1\cup L_2^2$ тогда и только тогда, когда $n_1=2(n–4)=2(8–4)=8$ величин $g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=-g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}$ удовлетворяет системе восьми алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}\varphi_{\alpha_1}\equiv g^3_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{1\alpha_1}-g^4_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{2\alpha_1}+A^3_{1\alpha_1}-A^4_{2\alpha_1}=0,\\ \psi_{\alpha_1}\equiv g^3_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{2\alpha_1}+g^4_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{1\alpha_1}+A^4_{1\alpha_1}+A^3_{2\alpha_1}=0,\\ \varphi_{\alpha_2}\equiv g^{\widehat{\beta}_2}_{\alpha_2}(A^3_{1\widehat{\beta}_2}-A^4_{2\widehat{\beta}_2}+g^3_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{1\widehat{\beta}_2}-g^4_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{2\widehat{\beta}_2})+\\ +g^3_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{1\alpha_2}-g^4_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{2\alpha_2}+A^3_{1\alpha_2}-A^4_{2\alpha_2}=0,\\ \psi_{\alpha_2}\equiv g^{\widehat{\beta}_2}_{\alpha_2}(A^4_{1\widehat{\beta}_2}+A^3_{2\widehat{\beta}_2}+g^3_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{2\widehat{\beta}_2}+g^4_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{1\widehat{\beta}_2})+\\ +g^3_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{2\alpha_2}+g^4_{\widehat{\alpha}_2}A^{\widehat{\alpha}_2}_{1\alpha_2}+A^4_{1\alpha_2}+A^3_{2\alpha_2}=0,\end{cases}$$

$$(\alpha_1,\beta_1=1,2;\ \widehat{\alpha}_2,\widehat{\beta}_2=\overline{5,8};\ \alpha_2,\beta_2=3,4). \qquad (31)$$

Как и в случае системы (22) доказывается, что система (31) состоит в общем случае из алгебраически независимых уравнений. Поэтому она определяет в общем конечное число решений относительно $g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=-g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}$. Теорема 3.3 доказана.

Выше были выделены случаи $n=6$ и $n=8$ инвариантного определения в точке $A\in E_n$ двумерной площадки L^2_2, геометрически отличного от общего случая, о котором идет речь в начале данного раздела. Далее приведем другие геометрические характеристики случаев $n=6$ и $n=8$.

Точке $A\in E_n$ сопоставим точку $Z\in P^1_{n-2}$ с радиус-вектором:

$$\overline{Z}=\overline{A}+z^{\widehat{\alpha}_1}\overline{e}_{\widehat{\alpha}_1}\quad(\widehat{\alpha}_1,\ \widehat{\beta}_1=\overline{3,\ n}).$$

Пусть точка $Z\in P^1_{n-2}$ описывает характеристический элемент $H\subset P^1_{n-2}$ в любом направлении $t\in L_2^1$ $(t^{\widehat{\alpha}_1}=0)$, т. е. точка H и вся ее первая дифференциальная окрестность не выходят из P^1_{n-2} вдоль $t\in L_2^1$. Тогда из

$$d\overline{Z}=(\cdots)^{\widehat{\alpha}_1}\overline{e}_{\widehat{\alpha}_1}+t^i(\omega^{\beta_1}+z^{\widehat{\beta}_1}\omega^{\beta_1}_{\widehat{\beta}_1})\overline{e}_{\beta_1} \qquad (32)$$

с учетом (6) и (11) при любом $t^{\widehat{\alpha}_1}$ получаем следующую систему четырех линейных уравнений с $(n–2)$ неизвестными $z^{\widehat{\alpha}_1}$, определяющих характеристический элемент $H_{n-6}\subset P^1_{n-2}$:

$$H_{n-6}\Leftrightarrow z^{\widehat{\alpha}_1}A^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1\beta_1}+\delta^{\alpha_1}_{\beta_1}=0,\ z^{\gamma_1}=0,$$

$$(\alpha_1,\beta_1,\gamma_1=1,\ 2;\ \widehat{\alpha}_1=\overline{3,\ n}). \qquad (33)$$

Из (33) и (32) следует, что $(n-6)$-плоскость $H_{n-6}\subset P^1_{n-2}$ существует при $n-2\geq 4\Leftrightarrow n\geq 6$. В частности, в пространстве E_6 подпространство H_{n-6} является точкой $H_0\subset P_4^1$, в пространстве E_7 – прямой $H_1\subset P_5^1$, в пространстве E_8 – двумерной площадкой $H_2\subset P_6^1$ и т. д.

Из (32) в соответствии с [4] и с учетом (33), (2) и (3) заключаем, что множество всех фокусов $Z\in P^1_{n-2}$ вдоль фокальных направлений $t\in L_2^1$, отвечающих точке $A\in E_n$, образует фокусный конус K^2_{n-3} второго порядка с вершиной $H_{n-6}\subset P^1_{n-2}(n>6)$:

$$K^2_{n-3}: \quad A_{\widehat{\alpha}_1\widehat{\beta}_1} z^{\widehat{\alpha}_1} z^{\widehat{\beta}_1} + A^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1\alpha_1} z^{\widehat{\alpha}_1} + 2 = 0, \tag{34}$$

где

$$A_{\widehat{\alpha}_1\widehat{\beta}_1} = \frac{1}{2}\left(A^1_{(\widehat{\alpha}_1|1|}A^2_{\widehat{\beta}_1)2} - A^2_{(\widehat{\beta}_1|1|}A^1_{\widehat{\alpha}_1)2}\right). \tag{35}$$

Проведем в точке $A\in E_n$ такую канонизацию ортогонального репера $R=\{\overline{A}, \overline{e}_i\}$, при которой имеют место соотношения (25) и $B_2\neq 0$ (см. (26)). Из (4), (14), (15), (24) и $B_2\neq 0$ получаем

$$\omega^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2} = A^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 i}\omega^i,$$
$$dA^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 i} + A^{\widehat{\beta}_2}_{\alpha_2 i}\omega^{\widehat{\alpha}_2}_{\widehat{\beta}_2} - A^{\widehat{\alpha}_2}_{\beta_2 i}\omega^{\beta_2}_{\alpha_2} - A^{\widehat{\alpha}_2}_{\beta_2 j}\omega_i^{\,j} = A^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 ij}\,\omega^j.$$

Здесь явный вид величин $A^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 ij}$ для нас несущественный, причем в силу (1) имеем

$$\omega^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2} = -\omega^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2} = -A^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2 i}\omega^i \Leftrightarrow A^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2 i} = -A^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 i}. \tag{36}$$

Из (34) следует, что канонизация ортонормального репера R, осуществленная по формулам (25) и $B_2\neq 0$, в соответствии с [5] существует на любом распределении $\Delta^1_{n,2}:A\to L^1_2$, на котором $B_2\neq 0$. В соответствии с теоремой 3.1 и с учетом (24), (25), (8), (10) и (14) эта канонизация характеризуется тем, что

$$L_2^2 = (\overline{A}, \overline{e}_3, \overline{e}_4) \perp P^1_{n-4} = (\overline{A}, \overline{e}_5, \ldots, \overline{e}_n), \; (n>4). \tag{37}$$

Здесь плоскость L_2^2 в точке $A\in E_n$ геометрически определена в теореме 3.1. В случае $B=0$ плоскость L_2^2 определяется бесконечным числом способов.

Замечание 3.1. Из (25) и (3) следует, что в точке $A\in E_n$ имеют место дифференциальные уравнения:

$$\omega_2^4 - \omega_1^3 = (A^4_{2\alpha_{12}} - A^3_{1\alpha_{12}})\,\omega^{\alpha_{12}},$$
$$\omega_1^4 + \omega_2^3 = (A^4_{1\alpha_{12}} + A^3_{2\alpha_{12}})\,\omega^{\alpha_{12}},$$
$$(\alpha_{12},\ \beta_{12},\ \gamma_{12} = 1,\ 2,\ 3,\ 4). \tag{38}$$

Замечание 3.2. Из (5), (19), (36), (25) и того, что ранг матрицы (23) равен двум, следует, что

$$\Gamma_{n-2} \cap \Gamma^1_{n-2} = \Gamma^1_{n-4} = (\overline{A}, \overline{e}_5, \ldots, \overline{e}_n).$$

Имеет место следующая теорема.

Теорема 3.4. Пусть в точке $A\in E_n$ выполняются условия:

1. Двумерная площадка $L_2^2\subset P^1_{n-2}$, о которой идёт речь в теореме 3.3, не принадлежит H_{n-6} $(n>8)$; не содержит H_0 $(n=6)$, не содержит H_1 $(n=7)$ H_1 $(n=7)$; не совпадает с H_2 $(n=8)$.

2. Функции, определяющие отображение F_t^{12}: $L_2^1\to L_2^2$, удовлетворяют условиям Коши–Римана при любом $t\in E_n$.

3. Распределение $\Delta^1_{n,2}:A\to L_2^1$ является голономным [1].

Тогда коника $Q_1^2=L_2^1\cap K^2_{n-3}$ является окружностью с центром в точке $A\in E_n$.

Доказательство. Из (1)–(3) следует, что интегральные кривые, описываемые точкой $A\in E_n$ и принадлежащие распределению $\Delta^1_{n,2}$ в смысле [1], определяются дифференциальными уравнениями Пфаффа

$$\omega^{\widehat{\alpha}_1} = 0. \tag{39}$$

С учётом (1) и в соответствии с [1] заключаем, что система (41) является вполне интегрируемой, т. е. распределение $\Delta^1_{n,2}$ является голоморфным, тогда и только тогда, когда

$$D\omega^{\widehat{\alpha}_1} \wedge \omega^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1} = 0 \Leftrightarrow A^{\widehat{\alpha}_1}_{12} = A^{\widehat{\alpha}_1}_{21}. \tag{40}$$

Из (13)–(17), (25), (38) и (40) с учётом (39) и условия 2 теоремы, заключаем, что в точке $A\in E_n$ выполняются соотношения

$$A^4_{2\alpha_1} = A^3_{1\alpha_1},\ A^4_{1\alpha_1} = -A^3_{2\alpha_1},\ A^{\alpha_2}_{12} = A^{\alpha_2}_{21}.$$

Тогда из (35) получаем следующие соотношения

$$A_{34} = 0,\ A_{33} = A_{44} = -(A^1_{31})^2 - (A^1_{41})^2.$$

Поэтому из (34) и (37) следует, что коника Q_1^2, о которой идёт речь в настоящей теореме, определяется уравнениями

$$Q_1^2 \Leftrightarrow (x^3)^2 + (x^4)^2 = r^2,\ x^{\alpha_1} = 0,\ x^{\widehat{\alpha}_2} = 0,$$

где

$$r = \frac{1}{\sqrt{(A^1_{31})^2 + (A^1_{41})^2}}.$$

Это означает, что Q_1^2 – окружность с центром в точке A радиуса r. Теорема доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Итоги науки и техники. – М.: ВИНИТИ АН СССР, 1979. – С. 7–246.
2. Лаптев Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Труды Московского математического общества. – М., 1953. – Т. 2. – С. 275–382.
3. Фиников С.П. Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии. – М.: ГИТТП, 1948. – 432 с.
4. Акивис М.А. Фокальные образы поверхности ранга *r* // Известия вузов. Сер. Математика. – 1957. – № 1. – С. 9–19.
5. Остиану Н.М. О канонизации подвижного репера погруженного многообразия // Rev. math. pures et appl. (RNR). – 1962. – № 2. – P. 231–240.
6. Ивлев Е.Т., Глазырина Е.Д. О двумерном многообразии центрированных 2-плоскостей в многомерном евклидовом пространстве $E_m(m>4)$ // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 4. – С. 5–9.
7. Ивлев Е.Т., Молдованова Е.А. О дифференцируемых отображениях аффинных пространств в многообразия *m*-плоскостей в многомерном евклидовом пространстве // Известия вузов. Сер. Математика. – 2009. – № 11. – С. 24–42.

Поступила 28.03.2011 г.

УДК 514.76

ОТОБРАЖЕНИЯ КОШИ–РИМАНА ДВУМЕРНЫХ ПЛОЩАДОК КАСАТЕЛЬНОГО И НОРМАЛЬНОГО РАССЛОЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Е.Т. Ивлев, А.А. Лучинин, Е.А. Молдованова

Томский политехнический университет
E-mail: luchinin@tpu.ru

Изучаются двумерные площадки касательной и нормальной плоскости m-поверхности $S_m \in E_n$ и отображения этих площадок, отвечающие каждому направлению в касательной плоскости.

Ключевые слова:
Многомерные евклидовы пространства, многомерные поверхности, отображения.

Key words:
Multidimensional Euclidean spaces, multidimensional surfaces, mapping.

Введение

Как известно [1], одной из проблем дифференциальной геометрии многомерной поверхности является проблема инвариантного оснащения. Для m-мерной поверхности (m-поверхности) S_m в n-мерном евклидовом пространстве E_n эта проблема становится тривиальной, поскольку с каждой текущей точкой m-поверхности S_m в E_n ассоциируется оснащающая (нормальная) $(n-m)$-плоскость P_{n-m}, ортогональная касательной m-плоскости L_m к S_m в ее текущей точке. Поэтому при изучении m-поверхности $S_m \subset E_n$ представляет интерес детальное изучение полей инвариантных геометрических образов, определяемых компонентами внутреннего фундаментального геометрического объекта m-поверхности $S_m \subset E_n$ в смысле Г.Ф. Лаптева [2].

Данная работа посвящена рассмотрению m-поверхности $S_m \subset E_n$. Раздел 1 работы посвящен аналитическому аппарату, в котором указываются основные дифференциальные уравнения m-поверхности $S_m \subset E_n$ и объясняется задача, которая решается в данной работе. В разделе 2 изучаются двумерные площадки $L_2^1 \subset L_m$ и $P_2^1 \subset P_{n-m}$ и отображения $f_t^1 : P_2^1 \to L_2^1$, которые отвечают каждому фиксированному направлению $t \in L_m$ и определяются двумя соответствующими функциями двух аргументов. Доказывается существование конечного числа двумерных площадок L_2^1 таких, что функции, определяющие отображение f_t^1 (отображение Коши–Римана), удовлетворяют условиям Коши–Римана ([3. С. 188–189]).

Все рассмотрения в данной статье носят локальный характер, а функции, встречающиеся в статье, предполагаются функциями класса C^∞. Обозначения и терминология соответствует принятым в [1–7].

1. Аналитический аппарат

Рассматривается n-мерное евклидово пространство E_n, отнесенное к подвижному ортонормальному реперу $R=\{\bar{A}, \bar{e}_i\}$ с деривационными формулами и структурными уравнениями

$$d\bar{A} = \omega^i \bar{e}_i, \ \ d\bar{e}_i = \omega_i^j \bar{e}_j,$$
$$D\omega^i = \omega^k \wedge \omega_k^i, \ \ D\omega_i^k = \omega_i^j \wedge \omega_j^k, \qquad (1)$$

где 1-формы ω_i^j удовлетворяют соотношениям

$$\omega_i^j + \omega_j^i = 0, \qquad (2)$$

вытекающим из ортонормальности репера R.

Здесь и в дальнейшем индексы будут принимать следующие значения

$$i, j, k = \overline{1, n}; \ \alpha, \beta, \gamma, \sigma = \overline{1, m}; \ a, b, c = \overline{m+1, n};$$
$$\alpha_1, \beta_1, \gamma_1 = 1, 2; \ a_1, b_1, c_1 = m+1, m+2;$$
$$\hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{c}_1 = \overline{m+3, n}; \ \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1, \hat{\gamma}_1 = \overline{3, m};$$
$$\alpha_2, \beta_2, \gamma_2 = 3, 4; \ \hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_2, \hat{\gamma}_2 = \overline{5, m};$$
$$\alpha_p, \beta_p = 2p-1, 2p; \ \hat{\alpha}_p, \hat{\beta}_p = \overline{2p+1, m}.$$

В пространстве E_n рассматривается m-мерная поверхность S_m и к ней присоединяется ортонормальный репер R так, что точка A – текущая точка этой поверхности, а m-мерная плоскость

$$L_m = (\bar{A}, \bar{e}_1, ..., \bar{e}_m) \qquad (3)$$

касается ее в точке A. Здесь и в дальнейшем символом $\Gamma_q = (\bar{X}, \bar{x}_1, ..., \bar{x}_q)$ обозначается плоскость пространства E_n, проходящая через точку X с радиус-вектором $\bar{X}$ и параллельная линейно независимым векторам $\bar{x}_1, ..., \bar{x}_q$ пространства E_n. В силу выбора ортонормального репера R дифференциальные уравнения m-поверхности S_m в E_n запишутся в виде

$$\omega^a = 0, \omega_\alpha^a = A_{\alpha\beta}^a \omega^\beta,$$
$$dA_{\alpha\beta}^a + A_{\alpha\beta}^b \omega_b^a - A_{\gamma\beta}^a \omega_\alpha^\gamma - A_{\alpha\gamma}^a \omega_\beta^\gamma = A_{\alpha\beta\gamma}^a \omega^\gamma,$$
$$A_{[\alpha\beta]}^a = 0, A_{[\alpha\beta\gamma]}^a = 0. \qquad (4)$$

Заметим, что в дифференциальных уравнениях (4) величины $A_{\alpha\beta}^{\hat{\alpha}}$ являются компонентами фундаментального геометрического объекта $\Gamma = \{A_{\alpha\beta}^{\hat{\alpha}}\}$ m-поверхности S_m в смысле Г.Ф. Лаптева [2].

Замечание 1.1. В данной статье предполагается, что m и n удовлетворяют неравенствам

$$1 < m < n-1; \ \ n < m + \frac{m(m+1)}{2} = m_1. \qquad (5)$$

Замечание 1.2. Из (2) и (3) следует, что с каждой точкой $A \in S_m \subset E_n$ ассоциируется оснащающая (нормальная) m-плоскость

$$P_{n-m} = (\bar{A}, \bar{e}_{m+1}, \dots, \bar{e}_n), \qquad (6)$$

ортогональная L_m.

Замечание 1.3. Из (3) с учетом (2) вытекают соотношения

$$\omega_a^\alpha = -\omega_\alpha^a = A_{a\beta}^\alpha \omega^\beta \Rightarrow A_{a\beta}^\alpha = -A_{\alpha\beta}^a, A_{a\beta}^\alpha = A_{a\alpha}^\beta. \qquad (7)$$

Замечание 1.4. В данной статье изучаются поля инвариантных геометрических образов m-поверхности $S_m \subset E_n$, определяемых компонентами геометрического объекта Г, а также некоторые частные классы m-поверхностей S_m, когда эти геометрические образы имеют специальный вид.

Замечание 1.5. Кривую $k(t)$, описываемую точкой $A \in S_m \subset E_n$, в дальнейшем будем задавать дифференциальными уравнениями

$$\omega^\alpha = t^\alpha \theta. \qquad (8)$$

Здесь θ – параметрическая 1-форма, удовлетворяющая структурному уравнению $D\theta = \theta \wedge \theta_1$, а величины t^α с учетом (1) удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\delta t^\alpha + \pi_\beta^\alpha t^\beta = \tilde{\theta}_1 t^\alpha, \pi_\beta^\alpha = \omega_\beta^\alpha(\delta), \tilde{\theta}_1 = \theta_1(\delta),$$

где δ – символ дифференцирования по вторичным параметрам [2]. Прямую

$$t = (\bar{A}, \bar{e}_\alpha) t^\alpha \subset L_m \qquad (9)$$

касательную к кривой (8) в точке $A \in S_m$ будем называть направлением t. В дальнейшем любую операцию, совершаемую вдоль кривой (8), будем считать так же совершаемой в направлении (9) или в направлении t, которое принадлежит L_m или его подпространству.

2. Поля двумерных площадок в линейном подпространстве L_m

В этом разделе будут рассмотрены двумерные площадки, отвечающие точке $A \in S_m \subset E_n$ в соответствующих линейных подпространствах L_m и P_{n-m}.

2.1. Отображение f_t: $P_2^1 \to L_2^1$; $P_2^1 \subset P_{n-m}$, $L_2^1 \subset L_m$

2.1.1. Точке $A \in S_m$ в соответствующих линейных подпространствах P_{n-m} и L_m сопоставим двумерные площадки $P_2^1 \ni A$ и $L_2^1 \ni A$, которые зададим следующим образом

1) Двумерную плоскость $P_2^1 \subset P_{n-m}$, проходящую через точку $A \in S_m$, относительно ортонормального репера R определим так

$$P_2^1 = (\bar{A}, \bar{e}_{m+1}, \bar{e}_{m+2}) \Leftrightarrow x^{\hat{\alpha}_1} = 0, x^\alpha = 0. \qquad (10)$$

Из (1) и (6) с учетом (10) следует, что на m-поверхности $S_m \subset E_n$ имеют место дифференциальные уравнения

$$\omega_{a_1}^{a_1} = A_{a_1\alpha}^{a_1} \omega^\alpha = -\omega_{\hat{a}_1}^{a_1} = -A_{\hat{a}_1\alpha}^{a_1} \omega^\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dA_{a_1\alpha}^{\hat{a}_1} + A_{a_1\alpha}^{\hat{b}_1} \omega_{\hat{b}_1}^{\hat{a}_1} - A_{b_1\alpha}^{\hat{a}_1} \omega_{a_1}^{b_1} - A_{a_1\beta}^{\hat{a}_1} \omega_\alpha^\beta = A_{a_1\alpha\beta}^{\hat{a}_1} \omega^\beta. \qquad (11)$$

2) Двумерную площадку $L_2^1 \subset L_m$ в локальных координатах ортонормального репера определим так

$$L_2^1 = (\bar{A}, \bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2) \Leftrightarrow x^{\hat{\alpha}_1} = g_{\alpha_1}^{\hat{\alpha}_1} x^{\alpha_1}, x^a = 0, \qquad (12)$$

где

$$\bar{\varepsilon}_{\alpha_1} = \bar{e}_{\alpha_1} + g_{\alpha_1}^{\hat{\alpha}_1} \bar{e}_{\hat{\alpha}_1}, \qquad (13)$$

а величины $g_{\alpha_1}^{\hat{\alpha}_1}$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$dg_{\alpha_1}^{\hat{\alpha}_1} + g_{\alpha_1}^{\hat{\beta}_1} \omega_{\hat{\beta}_1}^{\hat{\alpha}_1} - g_{\beta_1}^{\hat{\alpha}_1} \omega_{\alpha_1}^{\beta_1} + \omega_{\alpha_1}^{\hat{\alpha}_1} = g_{\alpha_1\alpha}^{\hat{\alpha}_1} \omega^\alpha. \qquad (14)$$

Из (10) и (12) с учетом (2) следует, что точке $A \in S_m \subset E_n$ отвечают линейные подпространства

$$P_{n-m-2} = (\bar{A}, \bar{e}_{m+3}, \dots, \bar{e}_n) \perp P_2^1,$$

$$L_{m-2}^1 = (\bar{A}, \bar{\varepsilon}_3, \dots, \bar{\varepsilon}_m) \perp L_2^1,$$

$$\bar{\varepsilon}_{\hat{\alpha}_1} = \bar{e}_{\hat{\alpha}_1} + g_{\hat{\alpha}_1}^{\alpha_1} \bar{e}_{\alpha_1}, g_{\alpha_1}^{\hat{\alpha}_1} = -g_{\hat{\alpha}_1}^{\alpha_1}. \qquad (15)$$

2.1.2. Точке $A \in S_m$ сопоставим точки $X \in L_2^1$ и $Y \in P_2^1$ с радиус-векторами

$$\bar{X} = \bar{A} + x^{\alpha_1} \bar{\varepsilon}_{\alpha_1}, \ \bar{Y} = \bar{A} + y^{a_1} \bar{e}_{a_1}. \qquad (16)$$

Отсюда с учетом (1), (4), (8)–(11) получаем

$$\frac{d\bar{Y}}{\theta} = (\cdots)^{\hat{a}_1} \bar{e}_{\hat{a}_1} + (y^{a_1} A_{a_1\alpha}^\beta + \delta_\alpha^\beta) t^\alpha \bar{e}_\beta. \qquad (17)$$

Здесь символ $(...)^{\hat{a}_1}$ означает несущественные для нас выражения.

Из (17) с учетом (10)–(14), (9) и (15) замечаем, что каждой точке $A \in S_m \subset E_n$ отвечает отображение

$$f_t^1 : P_2^1 \to L_2^1 \Leftrightarrow y^{\alpha_1} = \lambda_1 (G_{a_1\alpha}^{\alpha_1} y^{a_1} + G_\alpha^{\alpha_1}) t^\alpha, \ \lambda_1 \neq 0, \qquad (18)$$

соответствующее фиксированному направлению $t = (\bar{A}, \bar{\varepsilon}_\beta) t^\beta \in L_m$. Здесь

$$G_{a_1\alpha}^{\alpha_1} = A_{a_1\alpha}^{\alpha_1} + g_{\hat{\alpha}_1}^{\alpha_1} A_{a_1\alpha}^{\hat{\alpha}_1}, G_\alpha^{\alpha_1} = \delta_\alpha^{\alpha_1} + g_{\hat{\alpha}_1}^{\alpha_1} \delta_\alpha^{\hat{\alpha}_1}. \qquad (19)$$

При этом величины $G_{a_1\alpha}^{\alpha_1}$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$dG_{a_1\alpha}^{\alpha_1} + G_{a_1\alpha}^{\beta_1} \omega_{\beta_1}^{\alpha_1} - G_{b_1\alpha}^{\alpha_1} \omega_{a_1}^{b_1} - G_{a_1\beta}^{\alpha_1} \omega_\alpha^\beta + A_{a_1\alpha}^{\hat{\alpha}_1} \omega_{\hat{\alpha}_1}^{\alpha_1} = G_{a_1\alpha\beta}^{\alpha_1} \omega^\beta.$$

Здесь явный вид величин, стоящих при ω^β, для нас несущественен.

Геометрически отображение (20) (по аналогии с [7. С. 347]) каждой точке $Y \in P_2^1$, отвечающей точке $A \in S_m$, сопоставляет прямую $X = (\bar{A}, \bar{\varepsilon}_{\alpha_1}) x^{\alpha_1}$ пересечения плоскости L_2^1 с линейным подпространством, проходящим через P_{n-m} и касательную к линии (Y), описываемой точкой Y вдоль кривой (8) или в направлении t. При этом точка Y предполагается нефокальной точкой $(n-m)$-плоскости P_{n-m} в смысле [5].

2.2. Попарно-ортогональные площадки в m-плоскости L_m

2.2.1. Отображение f_t^1:$P_2^1 \to L_2^1$ Коши–Римана.

Определение 2.1. Отображение f_t^1: $P_2^1 \to L_2^1$ называется отображением Коши–Римана и обозначается f_{tr}, т. е. $f_t^1 \to f_{tr}^1$, если определяющие его функции при каждом фиксированном направлении удовлетворяют условиям Коши–Римана [3. С. 188–189].

Из (20) в соответствии с определением 2.1 замечаем, что отображение f_t^1:$P_2^1 \to L_2^1$ является отображением f_{tr}^1($f_t^1 \to f_{tr}^1$) тогда и только тогда, когда в точке $A \in S_m$ выполняются условия

$$\frac{\partial x^1}{\partial y^{m+1}} = \frac{\partial x^2}{\partial y^{m+2}}; \quad \frac{\partial x^1}{\partial y^{m+2}} = -\frac{\partial x^2}{\partial y^{m+1}},$$

эквивалентные соотношениям

$$(G^1_{m+1,\alpha} - G^2_{m+2,\alpha})t^\alpha = 0, \quad (G^1_{m+2,\alpha} - G^\alpha_{m+1})t^\alpha = 0,$$

t^α – фиксированы. (20)

Имеет место следующая теорема.

Теорема 2.1. Каждой двумерной плоскости $P_2^1 \subset P_{n-m}$, отвечающей точке $A \in S_m \subset E_n$, в m-плоскости L_m (m>2), касательной к S_m в точке A, соответствует конечное число двумерных площадок L_2^1 таких, что

$$f_t^1 : P_2^1 \to L_2^1 \to f_{tr}^1, \quad \forall t \in L^1_{m-2} \perp L_2^1. \tag{21}$$

Доказательство. Из (20) в силу (15), (21) и в соответствии с определением 2.1 следует, что k_1=2(m–2) величин $g^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1} = -g^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1}$ определяющих двумерные площадки $L_2^1 \subset L_m$, о которых идет речь в настоящей теореме, удовлетворяют следующей системе k_1 неоднородных алгебраических уравнений:

$$\varphi^{\gamma_1}_{\widehat{\beta}_1} \equiv H^{\gamma_1}_{\widehat{\beta}_1} + H^{\widehat{\alpha}_1\gamma_1}_{\widehat{\beta}_1\alpha_1} g^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1} + H^{\hat{\gamma}_1\gamma_1}_{\beta_1\alpha_1} g^{\alpha_1}_{\hat{\gamma}_1} g^{\beta_1}_{\widehat{\beta}_1} = 0. \tag{22}$$

Здесь

$$H^1_{\widehat{\beta}_1} = A^1_{m+1,\widehat{\beta}_1} - A^2_{m+2,\widehat{\beta}_1}; \; H^2_{\widehat{\beta}_1} = A^2_{m+1,\widehat{\beta}_1} + A^1_{m+2,\widehat{\beta}_1};$$

$$H^{\hat{\gamma}_1 1}_{\beta_1\alpha_1} = A^{\hat{\gamma}_1}_{m+1,\beta_1}\delta^1_{\alpha_1} - A^{\hat{\gamma}_1}_{m+2,\beta_1}\delta^2_{\alpha_1};$$

$$H^{\widehat{\alpha}_1 2}_{\widehat{\beta}_1\gamma_1} = A^{\widehat{\alpha}_1}_{m+2,\widehat{\beta}_1}\delta^1_{\gamma_1} + A^{\widehat{\alpha}_1}_{m+1,\widehat{\beta}_1}\delta^2_{\gamma_1} + (A^2_{m+1,\gamma_1} + A^1_{m+2,\gamma_1})\delta^{\widehat{\alpha}_1}_{\widehat{\beta}_1};$$

$$H^{\hat{\gamma}_1 2}_{\beta_1\alpha_1} = A^{\hat{\gamma}_1}_{m+2,\beta_1}\delta^1_{\alpha_1} + A^{\hat{\gamma}_1}_{m+1,\beta_1}\delta^2_{\alpha_1};$$

$$H^{\widehat{\alpha}_1 1}_{\widehat{\beta}_1\gamma_1} = A^{\widehat{\alpha}_1}_{m+1,\widehat{\beta}_1}\delta^1_{\gamma_1} - A^{\widehat{\alpha}_1}_{m+2,\widehat{\beta}_1}\delta^2_{\gamma_1} + (A^1_{m+1,\gamma_1} - A^2_{m+2,\gamma_1})\delta^{\widehat{\alpha}_1}_{\widehat{\beta}_1}. \tag{23}$$

Покажем, что система (22) имеет конечное число решений относительно величин $g^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1} = -g^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1}$. Рассмотрим якобиеву матрицу системы (22)

$$\left[\frac{\partial \varphi^{\gamma_1}_{\widehat{\beta}_1}}{\partial g^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1}}\right] \tag{24}$$

и подсчитаем ее ранг при нулевых значениях величин $g^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1} = g^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1} = 0$. Тогда из системы (23) получаем следующие соотношения

$$A^1_{m+1,\widehat{\beta}_1} - A^2_{m+2,\widehat{\beta}_1} = 0, \; A^2_{m+1,\widehat{\beta}_1} + A^1_{m+2,\widehat{\beta}_1} = 0. \tag{25}$$

Рассмотрим с учетом (25) в матрице (24) минор порядка k_1=2(m–2)

$$H_{k_1} = \det[H^{\widehat{\alpha}_1\beta_1}_{\widehat{\beta}_1\alpha_1}], \tag{26}$$

здесь значения пар индексов $\begin{pmatrix}\beta_1\\ \widehat{\beta}_1\end{pmatrix}$ указывает на номера строк, а $\begin{pmatrix}\widehat{\alpha}_1\\ \alpha_1\end{pmatrix}$ – на номера столбцов.

Пусть, например,

$$A^1_{m+1,\beta_1} - A^2_{m+2,\beta_1} = 0, \; A^2_{m+1,\beta_1} + A^1_{m+2,\beta_1} = 0,$$

Тогда из (23) и (26) получаем

$$H_{k_1} = \begin{vmatrix} A^3_{m+1,3} & \dots & A^3_{m+1,m} & -A^3_{m+2,3} & \dots & -A^3_{m+2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A^m_{m+1,3} & \dots & A^m_{m+1,m} & -A^m_{m+2,3} & \dots & -A^m_{m+2,m} \\ A^3_{m+2,3} & \dots & A^3_{m+2,m} & A^3_{m+1,3} & \dots & A^3_{m+1,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A^m_{m+2,3} & \dots & A^m_{m+2,m} & A^m_{m+1,3} & \dots & A^n_{m+1,m} \end{vmatrix}. \tag{27}$$

Из (27) заключаем, что определитель (26) в общем случае не равен нулю в точке $A \in S_m \subset E_n$. В этом нетрудно убедиться, например, при следующих числовых значениях $A^{\widehat{\alpha}_1}_{m+1,\widehat{\beta}_1} = \delta^{\widehat{\alpha}_1}_{\widehat{\beta}_1}$, $A^{\widehat{\alpha}_1}_{m+2,\widehat{\beta}_1} = 0$ при которых с учетом (27) $H_{k_1} = 1 \neq 0$.

Поскольку определитель (26) не равен нулю в общем случае, то ранг матрицы (24) равен k_1=2(m–2). Это означает, что система (22) состоит из алгебраически независимых уравнений, а потому в общем случае она имеет конечное число решений относительно $g^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1} = -g^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1}$. Теорема доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Итоги науки и техники. – М.: ВИНИТИ АН СССР. – 1979. – С. 7–246.
2. Лаптев Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий // Труды Московского математического общества. – 1953. – Т. 2. – С. 275–382.
3. Акивис М.А. Фокальные образы поверхности ранга *r* // Известия вузов. Сер. Математика. – 1957. – № 1. – С. 9–19.
4. Фиников С.П. Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии. – М.: ГИТТП, 1948. – 432 с.
5. Остиану Н.М. О канонизации подвижного репера погруженного многообразия // Rev. math. pures et appl. (RNR). – 1962. – № 2. – P. 231–240.
6. Ивлев Е.Т., Глазырина Е.Д. О двумерном многообразии центрированных 2-плоскостей в многомерном евклидовом пространстве E_m(m>4) // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 4. – С. 5–9.
7. Ивлев Е.Т., Молдованова Е.А. О дифференцируемых отображениях аффинных пространств в многообразия *m*-плоскостей в многомерном евклидовом пространстве // Известия вузов. Сер. Математика. – 2009. – № 11. – С. 24–42.

Поступила 14.11.2011 г.

УДК 517

ВНЕШНЯЯ АЛГЕБРА *d*-ОПЕРАТОРА В ДРОБНОМ АНАЛИЗЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ПОРЯДКОВ

В.А. Чуриков

Томский политехнический университет
E-mail: vachurikov@list.ru

Рассмотрены алгебраические свойства d-оператора при его воздействии на функции (внешняя алгебра). В частности, рассмотрено свойство коммутативности.

Ключевые слова:
Дробный анализ, дробный анализ целочисленных порядков, d-оператор.
Key words:
Fractional analysis, fractional analysis integer order, d-operator.

Введение

В процессе развития дробного анализа наибольшее внимание уделялось, прежде всего, нецелочисленным порядкам дробного дифференцирования и дробного интегрирования (дробного интегродифференцирования) [1–3]. Целочисленные порядки являются частным случаем дробных чисел, поэтому дробный анализ целочисленных порядков является частным случаем дробного анализа любых конечных вещественных порядков.

Ранее дробный анализ целочисленных порядков отличных от единицы серьёзно не рассматривался, а дробный анализ порядка единицы (стандартный анализ), в свою очередь, является наиболее разработанной частью целочисленного дробного анализа, который зародился и развивался «самостоятельно», вне дробного анализа.

Дробный анализ возник из желания обобщить стандартный анализ на случаи производных и интегралов вещественных порядков, прежде всего, нецелочисленных порядков.

Между дробным анализом целочисленных и нецелочисленных порядков имеются существенные различия. Поэтому имеет смысл рассмотреть более подробно особенности дробного анализа целочисленных порядков и его отличия от дробного анализа нецелочисленных порядков.

В работе [4] была введена последняя версия локального d-оператора дробного интегрирования и дробного дифференцирования, который распадается на *d-оператор нецелочисленных порядков* и *d-оператор целочисленных порядков*.

В развёрнутом виде d-оператор целочисленных порядков записывается в виде системы из восьми равенств, каждое из которых задаёт операции дифференцирования и интегрирования для конкретных сочетаний порядков интегродифференцирования и показателей степени степенных функций, на которые действует d-оператор.

$$\begin{cases} d^{-m}x : x^{q} = \dfrac{\Gamma(q+1)}{\Gamma(q-m+1)}x^{q-m}; \\ \quad m = 0, 1, 2, ...;\;\; q \neq -1, -2, -3, ...; \\ d^{-m}x : x^{-n} = \dfrac{(-1)^{m}(n+m-1)!}{(n-1)!}x^{-m-n}; \\ \quad n \in \mathbb{N};\;\; m = 0, 1, 2, ...; \\ d^{m}x : x^{q} = \dfrac{\Gamma(q+1)}{\Gamma(q+m+1)}x^{q+m} + C_m(x); \\ \quad m = 0, 1, 2, ...;\; q \neq -1, -2, -3, ...; \\ d^{m}x : x^{-n} = \dfrac{(-1)^{m}(n-m-1)!}{(n-1)!}x^{m-n} + C_m(x); \\ \quad m = 0, 1, 2, ...;\; n \in \mathbb{N};\; m < n; \\ d^{1}x : x^{-1} = \ln|x| + C_1; \\ d^{n}x : x^{-n} = \dfrac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}\ln|x| + C_n(x);\; n \in \mathbb{N}; \\ d^{k}x : \ln|x| = \dfrac{1}{k!}x^{k}\left(\ln|x| - \displaystyle\sum_{l=1}^{k}\dfrac{(k-l)!}{k-l+1}\right) + C_k(x); \\ \quad k, l \in \mathbb{N}; \\ d^{m}x : x^{-n} = \dfrac{(-1)^{n-1}x^{m-n}}{(n-1)!(m-n)!}\times \\ \times\left(\ln|x| - \displaystyle\sum_{l=1}^{m-n}\dfrac{(m-n-l)!}{m-n-l+1}\right) + C_m(x); \\ \qquad\qquad m \geq n;\; m, n \in \mathbb{N}. \end{cases} \quad (*)$$

Здесь $C_m(x)$ – полином интегрирования для целочисленных порядков, который являются обобщением константы интегрирования в стандартном анализе, и имеет вид [5]

$$C_m(x) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i x^{i} =$$
$$= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + ... + a_{m-2}x^{m-2} + a_{m-1}x^{m-1}.$$

Здесь даны m вещественных констант интегрирования $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{m-1}$.

Следовательно, для целочисленных порядков в дробном анализе целочисленных порядков полиномы интегрирования являются алгебраические полиномы [6].

Для d-оператора целочисленного порядка $d^{-m}x$ полиномы интегрирования $C_m(x)$ будут иметь число слагаемых, равное порядку оператора интегрирования m.

Производная порядка m от полинома интегрирования порядка m, будет давать ноль

$$d^{-m}x : C_m(x) = 0.$$

В случае нецелочисленных порядков интегрирования, число слагаемых в полиномах интегрирования образует бесконечное счётное множество [5].

В d-операторе (*) *первое* и *второе* равенства определяют операции дифференцирования целочисленных порядков для степенных функций с нецелочисленными показателями степеней в первом случае и для показателей степеней степенной функции с целыми отрицательными значениями во втором случае.

С третьего по восьмое равенства в (*) описывают операции интегрирования целочисленных порядков.

Третье и четвёртое равенства определяют операции интегрирования целочисленных порядков для степенных функций с нецелочисленными показателями степеней в третьем равенстве и для показателей степеней с целыми отрицательными значениями, когда порядок оператора меньше модуля показателя степени показательной функции во втором случае.

С пятого по восьмое равенства в (*) определяют интегрирования целочисленных порядков для различных вариантов логарифмических случаев.

Пятое равенство постулирует интегрирование в наиболее простом из логарифмических случаев. Этот случай совпадает с таким же случаем в стандартном анализе.

Шестое равенство в (*) определяет интегрирование в логарифмическом случае, когда порядок оператора больше единицы и равен модулю показателя степени степенной функции, который имеет отрицательный знак.

Седьмое равенство определяет интегрирование натурального логарифма любого целочисленного порядка.

Восьмое равенство является наиболее общим и содержит в себе пятое, шестое и седьмое равенства, как частные случаи.

Внешняя алгебра *d*-оператора целочисленных порядков

Внутренняя алгебра выражает соотношения между d-операторами различных порядков в различных операциях. Внешняя алгебра d-операторов выражает отношение как между d-операторами различных порядков в различных операциях, так и функциям на которые они действуют.

В целочисленном дробном анализе внутренняя алгебра согласуется с внешней алгеброй, а нецелочисленном дробном анализе внешняя и внутренняя алгебра не всегда согласуются между собой [5].

Рассмотрим некоторые соотношения внешней алгебры d-оператора целочисленных порядков.

d-оператор является линейным, т. е. удовлетворяет условиям *однородности* и *аддитивности*.

1. Константу можно выносить из-под знака оператора или ставить под знак оператора (*однородность*)

$$d^{\pm n}x : af(x) = ad^{\pm n}x : f(x);\ a = \text{const}.$$

2.1. Аддитивность для случая сложения функций

$$d^{\pm n}x : (f(x) + g(x)) = d^{\pm n}x : f(x) + d^{\pm n}x : g(x).$$

2.2. Аддитивность для случая сложения операторов:

$$(d^{\pm n}x + d^{\pm m}x) f(x) = d^{\pm n}x : f(x) + d^{\pm m}x : f(x).$$

Рассмотрим действие композиций (произведения) d-операторов на функции.

В этом случае выполняется ещё одно важное свойство во внешней алгебре.

Теорема. Воздействие произведения трёх операторов на функцию $f(x)$ ассоциативно [5]

$$(d^{\pm n}x : d^{\pm m}x)d^{\pm k}x : f(x) = d^{\pm n}x : (d^{\pm m}x : d^{\pm k}x) f(x).$$

Справедливость данного равенства, проверяется простой подстановкой.

Теорема. Последовательное действие d-операторов $d^{\pm n}x$ и $d^{\pm m}x$ на функцию и действие композиции этих операторов $d^{\pm n \pm m}x$ на ту же функцию в общем случае не равны друг другу

$$d^{\pm n}x : d^{\pm m}x : f(x) \neq d^{\pm m}x : d^{\pm n}x : f(x).$$

В частности, справедлива теорема [5].

Теорема. Композиция и декомпозиция d-операторов дифференцирования (интегрирования) целочисленных порядков при их воздействии на функцию $f(x)$ дают одинаковый результат

$$d^{m}x : d^{n}x : f(x) = d^{m+n}x : f(x);$$

$$m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

Данное утверждение в общем случае не выполняется, если один из операторов является оператором дифференцирования, а другой – оператором интегрирования.

Рассмотрим возможные случаи данного соотношения более подробно.

В случае целочисленных порядков будут справедливы формула разложения операторов интегрирования целочисленных порядков

$$d^{m}x : d^{n}x : f(x) = d^{m+n}x : f(x) = \mathrm{F}^{(m+n)}(x) + C_{m+n}(x).$$

Формула разложения операторов дифференцирования целочисленных порядков

$$d^{-m}x : d^{-n}x : f(x) = d^{-m-n}x : f(x) = f^{(m+n)}(x).$$

Два последних равенства можно записать одним равенством

$$d^{\pm m}x : d^{\pm n}x : f(x) = d^{\pm m \pm n}x : f(x).$$

Одним из основных свойств d-оператора целочисленных порядков, является их разложимость на операторы первого порядка [7]. Тогда в случае дифференцирования можно записать

$$d^{-n}x : f(x) = \underbrace{d^{-1}x : d^{-1}x : \dots d^{-1}x}_{n} : f(x) = f^{(n)}(x).$$

В случае интегрирования будет выполняться аналогичное разложение

$$d^{n}x : f(x) = \underbrace{d^{1}x : d^{1}x : \dots d^{1}x}_{n} : f(x) = \mathrm{F}^{(n)}(x) + C_n(x).$$

Эти два свойства выражают *принцип разложимости* операторов интегрирования (дифференцирования) целочисленного порядка n на n операторов интегрирования (дифференцирования) первого порядка.

В силу разложимости d-оператора на операторы первого порядка, все логарифмические случаи, как в дробном анализе целочисленных порядков, так и в стандартном анализе, совпадают, если d-оператор последовательно применять целое количество раз. Другими словами – шестое, седьмое и восьмое равенства являются следствием пятого равенства и принципа разложимости d-оператора на операторы первого порядка. Поэтому, без потери общности, (*) шестое, седьмое и восьмое равенства можно отбросить, но эти равенства записываются для удобства интегрирования в логарифмических случаях, которых бесконечное счётное множество.

Рассмотрим случаи, когда на первом месте стоит оператор дифференцирования, а вторым оператором является оператор интегрирования, тогда будут возможны случаи композиции операторов, которые запишем с использованием различных эквивалентных обозначений

$$d^{-m}x : d^{n}x : f(x) = d^{n-m}x : f(x) =$$

$$= \begin{cases} f^{(n-m)}(x) \equiv F^{(m-n)}(x);\ m > n; \\ F^{(n-m)}(x) \equiv F^{(0)}(x) \equiv f^{(n-m)}(x) \equiv \\ \quad \equiv f^{(0)}(x) \equiv f(x);\ m = n; \\ F^{(n-m)}(x) + C_{-m+n}(x) \equiv f^{(m-n)}(x) + C_{-m+n}(x);\ m < n. \end{cases}$$

Если на первом месте стоит оператор интегрирования, а на втором – оператор дифференцирования, тогда будут возможны следующие случаи композиции операторов с учётом различных обозначений

$$d^{m}x : d^{-n}x : f(x) = d^{m-n}x : f(x) =$$

$$= \begin{cases} f^{(m-n)}(x) + C_m(x) \equiv F^{(n-m)}(x) + C_m(x);\ m < n; \\ F^{(m-n)}(x) + C_m(x) \equiv F^{(0)}(x) + C_m(x) \equiv \\ \quad \equiv f^{(m+n)}(x) + C_m(x) \equiv \\ \quad \equiv f^{(0)}(x) + C_m(x) \equiv f(x) + C_m(x);\ m = n; \\ F^{(m-n)}(x) + C_m(x) \equiv f^{(n-m)}(x) + C_m(x);\ m > n. \end{cases}$$

Теорема. Композиция и декомпозиция d-операторов целочисленных порядков при их воздействии на функцию $f(x)$ в общем случае не будут равны между собой

$$d^{\pm m}x : d^{\mp n}x : f(x) \neq d^{\pm m \mp n}x : f(x).$$

Эти соотношения входят во внешнюю алгебру d-оператора целочисленных порядков [5].

Коммутативность и не коммутативность во внешней алгебре *d*-оператора целочисленных порядков

Рассмотрим свойства коммутативности для d-операторов целочисленных порядков.

Свойство коммутативности для операторов дифференцирования целочисленных порядков будет

$$d^{-n}x : d^{-m}x : f(x) = d^{-m}x : d^{-n}x : f(x).$$

Свойство коммутативности операторов интегрирования целочисленных порядков будет

$$d^{n}x : d^{m}x : f(x) = d^{m}x : d^{n}x : f(x).$$

Единичный d-оператор (нулевого порядка) коммутирует как с d-операторами дифференцирования и интегрирования любых вещественных порядков, в том числе целочисленных, включая нулевой порядок. В частности, для целочисленных порядков это можно записать

$$d^{0}x : d^{\pm n}x : f(x) = d^{\pm n}x : d^{0}x : f(x) = d^{\pm n}x : f(x).$$

Если один оператор будет оператором дифференцирования порядка n, а другой будет оператором интегрирования порядка m, и $m>n$, то, в зависимости от последовательности действия этих операторов на функцию, будут справедливы равенства

$$d^{-n}x : d^{m}x : f(x) = F^{(m-n)}(x) + C_{m-n}(x);$$

$$d^{m}x : d^{-n}x : f(x) = F^{(m-n)}(x) + C_{m}(x).$$

Из этих формул легко получить коммутатор для случая $m>n$

$$[d^{m}x, d^{-n}x] : f(x) = (d^{m}x : d^{-n}x - d^{-n}x : d^{m}x) : f(x) =$$

$$= F^{(m-n)}(x) + \tilde{C}_m(x) - F^{(m-n)}(x) - \tilde{C}_{m-n}(x) =$$

$$= \tilde{C}_m(x) - \tilde{C}_{m-n}(x) = C_m(x).$$

В другом случае, когда $n>m$, легко получить формулы перестановки операторов дифференцирования и операторов интегрирования

$$d^{-n}x : d^{m}x : f(x) = f^{(m-n)}(x);$$

$$d^{m}x : d^{-n}x : f(x) = f^{(m-n)}(x) + C_m(x).$$

Для коммутатора, когда $n>m$, получим

$$[d^{m}x, d^{-n}x] : f(x) = (d^{m}x : d^{-n}x - d^{-n}x : d^{m}x) : f(x) =$$

$$= f^{(m-n)}(x) + C_m(x) - f^{(-n+m)}(x) = C_m(x).$$

При перестановке оператора интегрирования и дифференцирования в коммутаторе, получим свойство *антисимметрии* коммутатора

$$[d^{m}x, d^{-n}x] : f(x) = -[d^{-n}x, d^{m}x] : f(x).$$

Коммутатор для случая, когда оба оператора являются операторами дифференцирования

$$[d^{-m}x, d^{-n}x] : f(x) =$$

$$= (d^{-m}x : d^{-n}x - d^{-n}x : d^{-m}x) : f(x) =$$

$$= f^{(-m-n)}(x) - f^{(-n-m)}(x) = 0.$$

Коммутатор для случая, когда оба оператора являются операторами интегрирования

$$[d^m x, d^n x] : f(x) = (d^m x : d^n x - d^n x : d^m x) : f(x) =$$
$$= F^{(m+n)}(x) + C_{m+n}(x) - F^{(n+m)}(x) - C_{n+m}(x) =$$
$$= C_{m+n}(x) - C_{n+m}(x) = 0.$$

В случае дифференцирования целочисленных порядков полиномов интегрирования будут справедливы формулы

$$d^{-n} x : C_m(x) = \begin{cases} C_{m-n}(x) \neq 0; & m \geq n; \\ 0; & m < n. \end{cases}$$

Для случая интегрирования целочисленных порядков полиномов интегрирования операторами будут справедливы аналогичные формулы

$$d^n x : C_m(x) = \tilde{C}_{n+m}(x) + \tilde{C}_n(x) = C_{n+m}(x).$$

Эти утверждения верны по причине того, что сумма порядков операторов дифференцирования и интегрирования равны нулю или целым отрицательным числам, т. е. попадают в полюсы гамма-функции.

Рассмотрим ещё некоторые простые правила дифференцирования и интегрирования в дробном анализе целочисленных порядков

$$d^{-n} x : f(ax) = a^n f(ax); \quad a = \text{const};$$
$$d^n x : f(ax) = a^{-n} F^{(n)}(ax) + C_n(x).$$

Эти формулы являются частными случаями формул дифференцирования и интегрирования любых вещественных порядков [5].

Также будут справедливы более общие формулы дифференцирования и интегрирования в дробном анализе целочисленных порядков

$$d^{-n} x : f(ax+b) = a^n f(ax+b); \quad a, b = \text{const};$$
$$d^n x : f(ax+b) = a^{-n} F^{(n)}(ax+b) + C_n(x).$$

Во внешней алгебре целочисленного дробного анализа имеется только одна причина не коммутативности операторов интегродифференцирования, как в стандартном анализе. В нецелочисленном дробном анализе имеется уже две причины не коммутативности операторов [5].

Из сказанного в данной работе справедливо сделать утверждение.

Теорема. Внешняя алгебра *d*-оператора относительно операции умножения операторов целочисленных порядков образует полугруппу с единицей (моноид), который является частично коммутативным моноидом.

Ассоциативность умножения операторов выполняется, имеется мультипликативная единица и в общем случае отсутствуют обратные элементы.

Частичная коммутативность появляется в случае, когда оба оператора являются или операторами дифференцирования, или операторами интегрирования, или один из операторов имеет нулевой порядок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка. – Минск: Наука и техника, 1987. – 687 с.
2. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. – М.: Физматлит, 2003. – 272 с.
3. Учайкин В.В. Метод дробных производных. – Ульяновск: Артишок, 2008. – 512 с.
4. Чуриков В.А. Локальный *d*-оператор дифференцирования и интегрирования конечных вещественных порядков для дробного // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318. – № 2. – С. 5–10.
5. Чуриков В.А. Дополнительные главы анализа. Дробное интегрирование и дробное дифференцирование на основе *d*-оператора. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 118 с.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1969. – 431 с.
7. Чуриков В.А. Краткое введение в дробный анализ целочисленных порядков. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 72 с.

Поступила 29.08.2011 г.

УДК 517

ЭКСПОНЕНТЫ В ДРОБНОМ АНАЛИЗЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ПОРЯДКОВ НА ОСНОВЕ *d*-ОПЕРАТОРА

В.А. Чуриков

Томский политехнический университет
E-mail: vachurikov@list.ru

Вводятся и рассматриваются свойства экспонент в дробном анализе целочисленных порядков. Показано, что для d-операторов целочисленных порядков, превышающих 1, характерно наличие свыше одной экспоненты. Показано, что свойства экспонент для чётных и нечётных порядков сильно различаются.

Ключевые слова:
Дробный анализ целочисленных порядков, d-оператор, главная экспонента, дополнительные экспоненты, экспоненты вещественные, экспоненты комплексные, экспоненциальное вырождение.

Key words:
Fractional analysis integer order, d-operator, main exponent, additional exhibitors, exhibitors material, exhibitors complex, exponential degeneration.

Введение

В локальном дробном анализе принципиальное значение имеют элементарные функции. Поэтому при его развитии одной из главных задач является создание системы элементарных функций, как это имеет место в стандартном анализе.

В ряде работ [1, 2] были введены некоторые элементарные функции дробного анализа нецелочисленных и целочисленных порядков.

В локальном дробном анализе для каждого порядка дробного интегродифференцирования имеется свой набор элементарных функций. В частности, между системами элементарных функций в нецелочисленном и целочисленном дробном анализе имеется много общего, но и есть ряд принципиальных отличий. Часть этих функций переходят друг в друга при непрерывном изменении порядка, а часть имеют место только для целочисленных порядков в случае вырождения. Рассмотрим это на примере экспонент.

В работах [1–3] были введены и рассмотрены некоторые свойства экспонент целочисленных порядков, которые в данной работе будут рассмотрены более подробно.

В общем случае для ветви целочисленного порядка k имеется k^2 не равных друг другу экспонент. Дробностепенные ряды всех целочисленных экспонент порядка k, будут выглядеть как

$$\exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x) \equiv \exp_k^{(p|\mu)}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\alpha_\mu x)^{nk-p}}{(kn-p)!} =$$
$$= \frac{(\alpha_\mu x)^{k-p}}{(k-p)!} + \frac{(\alpha_\mu x)^{2k-p}}{(2k-p)!} + \frac{(\alpha_\mu x)^{3k-p}}{(3k-p)!} + \ldots$$

Для всех k^2 экспонент выполняются основные свойства экспонент, а именно, они инвариантны относительно дифференцирования порядка k и интегрирования порядка k, но в последнем случае с точностью до сложения с полиномом интегрирования порядка k

$$d^{-k}x : \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x) = \alpha_\mu^k \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x) = \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x);$$

$$d^k x : \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x) = \alpha_\mu^{-k} \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x) + C_k(x) =$$
$$= \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x) + C_k(x); \quad \mu,\ p = 1, 2, 3, \ldots, k.$$

Здесь $C_k(x)$ полиномы интегрирования целочисленного порядка k

$$C_k(x) = \sum_{n=0}^{k-1} a_n x^n = a_{k-1}x^{k-1} + a_{k-2}x^{k-2} + \ldots + a_1 x + a_0.$$

Здесь $a_{k-1}, a_{k-2}, \ldots, a_1, a_0$ – константы интегрирования, которых в случае порядка k будет k.

Главное свойство полинома интегрирования порядка k заключается в том, что его производная порядка k равна нулю: $d^{-k}x$: $C_k(x)=0$.

Все экспоненты целочисленных порядков $k>1$ удобно представить в виде квадратной матрицы $k\times k$, которая называется *матрицей экспонент порядка k* [1, 2]

$$\exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x) \equiv \exp_k^{(p|\mu)}(x) =$$
$$= \begin{pmatrix} \exp_k^{(1)}(\alpha_1 x) & \exp_k^{(1)}(\alpha_2 x) & \ldots & \exp_k^{(1)}(\alpha_k x) \\ \exp_k^{(2)}(\alpha_1 x) & \exp_k^{(2)}(\alpha_2 x) & \ldots & \exp_k^{(2)}(\alpha_k x) \\ \ldots & & & \\ \exp_k^{(k)}(\alpha_1 x) & \exp_k^{(k)}(\alpha_2 x) & \ldots & \exp_k^{(k)}(\alpha_k x) \end{pmatrix}.$$

Здесь p, μ=1,2,3, ...,k; α_i, i=1,2,...,k, *корни инвариантности* [2]. Один корень вещественный, называется *главным корнем*, который всегда равен единице, α_1=1. Остальные k–1 корней называются вещественными *комплексными корнями*, являющимися в общем случае комплексными числами. В частных случаях, в зависимости от чётности порядка k, комплексные корни могут быть вещественными или мнимыми.

Корни инвариантности выражаются формулой

$$\alpha_k = 1^{\frac{1}{k}} = \exp\left(\frac{i2\pi n}{k}\right) = \cos\left(\frac{2\pi n}{k}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi n}{k}\right);$$
$$n = 0, 1, 2, 3, \ldots, k-1.$$

Каждый элемент в матрице экспонент является экспонентой порядка k. Первый столбец матрицы экспонент составляют вещественные экспоненты, а все остальные комплексные экспоненты.

Наличие нескольких экспонент в локальном дробном анализе для операторов с порядками больше единицы называется *экспоненциальным вырождением.*

Свойства экспонент целочисленных порядков чётных и нечётных порядков, очень сильно различаются, поэтому их стоит рассмотреть отдельно.

Свойства экспонент чётных и нечётных порядков

Экспоненты чётных порядков всегда являются или чётными, или нечётными функциями.

Экспоненты чётных и нечётных порядков можно записать

$$\exp_{2k-1}^{(p|\mu)}(x) \equiv \exp_{2k-1}^{(p)}(\alpha_\mu x);$$

$$p,\, \mu = 1, 2, 3, \ldots, 2k-1;\ k \in \mathbb{N};$$

$$\exp_{2k}^{(p|\mu)}(x) \equiv \exp_{2k}^{(p)}(\alpha_\mu x);$$

$$p,\, \mu = 1, 2, 3, \ldots, 2k;\ k \in \mathbb{N}.$$

Ряд главной экспоненты чётных порядков будет

$$\exp_{2k}(x) \equiv \exp_{2k}^{(1)}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{x^{2mk-1}}{(2mk-1)!} =$$

$$= \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!} + \frac{x^{4k-1}}{(4k-1)!} + \frac{x^{6k-1}}{(6k-1)!} + \frac{x^{8k-1}}{(8k-1)!} + \ldots$$

Ряды дополнительных экспонент чётных порядков будут

$$\exp_{2k}^{(2)}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2nk-2}}{(2nk-2)!} = \frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!} +$$

$$+ \frac{x^{4k-2}}{(4k-2)!} + \frac{x^{6k-2}}{(6k-2)!} + \frac{x^{8k-2}}{(8k-2)!} + \ldots;$$

$$\exp_{2k}^{(3)}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2nk-3}}{(2nk-3)!} = \frac{x^{2k-3}}{(2k-3)!} +$$

$$+ \frac{x^{4k-3}}{(4k-3)!} + \frac{x^{6k-3}}{(6k-3)!} + \frac{x^{8k-3}}{(8k-3)!} + \ldots;$$

$$\ldots$$

$$\exp_{2k}^{(k)}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2nk-k}}{(2nk-k)!} =$$

$$= \frac{x^{2k-k}}{(0)!} + \frac{x^{4k-k}}{(3k)!} + \frac{x^{6k-k}}{(5k)!} + \frac{x^{8k-k}}{(7k)!} + \ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2(n-1)k}}{(2nk-k)!} = \frac{x^{k}}{1} + \frac{x^{3k}}{(3k)!} + \frac{x^{5k}}{(5k)!} + \frac{x^{7k}}{(7k)!} + \ldots;$$

$$\ldots$$

$$\exp_{2k}^{(2k)}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2nk-2k}}{(2nk-2k)!} =$$

$$= \frac{x^{2k-2k}}{(0)!} + \frac{x^{4k-2k}}{(2k)!} + \frac{x^{6k-2k}}{(4k)!} + \frac{x^{8k-2k}}{(6k)!} + \ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2(n-1)k}}{(2(n-1)k)!} = 1 + \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \frac{x^{4k}}{(4k)!} + \frac{x^{6k}}{(6k)!} + \ldots;$$

Ряд главной экспоненты и всех дополнительных экспонент можно записать одним равенством

$$\exp_{2k}(x) \equiv \exp_{2k}^{(p)}(x) \equiv \exp_{2k}^{(p|1)}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{x^{2mk-p}}{(2mk-p)!} =$$

$$= \frac{x^{2k-p}}{(2k-p)!} + \frac{x^{4k-p}}{(4k-p)!} + \frac{x^{6k-p}}{(6k-p)!} + \ldots;$$

$$p, k \in \mathbb{N};\ p = 1, 2, 3, \ldots, 2k.$$

Экспоненты целочисленных чётных порядков имеют высокую степень симметрии. Например, главная экспонента $\exp_{2k}(x) \equiv \exp_{2k}^{(1)}(x)$ будет нечётной функцией

$$\exp_{2k}^{(1)}(-x) = -\exp_{2k}^{(1)}(x).$$

И вообще, все экспоненты чётных порядков с нечётными номерами тоже будут нечётными функциями, что можно записать в виде равенства

$$\exp_{2k}^{(2l-1)}(-x) = -\exp_{2k}^{(2l-1)}(x);\quad l = 1, 2, 3, \ldots, k.$$

Экспоненты чётных порядков с чётными номерами будут чётными, что можно записать в виде соотношений

$$\exp_{2k}^{(2l)}(x) = \exp_{2k}^{(2l)}(-x);\quad l = 1, 2, 3, \ldots, k.$$

Все экспоненты целочисленных чётных порядков, как вещественные, так и комплексные можно записать

$$\exp_{2k}^{(p|\mu)}(x) \equiv \exp_{2k}^{(p)}(\alpha_\mu x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(\alpha_\mu x)^{2mk-p}}{(2mk-p)!} =$$

$$= \frac{(\alpha_\mu x)^{2k-p}}{(2k-p)!} + \frac{(\alpha_\mu x)^{4k-p}}{(4k-p)!} + \frac{(\alpha_\mu x)^{6k-p}}{(6k-p)!} + \ldots;$$

$$p, \mu = 1, 2, 3, \ldots, 2k.$$

В силу высокой симметрии целочисленных экспонент чётных порядков и большой простоты корней инвариантности, имеет место *частичное снятие экспоненциального вырождения*, когда некоторые из k^2 экспонент, порядка $k>1$, будут равны друг другу, или линейно выражаться друг через друга. Вопрос с частичным снятием вырождения требует отдельного рассмотрения.

Если аргумент экспонент целочисленных чётных порядков будет мнимым, тогда главная экспонента и все экспоненты с нечётными номерами будут мнимыми функциями.

Для главной экспоненты ряд будет следующим

$$\exp_{2k}(ix) \equiv \exp_{2k}^{(1)}(ix) = -i\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{mk} x^{2mk-1}}{(2mk-1)!} =$$

$$= -i\left(\begin{gathered} \frac{(-1)^k x^{2k-1}}{(2k-1)!} + \frac{x^{4k-1}}{(4k-1)!} + \\ + \frac{(-1)^k x^{6k-1}}{(6k-1)!} + \frac{x^{8k-1}}{(8k-1)!} \ldots \end{gathered} \right).$$

Основные экспоненты (главная и дополнительные) нечётных номеров с мнимым аргументом будут выражаться в виде рядов

$$\exp_{2k}^{(2l-1)}(ix)=i\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{(mk-l)}x^{2mk-2l+1}}{(2mk-2l+1)!};\ l=1,2,3,\ldots,k.$$

Дополнительные экспоненты чётных целочисленных порядков с мнимым аргументом и с чётными номерами будут вещественными функциями, а их ряды будут

$$\exp_{2k}^{(2l)}(ix)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{(mk-l)}x^{2mk-2l}}{(2mk-2l)!};\ l=1,2,3,\ldots,k.$$

Основные экспоненты нечётных целочисленных порядков с мнимым аргументом будут мнимыми функциями.

Для целочисленных нечётных порядков ряд основных экспоненты будет

$$\exp_{2k-1}^{(p)}(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{(2k-1)n-p}}{((2k-1)n-p)!}=\frac{x^{(2k-1)-p}}{((2k-1)-2)!}+$$
$$+\frac{x^{2(2k-1)-p}}{(2(2k-1)-2)!}+\frac{x^{3(2k-1)-p}}{(3(2k-1)-2)!}+$$
$$+\frac{x^{4(2k-1)-p}}{(4(2k-1)-2)!}+\ldots;\quad p=1,2,3,\ldots,2k-1;\ k\in\mathbb{N}.$$

Ряд главной экспоненты для целых целочисленных нечётных порядков будет

$$\exp_{2k-1}(x)\equiv\exp_{2k-1}^{(1)}(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{(2k-1)n-1}}{((2k-1)n-1)!}=$$
$$=\frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!}+\frac{x^{4k-3}}{(4k-3)!}+\frac{x^{6k-4}}{(6k-4)!}+\frac{x^{8k-5}}{(8k-5)!}+\ldots$$

Ряды дополнительных экспонент нечётных целочисленных порядков будут

$$\exp_{2k-1}^{(2)}(x)=$$
$$=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{(2k-1)n-2}}{((2k-1)n-2)!}=\frac{x^{(2k-1)-2}}{((2k-1)-2)!}+$$
$$+\frac{x^{2(2k-1)-2}}{(2(2k-1)-2)!}+\frac{x^{3(2k-1)-2}}{(3(2k-1)-2)!}+\ldots;$$
$$\exp_{2k-1}^{(3)}(x)=$$
$$=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{(2k-1)n-3}}{((2k-1)n-3)!}=\frac{x^{(2k-1)-3}}{((2k-1)-3)!}+$$
$$+\frac{x^{2(2k-1)-3}}{(2(2k-1)-3)!}+\frac{x^{3(2k-1)-3}}{(3(2k-1)-3)!}+\ldots;$$

...

$$\exp_{2k-1}^{(k)}(x)=$$
$$=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{(2k-1)n-k}}{((2k-1)n-k)!}=\frac{x^{(2k-1)-k}}{((2k-1)-k)!}+$$
$$+\frac{x^{2(2k-1)-k}}{(2(2k-1)-k)!}+\frac{x^{3(2k-1)-k}}{(3(2k-1)-k)!}+\ldots;$$

...

$$\exp_{2k-1}^{(2k-1)}(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{(2k-1)n-2k+1}}{((2k-1)n-2k+1)!}=$$
$$=\frac{x^{0}}{(0)!}+\frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}+\frac{x^{2(2k-1)}}{(2(2k-1))!}+\frac{x^{3(2k-1)}}{(3(2k-1))!}+\ldots$$

В полученных рядах чётные порядки степенных функций чередуются с нечётными порядками степенных функций элементов рядов.

Для отрицательного аргумента в экспонентах нечётных порядков, получим знакочередующиеся ряды. Соответствующий ряд для главной экспоненты будет

$$\exp_{2k-1}(-x)=\exp_{2k-1}^{(1)}(-x)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}x^{2mk-m-1}}{(2mk-m-1)!}=$$
$$=\frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!}-\frac{x^{4k-3}}{(4k-3)!}+\frac{x^{6k-4}}{(6k-4)!}-$$
$$-\frac{x^{8k-5}}{(8k-5)!}+\frac{x^{10k-6}}{(10k-6)!}+\ldots$$

Экспоненты целочисленных нечётных порядков мнимых аргументов будут комплексными функциями

$$\exp_{2k-1}(ix)=-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{mk}(-i)^{m-1}x^{2mk-m-1}}{(2mk-m-1)!}=$$
$$=-\frac{(-1)^{k}x^{2k-2}}{(2k-2)!}+\frac{ix^{4k-3}}{(4k-3)!}+\frac{(-1)^{k}x^{6k-4}}{(6k-4)!}-$$
$$-\frac{ix^{8k-5}}{(8k-5)!}-\frac{(-1)^{k}x^{10k-6}}{(10k-6)!}+\ldots$$

Для отрицательных мнимых аргументов ряд экспонент будет

$$\exp_{2k-1}(-ix)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{mk}i^{m-1}x^{2mk-m-1}}{(2mk-m-1)!}=$$
$$=-\frac{(-1)^{k}x^{2k-2}}{(2k-2)!}-\frac{ix^{4k-3}}{(4k-3)!}+\frac{(-1)^{k}x^{6k-4}}{(6k-4)!}+$$
$$+\frac{ix^{8k-5}}{(8k-5)!}-\frac{(-1)^{k}x^{10k-6}}{(10k-6)!}+\ldots$$

Экспоненты целочисленных нечётных порядков мнимого аргумента, имеют чередующиеся чётные и нечётные члены ряда. Также будут чередоваться вещественные члены ряда, в случае чётных степеней аргумента, с мнимыми членами ряда, в случае нечётных степеней ряда.

Инвариантные функции

При наличии экспоненциального вырождения для случая целочисленных порядков больших единицы, целесообразно ввести инвариантные функции.

Определение. Функцию, инвариантную относительно дифференцирования порядка k и инвариантную относительно интегрирования порядка k, причём интегрирование с точностью до сложения с полиномом интегрирования порядка k, будем называть *инвариантной функцией порядка k*.

Тривиальный случай простой инвариантной функции является нулевая функция (ноль), которая является инвариантной функцией для любого вещественного порядка.

В случае целочисленных порядков больше единицы, инвариантные функции являются суммой инвариантных функций, или линейной суперпозицией экспонент.

Экспоненты любого целочисленного вещественного порядка k можно рассмотреть в более общем виде – со сдвигом β=const, $\exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x+\beta_\mu)$. *Экспоненты со сдвигом* являются инвариантными функциями того же порядка. В более общем виде экспоненты, со сдвигом можно записать для случая, когда каждая из экспонент порядка k будет иметь свой сдвиг, β_μ=const; $\beta_\mu \in \mathbb{R}$; $\mu=1,2,3,\dots,k$. Условия инвариантности для экспонент со сдвигом будут

$$d^{-k}x : \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x+\beta_\mu) = \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x+\beta_\mu);$$

$$d^{k}x : \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x+\beta_\mu) = \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x+\beta_\mu) + C_k(x).$$

Экспоненты с нулевым сдвигом являются наиболее простыми (примитивными) инвариантными функциями.

Определение. Если инвариантную функцию невозможно разложить на другие инвариантные функции того же порядка, то такую инвариантную функцию будем называть *простой инвариантной функцией* порядка k.

Простые инвариантные функции пропорциональны экспонентам.

Определение. Инвариантные функции будем называть *сложными инвариантными функциями*, если она состоит из суммы r ($k>r>1$) простых инвариантных функций.

Из сказанного следует справедливость утверждения.

Теорема. Суперпозиция экспонент целочисленного порядка k, будет инвариантной функцией порядка k.

Очевидно, что все функции пропорциональные экспонентам порядка k, если коэффициент пропорциональности не равен нулю, являются простыми инвариантными функциями того же порядка. Если коэффициент пропорциональности равен единице, то получим экспоненту (экспоненты в случае целочисленных порядков больше единицы).

Поэтому, суперпозицию экспонент целочисленного порядка $k>1$, будет *сложной инвариантной функцией* порядка $k>1$. Наиболее общая запись сложной инвариантной функции порядка k будет

$$\mathrm{Invf}_k(a_p, \beta_\mu; x) = \sum_{p=1}^{k}\sum_{\mu=1}^{k} a_p \exp_k^{(p)}(\alpha_\mu x+\beta_\mu);$$

$$a_p, \alpha_\mu, \beta_\mu = \mathrm{const};\ a_p, \alpha_\mu, \beta_\mu \in \mathbb{R};\ p, \mu = 1, 2, 3, \dots, k.$$

Здесь a_p и β_μ любые вещественные, или комплексные константы.

Условия инвариантности для функций $\mathrm{Invf}_k(a_p,\beta_\mu;x)$ будут

$$d^{-k}x : \mathrm{Invf}_k(a_p, \beta_\mu; x) = \mathrm{Invf}_k(a_p, \beta_\mu; x);$$

$$d^{k}x : \mathrm{Invf}_k(a_p, \beta_\mu; x) = \mathrm{Invf}_k(a_p, \beta_\mu; x) + C_k(x).$$

Для частного случая стандартного анализа, когда порядок $k=1$, сложная инвариантная функция будет состоять из одного слагаемого

$$\mathrm{Invf}_1(a_1, \beta_1; x) = a_1 \exp_1(x+\beta_1);$$

$$a_1, \beta_1 = \mathrm{const};\ a_1, \beta_1 \in \mathbb{C}.$$

Для нецелочисленных порядков s, когда порядок будет нецелочисленным, сложная инвариантная функция тоже будет состоять из одного слагаемого

$$\mathrm{Invf}_s(a, \beta; x) = a \exp_s(x+\beta);$$

$$a, \beta = \mathrm{const};\ a, \beta \in \mathbb{C}.$$

Инвариантные функции образуют *пространство инвариантных функций порядка k* которое будем обозначать IF_k.

Легко видеть, что пространство инвариантных функций порядка nk будет являться подпространством *пространства инвариантных функций порядка k*

$$\mathrm{IF}_k \subset \mathrm{IF}_{nk};\quad k, n = 1, 2, 3, \dots$$

Размерность этих пространств зависит от чётности порядка

$$\dim \mathrm{IF}_{2k-1} = k^2;\ \dim \mathrm{IF}_{2k} < k^2;\quad k, n = 1, 2, 3, \dots$$

В случае чётных порядков размерность пространства IF_{2k} меньше k^2 в силу частичного снятия вырождения.

Для порядков равных единице и нецелочисленных порядков размерность будет равна единице, $\dim \mathrm{IF}_1=1$; $\dim \mathrm{IF}_s=1$; $s\neq 1,2,3,\dots$

Теорема. Инвариантные функции порядка k являются инвариантными функциями и для порядков nk.

Это утверждение является следствием разложения экспонент меньшего порядка на сумму экспонент более высоких порядков [4].

В случае нецелочисленных порядков и для порядка $k=1$, линейное пространство будет одномерным, а в случае целочисленных порядков $k>1$, размерность превысит 1. Если размерность $k>1$ будет нечётной, то размерность линейного пространства равна k^2 в силу экспоненциального вырождения. Если размерность k чётная, то размерность линейного пространства будет больше 1 и меньше k^2 в силу частичного снятия экспоненциального вырождения. Точная размерность линейного пространства в случае чётных порядков требует отдельного рассмотрения.

Теорема. Все экспоненты нечётного порядка k образуют линейно независимую систему функций. Это следует из того, что определитель Вронского отличен от нуля.

Элементами данного линейного пространства являются инвариантные функции порядка k.

Теорема. Главная и дополнительные экспоненты целочисленного нечётного порядка k образуют k-мерное линейное пространство относительно операции сложения и умножения на число.

Теорема. Главная и все дополнительные экспоненты порядка k образуют линейно независимую систему функций. Это следует из того, что определитель Вронского отличен от нуля

$$W_k = \det(\exp_k^{(p|\mu)}(x)) \neq 0.$$

Теорема. Всё экспоненты порядка нецелочисленных порядков и целочисленного порядка, равного единице, образуют одномерное линейное пространство.

Исходя из полученных результатов, можно сформулировать утверждение.

Теорема. Любая линейная комбинация инвариантных функций является инвариантной функцией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чуриков В.А. Особенности некоторых элементарных функций дробного анализа целочисленных порядков // Перспективы развития фундаментальных наук: Труды VII Междунар. конф. студентов и молодых учёных. – Томск, 20–23 апреля 2010 г. – Томск, 2010. – С. 536–537.
2. Чуриков В.А. Локальный d-оператор дифференцирования и интегрирования конечных вещественных порядков для дробного // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318. – № 2. – С. 5–10.
3. Чуриков В.А. Экспоненциальное вырождение в дробном анализе целочисленных порядков // Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики: Матер. Междунар. Российско-Болгарского симп. – г. Нальчик, аул Хабез, 25–30 июня, 2010 г. – Нальчик, 2010. – С. 251–254.
4. Чуриков В.А. Дополнительные главы анализа. Дробное интегрирование и дробное дифференцирование на основе d-оператора. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 118 с.

Поступила 29.08.2011 г.

УДК 621.52+511.52

НАХОЖДЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ МАТРИЦЫ МОНОДРОМИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДТ-АНАЛОГА $L(t)R(t)$-АЛГОРИТМА

С.О. Симонян, А.К. Василян, М.Д. Тамазян

Государственный инженерный университет Армении (Политехник), г. Ереван
E-mail: cybinf@seua.am; ssimonyan@seua.am; aram028@yahoo.com; mher.tamazyan@gmail.com

Предложен простой численно-аналитический метод, с помощью которого легко определяются характеристические показатели матрицы монодромии.

Ключевые слова:
Неавтономная матрица, собственные значения-функции, матрица монодромии, дифференциально-тейлоровские преобразования, характеристические показатели.
Key words:
Non-autonomous matrix, own values-functions, monodrom matrix, differential-Taylor transformation, characteristical showings.

<u>Введение.</u> Допустим, что мы имеем неавтономную систему с периодическими коэффициентами, которая задана в следующем виде [1]

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t), \tag{1}$$

где $A(t)=(a_{ij}(t))$, $i,j=\overline{1,n}$, $X(t)=(x_1,(t),...,x_n(t))^T$ а элементы матрицы $A(t)$ периодические, т. е. $A(t+T)=A(t)$, где T – период.

Пусть $\Phi(T,t)$ – матрица монодромии системы (1), которая имеет вид [2]

$$\Phi(T,t) = \begin{bmatrix} \varphi_{11}(T,t) & \varphi_{12}(T,t) & \cdots & \varphi_{1n}(T,t) \\ \varphi_{21}(T,t) & \varphi_{22}(T,t) & \cdots & \varphi_{2n}(T,t) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_{n1}(T,t) & \varphi_{n2}(T,t) & \cdots & \varphi_{nn}(T,t) \end{bmatrix},$$

а

$$P(\lambda(t)) =$$
$$= (\lambda(t)-\lambda_1(t))^{m_1}(\lambda(t)-\lambda_2(t))^{m_2}\cdots(\lambda(t)-\lambda_k(t))^{m_k},$$
$$m_1+m_2+\cdots+m_k = m \leq n$$

– минимальный многочлен матрицы $\Phi(T,t)$ [3]. Функции

$$b_j(t) = \frac{1}{T}\ln\lambda_j(t), \quad j=\overline{1,k}, \tag{2}$$

где T – период; $\lambda_j(t)$; $i=\overline{1,k}$ – собственные значения-функции матрицы $\Phi(T,t)$ – называются характеристическими показателями решений системы (1).

Согласно [3], зная значения характеристических показателей, можно говорить об устойчивости системы (1). Будем искать характеристические показатели (2) для неавтономных матриц с помощью ДТ-аналога $L(t)R(t)$-алгоритма [4].

LR алгоритм [4] предназначен для разложения автономных матриц $A=(a_{ij})$, $i,j=\overline{1,n}$ на множители – матрицы L и R, при которых

$$A = LR,$$

где L – нижняя треугольная матрица с единицами на главной диагонали порядка n, а R – верхняя треугольная матрица порядка n.

$L(t)R(t)$-алгоритм и ДТ-преобразования. Не вдаваясь в подробности, по аналогии LR-алгоритма для автономных матриц [4], представим соответствующую последовательность вычислительных операций с целью нахождения собственных значений-функций $\lambda_i(t)$, $i=\overline{1,n}$ для неавтономных матриц $A(t)=(a_{ij}(t))$, $i, j=\overline{1,n}$. Имеем [4]:

Шаг 1. Рассчитываются неизвестные элементы первой строки матрицы $R(t)$:

$$R_{1k}(t) = A_{1k}(t), \quad k = 1,n.$$

Шаг 2. Рассчитываются неизвестные элементы первого столбца матрицы $L(t)$:

$$L_{i1}(t) = A_{i1}(t) / R_{11}(t), \quad i = \overline{2,n}.$$

Шаг 3. Рассчитываются неизвестные элементы второй строки матрицы $R(t)$:

$$R_{2k}(t) = A_{2k}(t) - L_{21}(t)R_{1k}(t), \quad k = 2,n.$$

Шаг 4. Рассчитываются неизвестные элементы второго столбца матрицы $L(t)$:

$$L_{i2}(t) = (A_{i2}(t) - L_{i1}(t)R_{12}(t)) / R_{22}(t), \quad i = \overline{3,n}.$$

....

Далее рассчитываются неизвестные элементы i-й строки матрицы $R(t)$:

$$R_{ik}(t) = A_{ik}(t) - \sum_{j=1}^{i-1} L_{ij}(t)R_{jk}(t),$$

$$k \geq i > 1, \ i = \overline{3,n}, \ k = \overline{2,n},$$

а затем – неизвестные элементы i-го столбца матрицы $L(t)$:

$$L_{ik}(t) = (A_{ik}(t) - \sum_{j=1}^{k-1} L_{ij}(t)R_{jk}(t)) / R_{kk}(t),$$

$$1 < k < i, \quad i = \overline{3,n}, \quad k = \overline{2,n}.$$

Чтобы получить собственные значения – функции $\lambda_i(t)$, $i=\overline{1,n}$ матрицы $A(t)$, надо рассчитывать также следующую последовательность:

$$A_1(t) = A(t), \quad R_1(t) = R(t), \quad L_1(t) = L(t),$$

$$A_{m+1}(t) = R_m(t) \cdot L_m(t), \quad m = 1, 2, \ldots,$$

и если $m \to \infty$, тогда матрица $A_{m+1}(t)$ становится диагональной, при которой ее диагональные элементы и являются собственными значениями функции матрицы $A(t)$.

Очевидно, что использование $L(t)R(t)$-алгоритма в приведенном виде при практических расчетах нецелесообразно или вообще невозможно (особенно при более или менее больших размерах матриц $A(t)$). Поэтому, имея ввиду неоспоримые преимущества дифференциальных преобразований [5] при решении неавтономных задач, для решения рассматриваемой проблемы в настоящей работе представим ДТ-аналог $L(t)R(t)$-алгоритма с использованием дифференциально-тейлоровских (ДТ) преобразований [6]:

$$X(K) = H \frac{H^K}{K!} \cdot \frac{\partial^K x(t)}{\partial t^K}\bigg|_{t=t_\upsilon},$$

$$K = \overline{0,\infty} \ \ \dot{=} \ \ x(t) = \sum_{K=0}^{\infty} \left(\frac{t - t_\upsilon}{H} \right)^K \cdot X(K),$$

где $X(K)$ – изображение (дискрета) оригинала $x(t)$ (функция целочисленного аргумента $K=\overline{0,\infty}$); H – некоторая постоянная (масштабный коэффициент); t_v – центр аппроксимации; $\dot{=}$ – знак перехода из области оригиналов в область изображений и наоборот.

Математический аппарат ДТ-аналога $L(t)R(t)$-алгоритма. С учетом [4] применительно к матрице $\Phi(T,t)$ имеем:

$$\Phi_1(T,0) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}^{(1)}(T,t) & \Phi_{12}^{(1)}(T,t) & \cdots & \Phi_{1n}^{(1)}(T,t) \\ \Phi_{21}^{(1)}(T,t) & \Phi_{22}^{(1)}(T,t) & \cdots & \Phi_{2n}^{(1)}(T,t) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Phi_{n1}^{(1)}(T,t) & \Phi_{n2}^{(1)}(T,t) & \cdots & \Phi_{nn}^{(1)}(T,t) \end{bmatrix}_{t=t_0},$$

....

где $\Phi_{ij}^{(1)}(T,t)=\Phi_{ij}(T,t)$, $i,j=\overline{1,n}$, а

$$\Phi_1(T,K) = \frac{H^K}{K!} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{\partial^K \Phi_{11}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} & \frac{\partial^K \Phi_{12}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} & \ldots & \frac{\partial^K \Phi_{1n}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} \\ \frac{\partial^K \Phi_{21}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} & \frac{\partial^K \Phi_{22}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} & \ldots & \frac{\partial^K \Phi_{2n}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \frac{\partial^K \Phi_{n1}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} & \frac{\partial^K \Phi_{n2}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} & \ldots & \frac{\partial^K \Phi_{nn}^{(1)}(T,t)}{\partial t^K} \end{bmatrix}_{t=t_0},$$

$$K = \overline{1,\infty}.$$

Кроме того, согласно [2] имеем $\Phi_{ij}^{(1)}(q+l)=\Phi_{ij}^{(1)}(l)$, $l=\overline{1,q}$, где q – некоторое число, зависящее от конкретных характеристик элементов исходной матрицы.

Далее, для каждой из $\Phi_1(T,K)$, $K=\overline{0,\infty}$ матриц осуществим следующую последовательность вычислительных операций:

Шаг 1. Рассчитываем неизвестные элементы первой строки матрицы $R(K)$:

$$R_{1k}(K) = \Phi_{1k}^{(1)}(T,K), \ k = \overline{1,n}, \ K = \overline{0,\infty}.$$

Шаг 2. Рассчитываем неизвестные элементы первого столбца матрицы $L(K)$:

$$L_{i1}(K) = \left| \Phi_{i1}^{(1)}(T,K) / R_{11}(K) \right| =$$

$$= \frac{\Phi_{i1}^{(1)}(T,K) - \sum_{l=1}^{K} \Phi_{i1}^{(1)}(T,K-l) \cdot R_{11}(l)}{R_{11}(0)},$$

$$i = \overline{2,n}, \ K = \overline{0,\infty}.$$

Здесь и далее знак $|\div|$ – знак T-деления [6].

Шаг 3. Рассчитываем неизвестные элементы второй строки матрицы $R(K)$:

$$R_{2k}(K) = \Phi^{(1)}_{2k}(T,K) - L_{21}(K)\cdot R_{1k}(K) = $$
$$= \Phi^{(1)}_{2k}(T,K) - \sum_{l=0}^{K} L_{21}(K-l)\cdot R_{1k}(l),$$
$$k=\overline{2,n},\ K=\overline{0,\infty}.$$

Здесь и далее знак – знак T – умножение (свертка) [6].

Шаг 4. Рассчитываем неизвестные элементы второго столбца матрицы $L(K)$:

$$L_{i2}(K) = \left|\frac{[\Phi^{(1)}_{i2}(T,K) - L(K)_{i1}\cdot R_{12}(K)]}{R_{22}(K)}\right| =$$
$$= \frac{\left(\begin{array}{l}\Phi^{(1)}_{i2}(T,K) - \sum\limits_{l=0}^{K} L(K-l)_{i1}\cdot R_{12}(l) - \\ -\sum\limits_{l=1}^{K}\left(\left[\Phi^{(1)}_{i2}(T,K) - \sum\limits_{p=0}^{K} L(K-p)_{i1}\cdot R_{12}(p)\right]\times \right. \\ \left.\times R_{22}(l)\right)\end{array}\right)}{R_{22}(0)},$$
$$i=\overline{3,n}, K=\overline{0,\infty}.$$

....

Далее рассчитываем неизвестные элементы i-й строки матрицы $R(K)$:

$$R_{ik}(K) = \Phi^{(1)}_{ik}(T,K) - \sum_{j=1}^{i-1}(L_{ij}(K)\cdot R_{jk}(K)) =$$
$$= \Phi^{(1)}_{ik}(T,K) - \sum_{j=1}^{i-1}\left(\sum_{l=0}^{K} L_{ij}(K-l)\cdot R_{jk}(l)\right),$$
$$k\ge i>1,\ i=\overline{3,n},\ k=\overline{2,n},\ K=\overline{0,\infty},$$

а потом – неизвестные элементы i-го столбца матрицы $L(K)$:

$$L_{ik}(K) = \left|\frac{\left[\Phi^{(1)}_{ik}(T,K) - \sum\limits_{j=1}^{k-1}(L(K)_{ij}\cdot R_{jk}(K))\right]}{R_{kk}(K)}\right| =$$
$$= \frac{\left(\begin{array}{l}\Phi^{(1)}_{ik}(T,K) - \sum\limits_{j=1}^{k-1}\left(\sum\limits_{l=0}^{K} L(K-l)_{ij}\cdot R_{jk}(l)\right) - \\ -\sum\limits_{l=1}^{K}\left(\left[\Phi^{(1)}_{ik}(T,K) - \sum\limits_{p=0}^{K} L(K-p)_{ij}\cdot R_{jk}(p)\right]\times \right. \\ \left.\times R_{kk}(l)\right)\end{array}\right)}{R_{kk}(0)},$$
$$1<k<i,\ i=\overline{3,n},\ k=\overline{2,n},\ K=\overline{0,\infty}.$$

Чтобы получить собственные значения матриц $\Phi_1(T,K)$, $K=\overline{0,\infty}$ необходимо рассчитывать также следующую последовательность:

$$\Phi_{m+1}(T,K) = R_m(K)\cdot L_m(K),\qquad m=1,2,3,$$

и, если $m\to\infty$, то матрица $\Phi_{m+1}(T,K)$ становится диагональной, а ее элементы являются собственными значениями $\lambda_i(K)$, $i=\overline{1,n}$ матриц $\Phi_1(T,K)$, $K=\overline{0,\infty}$.

Собственные значения-функции $\lambda_i(t)$, $i=\overline{1,n}$ матрицы $\Phi(T,t)$ будем искать, используя обратные ДТ-преобразования [6], в соответствии с которыми

$$\lambda_i(t) = \sum_{K=0}^{\infty}\left(\frac{t-t_\upsilon}{H}\right)^K\cdot\lambda_i(K),\quad i=\overline{1,n}.$$

Пример. Рассмотрим матрицу

$$\Phi(T,t) = \begin{bmatrix}\cos t & 1\\ 0 & \sin t\end{bmatrix},$$

для которой очевидно $T=2\pi$, $\lambda_1(t)=\cos t$, $\lambda_2(t)=\sin t$, а характеристические показатели имеют вид:

$$b_1(t) = \frac{1}{T}\ln\lambda_1(t) = \frac{1}{T}\ln\cos t,$$
$$b_2(t) = \frac{1}{T}\ln\lambda_2(t) = \frac{1}{T}\ln\sin t.$$

Используя ДТ-преобразования ($t_0=0$, $H=1$) и отпустив период $T=2\pi$, имеем: $\Phi_1(T,t)=\Phi(T,t)$, откуда:

$$\Phi_1(0) = \begin{bmatrix}\Phi^{(1)}_{11}(0) & \Phi^{(1)}_{12}(0)\\ \Phi^{(1)}_{21}(0) & \Phi^{(1)}_{22}(0)\end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix}\cos 0 & 1\\ 0 & \sin 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$
$$\Phi_1(1) = \begin{bmatrix}\Phi^{(1)}_{11}(1) & \Phi^{(1)}_{12}(1)\\ \Phi^{(1)}_{21}(1) & \Phi^{(1)}_{22}(1)\end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix}-\sin 0 & 0\\ 0 & \cos 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},$$
$$\Phi_1(2) = \begin{bmatrix}\Phi^{(1)}_{11}(2) & \Phi^{(1)}_{12}(2)\\ \Phi^{(1)}_{21}(2) & \Phi^{(1)}_{22}(2)\end{bmatrix} =$$
$$= \frac{1}{2!}\begin{bmatrix}-\cos 0 & 0\\ 0 & -\sin 0\end{bmatrix} = \frac{1}{2!}\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$
$$\Phi_1(3) = \begin{bmatrix}\Phi^{(1)}_{11}(3) & \Phi^{(1)}_{12}(3)\\ \Phi^{(1)}_{21}(3) & \Phi^{(1)}_{22}(3)\end{bmatrix} =$$
$$= \frac{1}{3!}\begin{bmatrix}\sin 0 & 0\\ 0 & -\cos 0\end{bmatrix} = \frac{1}{3!}\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix},$$
$$\Phi_1(4) = \begin{bmatrix}\Phi^{(1)}_{11}(4) & \Phi^{(1)}_{12}(4)\\ \Phi^{(1)}_{21}(4) & \Phi^{(1)}_{22}(4)\end{bmatrix} =$$
$$= \frac{1}{4!}\begin{bmatrix}\cos 0 & 0\\ 0 & \sin 0\end{bmatrix} = \frac{1}{4!}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$
$$\Phi_1(K) = \begin{bmatrix}\Phi^{(1)}_{11}(K) & \Phi^{(1)}_{12}(K)\\ \Phi^{(1)}_{21}(K) & \Phi^{(1)}_{22}(K)\end{bmatrix} =$$
$$= \frac{(K-4)!}{K!}\Phi_1(K-4),\quad K=\overline{5,\infty}.$$

Элементы первой строки матрицы $R(0)$:

$$R_{11}(0) = \Phi^{(1)}_{11}(0) = 1,\ R_{12}(0) = \Phi^{(1)}_{12}(0) = 1,$$

а элементы первых строк матриц $R(1)$, $R(2)$, $R(3)$, $R(4)$:

$$R_{11}(1)=0,\ R_{12}(1)=0;\ \ R_{11}(2)=-1/2!,\ R_{12}(2)=0;$$

$$R_{11}(3)=0,\ R_{12}(3)=0;\ \ R_{11}(4)=1/4!,\ R_{12}(4)=0.$$

Первый столбец матрицы $L(0)$ имеет вид:

$$L_{11}(0)=1, L_{21}(0)=\left|\Phi^{(1)}_{21}(0)/R_{11}(0)\right|=0,$$

а элементы первых столбцов матриц $L(1)$, $L(2)$, $L(3)$, $L(4)$:

$$L_{11}(1)=0, L_{21}(1)=0;\ \ L_{11}(2)=0, L_{21}(2)=0;$$

$$L_{11}(3)=0, L_{21}(3)=0;\ \ L_{11}(4)=0, L_{21}(4)=0.$$

Теперь вычислим элементы второй строки матрицы $R(0)$. Имеем:

$$R_{21}(0)=0, R_{22}(0)=\Phi^{(1)}_{22}(0)-L_{21}(0)R_{12}(0)=0-0=0,$$

а элементы вторых строк матриц $R(1)$, $R(2)$, $R(3)$, $R(4)$:

$$R_{21}(1)=0, R_{22}(1)=1;\ \ R_{21}(2)=0, R_{22}(0)=0;$$

$$R_{21}(3)=0, R_{22}(3)=-1/3!;\ \ R_{21}(4)=0, R_{22}(4)=0.$$

Второй столбец матрицы $L(0)$ имеет вид:

$$L_{12}(0)=0, L_{22}(0)=1,$$

а элементы вторых столбцов матриц $L(1)$, $L(2)$, $L(3)$, $L(4)$:

$$L_{12}(1)=0, L_{22}(1)=0;\ \ L_{12}(2)=0,\ L_{22}(2)=0;$$

$$L_{12}(3)=0,\ L_{22}(3)=0;\ L_{12}(4)=0,\ L_{22}(4)=0.$$

Следовательно, матрицы $R(1)$, $R(2)$, $R(3)$, $R(4)$ и $L(1)$, $L(2)$, $L(3)$, $L(4)$ соответственно имеют вид:

$$R(0)=\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix},\ R(1)=\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix},\ R(2)=\begin{bmatrix}-1/2!&0\\0&0\end{bmatrix},$$

$$R(3)=\begin{bmatrix}0&0\\0&-1/3!\end{bmatrix},\ R(4)=\begin{bmatrix}1/4!&0\\0&0\end{bmatrix},$$

$$L(0)=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},\ L(1)=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix},\ L(2)=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix},$$

$$L(3)=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix},\ L(4)=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}.$$

На следующей итерации имеем:

$$\Phi_2(0)=R(0)L(0)=\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix},$$

$$\Phi_2(1)=R(1)L(0)+R(0)L(1)=\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix},\ \Phi_2(2)=$$

$$=R(2)L(0)+R(1)L(1)+R(0)L(2)=$$

$$=\begin{bmatrix}-1/2!&0\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=\frac{1}{2!}\begin{bmatrix}-1&0\\0&0\end{bmatrix},$$

$$\Phi_2(3)=R(3)L(0)+R(2)L(1)+R(1)L(2)+R(0)L(3)=$$

$$=\begin{bmatrix}0&0\\0&-1/3!\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1/2!&0\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=\frac{1}{3!}\begin{bmatrix}0&0\\0&-1\end{bmatrix},$$

$$\Phi_2(4)=R(4)L(0)+R(3)L(1)+R(2)L(2)+R(1)L(3)+$$

$$+R(0)L(4)=\begin{bmatrix}1/4!&0\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0\\0&-1/3!\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}-1/2!&0\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=\frac{1}{4!}\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}.$$

Так как очевидно, что

$$\Phi_2(0)=\Phi_1(0),\ \text{то}\ \ \lambda_1(0)=1, \lambda_2(0)=0;$$

$$\Phi_2(1)=\Phi_1(1),\ \ \lambda_1(1)=0, \lambda_2(1)=1;$$

$$\Phi_2(2)=\Phi_1(2),\ \ \lambda_1(2)=-1/2!, \lambda_2(2)=0;$$

$$\Phi_2(3)=\Phi_1(3),\ \ \lambda_1(3)=0, \lambda_2(3)=-1/3!;$$

$$\Phi_2(4)=\Phi_1(4),\ \ \lambda_1(3)=1/4!, \lambda_2(3)=0,$$

то в соответствии с обратными дифференциально-тейлоровскими преобразованиями получим:

$$\lambda_1(t)=1-\frac{1}{2!}t^2+\frac{1}{4!}t^4+\cdots=\cos t,$$

$$\lambda_2(t)=t-\frac{1}{3!}t^3+\frac{1}{5!}t^5+\cdots=\sin t.$$

Следовательно:

$$b_1(t)=\frac{1}{T}\ln\cos t,\quad b_2(t)=\frac{1}{T}\ln\sin t,$$

которые полностью совпадают с вышеприведенными точными аналитическими соотношениями.

Заключение. Предложенный ДТ-аналог $L(t)R(t)$-алгоритма достаточно прост при реализации на ЭВМ и обычно требует меньше итерационных шагов, чем ДТ-аналог $Q(t)R(t)$-алгоритма. Он может быть эффективно использован для вычисления характеристических показателей матриц монодромии неавтономных периодических матриц различных динамических систем для исследования вопросов устойчивости последних.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 2003. – 615 с.
2. Василян А.К. К вычислению коэффициентов-функций собственных многочленов матриц монодромии на основе дифференциальных преобразований // Вестник Инженерной Академии Армении. – 2011. – Т. 8. – № 2. – С. 175–179.
3. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. – М.: Физматлит, 2005. – 384 с.
4. Богачев К.Ю. Методы решения линейных систем и нахождения собственных значений. – М.: Изд-во МГУ, 1998. – 137 с.
5. Симонян С.О., Аветисян А.Г. Прикладная теория дифференциальных преобразований. – Ереван: Чартарагет, 2010. – 360 с.
6. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений. – Киев: Наукова думка, 1984. – 420 с.
7. Симонян С.О., Аветисян А.Г., Бадалян Г.А. $QR^{ДП}$ – алгоритм для разложения неавтономных матриц. // Вестник Инженерной Академии Армении. – 2004. – Т. 1. – С. 122–129.

Поступила 09.06.2011 г.

УДК 519.6

НОВОЕ СЕМЕЙСТВО КВАЗИСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

В.А. Орлов, В.И. Рейзлин

Томский политехнический университет
E-mail: vir@tpu.ru

Рассматривается семейство равномерно распределенных последовательностей, обобщающих аналогичные конструкции Рота, Фора, Соболя. Доказывается, что все их последовательные участки определенной длины имеют хорошее распределение. Построенные последовательности могут использоваться в алгоритмах глобального поиска и прочих в качестве альтернативных к популярным $ЛП_\tau$-последовательностям.

Ключевые слова:
Квазислучайные последовательности, двоичные, р-ичные и ЛП-последовательности.
Key words:
Quasi-random sequences, binary, p-ary and an AS-sequence.

Равномерно распределенные последовательности с наилучшей (по порядку) асимптотикой часто называют квазислучайными. Именно такие последовательности (с некоторыми дополнительными свойствами равномерности) используют на практике для реализации алгоритмов Монте-Карло (так называемый метод квази-Монте-Карло), для вычисления многомерных интегралов, в случайном поиске, в задачах многокритериальной оптимизации, в планировании экспериментов и др. Свойства таких последовательностей и их исследование рассмотрены в [1–3]. В некоторых задачах, например таких, как построение равномерно распределенных векторов в конусе [4], важно не столько свойство независимости векторов, как свойство именно равномерности.

В настоящей статье рассматривается построение таких последовательностей для небольших n, где n – число членов последовательности.

Квазислучайными, в отличие от псевдослучайных, называют равномерно распределенные последовательности, элементы которых не обладают свойством независимости.

Последовательность X_n точек из d-мерного куба $I^d=[0,1)\times...\times[0,1)$ называется равномерно распределенной в I^d, если для любого блока $B=[a_1,b_1)\times[a_2,b_2)\times...\times[a_d,b_d)$, где $0\le a_i$, $b_i\le 1$ выполняется соотношение

$$\lim_{n\to\infty}\frac{|X_n\cap B|}{n}=\prod_{i=1}^{d}(b_i-a_i),$$

где $\prod_{i=1}^{d}(b_i-a_i)$ означает копроизведение. Другими словами, последовательность равномерно распределена, если при больших n количество ее точек, попавших в какой-либо блок, пропорционально его объему. Если разбить куб на несколько равновеликих частей, то в каждой из них (при достаточно больших n) окажется примерно одинаковое число точек последовательности.

Однако для практических задач важно, чтобы равномерно распределенные последовательности обладали указанными свойствами не только для больших, но и для малых значений n.

Семейство последовательностей, рассматриваемых в настоящей работе, обобщает двоичные последовательности Ван дер Корпута и Рота и p-ичные последовательности Фора [5]. Эти последовательности в отечественной литературе называют, следуя И.М. Соболю [6–8], $ЛП_0$-последовательностями. Не отступая от традиции, распространим это название и на наши конструкции, т. к. обозначение «ЛП» в нашем контексте может означать, что *любой последовательный* участок X_n хорошо распределен.

Пусть $q=p^n$, где p – простое число. Назовем q-ичными отрезками ранга s интервалы $\frac{t}{q^s}+\left[0,\frac{1}{q^s}\right),$

$0 \le t \le q^s-1$. Эти отрезки получаются при разбиении интервала $I=[0,1)$ на q^s равных отрезков. Обобщая это определение на многомерный случай, назовем q-ичным блоком ранга s параллелепипед $B_1\times\ldots\times B_d$ в d-мерном кубе $I^d=[0,1)\times\ldots\times[0,1)$, где B_i – q-ичные отрезки рангов $s_1, s_2,\ldots, s_q$ соответственно, причем $s_1+\ldots+s_q=s$.

Таким образом, q-ичные отрезки – это просто одномерные q-ичные блоки.

Последовательные участки множества целых неотрицательных чисел $kq^s+\{0,q^s-1\}$, $k=0,1,2,\ldots$ назовем q-ичными участками ранга s. Точно так же будем называть и соответствующие участки произвольных последовательностей.

Определение 1. Последовательность X_n точек из I^d назовем ЛП-последовательностью, если каждый ее q-ичный участок ранга s имеет ровно по одной общей точке с каждым q-ичным блоком того же ранга.

Теорема 1.

1. Проекции ЛП-последовательности на k-мерные грани куба I^d также являются ЛП-последовательностями.
2. ЛП-последовательности равномерно распределены в I^d.

Эти утверждения легко проверяются, поэтому мы не будем приводить доказательства.

Приведем примеры ЛП-последовательностей.

Любое число x из интервала $I=[0,1)$ можно записать в q-ичной системе счисления в виде $x=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{x_i}{q^{i+1}}$, $0\le x_n\le q-1$. Заметим, что q-ично рациональные числа, т. е. числа вида $\frac{t}{q^s}$, $0\le t\le q^s-1$, имеют две различных q-ичных записи:

$$x=\sum_{i=0}^{s}\frac{x_i}{q^{i+1}}+\sum_{i=s+1}^{\infty}\frac{q-1}{q^i}$$

$$\text{и } x=\sum_{i=0}^{s-1}\frac{x_i}{q^{i+1}}+\frac{x_s+1}{q^{s+1}}+\sum_{i=s+1}^{\infty}\frac{0}{q^i}.$$

Каждое неотрицательное целое число n можно записать в q-ичной системе счисления $n=n_0+n_1q+n_2q_2+\ldots+n_sq^s$, $0\le n_i\le q-1$ и $n_s\ne 0$. Обозначим номер старшей q-ичной цифры как $r(n)$. Число $\tilde{n}=n_s+n_{s-1}q+\ldots+n_0q^s$ назовем инверсным к n. Сопоставим каждому n q-ично рациональное число $h(n)=\frac{\tilde{n}}{q^{r(n)+1}}=\sum_{i=0}^{s}\frac{n_i}{q^{i+1}}$. Таким образом, множество целых неотрицательных чисел вкладывается отображением h в интервал $I=[0,1)$. Очевидно, что последовательность $h(n)$ является одномерной ЛП-последовательностью.

На самом деле справедливо даже более сильное утверждение:

Теорема 2.

Любые q^s последовательных точек из $(h(n))|_{n=0}^{\infty}$ лежат в разных q-ичных отрезках ранга s.

Доказательство. Пусть t – произвольное неотрицательное целое. Нетрудно видеть, что $\{(t+a) \bmod q^s\colon a\in\{0, q^s-1\}\}=\{0, q^s-1\}$. Отсюда следует, что когда a пробегает множество $\{0, q^s-1\}$, первые s q-ичных цифр числа $t+a$ принимают все возможные значения. Дальнейшее очевидно.

Построим теперь целое семейство ЛП-последовательностей.

Каждому целому неотрицательному числу $n=n_0+n_1q+\ldots+n_sq^s$, представленному его q-ичной записью, сопоставим бесконечномерный вектор $\bar{n}=<n_0,n_1,\ldots,n_s,0,0,\ldots>$.

Теорема 3.

Пусть $A=(a_{ij})$ i, $j\in\{0,1,\ldots,\infty\}$, $0\le a_{ij}\le q-1$, бесконечная матрица над конечным полем F_q, такая, что все ее подматрицы $A_s=(a_{ij})$, $i,j\in\{0,1,\ldots,s\}$ не вырождены, и пусть $A(n)$ – число, соответствующее произведению

$$A\cdot\bar{n}=<\ldots,\sum_{k=0}^{r(n)}a_{mk}n_k\ldots>,$$

(вычисления здесь проводятся в арифметике поля F_q).

1. Последовательность $h(A(n))$ – ЛП-последовательность.
2. Для $h(A(n))$ справедливо утверждение теоремы 2.

Доказательство.

Для того, чтобы $h(A(n))$ была ЛП-последовательностью, необходимо и достаточно выполнение следующего требования: для любого вектора $<t_0,t_1,\ldots,t_s,0,0,\ldots>$ и любого s система уравнений $\sum_{k=0}^{s}a_{mk}n_k=t_m$, $m=0,1,\ldots,s$ должна иметь единственное решение.

Это требование очевидным образом выполняется.

Матрица A для каждого s определяет невырожденное преобразование пространства F_q^s в себя. Поэтому, когда n пробегает множество $\{(t+a)\colon a\in\{0,q^s-1\}\}$, первые s q-ичных цифр чисел $A(t+n)$ принимают все возможные значения. Дальнейшее очевидно.

Построим теперь многомерные ЛП-последовательности.

Теорема 4.

Пусть $A=(C_k^m\delta_{km})$, $k,m\in\{0,1,\ldots,\infty\}$, где C_k^m – биномиальные коэффициенты, $C_k^m=0$ при $k\le m$, и пусть $d\le q$.

Тогда последовательность $(h(n),h(A(n)),h(A^2(n)),\ldots,h(A^{d-1}(n)))$ является d-мерной ЛП-последовательностью.

Доказательство. Общий элемент матрицы A^i имеет вид $C_k^m i^{k-m}$, причем для $i=0$ полагаем, $i^{k-m}=\delta_{km}$. Последовательность $(h(n),h(A(n)),h(A^2(n)),\ldots,h(A^{d-1}(n)))$ будет d-мерной ЛП-последовательностью, если для любого s и для любых $\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_d$, таких, что $0\le\nu_1\le s$ и $\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_d=s$ будет невырожденной матрица A_s, составленная по следующему правилу:

Первые ν_1 строк берутся из матрицы A^0, следующие ν_2 строк – из матрицы A^1, и т. д., последние ν_d строк – из матрицы A^d.

Предположим обратное, т. е., что эта матрица вырождена. Тогда найдется отличный от 0 вектор $\bar{n}=<n_0,n_1,\ldots n_{s-1},0,0,\ldots>$ такой, что $A_s\bar{n}=0$.

Рисунок. *Распределения последовательностей из семи точек*

Рассмотрим полином $n(x)=n_0+n_1x+...+n_{s-1}x^{s-1}$ над полем F_q. Вырожденность матрицы A_s эквивалентна тому, что каждый элемент $i\in\{0, d-1\}$ будет корнем всех гиперпроизводных [9] порядков $0,1,...,\nu_{i+1}$, т. е. является корнем полинома $n(x)$ кратности не менее ν_{i+1}. А это означает, что полином степени $s-1$ имеет не менее s корней. Полученное противоречие доказывает теорему.

Замечание. Так же как и одномерные, построенная последовательность обладает свойством, сформулированном в теореме 2.

Приведем на рисунке примеры распределения различных последовательностей из семи точек в единичном квадрате.

Видно, что квазислучайная последовательность (построена с помощью одного из вышеописанных семейств) обладает лучшей равномерностью по сравнению с равномерной сеткой и псевдослучайной последовательностью. В более сложных многомерных случаях можно оценивать равномерность распределения с помощью метода, описанного в [1].

Итак, в настоящей работе вводится новое семейство равномерно распределенных последовательностей (ЛП-последовательности), обобщающих конструкции Рота, Фора, Соболя [5–8]. Доказывается, что все последовательные участки ЛП-последовательности определенной длины имеют хорошее распределение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболь И.М. Рэйндж – количественная мера неравномерности распределения // Математическое моделирование. – 2009. – Т. 14. – № 6. – С. 119–127.
2. Асоцкий Д.И., Соболь И.М. О последовательностях точек для оценки несобственных интегралов методами квази-Монте-Карло // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2005. – Т. 45. – № 3. – С. 411–415.
3. De Doncker E., Guan Y. Error bounds for the integration of singular functions using equidistributed sequences // Journal of Complexity. – 2003. – V. 19. – № 3. – P. 259–271.
4. Рейзлин В.И. Эффективный метод построения псевдослучайных векторов, равномерно распределенных в гиперконусе // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316. – № 5. – С. 41–43.
5. Кейперс Л., Нидеррайтер Г. Равномерное распределение последовательностей. – М.: Наука, 1985. – 408 с.
6. Соболь И.М. Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара. – М.: Наука, 1969. – 288 с.
7. Соболь И.М. Вычисление несобственных интегралов при помощи равномерно распределенных последовательностей // Доклады АН СССР. – 1973. – Т. 210. – № 2. – С. 278–281.
8. Соболь И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб. – М.: Знание, 1985. – 32 с.
9. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. – В 2-х т. – М.: Мир, 1988. – 820 с.

Поступила 05.10.2011 г.

УДК 530.3:621.826.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШАТУНА КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА МАЛОГАБАРИТНЫХ ПОРШНЕВЫХ МАШИН, ВЫПОЛНЕННОГО В ВИДЕ ПРУЖИНЫ С МЕЖВИТКОВЫМ ДАВЛЕНИЕМ

И.П. Аистов, В.Д. Смирнов

Омский государственный технический университет
E-mail: aistov_i@mail.ru

Приведена математическая модель шатуна кривошипно-ползунного механизма малогабаритных поршневых машин, выполненного в виде цилиндрической пружины с межвитковым давлением, которая может быть распространена на другие пружинные механизмы с винтовыми цилиндрическими пружинами, в том числе с разомкнутыми витками.

Ключевые слова:
Упругие элементы, винтовая цилиндрическая пружина, пружина с межвитковым давлением, поршневая машина

Key words:
Elastic elements, the helical coil spring, spring to interturn pressure, piston machine

Малогабаритные поршневые машины, привод поршней которых выполнен в виде кривошино-ползунного механизма (КПМ), например, микрокомпрессоры, миниатюрные двигатели Стирлинга, газовые криогенные машины (ГКМ) [1], нашли широкое применение в объектах, где масса, габариты и ресурс являются определяющими факторами. Одним из путей миниатюризации малогабаритных поршневых машин является использование в передаточном механизме привода поршней, гибких шатунов, выполненных в виде упругих элементов. Такой шатун может быть выполнен, в виде жестко закрепленного в поршне и на обойме шатуна тонкого стержня (плоской пружины) [2], или в виде пружины с межвитковым давлением (ПМВД) [3, 4], для использования которых в практических целях, требуется разработка математической модели с целью оценки его работоспособности.

При составлении математической модели и расчетной схемы шатуна, выполненного в виде пружины с межвитковым давлением (рисунок) приняты следующие допущения: ПМВД заменялась эквивалентным стержнем (ЭС) с приведенными характеристиками жесткости стержня на сдвиг A_1, изгиб A_2 (верхняя строчка в формуле – относится к случаю разомкнутых витков ПМВД, нижняя – к сомкнутым виткам) и растяжение A_3 [5, 6]:

$$A_1=\frac{8H_0B_b}{\pi D^3 i_p};\quad A_3=\frac{4B_\rho}{\pi D^3}\frac{H_0}{i_p};$$

$$A_2=\begin{cases}\dfrac{2H_0}{\pi D i_p}\dfrac{1}{1/B_\rho+1/B_n},\\[2mm] \dfrac{3+B_\rho/B_n}{1+B_\rho/B_n}\dfrac{B_\rho}{\pi}\dfrac{h}{D},\end{cases}$$

где $H_0=l=i_p h$, i_p, h, $D=2R$, B_ρ, B_n и B_b – начальная длина, число рабочих витков, высота (диаметр) сечения витка, средний диаметр навивки (R – средний радиус); крутильная жесткость сечения витка, изгибная жесткость сечения витка относительно ее нормали и изгибная жесткость сечения витка относительно ее бинормали для ПМВД, соответственно; изгибающий момент $M(z)$, действующий в сечениях ЭС, равен крутящему моменту $M_{\rho j}$, действующему в j-м витке, т. е. $M(z)=M_{\rho j}$.

Распорными («цепными») усилиями, возникающими в пружине вследствие изменения длины упругой линии ЭС при размыкании витков с изгибом $P_{\text{цепн}}=A_3\int_0^l (v'(z))^2 dz/2l$ (здесь $v(z)$ – прогиб оси ЭС, l – длина ЭС), пренебрегаем [5].

Виду особенности конструкции кривошипно-ползунного механизма (КПМ), прогибы $v(z)$ ЭС принимаются малыми.

На рис. 1 введены следующие обозначения: x, y, z – система координат, в пространстве которых записываются уравнения равновесия шатуна (начало отсчета от заделки витка ПМВД в поршне); $v(l)$ и $\theta(l)$ – прогиб и угол поворота сечения ЭС о координатой $z=l$; $Q(z)$ и $N(z)$ – поперечная и продольная силы, действующие в сечении ЭС; l – длина ЭС (или «гибкой» части шатуна); f – длина «жесткой» части шатуна, в которую включается нераскрытые при изгибы ПМВД витки; f_0 – радиус обоймы шатуна; r – радиус кривошипа КПМ; $\Delta(t)=r\sin(\Omega t)$ – текущее отклонение кривошипа от оси поршня (Ω – угловая скорость вращения кривошипа); $P(\Delta)$ – сила, действующая на поршень КПМ.

Принимаем, что при стационарном режиме работы ГКМ: $v(z,t)=v(z)$; $\theta(z,t)=\theta(z)$; $N(z,t)=N(z)$; $M(z,t)=M(z)$.

Закон движения поршня кривошипа ГКМ известен:

$$N(z)=P(t)=P(\Delta),$$

где $\Delta=r\sin(\Omega t)$, r – радиус кривошипа; $\Omega=\text{const}$ – угловая скорость кривошипа.

Принимается, что при $N(z)>0$ – происходит растяжение шатуна, при $N(z)<0$ – сжатие шатуна:

$$N(z)\geq P_0+P^*;$$

$$P^*=\frac{1+B_\rho/B_n}{3+B_\rho/B_n}\frac{|M(z)|}{0{,}5D},$$

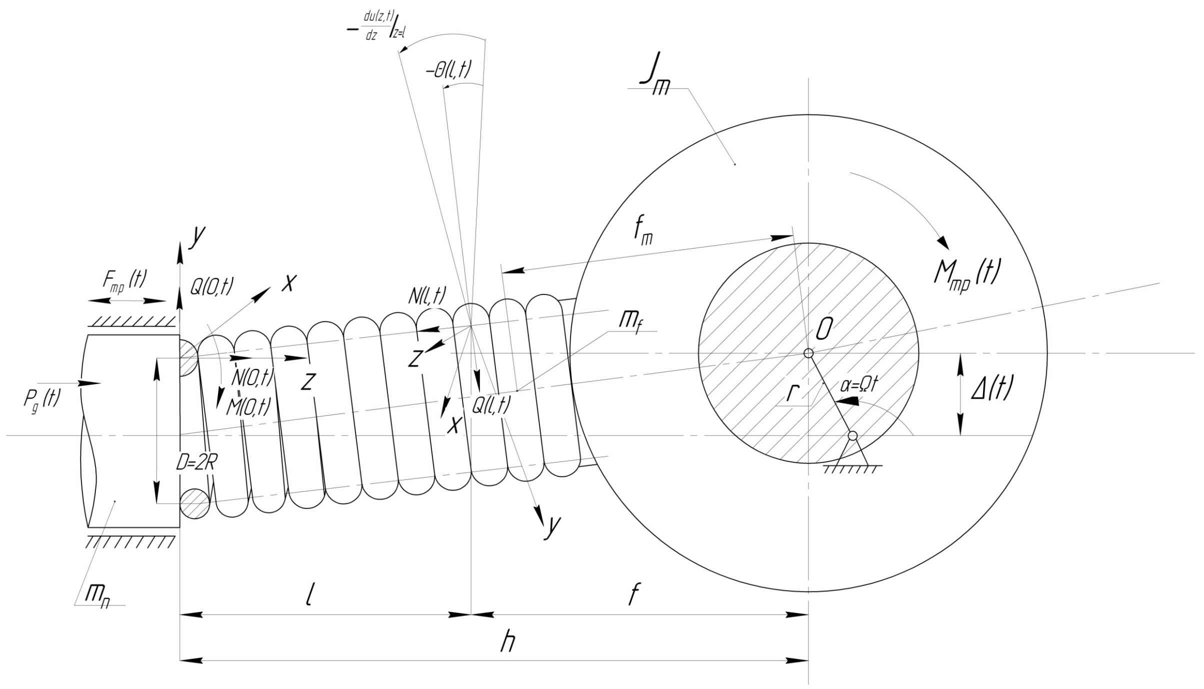


Рисунок. *Расчетная схема шатуна, выполненного в виде ПМВД*

где P_0 – величина предварительного поджатия витков; P^* – сила взаимодействия витков вследствие изгиба шатуна. Условие раскрытия витков пружины без их размыкания относительно друг друга запишем в виде:

$$M(z) \geq M_0,$$

где M_0=0,5P_0D – величина момента предварительного поджатия витков пружины.

Рассмотрим дифференциальное уравнение прогибов $v(z)$ ЭС в статике, на которые заменяется ПМВД [5]:

$$\frac{d^4 v(z)}{dz^4} - \frac{N(z)}{A_2}\left(1 - \frac{N(z)}{A_1}\right)\frac{d^2 v(z)}{dz^2} = 0, \qquad (1)$$

с зависимостями для балки Тимошенко [5]

$$\theta(z) = -v'(z)/(1 - N(z)/A_1);$$

$$M(z) = A_2\theta'(z); \;\; Q(z) = -A_1(v'(z) - \theta(z)).$$

Дифференциальное уравнение (1) является нелинейным вследствие переменной по длине ЭС продольной силы $N(z)$=var (верхняя строчка в формуле – относится к случаю разомкнутых витков ПМВД, нижняя – к сомкнутым виткам):

$$N(z) = \begin{cases} P(\Delta) - P_0 - \dfrac{A_3}{2l}\displaystyle\int_0^l (v'(z))^2\,dz, \\ \pm P_0 \pm P(\Delta) - \dfrac{|M(z)|}{0,5D}\dfrac{1 + B_\rho / B_n}{3 + B_\rho / B_n}, \end{cases}$$

и следующих краевых условий закрепления шатуна:

$$v(0) = 0; \;\; v(l) - \theta(l)f = \Delta - r(1 - \cos\theta(l));$$

$$\theta(0) = 0; \;\; M(l) + Q(l)f + N(l)R = 0. \qquad (2)$$

Нелинейное дифференциальное уравнение (1) с краевыми условиями (2) можно свести к рению задачи Коши:

$$\frac{dv}{dz} = \theta^*; \;\; \frac{d\theta^*}{dz} = M^*; \;\; \frac{dM^*}{dz} = Q^*; \;\; \frac{dQ^*}{dz} = \varphi^*,$$

с начальными условиями

$$v(0) = 0; \;\; \theta^*(0) = 0; \;\; M^*(0) = m; \;\; Q^*(0) = q, \qquad (3)$$

где

$$\varphi^* = \frac{P(\Delta) + P_о}{A_2}(1 + k_1)M^* +$$

$$+\frac{A_R}{A_2}(1 + 2k_1)(M^*)^2 + \frac{A_R}{A_1 A_2}(M^*)^3;$$

$$m = -M(0)(1 + k_1)/A_2;$$

$$q = -Q(0)(1 + k_1)^2/A_2;$$

$$A_R = \frac{A_2}{R}\frac{1 + B_\rho / B_n}{3 + B_\rho / B_n}\frac{1}{1 + k_1};$$

$$k_1 = (P(\Delta) + P_0)/A_1.$$

Поиск начальных условий (3) осуществлялся по схеме последовательных приближений метода Ньютона [7]:

$$\left\| \begin{matrix} m^{(2)} \\ q^{(2)} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} m^{(1)} \\ q^{(1)} \end{matrix} \right\| - \left\| \begin{matrix} \dfrac{\partial\psi_1}{\partial m} & \dfrac{\partial\psi_1}{\partial q} \\ \dfrac{\partial\psi_2}{\partial m} & \dfrac{\partial\psi_2}{\partial q} \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{matrix} \right\|,$$

где ψ_1, ψ_2 – функции, зависящие от неизвестных начальных условий m и q и условий закрепления шатуна:

$$\psi_1(m,q) = v(l,m,q) + \theta^*(l,m,q) f^* - \Delta;$$
$$\psi_2(m,q) = M^*(l,v,q) + Q^*(l,m,q) f^* - M_R;$$
$$f^* = f/(1+k_1);\quad M_R = \frac{P(\Delta)+P_0}{A_2}(1+k_1)R.$$

В качестве первого приближения, рассматривалась линейная постановка с допущением о постоянстве по длине ЭС продольной силы – $N(z)=P(\Delta)=\text{const}$, что позволило свести уравнение (1) к линейному виду

$$\frac{d^4 v(z)}{dz^4} - k^2 \frac{d^2 v(z)}{dz^2} = 0, \qquad (4)$$

где $k^2=(P(\Delta)/A_2)(1+P(\Delta)/A_1)$.

Решение уравнения (4) может быть предоставлено с помощью нормальной системы фундаментальных функций $V_i(z)$ ($\bar{i}=1,4$) в виде [8]:

$$v(z) = C_1V_1(z) + C_2V_2(z) + C_3V_3(z) + C_3V_3(z), \qquad (5)$$

где постоянные интегрирования C_i ($\bar{i}=1,4$) получены из условия закрепления шатуна (2).

В работе [9] показано, что основное влияние на динамические нагрузки шатуна ГКМ, оказывают угловые колебания нижней обоймы шатуна КПМ ГКМ. Для учета динамических напряжений, возникающих в витках шатуна–ПМВД КПМ от угловых колебаний нижней обоймы, вместо условий закрепления шатуна (2) в статике рассматривались следующие условия закрепления шатуна:

$$\theta(0,t) = 0;$$
$$v(l,t) - \theta(l,t) f = r\sin(\Omega t);$$
$$M(l,t) + Q(l,t) f + N(l,t) R = \qquad (6)$$
$$= (J_m + m_f f_m^2)\ddot{\theta}(l,t) + B_д\dot{\theta}(l,t) + m_f f_m \Omega^2 r\sin(\Omega t),$$

где J_m – момент инерции головки шатуна относительно оси вращения кривошипа; m_f, f_m – масса нераскрытых витков пружины, отнесенных к «жесткой» части шатуна и расстояние от центра тяжести нераскрытых витков до оси вращения кривошипа, соответственно; $B_д$ – коэффициент демпфирования, характеризующий диссипативные силы сопротивления.

1. Считаем, что периодическое усилие на поршень $P(t)$ с периодом $T=2\pi/\Omega$ – задано.

2. Прогибы упругой линии шатуна $v(z,t)$ удовлетворяют решению дифференциального уравнения равновесия шатуна в статике (4), записанного с использованием нормальной системы фундаментных функций (5), то есть рассматривается дорезонансный режим кинематического возбуждения шатуна от кривошипа с угловой скоростью Ω по отношению к собственным частотам самого шатуна.

Учитывая соотношения балки Тимошенко и пренебрегая массой витков ПМВД, включенную в «жесткую» часть шатуна f_m, перепишем граничные условия (6) в виде:

$$v(0,t) = 0;\ \theta(0,t) = 0;$$
$$C_3V_3(l,t) + C_4V_4(l,t) = \Delta + \theta(l,t) f;$$
$$-(v''(l,t) + v'''(l,t) f/(1+k_1)) + M_R =$$
$$= \bar{J}_m\ddot{\theta}(l,t) + B_д\theta(l,t), \qquad (7)$$

В формулах (7) введены следующие обозначения:

$$M_R = \frac{N(l,t)}{A_2}(1+k_1)R;\ k_1 = -\frac{N(l,t)}{A_1};$$
$$\bar{J}_m = \frac{J_m}{A_2}(1+k_1).$$

Учитывая соотношение:

$$C_3V_3'(l,t) + C_4V_4(l,t) = -\theta(l,t)(1+k_1),$$

Решаем его совместно с третьим уравнением краевого условия (7), относительно постоянных C_3 и C_4 через Δ и $\theta(l,t)$

$$C_3 = -\frac{\theta(l,t)(1+k_1)}{\Phi_*(t)}\bar{d} - \frac{\Delta}{\Phi_*(t)} - V_4'(l,t);$$
$$C_4 = \frac{\theta(l,t)(1+k_1)}{\Phi_*(t)}\bar{в} + \frac{\Delta}{\Phi_*(t)}V_3'(l,t), \qquad (8)$$

где

$$\bar{в} = V_3(l,t) + V_3'(l,t) f_1;\ \bar{d} = V_4(l,t) + V_4'(l,t) f_1;$$
$$\Phi_*(t) = V_3'(l,t)V_4(l,t) - V_3(l,t)V_4'(l,t);$$
$$f_1 = f/(1+k_1).$$

Подставляя полученное решение (8) в четвертое граничное условие (7), получаем уравнение угловых колебаний нижней обоймы шатуна – ПМВД в виде:

$$\ddot{\theta}(l,t) + B_д\dot{\theta}(l,t) + \frac{A_2}{J_m}\frac{\Phi(t)}{\Phi_*(t)}\theta(l,t) =$$
$$= -\frac{A_2}{J_m}\left\{\frac{N(l,t)}{A_2}(1+k_1)R + \Delta\frac{\theta_\Delta(l,t)}{\Phi(t)}\right\}, \qquad (9)$$

где

$$\Phi(t) = \overline{вg} - \overline{dl};\ \theta_\Delta(l,t) = \bar{g}V_3'(l,t) - \bar{l}V_4'(l,t);$$
$$\bar{g} = V_4''(l,t) + V_4'''(l,t) f_1;\ \bar{l} = V_3''(l,t) + V_3'''(l,t) f_1.$$

Уравнение (9) содержит периодический коэффициент при члене $\theta(l,t)$

$$\Omega_0^2(t) = \frac{A_2}{J_m}\frac{\Phi(t)}{\Phi_*(t)}. \qquad (10)$$

Считаем, что $\ddot{\theta}(l,t) \approx -\Omega^2\theta(l,t)$. Тогда, с учетом обозначений (10), можно записать:

$$\theta(l,t)\left(1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_0^2(t)}\right) = -\left(M_R\frac{\Phi_*(t)}{\Phi(t)} + \Delta\frac{\theta_\Delta(l,t)}{\Phi(t)}\right). \qquad (11)$$

Правая часть уравнения (11) представляет собой статический угол поворота нижней обоймы:

$$\theta_{cm}(l) = -\left(\Delta \frac{\theta_{\Delta}(l)}{\Phi} + M_R \frac{\Phi_*}{\Phi} \right).$$

Таким образом, решение уравнения (11) можно представить приближенно в виде

$$\theta(l,t) = \theta_{cm}(l) / \left(1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_0^2(t)} \right).$$

Тогда по заданному отклонению Δ и найденному повороту нижней обоймы $\theta_{cm}(l)$ по формулам (8) находим постоянные интегрирования C_3 и C_4. Затем определяем изгибающий момент, действующий в сечениях ЭС

$$M(z,t) = -A_2 \frac{C_3 V_3''(z,t) + C_4 V_4''(z,t)}{1+k_1}.$$

Принимая, что изгибающий момент $M(z,t)$, действующий в сечениях ЭС, равен (верхняя строчка в формуле – относится к случаю разомкнутых витков ПМВД, нижняя – к сомкнутым виткам):

$$M_{\rho_j}(t) = \begin{cases} M(z,t)\sin(2\pi j) - N(z,t) R\cos\theta(z,t), \\ M(z,t)\sin(2\pi j) + N(z,t)(1-\cos(2\pi j)), \end{cases}$$

где $M_{\rho j}$ – крутящий момент, действующий в j-м витке пружины, оценить напряженное состояние в витках ПМВД с учетом угловых колебаний нижней обоймы можно по следующей формуле:

$$\tau_j(t) = k_\rho \frac{M_{\rho j} - M_o}{W_\rho}; \; j = 1, 2, ..., i_p,$$

где M_0=0,5P_0R – величина момента сил предварительного поджатия витков (P_0 – сила предварительного поджатия витков); k_ρ – коэффициент, учитывающий кривизну витков; W_ρ – полярный момент сопротивления сечения витка; i_p – число рабочих витков.

В таблице представлены результаты расчетов касательных напряжений.

В расчетах учтены дополнительные динамические напряжения, возникающие вследствие вращения обоймы шатуна малогабаритной поршневой машины.

Полученные результаты хорошо согласуются с комплексом ресурсных испытаний шатунов, выполненных в виде ПМВД, работающих в составе малогабаритных поршневых машин [4].

Таблица. *Результаты прочностного расчета шатуна – ПМВД при продольно-поперечном изгибе*

Параметры КПМ и значение сжимающей силы	Расчетная модель	Касательные напряжения τ_j по j-м виткам, МПа								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
ГКМ КВО 630: Δ=1·10^3 м f_0=15·10^3 м L=23·10^3 м β=0,304 d=1·10^3 м D=5·10^3 м i_p=8 $P(t)$=14,7 Н	Линейная в статике: $N(z)$=const	275	225	230	205	175	140	105	65	30
	Нелинейная в статике: $N(z)$=var	115	112	109	106	104	100	97	94	90
	Линейная, с учетом угловых колебаний обоймы	250	220	215	195	170	160	175	80	42
	Нелинейная, с учетом угловых колебаний обоймы	112	111	110	108	106	103	97	97	95

Выводы

Приведена математическая модель шатуна кривошипно-ползунного механизма малогабаритных поршневых машин, выполненного в виде цилиндрической пружины с межвитковым давлением. Уравнение прогибов пружины представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение четвертого порядка с нелинейными краевыми условиями. Решение нелинейного дифференциального уравнения сводилось к задаче Коши с поиском начальных условий методом Ньютона. В качестве первого приближения рассматривалась линейная постановка задачи с допущением о постоянной продольной силы, действующей на пружину. Предложенная модель может быть использована в проектировочных и прочностных расчетах упругого привода скоростных малогабаритных поршневых машин в микрокомпрессорной и микрокриогенной технике.

Статья рекомендована Организационным комитетом V Международной научно-технической конференции «Современные проблемы машиностроения».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грезин А.К., Зиновьев В.С. Микрокриогенная техника. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.
2. Газовая криогенная машина: авт. свид. 1101632 СССР. № 3752941/23-06; заявл. 15.11.83; опубл. 06.05.84 // Открытия. Изобретения, 1984. – № 25.
3. Газовая криогенная машина: авт. свид. 1508057 СССР. № 4321211/23-06; заявл. 27.10.87; опубл. 23.08.89 // Открытия. Изобретения, 1989. – № 34.
4. Бородин, А.В. и др. Применение пружин растяжения в приводе вытеснителя криогенного охладителя // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1989. – № 5. – С. 7–8.
5. Хвингия М.В. Вибрации пружин. – М.: Машиностроение, 1969. – 288 с.
6. Губанова И.И. Устойчивость пружин с соприкасающимися витками при сжатии // Вопросы динамики и прочности. – Рига: АН ЛатвССР, 1962. – Вып. 8. – С. 52–64.
7. На Ц. Вычислительные методы решения прикладных граничных задач. – М.: Мир, 1984. – 296 с.
8. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (предс.) – Т. 1. Колебания линейных систем / под ред. В.В. Болотина. – М.: Машиностроение, 1978. – 352 с.
9. Бородин А.В. и др. Учет динамических нагрузок в кривошипно-шатунном механизме с гибким шатуном // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1989. – № 10. – С. 18–20.

Поступила 22.03.2011 г.

УДК 621.87:621.865.8

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СОВМЕЩЕННОГО РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ДВУХ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ КРАНОВ, ПЕРЕМЕЩАЮЩИХ ОБЩИЙ ГРУЗ

М.С. Корытов

ФГБОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия», г. Омск
E-mail: kms142@mail.ru

Описываются методика и алгоритм оптимизации технологических параметров совмещенного рабочего процесса двух грузоподъемных кранов, перемещающих общий груз в пространстве с препятствиями, по предложенным комплексным критериям оценки эффективности.

Ключевые слова:
Методика, оптимизация, технологические параметры, совмещенный рабочий процесс, два грузоподъемных крана, общий груз.
Key words:
Methodology, optimization, process parameters, combined workflow, two cranes, common cargo.

Поскольку совместная работа по перемещению общего груза двумя или несколькими грузоподъемными кранами (ГПК) является работой исключительной важности и сложности, выполняется сравнительно редко, например, при перемещении крупногабаритных грузов или груза большой массы, превышающей грузоподъемность отдельного крана, то при выполнении данного вида работ определяющими становятся критерии безопасности и координатной точности работы группы кранов.

Предложена методика оптимизации технологических параметров совмещенного рабочего процесса двух ГПК, перемещающих общий груз в пространстве с препятствиями, по комплексным критериям оценки эффективности. Ввиду сложности и противоречивости характера требований задачи, а также дискретного характера ряда используемых исходных данных, разработанная методика включает в себя полный сравнительный перебор допустимых вариантов при дискретно изменяемых значениях оптимизируемых параметров [1].

Постановка задачи. Положение базового шасси ГПК в пространстве характеризуется 6-ю обобщенными координатами (индексы с 1 по 6, из них координаты q_1, q_3 и q_6 имеют широкий диапазон варьирования), рабочего оборудования ГПК – еще 4-мя (индексы с 7 по 10, угол поворота поворотной платформы q_7, угол подъема стрелы q_8, длина стрелы q_9, длина грузового каната q_{10}). Значения линейных координат задаются в условных линейных единицах (УЛЕ), угловых – в радианах. Второй индекс после запятой соответствует номеру ГПК (№ 1 и № 2). Необходимо оптимизировать постоянные значения неуправляемых координат двух ГПК на примере стреловых автомобильных кранов [$q_{1,1}$; $q_{3,1}$; $q_{6,1}$]; [$q_{1,2}$; $q_{3,2}$; $q_{6,2}$] (места постановки в пределах рабочей области, рис. 1) и переменные значения управляемых координат [$q_{7,1}$; $q_{8,1}$; $q_{9,1}$; $q_{10,1}$]; [$q_{7,2}$; $q_{8,2}$; $q_{9,2}$; $q_{10,2}$] в виде траекторий в пространстве конфигураций ГПК, по принятым критериям эффективности.

Описание алгоритма оптимизации технологических параметров совмещенного рабочего процесса.

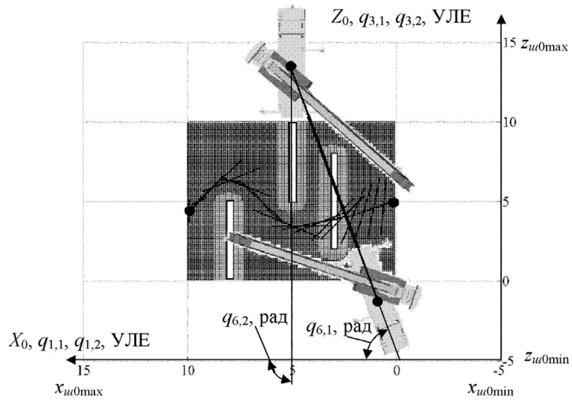


Рис. 1. *Координаты базовых шасси двух ГПК, перемещающих общий груз по заданной траектории (вид в плане, показаны положения двух ГПК и последовательные положения оси груза в форме цилиндра, пример)*

В качестве комплексных критериев оценки эффективности совмещенного рабочего процесса двух ГПК, перемещающих общий груз, предлагается использовать средний относительный критерий эффективности $\bar{\chi}$ и максимальный относительный критерий эффективности $\chi_{\max}$:

$$\bar{\chi} = \frac{\sum\limits_{ik=1}^{2}\left(\lambda_1\cdot(1-\bar{\xi}_{ik})+\lambda_2\left(\frac{(\bar{q}_k)_{ik}-q_{k\min}}{q_{k\max}}\right)\right)}{2};$$

$$\chi_{\max} = \max\left[\begin{array}{l}\left(\lambda_1(1-(\xi_{\min})_1)+\lambda_2\left(\frac{(q_{k\max})_1-q_{k\min}}{q_{k\max}}\right)\right);\\ \left(\lambda_1(1-(\xi_{\min})_2)+\lambda_2\left(\frac{(q_{k\max})_2-q_{k\min}}{q_{k\max}}\right)\right)\end{array}\right],$$

где λ_1, λ_2 – весовые коэффициенты значимости частных критериев ξ и q_k соответственно, $\lambda_1+\lambda_2=1$; $\bar{\xi}_{ik}$ – среднее значение критерия устойчивости для траектории точки подвеса груза, перемещаемой отдельным ГПК ik; $(\xi_{\min})_{ik}$ – минимальное значение критерия устойчивости для траектории точки подвеса груза, перемещаемой отдельным ГПК ik;

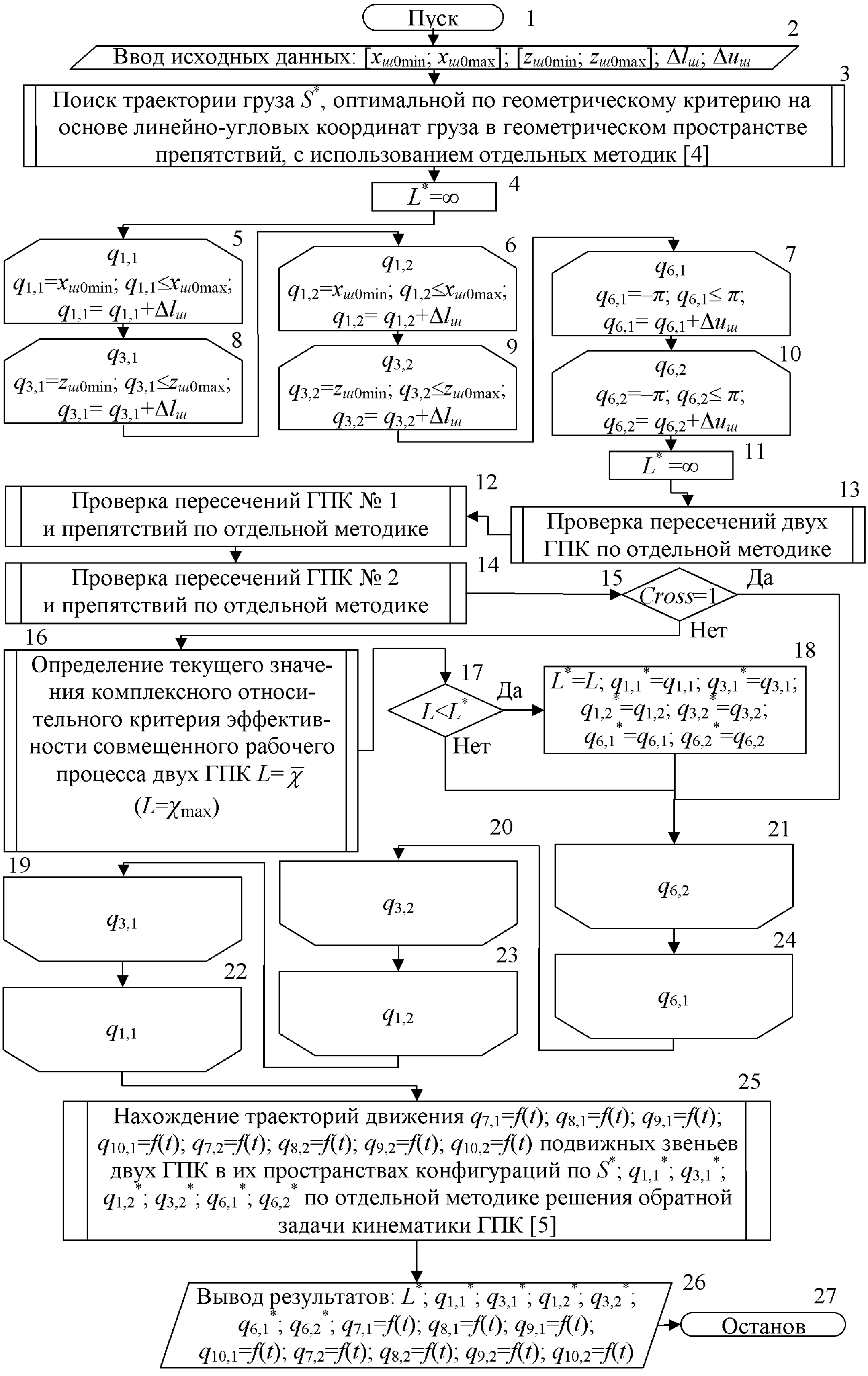


Рис. 2. *Блок-схема алгоритма оптимизации технологических параметров совмещенного рабочего процесса двух грузоподъемных кранов, перемещающих общий груз*

$(\bar{q}_k)_{ik}$ – среднее значение длины грузового каната для траектории точки подвеса груза, перемещаемой отдельным ГПК ik; $(q_{k\max})_{ik}$ – максимальное значение минимально возможной длины грузового каната для траектории точки подвеса груза, перемещаемой отдельным ГПК ik ($ik \in [1;2]$).

Критерий оценки устойчивости ГПК с прямоугольным опорным контуром вычисляется на основе нормальных реакций в опорных элементах [2, 3]:

$$\xi = \min\left\{k_1; k_2; \frac{1}{k_1}; \frac{1}{k_2}\right\},$$

где k_1, k_2, $1/k_1$, $1/k_2$ – показатели устойчивости для 4-х осей опрокидывания, входящих в опорный контур, вычисляемые на основе нормальных реакций в опорных элементах:

$$k_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4};\ k_2 = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_4},$$

где R_1, R_2, R_3, R_4 – нормальные реакции на опорных элементах ГПК.

Текущее значение критерия устойчивости ξ, вычисленное на основе нормальных реакций, сравнивается с предельным критическим значением критерия $\xi_{крит}$ [2, 3].

Величина q_k, также как и величина критерия устойчивости ξ, может быть определена как в статике, так и динамике, в каждый момент временного отрезка реализации траектории перемещения груза отдельным ГПК. Причем, оптимальными являются большие значения критерия устойчивости ξ, что соответствует большей устойчивости отдельного ГПК, и меньшие значения длины грузового каната q_k, что соответствует лучшей управляемости и создает предпосылки для повышения координатной точности положения груза со стороны отдельного ГПК.

Значения безразмерных критериев $\bar{\chi}$ и $\chi_{\max}$ находятся в диапазоне [0;1]. При этом меньшим значениям соответствуют более эффективные сочетания варьируемых технологических параметров.

При этом, если для траектории перемещения груза отдельным ГПК, в какой-либо точке данной траектории значение частного критерия устойчивости снижается менее величины предельного критического значения критерия устойчивости $\xi_{крит}$:

$$\xi(t) \le \xi_{крит},$$

то значения комплексных относительных критериев оценки эффективности $\bar{\chi}$ и $\chi_{\max}$ принимаются равными верхнему предельному, наименее оптимальному значению, т. е. 1.

Решение задачи при различных значениях исходных данных обобщенных координат базовых шасси двух ГПК [$q_{1,1}$; $q_{3,1}$; $q_{6,1}$]; [$q_{1,2}$; $q_{3,2}$; $q_{6,2}$] с последующим сравнением значений оптимизируемой целевой функции ($\bar{\chi}$, либо $\chi_{\max}$) для каждого варианта, позволяет оптимизировать значения перечисленных неуправляемых, и управляемых [$q_{7,1}$; $q_{8,1}$; $q_{9,1}$; $q_{10,1}$]; [$q_{7,2}$; $q_{8,2}$; $q_{9,2}$; $q_{10,2}$] технологических параметров совмещенного рабочего процесса двух ГПК по принятым критериям эффективности.

Исходными данными задачи выступают размеры рассматриваемой рабочей области [$x_{ш0\min}$;$x_{ш0\max}$]×[$z_{ш0\min}$;$z_{ш0\max}$] (см. рис. 1), в пределах которой могут быть установлены ГПК, шаги дискретизации линейных $\Delta l_ш$ и угловых $\Delta u_ш$ координат, конфигурация препятствий в рабочей области, а также конструктивные и технологические параметры ГПК.

Необходимо расположить базовые шасси двух ГПК оптимальным образом относительно начального и конечного положений перемещаемого груза с учетом ограничений, создаваемых препятствиями и запретными для расположения ГПК зонами, в т. ч. условием взаимного непересечения объемных тел ГПК (см. рис. 1).

Проведенные исследования показали, что на графиках целевых функций могут присутствовать области локальных минимумов, поэтому необходимо использовать метод полного перебора варьируемых параметров с определенным шагом дискретности.

На рис. 2 приведена упрощенная блок-схема алгоритма оптимизации технологических параметров совмещенного рабочего процесса двух ГПК, перемещающих общий груз.

Результатом работы алгоритма является значение глобального минимума целевой функции L^* на рассматриваемой области положений базовых шасси двух ГПК [$x_{ш0\min}$; $x_{ш0\max}$]; [$z_{ш0\min}$; $z_{ш0\max}$], а также соответствующие глобальному минимуму L^* значения варьируемых технологических параметров положения базовых шасси двух ГПК $q_{1,1}^*$; $q_{3,1}^*$; $q_{1,2}^*$; $q_{3,2}^*$; $q_{6,1}^*$; $q_{6,2}^*$ и рабочего оборудования обоих ГПК во всех точках траектории груза S^*: $q_{7,1}=f(t)$; $q_{8,1}=f(t)$; $q_{9,1}=f(t)$; $q_{10,1}=f(t)$; $q_{7,2}=f(t)$; $q_{8,2}=f(t)$; $q_{9,2}=f(t)$; $q_{10,2}=f(t)$.

Представление результатов вычислительных экспериментов в виде линий уровня, соединяющих начала систем координат двух базовых шасси при определенном сочетании значений λ_1 и λ_2, приведено на рис. 3. Отрезки на рис. 3 получены при равномерном дискретном варьировании положения начала координат базового шасси ГПК № 1 (одна точка отрезка) с поиском оптимального положения начала координат базового шасси ГПК № 2 (вторая точка отрезка). Подмножество неулучшаемых решений (оптимальных при каждом сочетании λ_1 и λ_2) при использовании комплексного критерия эффективности $\chi_{\max}$ приведено на рис. 4. Позициями обозначены сочетания значений весовых коэффициентов λ_1 и λ_2: 1 – [λ_1=0,1;λ_2=0,9]; 2 – [λ_1=0,2; λ_2=0,8]; 3 – [λ_1=0,3; λ_2=0,7]; 4 – [λ_1=0,4; λ_2=0,6]; 5 – [λ_1=0,5; λ_2=0,5]; 6 – [λ_1=0,6; λ_2=0,4]; 7 – [λ_1=0,7; λ_2=0,3]; 8 – λ_1=0,8; λ_2=0,2]; 9 – [λ_1=0,9; λ_2=0,1].

Выводы

Предложен алгоритм оптимизации технологических параметров совмещенного рабочего процесса двух грузоподъемных кранов, перемещающих общий груз, реализованный в средах Microsoft Visual C++ и MATLAB, подтверждена его работоспособность и эффективность.

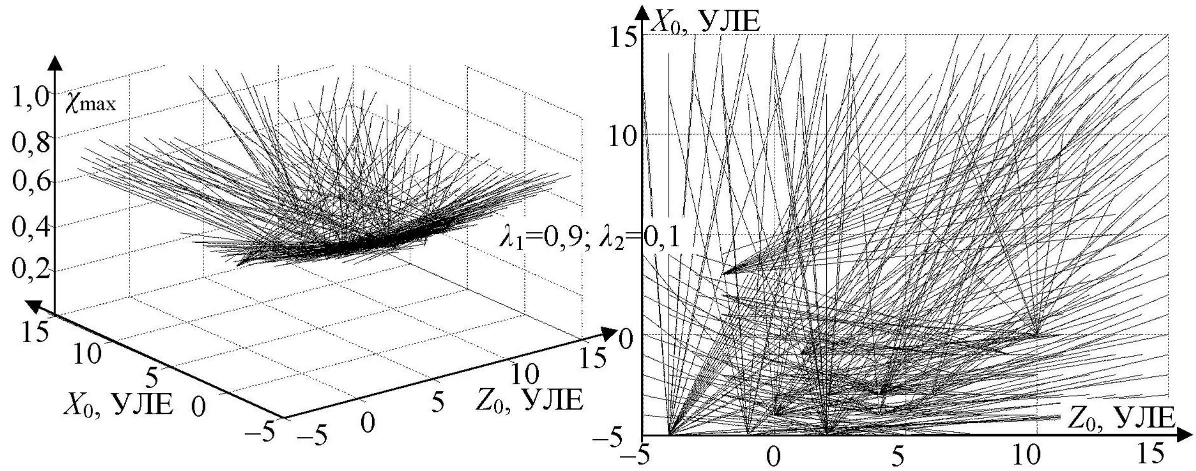


Рис. 3. *Представление результатов вычислительных экспериментов в виде линий уровня, соединяющих начала систем координат двух базовых шасси при определенном сочетании значений λ_1 и λ_2 (пример)*

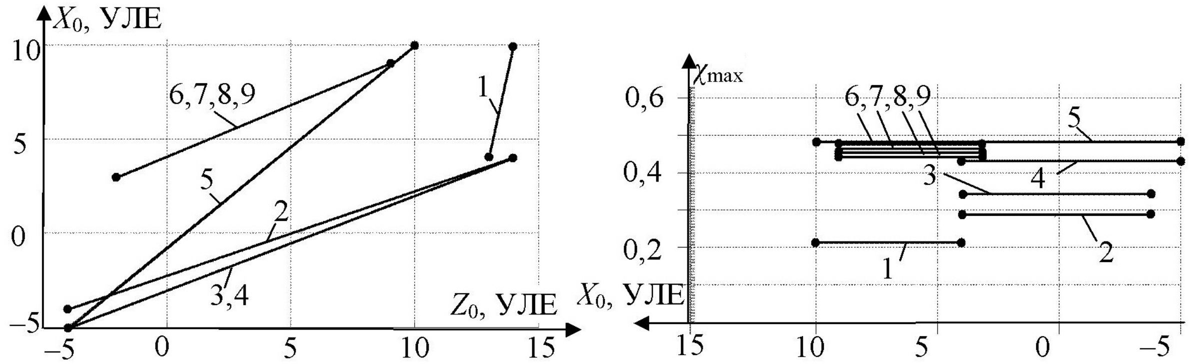


Рис. 4. *Подмножество неулучшаемых решений задачи при использовании комплексного критерия эффективности χ_{max} (пример)*

Разработана методика оптимизации значений управляемых координат шасси кранов в процессе перемещения груза, а также расположения базовых шасси кранов в пределах рассматриваемой области с учетом заданных ограничений, произвольно расположенных препятствий и выполнения условия непересечения объемных тел базовых шасси двух кранов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник по кранам: В 2 т. Т. 2. Характеристики и конструктивные схемы кранов. Крановые механизмы, их детали и узлы. Техническая эксплуатация кранов / М.П. Александров, М.М. Гохберг, А.А. Ковин и др.; Под общ. ред. М.М. Гохберга. – М.: Машиностроение, 1988. – 559 с.
2. Корытов М.С., Зырянова С.А. Использование нормальных реакций в опорных элементах автокрана для оценки его устойчивости // Общие и комплексные проблемы технических и прикладных наук: Межвуз. сб. трудов студентов, аспирантов и молодых ученых. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2005. – Вып. 2, Ч. 1. – С. 22–25.
3. Корытов М.С., Зырянова С.А. Критерий статической и динамической устойчивости грузоподъемного крана // Дорожно-транспортный комплекс как основа рационального природопользования: Матер. Междунар. научно-техн. конф. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2005. – Кн. 1. – С. 27–29.
4. Корытов М.С., Щербаков В.С. Результаты сравнительного анализа алгоритмов планирования траектории движения объекта с учетом его угловых координат в трехмерном пространстве с препятствиями // Вестник СибАДИ. – 2011. – Вып. 1 (19). – С. 68–74.
5. Корытов М.С., Щербаков В.С., Котькин С.В. Методика решения обратной кинематической задачи грузоподъемного крана // Вестник СибАДИ. – 2011. – Вып. 2 (20). – С. 71–76.

Поступила 23.08.2011 г.

УДК 539.1.03

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ИСТОЧНИКА РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА БАЗЕ МАЛОГАБАРИТНОГО УСКОРИТЕЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ

А.С. Гоголев, Ю.М. Черепенников

Томский политехнический университет
E-mail: alextpuftf@tpu.ru

Проведено моделирование спектров рентгеновского излучения, генерируемого электронами с энергией 4...10 МэВ в мишенях из различных материалов и разной толщины. Определены оптимальные параметры мишени-конвертора для использования ее в медицинских источниках монохроматического рентгеновского излучения на базе малогабаритных электронных ускорителей. Проведены оценки интенсивности излучения и сравнение источников на базе разных ускорителей.

Ключевые слова:
Рентгеновское излучение, тормозное излучение, моделирование, ускоритель, монохроматическое излучение.
Key words:
X-ray emission, slowing-down emission, modeling, accelerator, monochromatic radiation.

В настоящее время рентгеновское излучение (РИ) находит широкое применение в прикладных задачах, таких как диагностика, в медицине, биологии, анализ структуры вещества и др. Основным источником РИ на данный момент являются рентгеновская трубка (РТ), спектр которой представляет собой сумму линий характеристического и сплошного тормозного излучения (ТИ). Из-за непрерывного характера спектра ТИ рентгеновский анализ с использованием рентгеновских трубок сталкивается с проблемами, ухудшения контраста изображений и значительной дозовой нагрузкой на пациента, в медицине. Высокие дозовые нагрузки в свою очередь накладывают ограничение на частоту проведения рентгенографических исследований, что не позволяет выявить злокачественные образования в организме человека на ранних стадиях. Последнее связано и с тем, что для медицинской диагностики по-прежнему продолжают широко применяться рентгеновские пленки.

Минусом использования рентгеновских пленок является, в первую очередь, их низкая контрастность по сравнению с цифровыми детекторами. Хотя цифровые детекторы и позволяют увеличить вероятность выявления дефектов в одиночном обследовании, но дозовые нагрузки по-прежнему остаются высокими. Последнюю проблему можно решить, используя пучки монохроматического рентгеновского излучения (МРИ).

На данный момент источники МРИ, с достаточной интенсивностью для медицинской диагностики, реализованы только на базе синхротронов. Очевидно, что за счет синхротронов обеспечить большой спрос на источники МРИ невозможно. Поэтому создание компактных недорогих источников интенсивного МРИ является весьма актуальной задачей.

В настоящее время все большее внимание уделяется источникам РИ на основе малогабаритных ускорителей, которые позволяют получать пучки МРИ с возможностью оперативного изменения энергии МРИ. Один из широко используемых способов получения монохроматического излучения – монохроматизация непрерывного спектра ТИ, в другом способе используются электроны с энергией несколько десятков МэВ, на которых рассеивается лазерное излучение. В результате комптоновского рассеяния генерируется монохроматический пучок фотонов с энергией до 100 кэВ. Оба способа не лишены недостатков, в первом случае сталкиваются с проблемой больших потерь первичного пучка, за счет неполного отражения и поглощения излучения монохроматором, во втором – установки имеют низкую эффективность и высокую стоимость. Далее будет рассмотрен первый способ получения МРИ. Для его реализации в некоторых приложениях могут использоваться и РТ. Однако для целей медицинской диагностики интенсивности излучения от РТ после монохроматизации излучения недостаточно.

В работе определены оптимальные параметры мишени для генерации ТИ электронами с энергией порядка нескольких МэВ в диапазоне необходимом для медицинской диагностики от 10 до 60 кэВ, и сделаны количественные оценки интенсивности пучков МРИ от разных типов ускорителей.

Для количественных расчетов была разработана модель генерации РИ электронным пучком в различных мишенях с использованием пакета программирования GEANT4. В качестве мишени-конвертора в модели использовались пластины из различных материалов и толщин. На мишень перпендикулярно падает пучок электронов с энергией 4...10 МэВ, который порождает в ней поток РИ. Детектор с поперечными размерами 1×1 мм установленный параллельно мишени на расстоянии 100 мм, средний телесный угол $8\cdot10^{-6}$ ср, регистрирует все фотоны. Воздух из рассматриваемой области откачан. Задача состоит в моделировании спектров фотонов и последующем их сравнении при разных исходных данных.

В модели рассматривались следующие процессы: для фотонов – фотоэффект, комптоновское

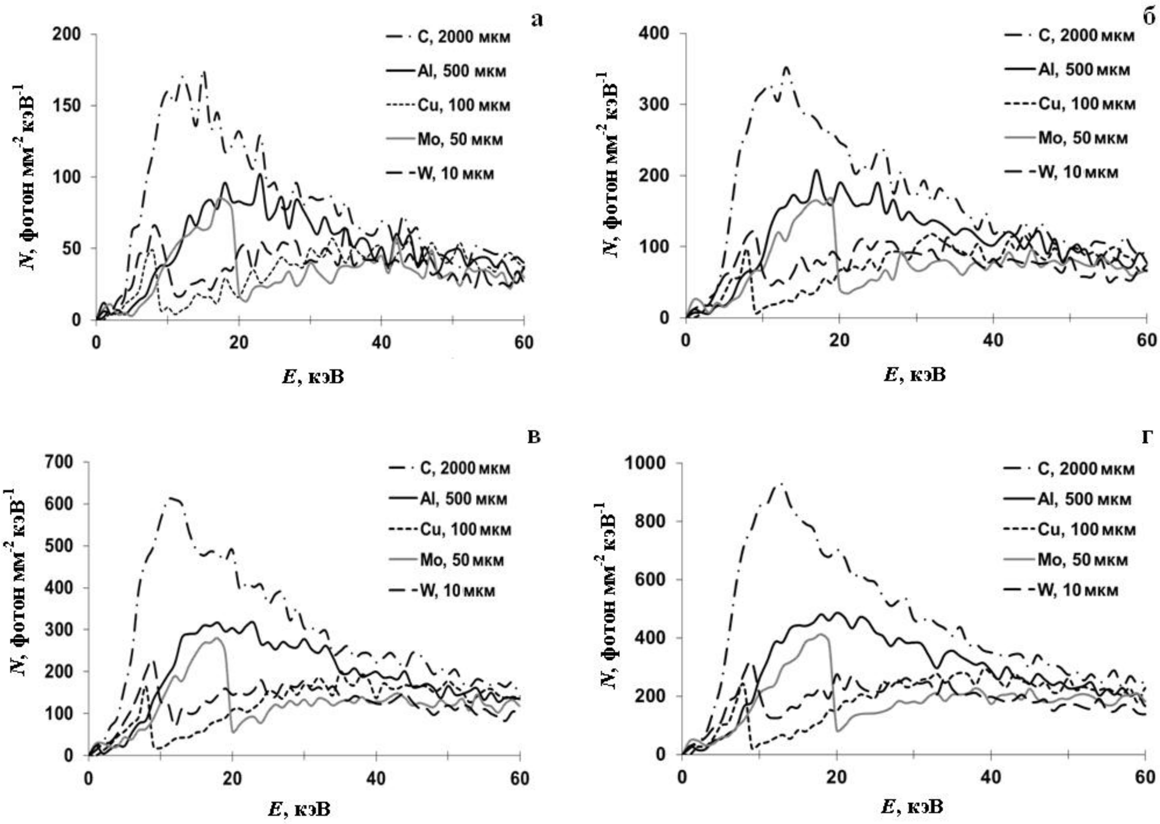


Рис. 1. *Спектры рентгеновского излучения от электронов с энергией 4 (а), 6 (б), 8 (в) и 10 (г) МэВ*

рассеяние, рождение пар; для электронов – тормозное излучение, многократное рассеяние, ионизация среды.

Моделирование проводилось для электронов с энергиями 4, 6, 8, 10 МэВ, и мишеней из материалов C, Al, Cu, Mo, W толщиной от 10 до 3000 мкм со статистикой 10^8 электронов. Соответствующие спектры приведены на рис. 1. Как показало моделирование, в выбранном диапазоне энергий фотонов РИ оптимальные толщины не зависят от энергии электронов до 20 МэВ.

Из приведенных спектров видно, что наибольшую интенсивность излучения позволяют получить мишени из легких материалов углерод и алюминий толщиной 2000 и 500 мкм, соответственно.

Как было сказано выше, оптимальные толщины мишеней не зависят от энергии электронов. Это позволяет свободно выбирать энергию электронов и оптимизировать параметры ускорителя, руководствуясь требованиями к биологической защите и компактности источника. Исходя из этого, предлагается использовать ускоритель электронов на энергию 6 МэВ.

Далее следует выбрать тип ускорителя, который можно использовать в качестве источника ускоренных электронов. Главным условием при выборе ускорителя будет требование к интенсивности МРИ. Сравнение проводится по величине освещенности, которую позволяет получить источник на расстоянии 1 м от мишени. Известно, что для получения качественных рентгеновских снимков требуется освещенность 10^7 фотон·см$^{-2}$ [1].

Для оценки интенсивности предлагаемого источника МРИ необходимо определить ширину линии излучения, которую будет обеспечивать источник. В данном случае ширина линии МРИ определяется механизмом дифракции рентгеновского излучения в кристаллах и равна порядка 10 эВ [2]. При использовании нестандартных монохроматоров [3], у которых отражение падающего РИ в направление дифракции может достигать 100 %, потери на монохроматизацию будут определяться только поглощением излучения веществом монохроматора, которые составляют величину 18,3 %, для кварцевого монохроматора толщиной 0,3 мм на линии 20 кэВ.

Увеличение интенсивности при использовании нестандартных, активных монохроматоров наблюдалось экспериментально. В эксперименте использовался кристалл кварца X-среза толщиной 0,3 мм, межплоскостное расстояние 3,3429 Å (1011). Схема эксперимента приведена на рис. 2. В качестве источника рентгеновского излучения использовалась рентгеновская трубка РАП 160-5 [4]. Измерения проводились при напряжении 48 кВ и токе 1 мА. Рентгеновский аппарат был помещен в свинцовый домик с толщиной стенки 5 см.

Излучение формировалось коллиматором диаметром 3 мм, расположенным на расстоянии 90 мм от выходного окна рентгеновской трубки, после чего падало на кристалл кварца, установленный в дистанционно-управляемом гониометре, на расстоянии 215 мм от коллиматора.

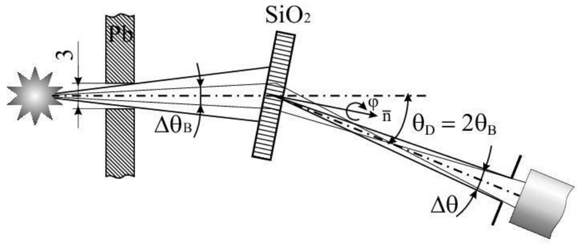


***Рис. 2**.* *Схема эксперимента. θ_B – угол Брэгга, θ_D – угол наблюдения*

Гониометр имеет три поступательные и три вращательные степени свободы, что дает возможность устанавливать кристалл под углом Брэгга для любых семейств отражающих атомных плоскостей так, чтобы детектор, находящийся в горизонтальной плоскости, мог регистрировать только пучки, распространяющиеся в этой плоскости. Исследовалось отражение от атомных плоскостей $(10\bar{1}1)$, ориентированных перпендикулярно к большой поверхности кристалла.

На кристалл подавался переменный ток, возбуждающий в нем акустические волны. Для подачи использовалась головка гониометра со встроенными электродами, на поверхность кристалла было нанесено никелевое покрытие толщиной порядка 100 нм.

После установления кристалла таким образом, чтобы максимум дифрагированного излучения попадал в детектор, полупроводниковым детектором БДЕР-КИ-11К регистрировались спектры излучения (рис. 3). Как показал эксперимент, при возбуждении кристалла в направлении дифракции поток РИ увеличивается в 5,3 раза. Ширина линий составила 791 и 860 эВ для невозбужденного и возбужденного кристалла, соответственно, которая определялась шириной аппаратурной линии детектора 300 эВ и расходимостью первичного пучка.

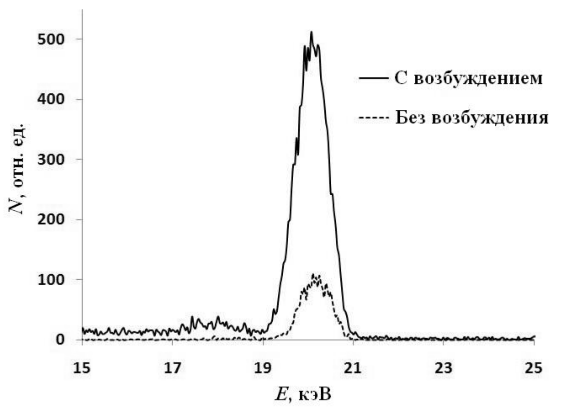


Рис. 3. *Сравнение спектров дифрагированного излучения на кристалле кварца толщиной 0,3 мм с возбуждением и без*

Оценка величины интенсивности МРИ проводится из рассчитанных спектров (рис. 1) с поправкой на поглощение излучения в монохроматоре, коэффициент отражения принят за 100 %.

Интенсивность МРИ определяется по формуле:

$$I = kN\frac{i}{n_e e},$$

где N – число квантов РИ, взятое из рассчитанного спектра; i – ток электронов; n_e – количество моделируемых электронов (10^8); e – элементарный заряд, k – поправка на поглощение.

Таким образом, стандартные рентгеновские трубки обеспечивают освещенность порядка 10^6 фотон·с$^{-1}$·см$^{-2}$ на один мА тока при ширине линии в 1 кэВ [5], что в пересчете на ширину линии 10 эВ составит 10^4 фотон·с$^{-1}$·см$^{-2}$. Согласно полученным при моделировании спектрам источник МРИ на основе ускорителя электронов на энергию 6 МэВ обеспечивает освещенность 10^8 фотон·с$^{-1}$·см$^{-2}$ на один мА тока. Рассмотрим в качестве возможных вариантов ускорителя бетатрон, микротрон и линейный ускоритель электронов. Сравнительные параметры приведены в таблице.

Согласно результатам из таблицы создание источника МРИ на основе монохроматизации ТИ, обладающего высокой по сравнению с рентгеновской трубкой интенсивностью и достаточной для медицинской диагностики, возможно в случае, если использовать в качестве источника электронов микротрон или линейный ускоритель.

Таблица. *Параметры источников РИ*

Тип источника	Освещенность на один мА тока, фотон·с$^{-1}$·см$^{-2}$	Ток, мА	Освещенность, фотон·с$^{-1}$·см$^{-2}$
Рентгеновская трубка	10^4	10	10^5
Бетатрон	10^8	10^{-4}	10^4
Микротрон	10^8	10^{-1}	10^7
Линейный ускоритель электронов	10^8	10	10^9

Использование бетатрона не обеспечивает необходимой интенсивности вследствие низкого значения тока. При использовании линейного ускорителя электронов или микротрона есть возможность осуществлять микрофокусировку электронного пучка, благодаря чему яркость источника может достигать значений 10^{10} фотон·с$^{-1}$·мм$^{-2}$·мрад$^{-2}$ при ширине линии 10 эВ, что на 2–3 порядка превышает яркость рентгеновских трубок [2].

Подобные источники с успехом можно использовать не только в медицинской диагностике, но и в промышленной томографии и в высокоэнергетическом флуоресцентном анализе.

Выводы

Разработана модель генерации рентгеновского излучения пучком электронов, которая позволила определить параметры оптимальной мишени. Показано что бóльшую интенсивность рентгеновского излучения обеспечивают мишени-конверторы из легких материалов (с малым атомным числом). В качестве оптимальной выбрана мишень толщиной 500 мкм, выполненная из алюминия.

Эксперименты по монохроматизации пучка наглядно показали преимущества использования активных монохроматоров. При использовании такого монохроматора наблюдалось увеличение интенсивности в 5,3 раза по сравнению с монохроматором без акустического воздействия.

Проведенные оценки освещенности позволяют говорить о перспективности создания источника монохроматического рентгеновского излучения на основе монохроматизации тормозного излучения с достаточной интенсивностью при использовании микротрона или линейного ускорителя электронов.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации в рамках Федеральной целевой программы «Разработка адаптивной рентгеновской оптики нового поколения для устройств исследования биологических объектов и быстропротекающих процессов» ГК № 11.519.11.2030.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Украинцев Ю.Г. Сканирующий метод получения рентгеновских изображений на цифровом аппарате «Сибирь-Н», // Медафарм. 2011. URL: http://medafarm.ru/php/content.php?id=17250 (дата обращения: 31.05.2011).
2. Autier A. Dynamical theory of X-Ray diffraction. – N.Y.: Oxford University Press inc., 2008. – 678 p.
3. Гоголев А.С., Попов Ю.А., Вагнер А.Р., Потылицин А.П., Кочарян В.Р., Мовсиян А.Е., Мкртчян А.Г. Рассеяние рентгеновского излучения в деформированных кристаллах // Известия вузов. Сер. Физика. – 2010. – Т. 53. – № 11/2. – С. 33–38.
4. РАП 160–5 аппарат рентгеновский переносной сильноточный // TSNK Laboratory. 2011. URL: http://www.tsnk-lab.ru/work/equipment/form/portable/rap1605 (дата обращения: 17.06.2011).
5. Sanchez del Rio M., Dejus R.J. XOP. Recent Developments // ESRF. 2011. URL: http://www.esrf.eu/computing/scientific/people/srio/publications/ (дата обращения: 17.06.2011).

Поступила 02.06.2011 г.

УДК 537.862

СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ОТРАЖАТЕЛЬНОМ ТРИОДЕ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ

Т.В. Коваль, А.Л. Марченко

Томский политехнический университет
E-mail: tvkoval@mail.ru

Рассматривается взаимодействие колебаний виртуального катода с электромагнитным полем резонансной неодносвязной структуры отражательного триода с радиально расходящимся пучком. Проводится исследование зависимости уровня спонтанного излучения от геометрии системы и пучка, от типа возбуждаемой волны. Определены условия наиболее эффективного взаимодействия с низшим типом волны.

Ключевые слова:
Спонтанное излучение, виртуальный катод, отражательный триод, мощность излучения.

Key words:
Spontaneous radiation, virtual cathode, reflex triode, radiation power.

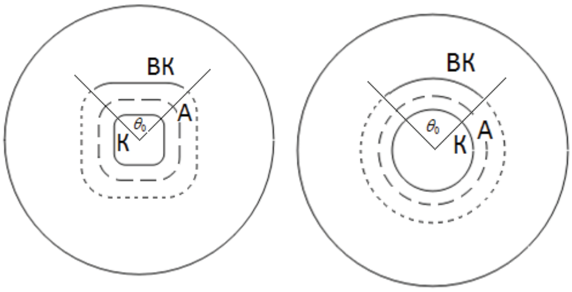
Введение

Отражательные триоды привлекают к себе внимание, прежде всего как источники мощного микроволнового излучения, способные работать без внешнего магнитного поля [1, 2]. Принцип работы основан на формировании в вакуумной электродинамической системе виртуального катода (ВК), осцилляции которого вызывают СВЧ-генерацию.

В работе [3] построена одномерная модель вынужденного излучения электронного пучка с ВК, в основу которой положено монотонное накопление пространственного заряда за счет отраженных от ВК электронов и «запирание электронного пучка». Основной идеей отличной от [3], в нашем рассмотрении является то, что динамика виртуального катода характеризуется пространственно-временными колебаниями [4–6]. При этом усредненная координата ВК осциллирует относительно среднего положения с частотой, определяемой плотностью заряда в области ВК, которая в 1,2...1,5 выше, чем в области реального катода. В отражательном триоде имеет место квазистационарный режим колебаний ВК, при котором происходит параметрическое самосогласованное взаимодействие осциллирующих электронов с колебаниями края потенциальной ямы, обуславливающее модуляцию электронов по фазе [7, 8]. Как показали аналитические исследования [9, 10], генерация в системах с ВК происходит при токах выше критических, определяемых параметрами системы и пучка, т. е. при критическом значении плотности электронов в области ВК. Мощность и эффективность излучения в системах с ВК определяется уровнем взаимодействия волны с электронным пучком, который в свою очередь зависит от параметров и геометрии системы и пучка.

В работах [11, 12] впервые рассмотрены коаксиальные отражательные триоды с расходящимся пучком. В работе [11] проведено исследование возбуждении неустойчивости электронного пучка в коаксиальном отражательном триоде, методом кинетического уравнения получены инкременты неустойчивости осциллирующих электронов в потенциальной яме. В работе [12] представлена модель планарно-коаксиального отражательного триода, с планарными электродами (катодом и анодом) и методом крупных частиц проведено численное исследование формирования виртуального катода.

Так как виртуальный катод – это область повышенной плотности заряда, то представляет интерес рассмотреть виртуальный катод как пространственно распределенный осциллятор, совершающий колебания относительно среднего положения с частотой, равной когерентным колебаниям электронов, и зависящей только от плотности пространственного заряда. В настоящей работе рассмотрено спонтанное излучение виртуального катода и проведено исследование уровня взаимодействия виртуального катода с электромагнитным полем резонансной системы отражательного триода в зависимости от геометрии системы и пучка, от типа возбуждаемой волны. Рассматриваются планарно-коаксиальный (рис. 1, *а*) и коаксиальный отражательные триоды с расходящимся электронным пучком (рис. 1, *б*).



а *б*

Рис. 1. *Схемы сечения планарно-коаксиального (а) и коаксиального отражательного триода (б); А – анод, К – катод*

Мощность спонтанного излучения

Исследуем в цилиндрической системе координат (r,θ,z) мощность спонтанного излучения осциллятора в гладком цилиндрическом резонаторе высотой H и радиусом R. Считаем, что движение осциллятора одномерно вдоль оси r, в этом случае, выражение для плотности тока, наведенного N зарядами, запишем в виде

$$j(\vec{r},t) = -en_b a\omega \cos\psi \; \rho(\theta)\rho(z)\frac{\delta(r-r(t))}{r}, \qquad (1)$$

где $n_b\int\limits_{z_1}^{z_2}\int\limits_{\theta_1}^{\theta_2}\rho(\theta)\rho(z)\,d\theta dz = N$, $r'(t)=\bar{r}+a\sin\psi$ и $r'(t)=a\omega\cos\psi$ – координата и скорость осциллятора; $\bar{r}$ – средняя координата виртуального катода; $h=z_2-z_1$ – ширина ВК вдоль продольной координаты z; $\theta_0=\theta_2-\theta_1$ – центральный угол (рис. 1).

Для определения поля, наведенного в резонаторе, используем метод собственных функций [13], электрическая составляющая определяется суммой по трем индексам собственных функций $E_\nu(r,\theta,z)$ резонатора:

$$E(r,\theta,z,t) = \sum_\nu e_\nu(t)E_\nu(r,\theta,z),$$

при выполнении условия нормировки

$$\int\limits_V \vec{E}_\nu(r,\theta,z)\vec{E}_\nu^*(r,\theta,z)dV = 1, \quad \nu=\{n,s,m\}; \; n,s,m=0,1,....$$

Амплитуда электрического поля $e_\nu(t)$ определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{d^2e_\nu}{dt^2} + 2\lambda_\nu\frac{de_\nu}{dt} + \omega_\nu^2 e_\nu = -4\pi\frac{dj_\nu}{dt},$$

где $\omega_\nu/c=(k_\perp^2+k_z^2)^{1/2}$; $\lambda_\nu=2\omega_\nu/Q_\nu$; Q_ν – добротность резонатора; $k_\perp$ и $k_z=\pi m/H$ – поперечное и продольное волновые числа.

Мощность когерентного излучения определяется выражением $P = -\operatorname{Re}\int\limits_V \vec{j}(r,\theta,z,t)\vec{E}_\nu^*(r,\theta,z,t)dV$,

где V – объем резонатора. Учитывая возбуждение электромагнитных колебаний на кратных частотах $l\omega$ (l=1,2,...), близких к собственным частотам резонатора $\omega_\nu\approx l\omega$, среднюю за период $T=2\pi/l\omega$ мощность излучения осциллятора представим в виде:

$$P_l = -2\pi P_0\frac{\omega a}{c}(n_{b0}r_{кл.}d^2)^2\sum_\nu Q_\nu G_l(k_z,k_\perp). \qquad (2)$$

Здесь P_0=8,687 ГВт; $r_{кл.}=e^2/c^2m$; d – диодный зазор; c – скорость света; $n_b[R_A^2-(R_A-d)^2]/2=n_{b0}$; $G_l(k_\perp,k_z)$ – геометрические функции, характеризующие уровень взаимодействия колебаний ВК с электромагнитным полем резонатора в условиях спонтанного излучения $l^2\lambda_\nu^2>>(\omega_\nu-l\omega)^2$.

Геометрическая функция

В неодносвязной электродинамической структуре отражательного триода (рис. 1) могут возбуждаться волны типа H, E, и TEM. Поскольку у волны TEM критическая частота равна нулю, то она является низшим типом колебаний. Первым высшим типом волны в коаксиальной линии при любом диаметре и конфигурации внутреннего проводника является волна H_{11}.

Численные исследования структуры собственных полей и критических частот, проведенные численно в пакете COMSOL, показали, что критические частоты планарно-коасиального (рис. 1, *а*) и коаксиального (рис. 1, *б*) отражательных триодов отличаются незначительно. Эта разница, естественно, уменьшается с увеличением угла скругления внутреннего электрода (анода), а деформация радиальных силовых линий электрического поля происходит только вблизи плоских границ внутреннего электрода. Поэтому будем полагать, что в планарно-коаксиальном триоде электромагнитное поле может быть описано такими же цилиндрическими функциями, как и в коаксиальном триоде.

Считаем, что колебания ВК имеют только радиальную компоненту: $r(t)=a\sin\psi$, поэтому достаточно рассмотреть электрические радиальные компоненты соответственно для Н, Е, и ТЕМ типов волн:

$$E_{r\nu}^{\mathrm{E}}(r_\perp, r) = k_\perp k_z D_E Z_n^{\mathrm{E}}(k_\perp r) e^{in\theta} \sin k_z z,$$

$$E_{r\nu}^{\mathrm{H}}(r_\perp, r) = \frac{kn}{r} D_{\mathrm{H}} Z_n^{\mathrm{H}}(k_\perp r) e^{in\theta} \sin k_z z,$$

$$E_{r\nu}^{\mathrm{TEM}}(r_\perp, r) = \frac{k}{r} D_{\mathrm{TEM}} \sin k_z z.$$

Здесь амплитуды волн определяются соответственно выражениями

$$D_{\mathrm{E}}^2 = \frac{2\varepsilon_m}{\pi R^2 H k^2 k_\perp^2 [Z_n'^{\mathrm{E}}(k_\perp R)]^2},$$

$$D_{\mathrm{H}}^2 = \frac{2\varepsilon_m}{\pi H k^2 [k_\perp^2 R^2 - n^2][Z_n^{\mathrm{H}}(k_\perp R)]^2},$$

$$D_{\mathrm{TEM}}^2 = \frac{1}{\pi H k^2 \ln(R/r)},$$

$Z_n^{\mathrm{E}}(k_\perp r) = J_n'(k_\perp r) + P^{\mathrm{E}} N_n'(k_\perp r)$, $k_\perp$ – корни дисперсионного уравнения $Z_n^{\mathrm{E}}(k_\perp R)=0$;

$Z_n^{\mathrm{H}}(k_\perp r) = J_n(k_\perp r) + P^{\mathrm{H}} N_n(k_\perp r)$, $k_\perp$ – корни дисперсионного уравнения $Z_n^{\mathrm{H}}(k_\perp R)=0$,

$$P^{\mathrm{E}} = \frac{J_n(k_\perp R_A)}{N_n(k_\perp R_A)},\quad P^{\mathrm{H}} = \frac{J_n'(k_\perp R_A)}{N_n'(k_\perp R_A)},$$

$\varepsilon_m=1/2$ при $m=0$ и $\varepsilon_m=1$ при $m\neq 0$, R_A – радиус анода, $J_n(k_\perp r)$ и $N_n(k_\perp r)$ – функции Бесселя и Неймана. Для бездисперсной волны ТЕМ $k_\perp=0$. Геометрические функции, входящие в выражение мощности (2), имеют вид

$$G_{l,\alpha}(k_z, k_\perp) =$$
$$= a\{[R_A^2 - (R_A - d)^2] d^{-2} D_\alpha \zeta_\alpha (\rho_\theta \rho_z \rho_r)_\alpha\}^2. \qquad (3)$$

Здесь $\rho_\theta = \theta_0^{-1}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \rho(\theta)\cos n\theta\, d\theta,\ \rho_z = h^{-1}\int_{z_1}^{z_2} \rho(z)\sin k_z z dz,$

$\alpha=\{\mathrm{E,H,TEM}\}$, $\zeta_{\mathrm{E}}=k_\perp k$, $\zeta_{\mathrm{H,TEM}}=k/r$, функция ρ_r убывают с возрастанием l, для первой гармоники колебаний ВК ($l=1$): $\rho_r=Z_n^\alpha S^\alpha$:

$$S^{\mathrm{H,E}} = 1 - \frac{(k_\perp a)^2}{2!}\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{(k_\perp a)^4}{4!}\left(\frac{2}{16}\right) - ....,$$

$$S^{\mathrm{TEM}} = 1 + \left(\frac{a}{\bar r}\right)^2 \frac{1}{4} - \left(\frac{a}{\bar r}\right)^4 \frac{1}{8} + ...$$

Учитывая, что наибольший вклад вносит первая гармоника колебаний, для распределения $\rho(\theta,z)=\mathrm{const}$, опуская индекс l, запишем геометрические функции (3)

$$G_{\mathrm{E}}(k_z, k_\perp) =$$
$$= \frac{8}{\pi}\frac{ah^2}{d^2 H}\frac{1}{k_\perp^2 R^2}\left[\frac{Z_n^{\mathrm{E}}(k_\perp \bar r) S^E}{Z_n^{\mathrm{E}}(k_\perp R)}\rho_\theta \rho_z\right]^2, \qquad (4)$$

$$G_{\mathrm{H}}(k_z, k_\perp) =$$
$$= \frac{8}{\pi}\frac{ah^2}{d^2 H}\frac{1}{[k_\perp^2 R^2 - n^2]}\left[\frac{Z_n^{\mathrm{H}}(k_\perp \bar r) S^H}{Z_n^{\mathrm{H}}(k_\perp R)}\rho_\theta \rho_z\right]^2, \qquad (5)$$

$$G_{\mathrm{TEM}}(k_z, k_\perp) = \frac{4}{\pi}\frac{ah^2}{d^2 H}\frac{1}{\ln(R/R_A)}[S^{\mathrm{TEM}}\theta_0 \rho_z]^2. \qquad (6)$$

Здесь $\rho_z=2\sin(k_z h/2)\sin[k_z(z_1+h/2)]/k_z h$, $\rho_\theta=2\sin(\theta_0/2)/n$.

Численные оценки

В отражательном триоде с ВК плотность тока электронов и частота колебаний ВК зависят от параметров диода. Так в одномерном нерелятивистском коаксиальном диоде плотность тока электронов J_d определяется выражением:

$$J_d = \frac{2{,}33 U^{3/2}}{d^2 f^2(s)} = J_{pl}\frac{1}{f^2(s)},$$
$$f(s) = \frac{R_A}{d}(\ln(s) - \ln^2(s) + ...), \qquad (7)$$

где $s=R_A/(R_A-d)$ – параметр кривизны электродов, размерности J_d и J_{pl} – кА/см²; d – см; U – МВ. Полагая, что плотность электронов в диоде практически равна плотности в области ВК, и учитывая, что $(n_{b0} r_{кл.} d^2)^2=(J_d d^2/\beta_0 I_A)^2$, мощность излучения (2) запишем в виде

$$P = -2\pi P_0 \frac{\omega a}{c}\left(\frac{J_{pl} d^2}{\beta_0 I_A}\right)^2 Q_\nu G_\alpha f^2(s), \qquad (8)$$

где множитель в скобках определяется только ускоряющим напряжением.

Коэффициент полезного действия (КПД) можно определить как отношение мощности спонтанного излучения (8) к мощности источника UI:

$$\eta = \frac{P}{UI}. \qquad (9)$$

Здесь $I=I_d(1-\chi^2)/(1+\chi^2)$ – ток отражательного триода, χ – прозрачность анода.

Из выражений (3) и (4)–(6) следует, что геометрические функции $G_\alpha f^2(s)$ и, следовательно, мощность излучения зависят от геометрии пучка и резонатора, а также от типа возбуждаемой волны. В отражательном триоде с при аксиальной симметрии пучка и ВК взаимодействие происходит с аксиально-симметричными волнами Е типа на модах с $k_\perp>>k_z$, при этом наибольшее значение мощности при выполнении условия резонанса $\omega=\omega_\nu$ имеет волна E_{01}. При наличии внутреннего проводника критическая частота Е волн превышает в несколько раз значение критической частоты как Н волн, так и Е волн в односвязной области [14]. Это накладывает особенности при передаче энергии волны E_{01} при переходе от неодносвязной к односвязной области резонансной системы отражательного триода. Представляет интерес взаимодействие пучка с волной ТЕМ, которая имеет близкую конфигурацию поля с E_{01}, а также с волной Н типа на модах $k_\perp<<k_z$.

Из выражений (5) и (6) видно, что геометрические функции существенно зависят от геометрии пучка и системы. На рис. 2, 3 приведены результаты расчетов геометрических функций $G=G_\alpha f^2(s)$ (5, 6) и коэффициента полезного действия (9) для параметров: Q=100; R=17,5 см; R_A=7 см; d=1,5 см; h=5 см; H=40 см; χ=0,7; z_1=20 см; λ=10 см. На рис. 2 показана зависимость геометрической функции G от центрального угла для волн H_{11}, TEM и H_{21}. Из рис. 2 видно, что при $\theta_0<\pi/2$ наибольшее значение функции G имеет волна H_{11}.

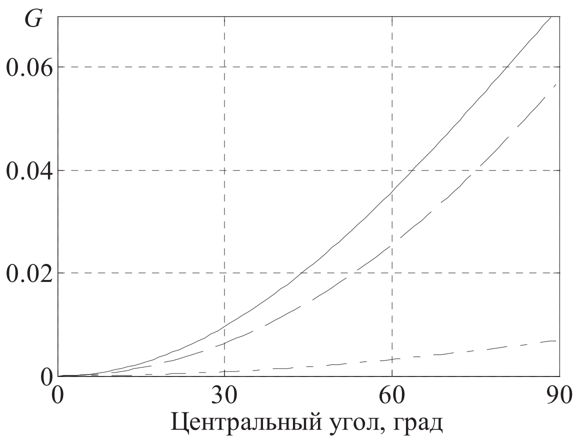


Рис. 2. *Зависимость геометрической функции волн излучения волн H_{11} (——), TEM (– –) и H_{21} (– · –) от угла θ_0*

Из рис. 2 видно, что при $\theta_0<\pi/2$ наиболее эффективно взаимодействие колебаний ВК происходит с волной H_{11}, при увеличении размеров $l=r-\theta_0$ наиболее эффективным становится взаимодействие с волной TEM (при $\theta_0>2\pi/3$). На рис. 3 приведены зависимость коэффициента полезного действия излучения волн H_{11} и TEM от радиуса анода для $\theta_0=\pi/6$ и $\theta_0=\pi$ (при U=450 кВ). Уровень взаимодействия ВК с электромагнитным полем увеличивается при увеличении радиуса анода (рис. 3), но при этом, соответственно, увеличиваются размеры пучка и ВК. Однако как следует из соотношений (5, 6), увеличение эффективности взаимодействия ВК с полем резонансной структуры можно получить при одновременном уменьшении размеров резонатора радиуса R и его длины H. Заметим, что КПД на рис. 3 определяется зависимостью геометрической функции G от радиуса анода. Функция G не зависит от ускоряющего напряжения U, поэтому относительное расположение кривых на рис. 3 не зависит от U.

Результаты теоретического исследования находятся в хорошем согласии с результатами работы [14], в которой экспериментально показано, что при ширине катода l=4 см планарно-коаксиальный триод является одномодовым генератором электромагнитного излучения на волне H_{11}.

Эксперименты были проведены также с 4 катодами, расположенными на одинаковых расстояниях друг от друга по азимуту, СВЧ излучение из триода отсутствовало. В этом случае излучение волны H_{11} не возможно, так как колебания двух виртуальных катодов находятся в противофазе с волной. Что касается возбуждения неустойчивости на TEM волне, то в эксперименте расстояние между катодами сравнимо с шириной катода, что обуславливает значительную составляющую азимутальной скорости электронов за счет краевых эффектов [12]. Это является одной из основных причин низкой эффективности взаимодействия пучка с полем волны TEM и отсутствия излучения в эксперименте. Разброс электронов по скоростям можно исключить при замыкании катодов по азимуту. В этом случае, как показано выше, при выполнении резонансного условия $\omega=\omega_v$ возможно эффективное взаимодействие пучка с волной TEM. Волна TEM в цилиндрической области планарно-коаксиального триода трансформируется в волну E_{01}.

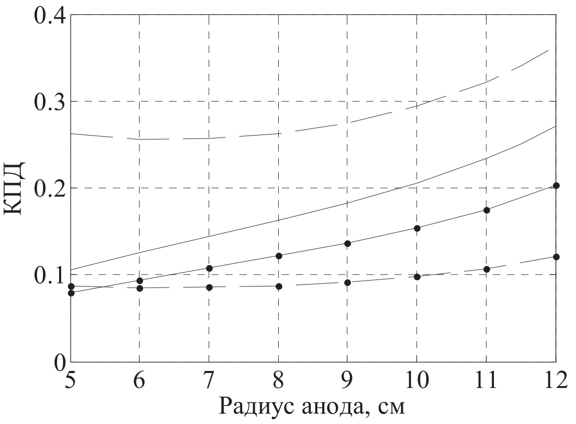


Рис. 3. *Зависимость коэффициента полезного действия излучения волн H_{11} (——), TEM (– –) в коаксиальном отражательном триоде от радиуса анода для $\theta_0=\pi/6$ (линии с точками) и $\theta_0=\pi$*

Теоретические значения мощности и эффективности излучения выше экспериментальных, так как они получены в приближении, что виртуальный катод – гармонический осциллятор, с зарядом, равным заряду N электронов. Численные расчеты, проведенные с помощью метода крупных частиц, показывают, что между колебаниями центральной части и краев виртуального катода может быть значительная разность фаз [8, 12], которая уменьшает эффективного взаимодействия колебаний ВК с полем волны. К уменьшению мощности излучения также приводят краевые эффекты пучка, обуславливающие появление азимутальной составляющей скорости колебаний электронов и ВК. В этом случае уменьшается глубина модуляции потока электронов по фазе и амплитуда колебаний ВК.

Заключение

Модель спонтанного излучения виртуального катода позволяет оценить уровень резонансного взаимодействия колебаний виртуального катода с собственными модами электродинамической структуры коаксиального и планарно-коаксиального триодов. Мощность и эффективность излучения в отражательном триоде с виртуальным катодом определяются геометрической функцией G и ускоряющим напряжением.

Теоретически показано, что в широком диапазоне ускоряющих напряжений при выполнении резонансного условия $\omega=\omega_v$ в планарно-коаксиальном отражательном триоде с радиально-расходящимся пучком при $\theta_0<\pi/2$ наиболее эффективное взаимодействие колебаний виртуального катода происходит с волной H_{11}. Это находится в хорошем согласии с экспериментом.

С увеличением азимутальных размеров пучка ($\theta_0>2\pi/3$) наиболее эффективным становится взаимодействие с бездисперсионной волной ТЕМ при выполнении для нее резонансного условия. Поэтому при возбуждении внутри вакуумной камеры электромагнитной волны низшего типа являются важными вопросы формирования виртуального катода и эффективного вывода электромагнитной энергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Диденко А.Н., Григорьев В.П., Жерлицын А.Г. Плазменная электроника // Сб. научных трудов / под ред. В.И. Курилко. – Киев: Наукова думка, 1989. – 298 с.
2. Дубинов А.Е., Селемир В.Д. Электронные приборы с виртуальным катодом // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т. 47. – № 6. – С. 645–672.
3. Дубинов А.Е., Селемир В.Д. О спонтанном и вынужденном излучении в СВЧ генераторах с виртуальным катодом // Письма в ЖТФ. – 1998. – Т. 24. – № 4. – С. 41–46.
4. Григорьев В.П., Антошкин М.Ю., Коваль Т.В. Численное исследование излучения аксиально-симметричных электромагнитных волн в коаксиальных триодах с виртуальным катодом // Радиотехника и электроника. – 1995. – Т. 40. – № 4. – С. 628–634.
5. Григорьев В.П., Антошкин М.Ю. Коваль Т.В. Численное исследование возбуждения аксиально-несимметричных электромагнитных колебаний в коаксиальном триоде с виртуальным катодом // Журнал технической физики. – 1995. – Т. 65. – № 3. – С. 80–85.
6. Жерлицын А.Г., Коваль Т.В., Мельников Г.В., Марченко А.Л. Формирование электронного потока в виркаторе с положительным и отрицательным потенциалом // Известия вузов. Сер. Физика. – 2009. – Т. 52. – № 11/2. – С. 96–100.
7. Коваль Т.В. Излучение потока осциллирующих электронов при возбуждении параметрических колебаний // Известия вузов. Сер. Физика. – 1997. – Т. 40. – № 10. – С. 103–106.
8. Григорьев В.П., Коваль Т.В. Модуляция электронного потока со сверхпредельным током в системах с пространством дрейфа // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 5. – С. 28–34.
9. Григорьев В.П., Коваль Т.В. Теория генерации электромагнитных колебаний // Известия вузов. Сер. Физика. – 1998. – Т. 41. – № 4. – С. 169–182.
10. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Мельников Г.В. О возможности возбуждения ТЕМ-волны в триоде с виртуальным катодом // Журнал технической физики. – 2008. – Т. 78. – № 6. – С. 116–118.
11. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Мельников Г.В., Рахматуллин Р. Коаксиальный отражательный триод с радиально-расходящимся пучком // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – № 4. – С. 123–127.
12. Melnikov G.V., Grigoriev V.P., Koval T.V., Marchenko A.L. Theoretical investigation of the flat-coaxial reflex triode with virtual cathode // 16th Intern. Symp. of Hidh Current Electronics: Proc. – Tomsk, September 19–24, 2010. – Tomsk: Publishing House of the IOA SB RAS, 2010. – P. 433–436.
13. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
14. Жерлицын А.Г., Канаев Г.Г., Коваль Т.В., Нгуен Т.М., Марченко А.Л. Исследование возбуждения электромагнитных колебаний в планарно-коаксиальном триоде с виртуальном катоде // Известия вузов. Сер. Физика. – 2011. – Т. 54. – № 11/2. – С. 209–214.

Поступила 17.06.2011 г.

УДК 537.533.9

ВЛИЯНИЕ ТОКОВОЙ НЕЙТРАЛИЗАЦИИ И ГЕОМЕТРИИ ОБРАТНОГО ТОКОПРОВОДА НА ТРАНСФОРМАЦИЮ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СИЛЬНОТОЧНОГО ПУЧКА В ПЛАЗМЕННОМ КАНАЛЕ

Т.В. Коваль, Ле Ху Зунг

Томский политехнический университет
E-mail: tvkoval@mail.ru

Теоретически исследовано влияние параметров системы и пучка на трансформацию поперечного сечения пучка в аксиально-неоднородном магнитном поле обратного токопровода. Показано, что трансформация сечения слаборелятивистского электронного пучка, компенсированного по заряду, зависит от геометрии токопровода, уровня токовой нейтрализации и начального распределения плотности электронов.

Ключевые слова:
Электронный пучок, плазма, канал транспортировки, трансформация, магнитное поле.

Key words:
Electron beam, plasma, transport channel, transformation, magnetic field.

Введение

Широкоапертурные (десятки см^2) нерелятивистские (10...30 кэВ) сильноточные (до 25 кА) электронные пучки (НСЭП) широко применяются для модификации поверхностных слоев материалов. Характерная длительность импульса НСЭП составляет несколько микросекунд, что обеспечивает высокую плотность энергии пучка (до 20 Дж/см^2), достаточную для импульсного оплавления любых электропроводящих материалов, включая тугоплавкие [1, 2].

Управление параметрами пучка, в том числе его формой и распределением плотности энергии в поперечном сечении традиционно является актуальной задачей. Например, при обработке крупногабаритных изделий приходится сканировать пучок по их поверхности. В этом случае наиболее рациональной является прямоугольная (квазипрямоугольная) форма поперечного сечения пучка, позволяющая увеличить шаг сканирования и, следовательно, производительность процесса. В то же время с точки зрения формирования пучка и из конструктивных соображений удобнее аксиально-симметричные электронные пушки. Таким образом, во избежание значительных потерь тока данную трансформацию пучка целесообразно осуществлять на коротком отрезке (несколько см) в конце канала транспортировки. В сильноточных электронных источниках аксиально-неоднородное магнитное поле может быть сформировано обратным токопроводом в виде плоских шин или шпилек, прикрепленных к коллектору. На рис. 1 представлена схема рассматриваемой системы.

В данной работе проводится моделирование динамики нерелятивистского электронного пучка в плазмонаполненной трубе дрейфа, исследуется влияние токовой нейтрализации и геометрии обратных токопроводов на конфигурацию и распределение плотности электронов на мишени.

Математическая модель

Пусть в общем случае транспортировка электронного пучка к мишени происходит в трубе дрейфа, заполненной плазмой во внешнем продольном магнитном поле. В декартовой системе координат (x,y,z) с осью z, ориентированной вдоль оси трубы дрейфа, будем учитывать, что электроны взаимодействуют с внешним магнитным полем $\boldsymbol{B}(B_z,B_r)$, собственными полями электронного пучка B_θ, и магнитным полем $\boldsymbol{B}_к(B_x,B_y)$ тока электронов, осаждающихся на проводящую мишень-коллектор и с магнитным полем обратного токопровода (пластинок или шпилек) $\boldsymbol{B}_т(B_x,B_y)$.

В этом случае движение слаборелятивистских электронов от эмиттера к мишени и формирование огибающей электронного пучка с учетом изменения его радиуса и плотности тока описывается системой уравнений:

$$\ddot{x} = -\frac{r_b e B_{\theta,m} A}{r^2 \beta_z \gamma m_o} x - \frac{eB_z}{\gamma m_0 c}\dot{y} + \frac{e\beta_z}{\gamma m_0}\tilde{B}_r y + \frac{e}{\gamma m_0 c}(B_{add,y}\dot{z} - B_{add,z}\dot{y}), \qquad (1)$$

$$\ddot{y} = -\frac{r_b e B_{\theta,m} A}{r^2 \beta_z \gamma m_o} y + \frac{eB_z}{\gamma m_0 c}\dot{x} - \frac{e\beta_z}{\gamma m_0}\tilde{B}_r x - \frac{e}{\gamma m_0 c}(B_{add,x}\dot{z} - B_{add,z}\dot{x}), \qquad (2)$$

$$\ddot{z} = \frac{r_b e B_{\theta,m}}{r^2 \gamma m_o}(1-f_M)(\beta_x x + \beta_y y) - \frac{e}{\gamma m_0}\tilde{B}_r(\beta_x y - \beta_y x) - \frac{e}{\gamma m_0}E_z + \frac{e}{\gamma m_0 c}(B_{add,x}\dot{y} - B_{add,y}\dot{x}), \qquad (3)$$

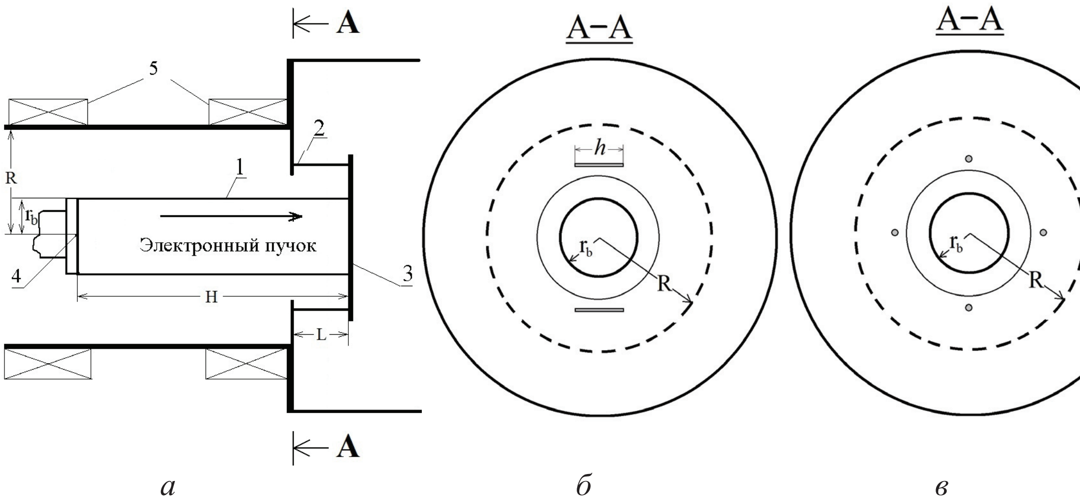


Рис. 1. *Схема канала транспортировки (а) и проекции с токопроводом – 2 шины (б) и 4 шпильки (в); 1) электронный пучок; 2) обратный токопровод; 3) мишень; 4) инжектор; 5) соленоиды*

где $\beta_z=\dot{z}/c$, $\beta_x=\dot{x}/c$, $\beta_y=\dot{y}/c$, $\gamma^{-2}=1-\beta_x^2-\beta_y^2-\beta_z^2$, $A=\beta_z^2(1-f_M)-1+f_e$, $\tilde{B}_r=-(1/2)(\partial B_z/\partial z)$, $\boldsymbol{B}_{add}=\boldsymbol{B}_T+\boldsymbol{B}_K$; e и m_0 – заряд и масса электрона; $B_{\theta,m}=2I_n/r_bc$ – максимальное значение собственного магнитного поля, $I_n=I_b+I_{pe}$ – суммарный ток пучка и электронов плазмы; $r=\sqrt{x^2+y^2}$, r_b и R – радиусы пучка и трубы дрейфа; f_M и f_e – степени токовой и зарядовой нейтрализации. Уравнения (1)–(3) допускают аналитические оценки в предположении, что скорости электронов и плотность зарядов не имеют пространственного распределения. В общем случае система уравнений (1)–(3) решается численно.

Степени зарядовой f_e и токовой нейтрализации и f_M изменяются в пределах [0,1] и определяются плотностью плазмы, заполняющей трубу дрейфа. В плазмонаполненном канале во избежание формирования виртуального катода и потерь пучка необходимо, чтобы плотность плазмы $n_{pe}>n_b=I_b/I_A\pi r_b^2r_{кл}\beta_z$, где n_b – плотность электронов пучка; I_A=17 кА; $r_{кл}=e^2/m_0c^2$. Если выполняется условие $c/\omega_{pe}<<r_b$, то на фронте тока пучка возникает токовая нейтрализации в результате возбуждения электрического поля

$$E_z=-\frac{\pi r_b^2 L}{c^2}\frac{dj_n}{dt}, \qquad (4)$$

ускоряющего электроны плазмы; ω_{pe} – ленгмюровская частота электронов плазмы; $L=2[\ln(R_c/r_b)+0{,}25]$; j_n – суммарная плотность тока $j_n=j_{pe}+j_b$. Время существования токовой нейтрализации τ_d (время диффузии магнитного поля) определяется проводимостью плазмы $\sigma=\omega_{pe}^2/4\pi\nu_{eff}$:

$$\tau_d=\frac{1}{\nu_{eff}}\left(\frac{r_b\omega_{pe}}{c}\right)^2,$$

где ν_{eff} – эффективная частота столкновений электронов плазмы с нейтралами и ионами.

Учитывая, что $j_n=\sigma E_z$, можно получить выражение для степени токовой нейтрализации [3]

$$f_M(r)=\frac{L}{4}\frac{\tau_d}{\tau_f}\left[1-\exp\left(-\frac{4t_f}{Lt_d}\right)\right], \qquad (5)$$

τ_f – длительность фронта пучка, $\tau_f<\tau_d$.

При решении системы (1)–(3) для магнитных полей токопровода и соленоидов использовались аналитические выражения [4], которые имели хорошее согласование с расчетными полями, полученными с помощью пакета MATLAB и COMSOL Multiphysics.

Магнитное поле тока мишени зависит от конфигурации обратного токопровода. Если обратный токопровод – две шины, прикрепленные к мишени и параллельные оси OX, то ток электронов, падающих на мишень, имеет направление $y>0$ и $y<0$. В этом случае основное влияние на движение электронов оказывает B_{kx} составляющая магнитного поля тока мишени. В работе [3] для бесконечно тонкой проводящей ленты шириной h, для магнитного поля B_{kx} получено выражение

$$B_{k,x}(x,z)=\frac{2I_k}{ch}\left(\operatorname{arctg}\frac{h+2x}{2(z+H)}+\operatorname{arctg}\frac{h-2x}{2(z+H)}\right).$$

При $h-2x<<z+H$ магнитное поле тока мишени спадает с увеличением расстояния до мишени: $B_{k,x}\approx(h+2x)/2(z+H)$, $I_k=I_b/2$ – ток электронов, стекающих по мишени.

Численные расчеты

Исследование транспортировки НСЭП проводилось путём численного решения уравнений движения электронов с помощью пакетов MATLAB и COMSOL Multiphysics в предположении полной зарядовой нейтрализации. Параметры системы и пучка, используемые в расчетах, соответствуют параметрам эксперимента [5–7]: энергия электронов 27 кэВ; $\beta_x=\beta_y=0$ в плоскости инжекции, радиус пучка на входе в канал транспортировки r_b=4,25 см; ток пучка I_b=20 кА; радиус трубы дрейфа

R=10,3 см; длина трубы от плоскости катода H=18,5 см; время фронта тока пучка τ_f=300 нс; плотность ионов плазмы $2\cdot10^{12}$ см$^{-3}$; σ=1586 нс$^{-1}$; время диффузии магнитного поля τ_d=400 нс; уровень токовой нейтрализации f_M=0,555.

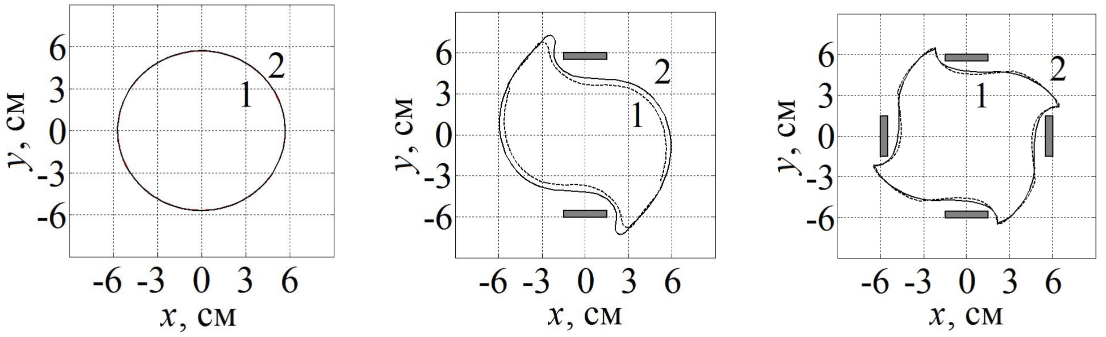
В расчетах рассматривались токопроводы: симметричный токопровод (труба дрейфа); две плоские параллельные шины длиной L=4 см и шириной h=3...9 см (ток в каждой шине I=10 кА); четыре параллельные шпильки длиной L=4 см и диаметром d=0,5 см (ток в каждой шпильке 5 кА).

Из решения системы уравнений (1)–(3) следует, что траектории электронов пучка в канале транспортировки представляют собой колебательное движение электронов [4, 6], высокочастотное, обусловленное действием внешнего магнитного поля B_z, и винтовое низкочастотное движение, обусловленное собственным полем пучка B_θ и магнитным полем тока мишени $\boldsymbol{B}_K$ и токопровода $\boldsymbol{B}_T$. Поля $\boldsymbol{B}_K$ и $\boldsymbol{B}_T$ приводят к несимметричному отклонению пучка на мишени относительно оси симметрии трубы дрейфа. Отклонение пучка от оси симметрии увеличивается с возрастанием I_b.

На рис. 2 показаны автографы пучка на мишени для разных токопроводов и степени токовой нейтрализации f_M=0,555. Увеличение диаметра пучка на выходе из канала транспортировки (рис. 2), обусловлено радиальной составляющей магнитного поля на краю соленоида. В аксиально-симметричном обратном токопроводе (трубе дрейфа) не происходит изменения симметрии пучка (рис. 2, *а*), отклонение от симметрии имеет место при несимметричных токопроводах (рис. 2, *б*, *в*). На рис. 2, *б*, и 2, *в*, приведены проекции пучка без учета влияния магнитного поля токопроводов $\boldsymbol{B}_T$ и с учетом поля $\boldsymbol{B}_T$. Из сравнения проекций видно, что на трансформацию сечения пучка магнитное поле токопровода оказывает существенно большее влияние, чем магнитное поле тока мишени. В случае токопровода из двух шин пучок на мишени имеет форму, напоминающую прямоугольную (рис. 2, *б*). Длины сторон этого прямоугольника зависят от размеров шин и расстояния между ними. В случае токопровода, состоящего из четырёх шпилек или шин, форма пучка на мишени близка к квадрату (рис. 2, *в*).

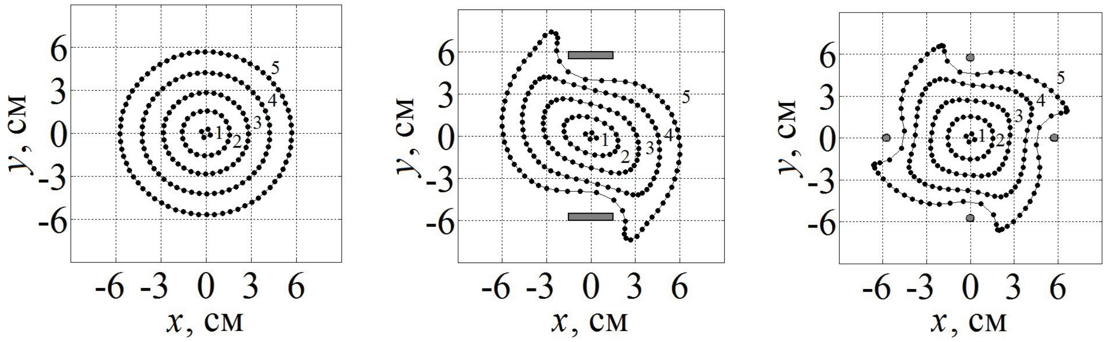
Одним из важных вопросов при транспортировке пучка является распределение плотности электронов на мишени. На рис. 3 показаны автографы пучка, имеющего однородную плотность электронов $\rho(r,z=0)$=const на входе в канал транспортировки.

Из рис. 3 видно, что при несимметричных токопроводах распределение плотности электронов на мишени становится неоднородным. Перераспределение плотности электронов происходит с изменением сечения пучка при сохранении его площади. В источниках со взрывоэмиссионных катодом [1, 2] плотность пучка в плоскости инжекции имеет распределение с максимумом в центре. Будем считать, что распределение плотности электронов на входе в трубу дрейфа определяется законом $\rho(r,z=0)=n_{b0}(2-r^2/r_b^2)$.



а *б* *в*

Рис. 2. *Конфигурации пучка на мишени для разных токопроводов: а) аксиально-симметричный; б) 2 пластинки; в) 4 пластинки;* $\boldsymbol{B}_{add}=\boldsymbol{B}_T+\boldsymbol{B}_K$ *(– –),* $\boldsymbol{B}_{add}=\boldsymbol{B}_T$ *(——)*



а *б* *в*

Рис. 3. *Автограф электронного пучка на мишени: а) аксиально-симметричный; б) 2 пластинки; в) 4 шпильки*

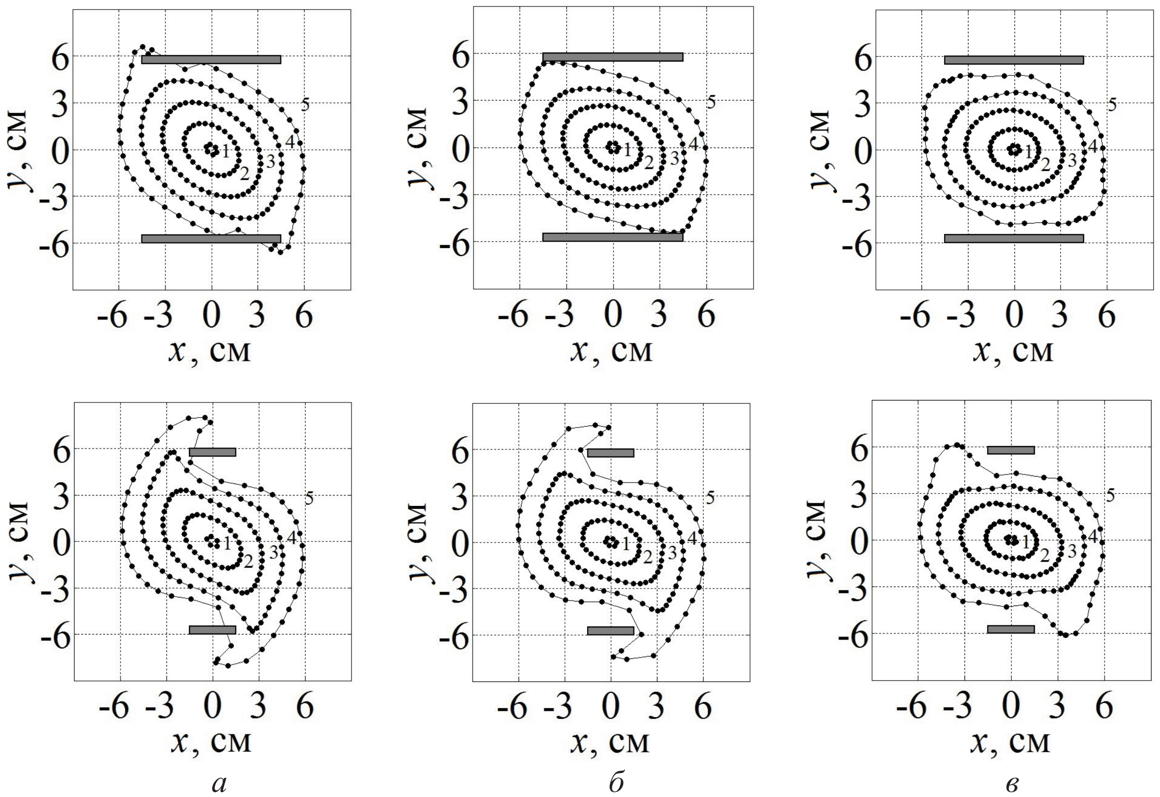


Рис. 4. *Автографы пучка на мишени при ширине шины 9 см (вверху) и 3 см (внизу): а) f_M=1; б) f_M=0,555; в) f_M=0*

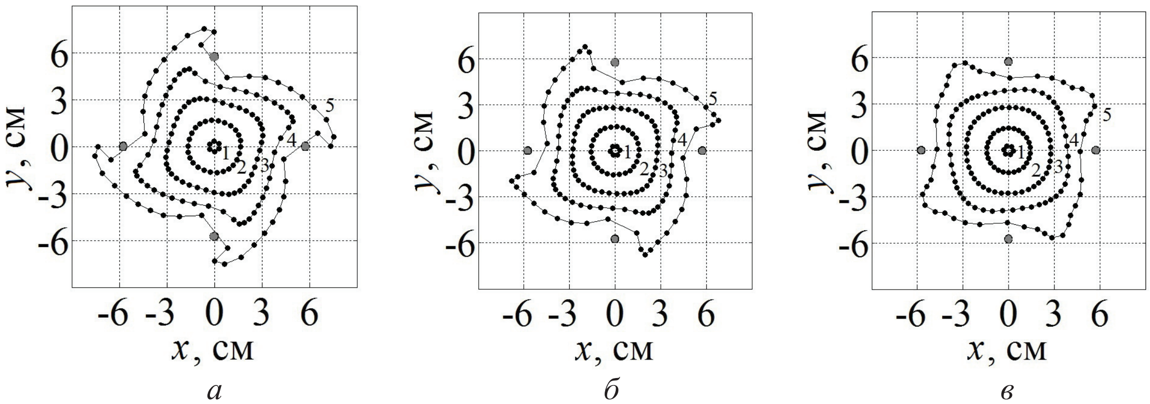


Рис. 5. *Автографы пучка на мишени: а) f_M=1; б) f_M=0,555; в) f_M=0*

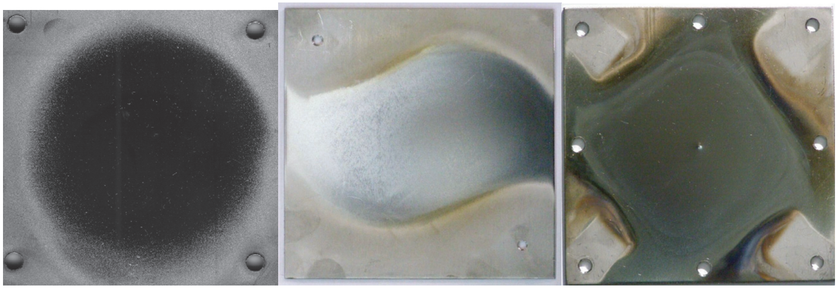
Возбуждение индуцированного на фронте пучка поля E_z обуславливает токовую нейтрализацию, а также уменьшение продольной скорости электронов при транспортировке пучка к мишени, как видно из ур. (3). Представляет интерес влияние уровня токовой нейтрализации f_M – на конфигурацию пучка. Рассмотрим случаи: f_M=1 полная токовая нейтрализация, f_M=0,555 и f_M=0. Автографы пучка с начальным распределением $\rho(r,z=0)=n_{b0}(2-r^2/r_b^2)$ при разных значениях f_M показаны на рис. 4, 5. Из рис. 4, 5 можно видеть также влияние геометрии токопроводов на трансформацию сечения пучка.

На рис. 4 представлены автографы пучка на мишени для токопровода в виде двух шин.

На рис. 5 представлены автографы пучка на мишени для токопровода в виде четырех шпилек для разных значений токовой нейтрализации. Из сравнения рис. 4, 5 видно, что при токопроводе в виде узких пластин или шпилек наблюдается наибольшее отклонение краевых частиц на мишени от начального радиуса пучка, следовательно происходит наибольшая деформация пучка.

Деформация сечения пучка обуславливает перераспределение плотности электронов. Неоднородное начальное распределение электронов трансформируется за счет изменения конфигурации сечения и становится более пологим, и даже близким к однородному в центральной части пучка (рис. 4, *а*).

Существеное влияние на автограф пучка оказывает уровень токовой нейтрализации. Чем выше значение токовой нейтрализации, тем больше угол поворота автографа на мишени (рис. 4, 5). При уве-



а *б* *в*

Рис. 6. *Автографы пучка на мишени при различных токопроводах: а) аксиально-симметричный; б) 2 пластинки; в) 4 пластинки*

личении токовой нейтрализации уменьшается собственное магнитное поле пучка и увеличивается роль радиальной составляющей ведущего мгнитного поля на движение краевых электронов. Это обусловлено тем, что при колебательном движении электронов происходит трансформация поперечной скорости в продольную и наоборот, и у краевых электронов поперечная составляющая скорости значительно выше, чем у центральных [3, 4].

Результаты численного исследования находятся в хорошем согласии с экспериментальными результатами. На рис. 6 показаны экспериментальные автографы пучка, полученные в работах [5, 6].

Определение уровня токовой нейтрализации в эксперименте, а также управление токовой нейтрализацией остаются трудной задачей на практике. Однако полученные в численном эксперименте автографы пучка позволяют судить о величине токовой нейтрализации в реальном эксперименте и выработать рекомендации по управлению конфигурацией пучка на мишени. Из сравнения расчетных (рис. 4, 5) и экспериментальных (рис. 6) автографов пучка на мишени можно сделать вывод, что транспортировка в плазменном канале происходит при частичной токовой нейтрализации, которая может быть ~0,4...0,5.

Заключение

В сильноточных электронных источниках в конце канала транспортировки можно осуществлять трансформацию круглого сечения пучка в аксиально-неоднородном магнитном поле, сформированном обратным токопроводом в виде плоских шин или шпилек, прикрепленных к коллектору-мишени.

Математическая модель транспортировки в плазмонаполненном канале нерелятивистского сильноточного электронного пучка позволяет определить влияние токовой нейтрализации и геометрии обратного токопровода на автограф пучка на мишени.

В системе с токопроводами в виде узких пластин или шпилек наблюдается наибольшее изменение формы круглого сечения пучка, на мишени сечение пучка близко к прямоугольному или квадратному соответственно.

Деформация сечения пучка при транспортировке пучка к мишени сопровождается изменением распределения плотности электронов. Однородный на входе в трубу дрейфа пучок при трансформации сечения становится неоднордным по плотности с максимумом в центре. При этом неоднородное начальное распределение электронов за счет изменения конфигурации сечения становится более пологим на мишени и даже близким к однородному в центральной части пучка при высокой токовой нейтрализации.

Полученные в численном эксперименте автографы пучка на мишени позволяют судить о величине токовой нейтрализации в реальном эксперименте и выработать рекомендации по управлению конфигурацией пучка на выходе из канала транспортировки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ozur G.E., Proskurovsky D.I., Rotshtein V.P., Markov A.V. Low-Energy, High-Current Electron Beams // Laser & Particle Beams. – 2003. – V. 21. – P. 157–174.
2. Ozur G.E., Popov S.A., Lazutkin M.N. Losses of Low-Energy, High-Current Electron beam at its Transportation through Plasma Channel // Proc. of the 13th Symp. on High Current Electronics. – Tomsk, Russia, Sept. 21–26, 2008. – Tomsk, 2008. – P. 47–50.
3. Григорьев В.П., Коваль Т.В. Влияние магнитного поля токоотводящих систем на движение электронного пучка // Известия вузов. Физика. – 2006. – Т. 49. – № 5. – С. 44–47.
4. Коваль Т.В., Ле Х.З. Трансформация в канале транспортировки поперечного сечения электронного пучка компенсированного по заряду // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 317. – № 2. – С. 129–132.
5. Grigoriev V.P., Koval T.V., Ozur G.E., Nefyodtsev E.V. High-Current, Low-Energy Electron Beam Transportation through Plasma Channel in a Guide Magnetic Field // Proc. of 17th Intern. Conf. on High-Power Particle Beams. – Xi'an, P.R. China, July 6–11, 2008. – Xi'an, 2008. – P. 186–189.
6. Озур Г.Е., Григорьев В.П., Карлик К.В, Коваль Т.В., Ле Ху Зунг // Управление формой поперечного сечения нерелятивистского сильноточного электронного пучка с помощью обратных токопроводов // Журнал технической физики. – 2011. – Т. 81. – Вып. 9. – С. 100–105.
7. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Озур Г.Е. // Формирование и транспортировка низкоэнергетических сильноточных электронных пучков в плазмонаполненном диоде во внешнем магнитном поле // Журнал технической физики. – 2010. – Т. 80. – Вып. 1. – С. 103–109.

Поступила 20.06.2011 г.

УДК 621.384.647.001.5

ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ В КОАКСИАЛЬНОМ МАГНИТОПЛАЗМЕННОМ УСКОРИТЕЛЕ

А.А. Сивков, Ю.Н. Исаев, О.В. Васильева, А.М. Купцов

Томский политехнический университет
E-mail: vasileva.o.v@mail.ru

В коаксиальном магнитоплазменном ускорителе исследовано изменение скорости и массы плазменного сгустка в зависимости от координаты, определяемое как энергетическими характеристиками, так и газодинамическими закономерностями гиперзвуковых струйных течений в цилиндрическом канале. Установлена динамика распространения заряженных частиц в электромагнитном поле, графически представлен баланс энергии с учетом эрозии стенок канала. Показана адекватность теоретической модели экспериментальным данным.

Ключевые слова:
Плазма, изменение массы, потенциальная функция, заряженная частица, эрозия, баланс энергии, колебательный закон, динамика сгустка.

Key words:
Plasma, weight change, potential function, charged particle, erosion, balance of energy, oscillatory law, dynamics of a clot.

Коаксиальный магнитоплазменный ускоритель является электроэрозийным ускорителем, так как рабочий материал нарабатывается электроэрозийным путем с поверхности ускорительного канала. Поэтому исследования процесса электроэрозийного износа поверхности ускорительного канала с целью изучения характера износа по длине ствола, выявления наиболее значимого фактора, определяющего его значение, оптимизации электроэрозийной наработки рабочего материала и конструкции ускорителя является актуальной практической задачей.

Приведем экспериментальные данные работы [1, 2] по измерению скорости v в зависимости от координаты $v(x)$, рис. 1, *а*. Рядом приведен график скорости $v(x)$, представленной в виде сплайновой функции, позволяющей производить аналитические операции над функцией скорости $v(x)$, рис. 1, *б*.

Предварительно преобразуем зависимость скорости от координаты $v(x)$ в зависимость скорости от времени $v(t)$ с помощью соотношений:

- ускорение определяется выражением
$$a(t)=\frac{dv(t)}{dt}=v(x)\frac{dv(x)}{dx}=\frac{1}{2}\frac{dv^2(x)}{dx};$$
- время – $dt(x)=\dfrac{v'(x)}{a(x)}dx \to t(x)=\displaystyle\int_0^x \frac{v'(x)}{a(x)}dx.$

После подстановки зависимостей $v(x)$ и $a(x)$ в интегральные и дифференциальные соотношения получаем аналитические зависимости $t(x)$ и $x(t)$, рис. 2.

Таким образом, полученная зависимость скорости от времени имеет колебательный характер, рис. 3. Следовательно, для адекватности моделирования динамики распространения плазменного сгустка необходимо учитывать изменение массы сгустка в процессе его распространения [1, 3–5]. Колебательный характер скорости можно объяснить, рассматривая динамику распространения заряженных частиц в электромагнитном поле.

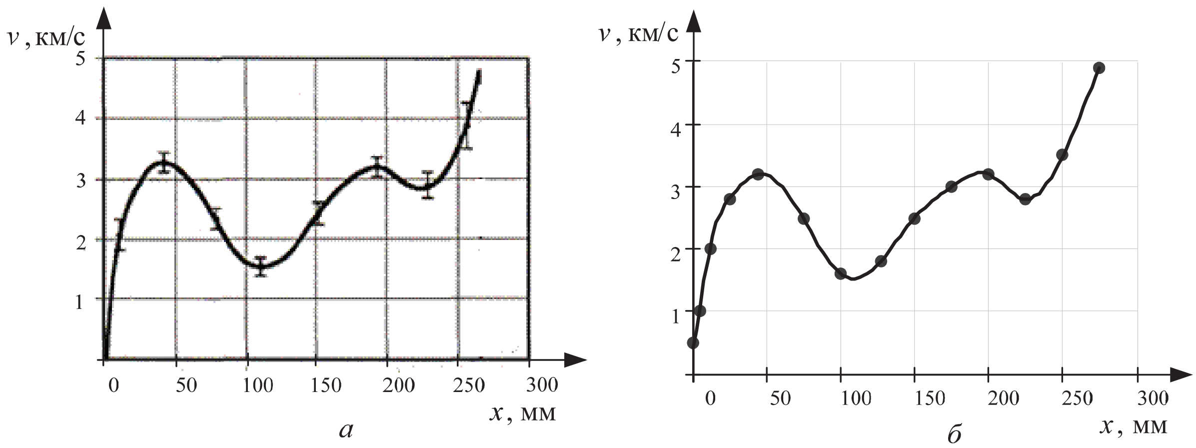


Рис. 1. *Зависимость скорости v(x): а) экспериментальная; б) сплайновая*

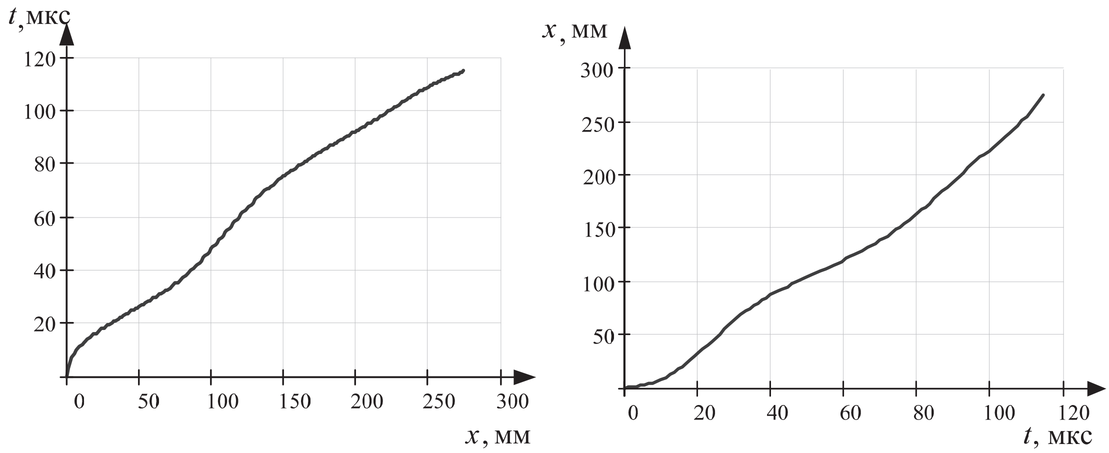


Рис. 2. *Аналитические зависимости t(x) и x(t)*

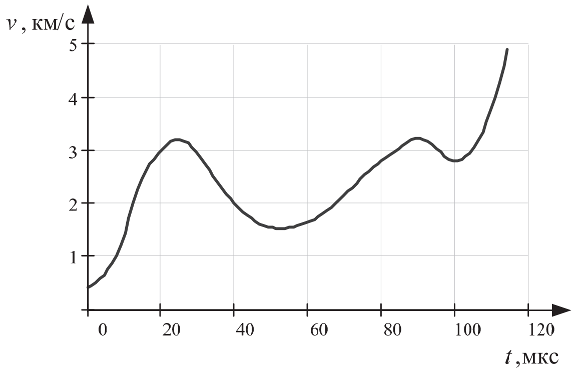


Рис. 3. *Зависимость скорости плазменного сгустка от времени v(t)*

Динамика заряженных частиц

Магнитное поле плазменного укорителя можно представить как суперпозицию независимых ортогональных полей, создаваемых плазменным шнуром $\mathbf{H}_{\text{Пл}}=H_\varphi(r)$ (аксиальное поле) и индуктором $\mathbf{H}_{\text{Инд}}=\{H_\gamma(z,r),H_z(z,r)\}$ [2, 5, 6].

Поскольку нас интересует поле в области, ограниченной электродным стволом, то поле индуктора в этой области можно считать однородным, не зависящем от координат и имеющем только z-компоненту H_z=const. Напомним, что линии равного векторного потенциала A есть силовые линии магнитного поля. Кроме магнитных полей имеется и электрическое поле электродной системы ствол-жгут, определяемое выражениями:

$$\varphi(x,y)=-\frac{U_0}{\ln(R_2/R_1)}\ln(r(x,y)/R_2),$$

$$E(x,y)=-\frac{d\varphi(x,y)}{dr}=\frac{U_0}{\ln(R_2/R_1)}\frac{1}{r(x,y)}.$$

где $\varphi(x,y)$ – потенциал электрического поля; U_0 – напряжение, равное 3 кВ [2]; R_2, R_1 – радиусы электрода ствола и плазменного жгута соответственно; $E(x,y)$ – напряженность электрического поля.

Компоненты напряженности электрического поля $E(x,y)$ по осям x и y будут соответственно:

$$E_x(x,y)=\frac{U_0}{\ln(R_2/R_1)}\frac{x}{x^2+y^2},$$

$$E_y(x,y)=\frac{U_0}{\ln(R_2/R_1)}\frac{y}{x^2+y^2}. \qquad (1)$$

Для ограничения траектории движения частиц в пределах ствола введена потенциальная функция $U(x,y)$ – «потенциальная яма», имеющая аналитический вид:

$$U(x,y)=\beta[1-\mathrm{e}^{-\rho(x,y)^{48}\alpha}], \qquad (2)$$

и ее силовая функция, которая определяется выражением с учетом (1) и (2):

$$\mathbf{F}=-\nabla U(x,y),\ F_x(x,y)=$$

$$=-48\beta\,\rho(x,y)^{46}\alpha x\,\mathrm{e}^{-\rho(x,y)^{48}\alpha},$$

$$F_y(x,y)=-48\beta\,\rho(x,y)^{46}\alpha y\,\mathrm{e}^{-\rho(x,y)^{48}\alpha},$$

$$\rho(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}.$$

Входящие безразмерные коэффициенты имеют значения: $\beta=10^4$, $\alpha=10^{-60}$.

Пространственный вид потенциальной функции и силовое поле показаны на рис. 4 и 5. На рис. 4 представлена локализация силы $\mathbf{F}(x,y)=-\nabla U(x,y)$.

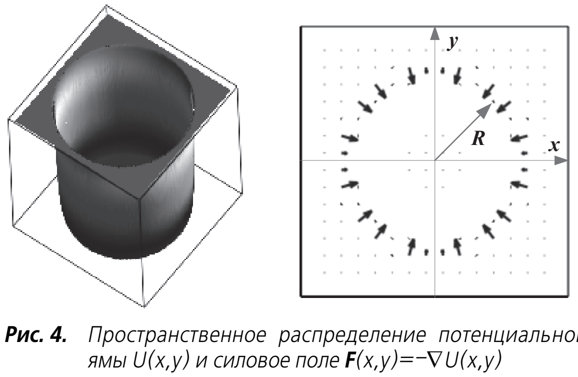


Рис. 4. *Пространственное распределение потенциальной ямы U(x,y) и силовое поле **F**(x,y)=−∇U(x,y)*

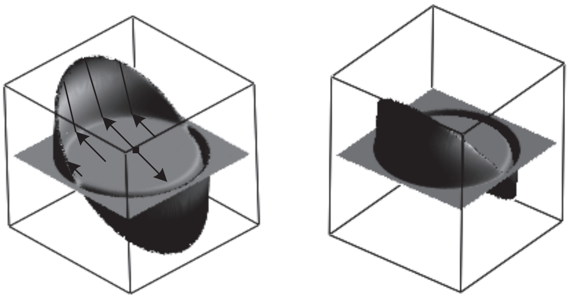


Рис. 5. *Компоненты градиента потенциальной функции* $\mathbf{F}(x,y)=-\nabla U(x,y)$, $F_x=-\partial U(x,y)/\partial x$, $F_y=-\partial U(x,y)/\partial y$ *по оси x и y соответственно*

На рис. 5 продемонстрировано, что максимальная сила будет действовать на частицу при ее перпендикулярном падении на стенки. При ее падении под углом к стенке эта сила уменьшается.

На основе полученных соотношений запишем уравнение динамики заряженных частиц в электромагнитных полях в векторной форме [7]:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{B}\times\mathbf{v} + e\mathbf{E} - \nabla U(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{B} = \mathrm{rot}(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{pmatrix}.$$

Систему дифференциальных уравнений второго порядка запишем в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка в развернутом виде для каждой компоненты координаты и скорости:

$$\frac{dx}{dt} = v_x,\ \frac{dy}{dt} = v_y,\ \frac{dz}{dt} = v_z,$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{e}{m}(B_y v_z - B_z v_y) + \frac{e}{m}E_x - \frac{1}{m}\frac{\partial U(x,y)}{\partial x},$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{e}{m}(B_z v_x - B_x v_z) + \frac{e}{m}E_y - \frac{1}{m}\frac{\partial U(x,y)}{\partial y},$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{e}{m}(B_x v_y - B_y v_z) + \frac{e}{m}E_z.$$

Решение дифференциальных уравнений решалось методом Рунге–Кутта с фиксированным шагом с числом дискретизации $N=10^3$. Результаты расчетов приведены ниже. Все частицы имели одинаковую массу, заряд (+) и продольную компоненту скорости. Начальные значения поперечных скоростей и исходных координат частиц задавались различные. Относительные значения поперечных скоростей и координаты по отношению к радиусу электрода приведены на рис. 6. Видно, что при больших поперечных скоростях получаются большие радиусы. При заданной конфигурации электромагнитного поля частицы движутся по спирали.

Траектория, усредненная по ларморовскому периоду, тоже представляет собой спираль более низкой частоты. Таким образом, при распространении частиц центр окружности, по которой вращаются частицы в поперечной плоскости, движется по низкочастотной спирали. Соприкасаясь со стенками, частицы вызывают эрозию, в результате которой изменяется масса плазмы. Плазменный сгусток представлен в виде плазменного шнура [2]. Таким образом, масса пучка меняется по колебательному закону (рис. 7, *б*).

С учетом этого обстоятельства перепишем систему уравнений равновесия напряжения, тока и динамики сгустка:

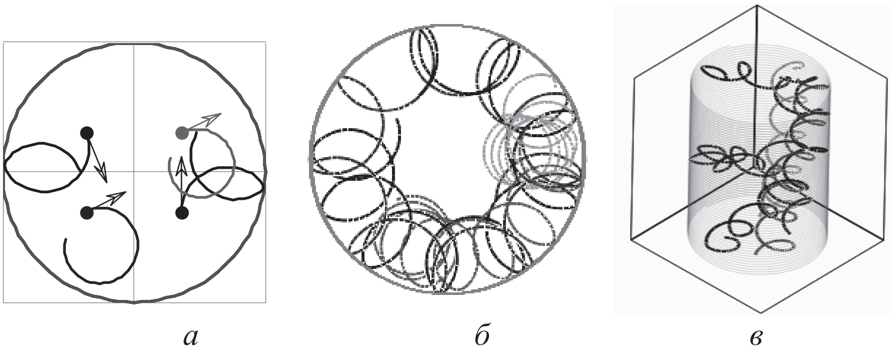
$$\begin{cases} \dfrac{dz}{dt} = v \\ \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{1}{m(t)}\dfrac{i^2}{2}\dfrac{\partial}{\partial z}L(z) - \dfrac{v(t)}{m(t)}\dfrac{dm(t)}{dt} \\ \dfrac{d}{dt}i = \dfrac{-i\dfrac{\partial L(z)}{\partial z} + U_C - iR + U_0}{L(z)} \\ \dfrac{d}{dt}U_C = -\dfrac{i}{C} \end{cases}.$$

В качестве модели изменения массы $m(t)$ выберем функцию:

$$m(t)=m_0(1+\xi\sin(\omega t)),$$

где $m_0=10^{-7}$ кг, $\xi=0{,}2$, $\omega=6\cdot10^5$.

Результаты расчетов приведены на рис. 7; видно, что они находятся в удовлетворительном согла-



а *б* *в*

Рис. 6. *Результаты расчета уравнения динамики заряженных частиц в электромагнитных полях: а) начальные положение координат и поперечные величины и направления скоростей; б) проекция траектории частиц на плоскость x, y; в) вид пространственной траектории частиц*

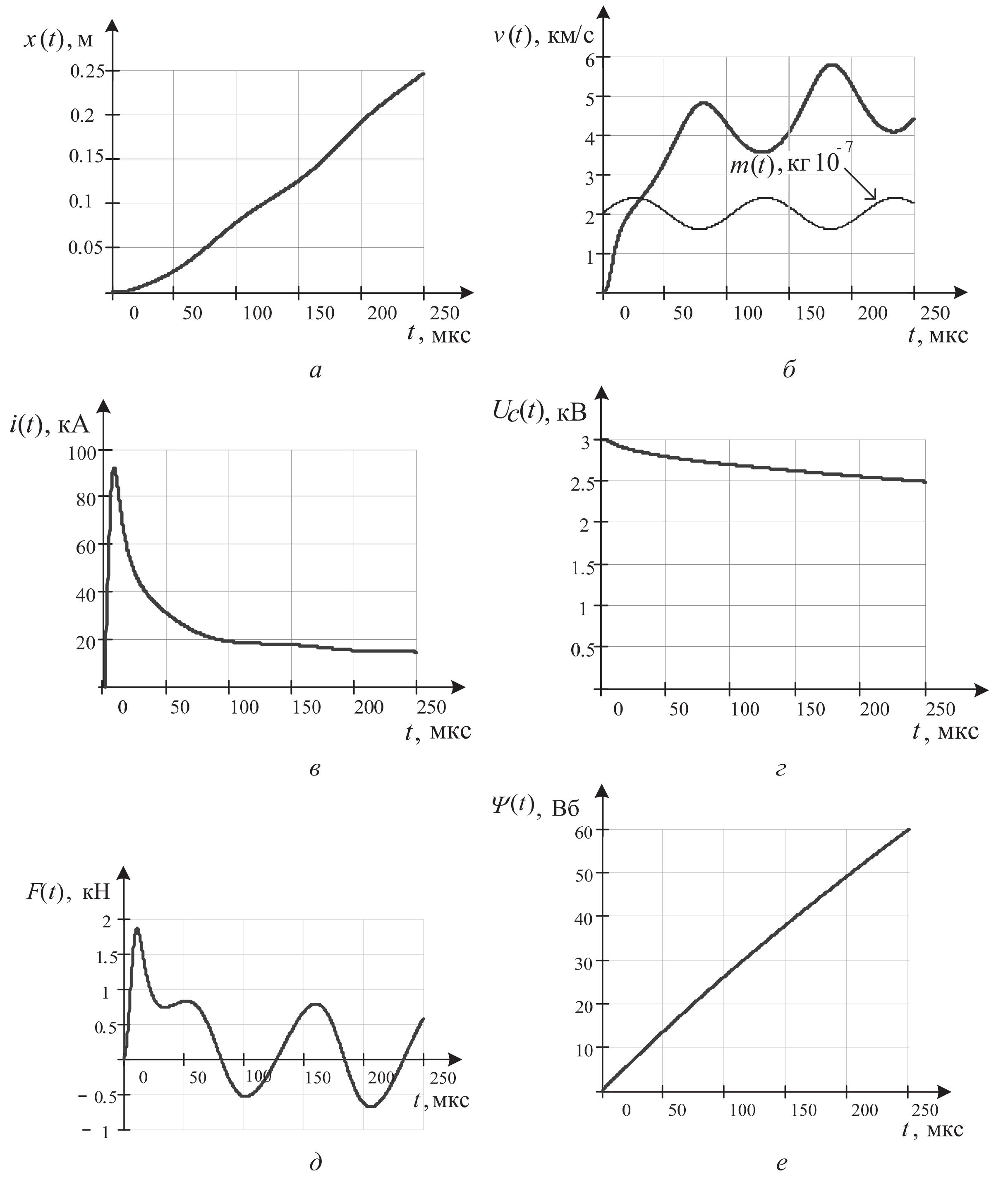


Рис. 7. *Результаты расчетов параметров математической модели с учетом эрозии при $C=12\cdot10^{-3}$ Ф, $L_0=1{,}722\cdot10^{-7}$ Гн, $L'=4{,}6\cdot10^{-7}$ Гн, $U_0=3$ кВ: а) координата распространения; б) скорость сгустка; в) ток; г) напряжение на конденсаторе; д) сила; е) потокосцепление*

сии с экспериментальными данными. Заметим, что изменения массы и изменения скорости находятся в противофазах (рис. 7, *б*).

В балансе энергии добавляется еще одно слагаемое – эффективная потенциальная энергия, обусловленная изменением массы и равная величине [2]:

$$U_{Эф}(t)=\frac{1}{2}\int_0^t v^2(t)\frac{dm(t)}{dt}dt.$$

Отсюда баланс энергии записывается в виде:

$$\frac{U_0^2C}{2}=\frac{mv^2(t)}{2}+\int_0^t i^2(t)R(t)dt+\frac{u_C^2(t)C}{2}+$$

$$+\frac{i^2(t)L(z(t))}{2}+\frac{1}{2}\int_0^t v^2(t)\frac{dm(t)}{dt}dt.$$

Графическое представление баланса энергии приведено на рис. 8.

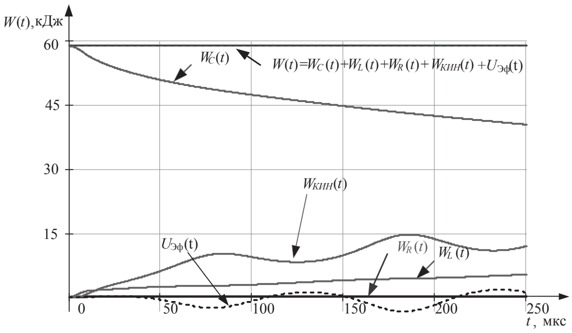


Рис. 8. *Временная зависимость баланса энергии*

Ниже приводится таблица сравнения экспериментальных и расчетных данных.

Таблица. *Сравнение экспериментальных и расчетных данных*

Величина	Эксперимент	Теория
Индуктивность, L_0, Гн	$(2...6)\cdot10^{-7}$	$1,72\cdot10^{-7}$
Скорость, v, м/с	4...10	6
Ток, I, кА	80...120	90
Пространственная характеристика процесса, x, мм	240	250
Ускорение, a, км/с^2	$2\cdot10^5$	$1,8\cdot10^5$

Таким образом, показана адекватность разработанной модели коаксиального магнитоплазменного ускорителя с учетом эрозии, вызванной распространением частиц по низкочастотной спирали.

Низкочастотное спиральное движение есть суперпозиция движений:

- поперечного, обусловленного вращением частиц в поперечном направлении к магнитному полю и ограниченного потенциальным барьером, моделирующим поперечные размеры цилиндра;
- продольного – движение частиц вдоль оси цилиндра, параллельно магнитному полю. Это движение обусловлено магнитным давлением, толкающим плазменную субстанцию к выходу из цилиндра. Соприкасаясь со стенками, частицы вызывают эрозию цилиндра и изменение массы плазмы.

Выводы

Предложен вид потенциальной функции и силового поля, моделирующей пространственное ограничение разлета частиц плазмы. Установлены общие закономерности электроэрозийного износа поверхности ускорительного канала коаксиального магнитоплазменного ускорителя, которые определяются как энергетическими характеристиками, так и газодинамическими закономерностями гиперзвуковых струйных течений в цилиндрическом канале. Рассчитан баланс энергии с учетом эрозии.

Приведена таблица сравнения экспериментальных и теоретических данных, свидетельствующая в пользу удовлетворительной работы предложенной математической модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ проект № 09-08-01110.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивков А.А., Герасимов Д.Ю., Цыбина А.С. Электроэрозийная наработка материала в коаксиальном магнитоплазменном ускорителе для нанесения покрытий // Электротехника. – 2005. – № 6. – С. 25–38.
2. Сивков А.А., Исаев Ю.Н., Васильева О.В., Купцов А.М. Математическое моделирование коаксиального магнитоплазменного ускорителя // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 317. – № 4. – С. 33–41.
3. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. – М.: Физматлит, 2008. – 613 с.
4. Колесников П.М. Электродинамическое ускорение плазмы. – М.: Атомиздат, 1971. – 388 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика Т. 8: Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1992. – 664 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1: Механика. – М.: Наука, 2001. – 222 с.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2: Теория поля. – М.: Наука, 2001. – 533 с.

Поступила 18.05.2011 г.

УДК 621.384.647.001.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ОЦЕНКА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПЛАЗМЕННОГО ГАЗА КОАКСИАЛЬНОГО МАГНИТОПЛАЗМЕННОГО УСКОРИТЕЛЯ

А.А. Сивков, Ю.Н. Исаев, О.В. Васильева, А.М. Купцов

Томский политехнический университет
E-mail: vasileva.o.v@mail.ru

Работа посвящена решению одномерного уравнения гидрогазодинамики для коаксиального магнитоплазменного ускорителя с помощью модифицированного алгоритма Лакса–Уэндроффа с оптимальным выбором параметра регуляризации – искусственной вязкости. На основе предложенного алгоритма в среде MathCAD рассчитаны термодинамические параметры ударной волны перед плазменным поршнем при ее вылете из коаксиального магнитоплазменного ускорителя.

Ключевые слова:
Магнитоплазменный ускоритель, математическое моделирование, ударная волна, искусственная вязкость, гидрогазодинамика.
Key words:
Magneto plasma accelerator, mathematical modeling, shock wave, artificial viscosity, fluid dynamics.

При вылете плазменной субстанции из ствола коаксиального магнитоплазменного ускорителя перед ее головной частью образуется отсоединенная ударная волна [1]. Произведем оценку термодинамических параметров за ударной волной. Для этого примем некоторые упрощения – субстанцию условно будем называть затупленным телом или поршнем, расчет будем производить в одномерном случае. Если перейти к системе координат связанной с поршнем, то невозмущенный газ-воздух будет двигаться на поршень со скоростью поршня. При моделировании движения газовой волны на твердую преграду данную модель можно представить как движение двух одинаковых волн на встречу друг другу. Приведем схему этой задачи называемой нестационарным газодинамическим разрывом. Схематически картину течения можно изобразить в виде изображений, представленных в табл. 1 [2–4]. Конфигурация содержат контактный разрыв, на котором имеет место разрыв плотности ρ, а давление p и скорость v остаются непрерывными, табл. 1. Для решения одномерной нестационарной газодинамической задачи будем использовать уравнения сохранения массы, импульса и энергии, записанные в дивергентной форме:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial (u\rho)}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial (u\rho)}{\partial t} + \dfrac{\partial (\rho u^2 + p)}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial (\rho(\varepsilon + \rho u^2/2))}{\partial t} + \dfrac{\partial (u(\rho\varepsilon + \rho u^2/2 + p))}{\partial x} \end{cases} . \quad (1)$$

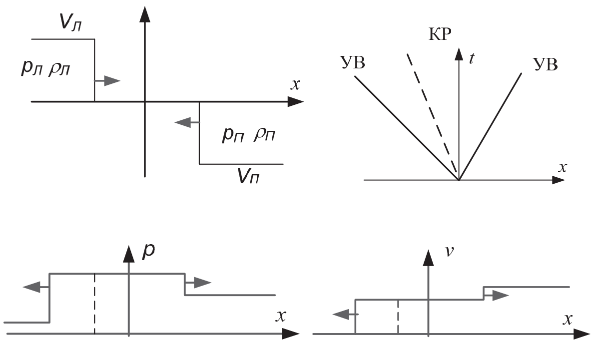
Здесь ρ – плотность газа; p – давление газа; u – скорость распространения газа; ε – внутренняя энергия газа; t, x – время и координата.

Те же уравнения (1), записанные в векторной форме, удобной для численной реализации:

$$\begin{cases} \mathbf{s} = \begin{pmatrix} \rho \\ u\rho \\ \rho(\varepsilon + \rho u^2/2) \end{pmatrix}, \\ \mathbf{f}(\mathbf{s}) = \begin{pmatrix} u\rho \\ \rho u^2 + p \\ u(\rho\varepsilon + \rho u^2/2 + p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_2 \\ s_2^2/s_1 + p \\ s_2(s_3 + p)/s_1 \end{pmatrix} \end{cases} \to$$

$$\to \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{s})}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

Таблица 1. *Конфигурации нестационарного газодинамического разрыва*

Схематическое изображение	Комментарии
	Случай наблюдается при столкновении двух масс газа, движущихся навстречу друг другу. График характеристики волн: УВ – ударная волна; КР – контактный разрыв (пунктирная линия – скачек плотности ρ). На границе раздела – контактном разрыве не может быть скачка давления p. На границе раздела – контактном разрыве не может быть скачка скорости v.

где **s** – вектор консервативных переменных; **f(s)** – вектор потока.

Описание алгоритма для расчета термодинамических параметров ударной волны коаксиального магнитоплазменного ускорителя в программно-интегрированной среде MathCAD:

1. Замена дифференциальных уравнений в частных производных конечными разностями (2).
2. Добавление оптимального параметра регуляризации – искусственной вязкости в среде MathCAD.
3. Выбор оптимальной искусственной вязкости, используя точное известное решение (задача Сода).
4. Апробация разработанного алгоритма расчета термодинамических параметров в точке торможения (аналитически), табл. 2.
5. Расчет динамики изменения термодинамических параметров перед плазменным поршнем при вылете из ускорителя.

Для численного решения системы уравнений использовался модифицированный алгоритм Лакса–Уэндроффа [5], который заключается в том, что уравнения в частных производных заменяются конечными разностями. В конечных разностях появляется неустойчивость в виде высокочастотных шумов из-за наличия сильных ударных волн. К данному алгоритму нами была добавлена искусственная вязкость. В режиме *online* был подобран оптимальный параметр регуляризации (искусственной вязкости) для обеспечения регуляризации решения и подавления его шумовой составляющей.

Формируется массив значений для каждого слоя, используя среду MathCAD:

$$LW(\rho, p, u, N, h, \tau, M, \gamma, \mu) :=$$

$$s1 \leftarrow s(\rho, p, u, N, \gamma)$$

$$for\ i \in 0..M$$

$$f1 \leftarrow f(s1, \gamma)$$

$$s_{0,5} \leftarrow F_{0,5}(s1, f1, h, \tau)$$

$$f_{0,5} \leftarrow f(s_{0,5}, \gamma)$$

$$for\ k \in 0..N-1$$

$$\begin{pmatrix} s2_{k,0} \\ s2_{k,1} \\ s2_{k,2} \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} s1_{k,0} \\ s1_{k,1} \\ s1_{k,2} \end{pmatrix} - \frac{\tau}{h} \begin{pmatrix} f_{0,5_{k+1,0}} - f_{0,5_{k,0}} \\ f_{0,5_{k+1,1}} - f_{0,5_{k,1}} \\ f_{0,5_{k+1,2}} - f_{0,5_{k,2}} \end{pmatrix} +$$

$$+\frac{\tau\mu}{2h} \cdot if\left(k-1 \le 0, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} s1_{k+1,0} - 2s1_{k,0} + s1_{k-1,0} \\ s1_{k+1,1} - 2s1_{k,1} + s1_{k-1,1} \\ s1_{k+1,2} - 2s1_{k,2} + s1_{k-1,2} \end{pmatrix} \right)$$

$$\begin{pmatrix} S1_{k,i} \\ S2_{k,i} \\ S3_{k,i} \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} s2_{k,0} \\ s2_{k,1} \\ s2_{k,2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} s2_{N,0} \\ s2_{N,1} \\ s2_{N,2} \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} s1_{N,0} \\ s1_{N,1} \\ s1_{N,2} \end{pmatrix} - \frac{\tau}{h} \begin{pmatrix} f1_{N,0} - f1_{N-1,0} \\ f1_{N,1} - f1_{N-1,1} \\ f1_{N,2} - f1_{N-1,2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S1_{N,i} \\ S2_{N,i} \\ S3_{N,i} \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} s2_{N,0} \\ s2_{N,1} \\ s2_{N,2} \end{pmatrix}$$

$$s1 \leftarrow s2$$

$$\begin{pmatrix} S1 \\ S2 \\ S3 \end{pmatrix},$$

где LW – функция Лакса–Уэндроффа; N=200; M=200 – число точек разбиения пространственного и временного интервалов соответственно; h, τ – шаг по пространству и времени соответственно; γ=5/3 – показатель политропы; μ – искусственная вязкость; s, f – вспомогательные функции для формирования массива значений.

Величина искусственной вязкости определялась из невязки-рассогласования (рис. 1). Точное известное решение задачи Сода сравнивалось с нашим алгоритмом, если рассогласования составляли не более 10 %, то коэффициент регуляризации (искусственная вязкость) считался оптимальным, рис. 2.

Результат расчета динамики изменения термодинамических параметров в относительных единицах приведен на рис. 3. До столкновения волн величины давления, плотности и температуры в средах были одинаковы, а скорости волн одинаковые по величине, но разные по направлению (знаку). На рисунке приведен момент времени после столкновения двух ударных волн при числе Маха, равном 1,5. Осью симметрии рисунков является фронт плазменного поршня.

Проверка работы алгоритма была проведена на расчете критических параметров – давления, плотности и температуры торможения p_T, ρ_T, T_T при заданных начальных данных невозмущенного газа p_0=1/γ, ρ_0=1, T_0=1 (в относительных единицах) и заданном числе Маха M_0, рис. 4, *а*. Параметры торможения вычислялись по известным соотношениям [6, 7]. Давление, плотность и температура из невозмущенной среды через скачок уплотнения пересчитываются через ударную адиабату Гюгонио–Ренкина (ударная волна):

$$p_1 = p_0\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}M_0^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right),$$

$$\rho_1 = \rho_0\left(\frac{\gamma+1}{(\gamma-1)+2/M_0^2}\right),$$

$$T_1 = T_0\left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^2\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} - \frac{1}{M_0^2}\right)\left(\frac{2}{\gamma-1} + M_0^2\right).$$

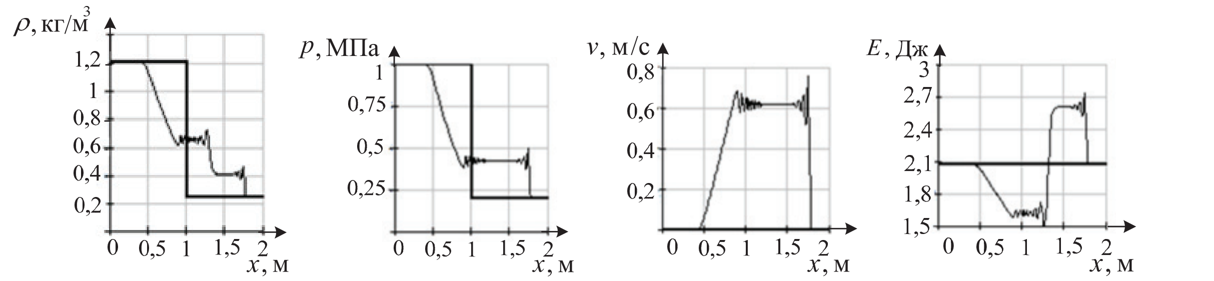


Рис. 1. *Восстановленные термодинамические параметры ударной волны и волны разряжения с неоптимальной вязкостью $\mu=10^{-7}$*

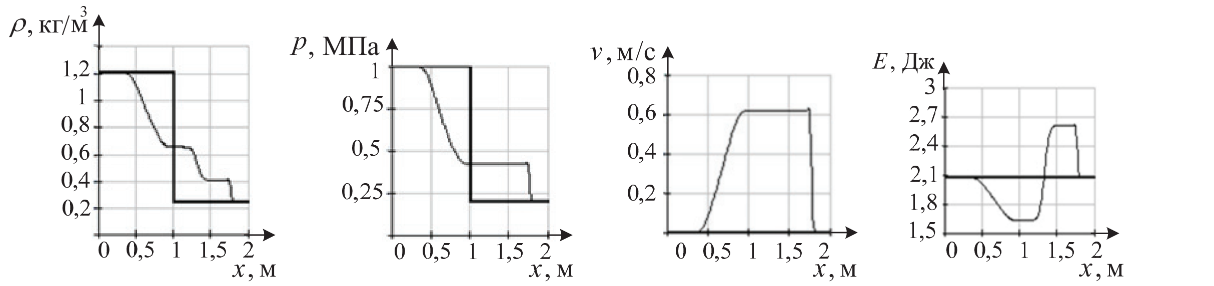
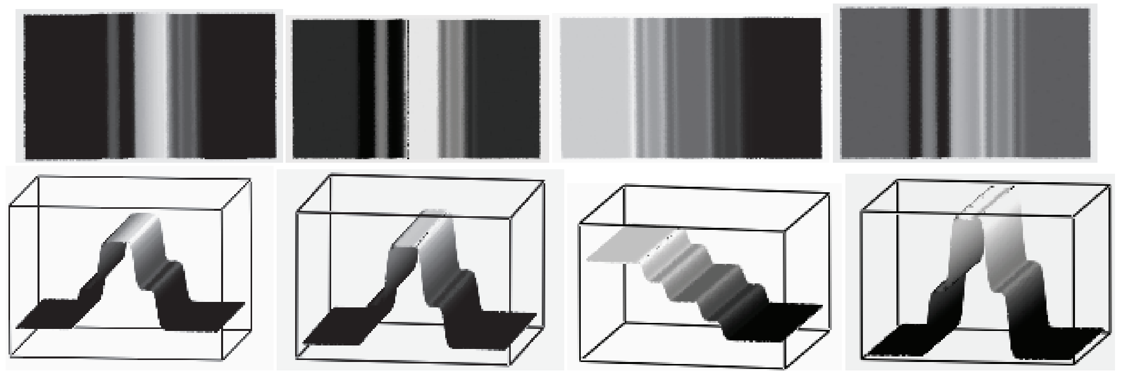
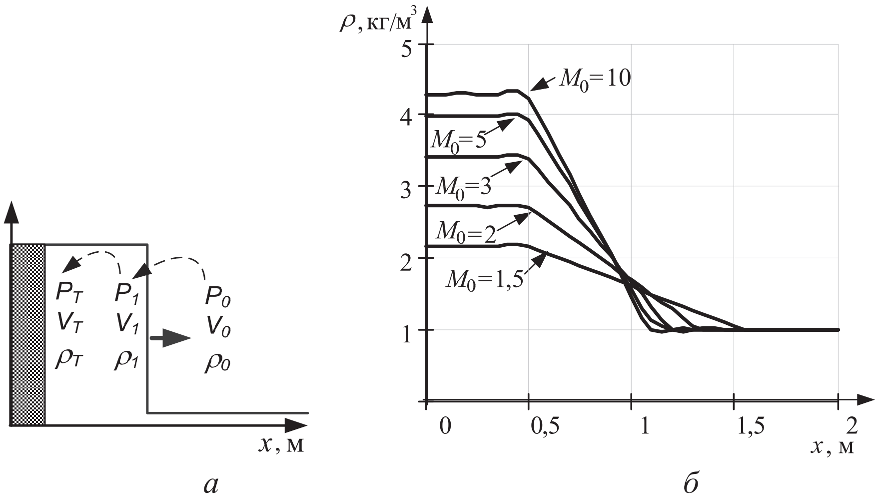


Рис. 2. *Восстановленные термодинамические параметры ударной волны и волны разряжения с оптимальной вязкостью $\mu=10^{-6}$*



а *б* *в* *г*

Рис. 3. *Случай двух ударных волн: а) плотность ρ; б) давление p; в) скорость v; г) энергия E*



а *б*

Рис. 4. *Параметры ударной волны: а) критические параметры; б) распределение плотности на фронте волны при различных числах Маха M_0*

В нашем случае эти формулы вырождаются в простые и удобные для инженерных расчетов соотношения:

$$\rho_1 = \frac{1}{4}(5M_0^2 - 1)\rho_0, \quad \rho_T = \frac{4}{\left(1 + \dfrac{3}{M_0^2}\right)}\rho_0,$$

$$T_T = \frac{5}{16}\left(1 - \frac{1}{M_0^2}\right)(3 + M_0^2)T_0.$$

Для расчета параметров торможения нужно использовать адиабату Пуассона (волна разрежения):

$$p_T = \left(1 + M_1^2\frac{\gamma - 1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_1,$$

$$\rho_T = \left(1 + M_1^2\frac{\gamma - 1}{2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rho_1,$$

$$T_T = \left(1 + M_1^2\frac{\gamma - 1}{2}\right)T_1.$$

здесь M_1 – числа Маха после ударной волны, определяется через число Маха в невозмущенной среде выражением:

$$M_1 = \sqrt{\frac{2 + (\gamma - 1)M_0^2}{2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)}}.$$

Для инженерных расчетов получаем:

$$M_1 = \sqrt{\frac{3 + M_0^2}{5M_0^2 - 1}},$$

$$p_T = \left(1 + \frac{M_1^2}{3}\right)^{5/3} p_1, \quad \rho_T = \left(1 + \frac{M_1^2}{3}\right)^{3/2} \rho_1,$$

$$T_T = \left(1 + \frac{M_1^2}{3}\right)T_1. \qquad (3)$$

Начальные данные приведем к относительным единицам $p_0=1/\gamma=0{,}6$, $\rho_0=1$, $T_0=1$.

Результаты сравнения методов сведем в табл. 2.

Таблица 2. *Результаты сравнения инженерного (И) и программного (П) расчетов*

Число Маха M_0	p_1	p_T	ρ_1	ρ_T	T_1	T_T	Расчет
1,5	1,536	2,280	1,714	2,172	1,495	1,750	И
	1,542	2,287	1,717	2,175	1,497	1,752	П
2	2,850	3,807	2,286	2,719	2,078	2,333	И
	2,914	3,893	2,306	2,744	2,106	2,364	П
3	6,600	8,204	3,000	3,418	3,667	4,000	И
	6,557	8,151	2,995	3,413	3,649	3,980	П
5	18,600	22,300	3,571	3,982	8,680	9,333	И
	18,522	22,206	3,570	3,980	8,647	9,298	П
10	74,850	88,397	3,883	4,291	32,123	34,333	И
	75,050	88,643	3,884	4,291	32,210	34,426	П

Приведем расстояние между ударной волной и торцом поршня S, используя формулу Лунева. Выпишем коэффициент в выражении (3):

$$\frac{\rho_T}{\rho_0} = 1/K_\rho = \frac{4}{\left(1 + \dfrac{3}{M_0^2}\right)}, \quad K_\rho = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{3}{M_0^2}\right),$$

$$S = \sqrt{K_\rho}(1 + 0{,}6K_\rho).$$

Таблица 3. *Значения расстояния между ударной волной и торцом поршня S и коэффициентом плотности торможения K_ρ в зависимости от числа Маха M_0*

M_0	1,5	2	3	5	10
K_ρ	0,583	0,437	0,333	0,280	0,258
S	1,031	0,835	0,693	0,618	0,586

Как видно из табличных данных (табл. 3) программа дает хорошие результаты. Графическое изображение скачков уплотнения приведено на рис. 4, *б*. Торец поршня находится в точке $x=0{,}5$ [8].

С помощью численной схемы Лакса–Уэндроффа и введенной искусственной вязкости рассчитаем давление, плотность и температуру среды непосредственно перед поршнем по значениям скорости ударной волны, полученным из эксперимента.

Экспериментальные значения координаты ударной волны $L(t)$ (субстанции) приведены на рис. 5, *а*. На этом же рисунке приведены значения $L(t)$, аппроксимированные сплайнами и сглаженные с помощью фильтра «скользящее среднее», рис. 5, *б*.

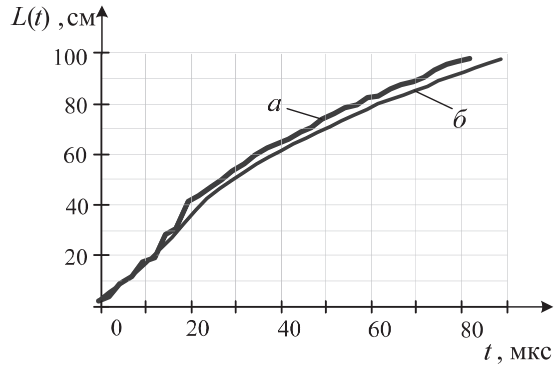


Рис. 5. *Значения координаты ударной волны L(t): а) экспериментальные значения для субстанции от времени; б) сглаженные*

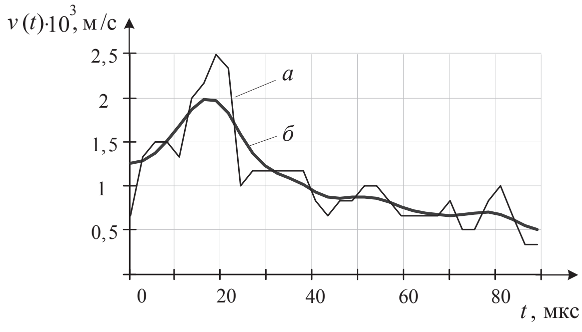


Рис. 6. *Значения скорости ударной волны v(t): а) полученные разностной аппроксимацией; б) сглаженные*

На следующем рис. 6, *а*, приведены значения скорости $v(t)$, полученные по экспериментальным данным (ломаная кривая) с помощью аппроксимации производной центральными разностями. На этом же рисунке приведена кривая скорости $v(t)$, полученная взятием производной от сплайновой кривой, рис. 6, *б*.

При расчете термодинамических параметров невозмущенная среда считалась одноатомным газом: постоянная политропы – γ=5/3; давление – p_1=10^5 Па; плотность воздуха – ρ_1=1,2 кг/м^3; температура воздуха t=15 °C; T_1=273,15+15=288,15 K; скорость звука в невозмущенной среде – c=340 м/с. Результаты расчета сведем в табл. 4.

На графиках приведена динамика изменения термодинамических параметров скорости ударной волны, давления, плотности и температуры непосредственно перед плазменным поршнем, рис. 7.

Прокомментируем полученный результат. При вылете плазмы из электрода-ствола со сверхзвуковой скоростью при температуре 1300...3000 K плазма представляет собой газ, распространяющийся в виде струи, которая называется недорасширенной струей. Теория позывает, что при вылете газа из сопла Лаваля [5] со сверхзвуковой скоростью первоначально газ ускоряется, а затем замедляется. Это процесс периодически повторяется, но уже с меньшей интенсивностью. Что и наблюдается на графике (рис. 6, 7, *а*).

Выводы

На основе модифицированного алгоритма Лакса–Уэндроффа с введением искусственной вязкости плазмы проведено моделирование газодинамических процессов и оценка термодинамических параметров ударной волны плазменного газа.

Таблица 4. *Значения термодинамических параметров невозмущенной газовой среды*

Время, мкс	Скорость УВ, м/с	Число Маха, M_0	Плотность, кг/м^3	Давление, МПа	Температура, K
1,35	1251,017	3,371	4,334	1,715	1379,953
4,05	1281,213	3,453	4,371	1,796	1433,296
6,75	1377,217	3,712	4,477	2,068	1611,342
9,45	1514,445	4,081	4,603	2,491	1888,169
12,15	1688,459	4,550	4,727	3,086	2276,987
14,85	1863,405	5,022	4,824	3,749	2710,476
17,55	1981,377	5,339	4,878	4,233	3026,899
20,25	1972,403	5,316	4,874	4,195	3002,147
22,95	1820,368	4,906	4,803	3,579	2599,877
25,65	1589,745	4,284	4,661	2,740	2051,233
28,35	1372,093	3,698	4,472	2,053	1601,514
31,05	1230,526	3,316	4,308	1,660	1344,479
33,75	1150,249	3,099	4,195	1,457	1211,150
36,45	1090,288	2,938	4,100	1,313	1117,429
39,15	1015,346	2,736	3,966	1,145	1007,344
41,85	934,749	2,519	3,800	0,978	897,697
44,55	875,289	2,359	3,661	0,863	822,618
47,25	856,273	2,308	3,614	0,828	799,646
49,95	868,344	2,340	3,644	0,850	814,169
52,65	880,228	2,372	3,673	0,873	828,667
55,35	865,884	2,333	3,638	0,846	811,193
58,05	820,842	2,212	3,520	0,765	758,193
60,75	764,325	2,059	3,359	0,670	695,694
63,45	718,564	1,936	3,217	0,598	648,354
66,15	690,637	1,861	3,125	0,556	620,900
68,85	675,264	1,819	3,073	0,534	606,252
71,55	665,917	1,794	3,040	0,521	597,506
74,25	669,298	1,804	3,052	0,526	600,655
76,95	685,696	1,848	3,109	0,549	616,156
79,65	699,027	1,884	3,153	0,569	629,034
82,35	678,689	1,829	3,085	0,539	609,486
85,05	615,025	1,657	2,856	0,452	552,028
87,75	544,339	1,467	2,579	0,366	494,858
90,45	499,798	1,347	2,395	0,317	462,414

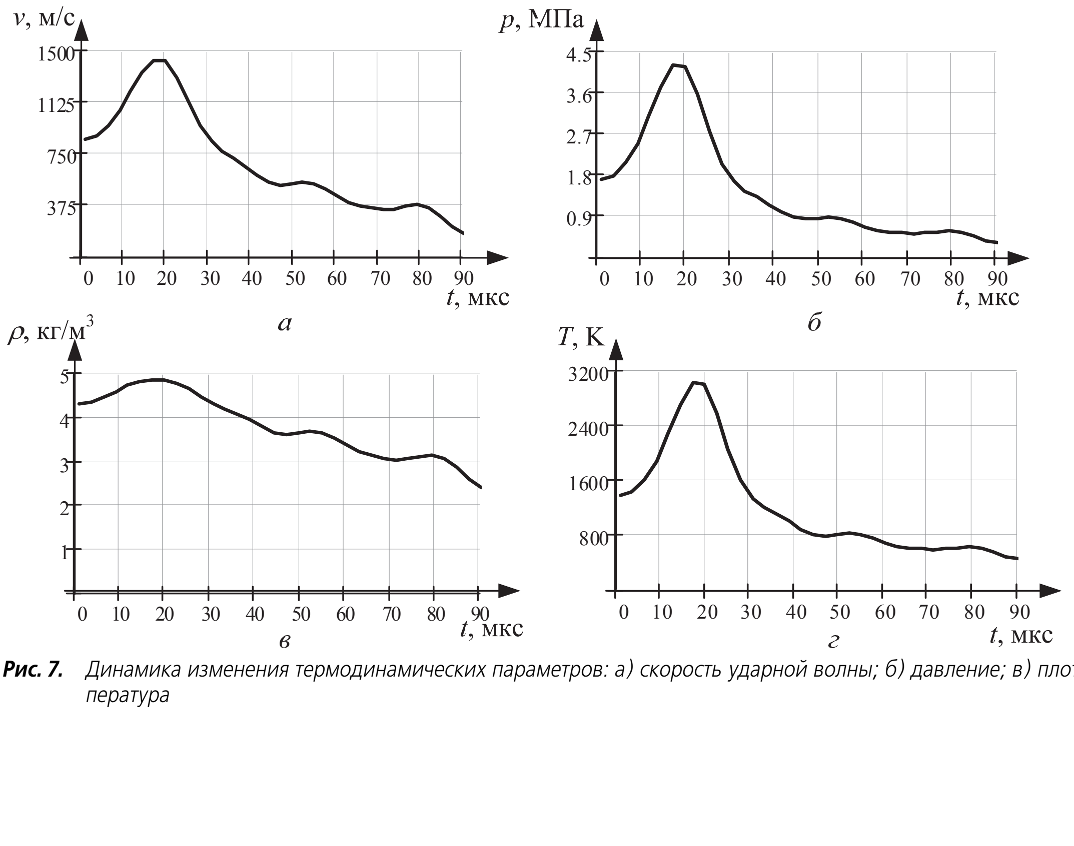


Рис. 7. *Динамика изменения термодинамических параметров: а) скорость ударной волны; б) давление; в) плотность; г) температура*

При моделировании учтены подавляющие неустойчивые высокочастотные колебания, что позволяет сузить область неоднородности и выделить только гладкие решения. Результаты расчета газодинамических параметров в точке торможения совпадают с литературными данными.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ проект № 09-08-01110.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивков А.А., Сайгаш А.Я., Пак А.А., Евдокимов А.А. Прямое получение нанодисперсных порошков и композиций в гиперскоростной струе электроразрядной плазмы // Нанотехника. – 2009. – № 2 (18). – С. 38–44.
2. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. – М.: Физматлит, 2008. – 613 с.
3. Колесников П.М. Электродинамическое ускорение плазмы. – М.: Атомиздат, 1971. – 388 с.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика Т. 8: Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1992. – 664 с.
5.织зняк В.Е. Основы вычислительной физики. Ч. 1. Введение в конечно-разностные методы. – М.: Техносфера, 2008. – 224 с.
6. Черняк В.Г., Суетин П.Е. Механика сплошных сред. – М.: Физматлит, 2006. – 352 с.
7. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Физматлит, 2008. – 656 с.
8. Трубников Б.А. Теория плазмы. – М.: Энергоатомиздат, 1996. – 464 с.

Поступила 18.05.2011 г.

УДК 621.762.4.04.016.2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ВЫСОКОПЛОТНОЙ КЕРАМИКИ ИЗ ПОРОШКА КАРБИДА БОРА МЕТОДОМ СПЕКАНИЯ В ПЛАЗМЕ ИСКРОВОГО РАЗРЯДА

О.Л. Хасанов, Э.С. Двилис, А.О. Хасанов, З.Г. Бикбаева,
В.В. Полисадова, В.М. Соколов, А.А. Качаев, Я.В. Валова

Томский политехнический университет
E-mail: aokhasanov@tpu.ru

Приведены экспериментальные результаты по спеканию в плазме искрового разряда керамики из промышленного порошка карбида бора на установке Spark Plasma Sintering System SPS-515S. Проведён подбор режимов спекания: температуры, времени и давления прессования. Показано, что при оптимальном технологическом режиме (температуре спекания 1900...1950 °С, давлении прессования 45...90 МПа, времени спекания 10 мин.) микротвёрдость керамики достигает значения H_V=35,45...36,50 ГПа при трещиностойкости K_{Ic}=4,22...5,62 МПа·м$^{1/2}$ и относительной плотности $\rho_{отн}$=98,4...98,8 %. SPS-спекание способствует понижению температуры и времени спекания керамики из порошка карбида бора по сравнению с методом горячего прессования и формирует изотропную зеренную структуру с хорошо сформированными межзеренными границами.

Ключевые слова:
Керамика, карбид бора, искровое плазменное спекание, микротвердость, трещиностойкость.
Key words:
Ceramic, boron carbide, spark plasma sintering, microhardness, crack growth resistance.

В последние годы в России и за рубежом проводятся интенсивные работы в области создания противопульной бронезащиты на основе керамических материалов. Благодаря меньшему весу керамическая бронезащита может применяться в средствах индивидуальной защиты и защиты транспортных средств, где есть ограничения по весу и одновременно требуется высокая пулестойкость. Наиболее предпочтительным материалом является карбид бора, сочетающий высокую твердость (третий по твердости материал после алмаза и кубического нитрида бора) с низким удельным весом (2,52 г/см^3). Температура плавления карбида бора 2350 °С; карбид бора обладает высокой износостойкостью и химической инертностью. Благодаря этим свойствам карбид бора находит применение в технике, хотя относительно высокая стоимость ограничивает его применение [1, 2].

Высокие физико-технические характеристики и эксплуатационные качества керамики могут быть реализованы в материале с тонкой однородной структурой, хорошо сформированными межзёренными границами и плотностью, близкой к теоретической. В ряде работ [2, 3] отмечалось, что формирование плотной изотропной мелкокристаллической структуры в процессе спекания приводит к созданию керамики с высокими значениями твердости и прочности, что определяет ресурс службы керамических изделий.

Одним из предпочтительных способов получения высокоплотных керамик из порошка карбида бора является способ горячего прессования [3, 4]. Однако этот способ обладает рядом существенных недостатков: высокие температуры спекания (2250...2280 °С), длительность спекания больше 20 мин [1, 3]. Достоинствами метода являются относительно невысокие рабочие давления, возможность получения изделий с хорошими прочностными характеристиками.

В последнее время интенсивно применяется метод изготовления изделий из керамических порошков спеканием в плазме искрового разряда, Spark Plasma Sintering (SPS-метод) [5].

Метод SPS сочетает в себе простоту прессования порошков в закрытых пресс- формах с достоинствами метода горячего прессования. Принцип SPS-метода заключается в совместном воздействии на порошковый материал импульсным (3,3...1000 мс) мощным электрическим разрядом между двумя электродами (энергия в разряде 1...100 кДж) и механическим давлением. Материал в зоне воздействия разогревается до высоких температур, вплоть до плазменного состояния, происходит спекание частиц в местах контактов, исходная микроструктура при этом сохраняется [6].

Цель работы – определить возможность спекания порошков карбида бора методом SPS и выявить оптимальные режимы получения высокоплотных модельных образцов керамики, обладающих однородной микроструктурой, с высокими значениями механических характеристик (микротвердости и трещиностойкости).

Для изготовления керамики применялся промышленный порошок карбида бора (марка М-5-П, ГОСТ 3647-80) со средним размером частиц 3,5...5 мкм.

Для спекания образцов в искровом разряде использовалась установка Spark Plasma Sintering System SPS-515S (SPS Syntex, Япония).

Фазовый состав определяли с использованием рентгеновского дифрактометра XRD-7000 (Shimadzu, Япония). Результаты рентгенофазового анализа исходного порошка показали, что основная фаза порошка B_4C.

Микроструктура керамик исследовалась на сканирующем электронном микроскопе JSM-7500FA (JEOL, Япония), (СЭМ-анализ).

Модуль упругости керамики находили измерением упругопластичных свойств на динамическом ультрамикротвердомере (наноинденторе) Shimadzu DUH-211S.

Микротвёрдость и трещиностойкость образцов определяли методом индентирования пирамиды Виккерса на приборе ПМТ-3М.

Процесс спекания керамики SPS-методом происходит следующим образом: навеска порошка загружается в графитовую пресс-форму (диаметр формующей полости 15,4 мм), а затем пресс-форма помещается в вакуумную камеру установки. Для образования надежного контакта между пресс-формой и пуансонами-электродами производится предварительная подпрессовка образца усилием 3,1 кН.

При помощи программируемого контроллера задаётся программа прессования и спекания образцов. Процесс контролируется в режиме реального времени, интервал записи данных 0,5...5 с.

Для определения оптимальных режимов изготовления высокоплотных керамик карбида бора было проведено спекание при четырёх разных температурах $T_{спек}$ и при пяти давлениях прессования $P_{прес}$, время выдержки $t_{спек}$ задавалось 5 и 10 мин. Скорость нагрева во всех сериях экспериментов оставалась неизменной и составляла 100 °С/мин. Технологические режимы SPS-спекания приведены в табл. 1.

Таблица 1. *Технологические режимы SPS-спекания керамики карбида бора*

Температура спекания °С / время выдержки, мин	Давление прессования, МПа				
1950 / 10	30	45	60	75	90
1900 / 5	30	45	60	75	90
1850 / 5	30	45	60	75	90
1800 / 5	30	–	–	–	–

Исходные данные для анализа происходящих процессов во время спекания были получены в текстовом формате и обрабатывались при помощи программы Microsoft Excel 2003™.

На рис. 1 представлена зависимость изменения высоты компакта от температуры, характеризующая усадку при спекании образца B_4C_1.6.

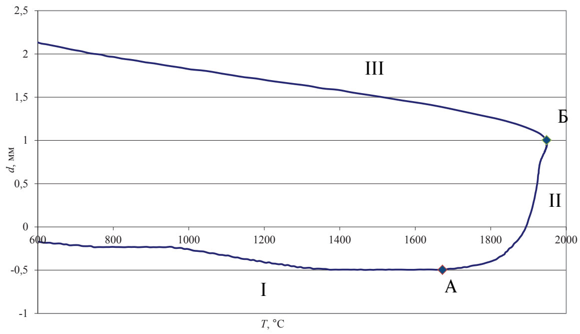


Рис. 1. *Зависимость изменения высоты компакта от температуры SPS-процесса: $T_{спек}$=1950 °С; $P_{прес}$=90 МПа; $t_{спек}$=10 мин*

Как следует из рис. 1, процесс спекания можно условно разделить на 3 стадии:

I Предварительный разогрев до 1600 °С порошкового тела, сопровождающийся конкурирующими процессами – термическим расширением и усадкой, обусловленной испарением сорбированной влаги и выгоранием примесей.

II Переходная область температур 1670...1950 °С, в которой, начиная с точки А, происходит интенсивное уплотнение компакта.

III Остывание пресс-формы со спечённым изделием при понижении температуры с 1950 до 600 °С – от точки Б происходит остывание образца и его термическое сжатие.

После остывания пресс-формы до температуры 20±3 °С производилось ее извлечение из камеры.

Плотность ρ полученных образцов керамики определяли измерением линейных размеров, затем рассчитывали относительную плотность $\rho_{отн}$, %, табл. 2.

***Таблица 2**. Значения плотности образцов керамики карбида бора, полученных SPS-методом*

№ образца	$T_{спек}$, °C	$P_{спек}$, МПа	ρ, г/см^3	$\rho_{отн}$, %
B_4C_1.1	1950	30	2,48	98,4
B_4C_1.3		45	2,47	98,0
B_4C_1.4		60	2,49	98,8
B_4C_1.5		75	2,46	97,6
B_4C_1.6		90	2,48	98,4
B_4C_2.1	1900	30	1,97	78,2
B_4C_2.2		45	2,32	92,1
B_4C_2.3		60	2,18	86,5
B_4C_2.4		75	2,21	87,7
B_4C_2.5		90	2,19	86,9
B_4C_3.1	1850	30	1,81	71,8
B_4C_3.2		45	1,84	73,0
B_4C_3.3		60	1,98	78,6
B_4C_3.4		75	1,95	77,4
B_4C_3.5		90	2,02	80,2
B_4C_4.1	1800	30	1,55	61,5

Из приведённой таблицы видно, что максимальная плотность образцов, близкая к теоретической, достигается при температуре спекания 1950 °C, при этом влияние давления прессования на плотность менее существенно.

Определение значений микротвердости и трещиностойкости проводили измерением диагонали отпечатка и длины радиальных трещин, полученных при вдавливании пирамидой Виккерса. Расчет величины микротвёрдости проводили по формуле [7]:

$$H_{\mathrm{V}} = \frac{kP}{(2a)^2},$$

где P – нагрузка на индентор, кг; $2a$ – среднее значение длин обеих диагоналей отпечатка, мкм; k – коэффициент, зависящий от формы индентора, для пирамиды Виккерса равный 1,854.

Коэффициент вязкости разрушения K_{Ic}, характеризующий трещиностойкость образца, определяли при нагрузке индентирования P=2,92 Н по формуле [8]:

$$K_{Ic} = 0,035\left(\frac{l}{a}\right)^{-0,5}\left(\frac{H_{\mathrm{v}}}{E\Phi}\right)^{-0,4}\frac{H_{\mathrm{v}}a^{0,5}}{\Phi},$$

при условии

$$0,25 \le \frac{l}{a} \le 2,5,$$

где E – модуль Юнга (для исследуемых образцов E=250...300 ГПа); H_v – микротвёрдость; Ф – константа (Ф≈3); l – длина трещины от угла отпечатка пирамиды Виккерса; a – полудиагональ отпечатка пирамиды Виккерса.

Поскольку микротвёрдость определяется рядом физических характеристик вещества (энергия межатомных связей, уровень ковалентности, межатомные расстояния), то распределение величин микротвёрдости по диаметру образца будет характеризовать однородность свойств спечённого образца, качество спекания, равномерность распределения плотности. Последнее обстоятельство определяет ресурс службы керамических изделий. В этой связи представляет интерес исследовать профиль распределения микротвёрдости по диаметру образца.

Значения микротвёрдости, полученные на исследуемых образцах при нагрузке вдавливания 1,96 Н, представлены в табл. 3.

***Таблица 3.** Значения микротвёрдости образцов B_4C, изготовленных методом SPS, при различных режимах*

№ образца	$T_{спек}$, °C	$P_{спек}$, МПа	H_v, ГПа
B_4C_1.1	1950	30	17,24
B_4C_1.3	1950	45	29,42
B_4C_1.4	1950	60	22,30
B_4C_1.5	1950	75	33,06
B_4C_1.6	1950	90	36,50
B_4C_2.1	1900	30	14,87
B_4C_2.2	1900	45	34,85
B_4C_2.3	1900	60	25,58
B_4C_2.4	1900	75	27,23
B_4C_2.5	1900	90	35,45
B_4C_3.1	1850	30	7,38
B_4C_3.2	1850	45	11,27
B_4C_3.3	1850	60	12,20
B_4C_3.4	1850	75	19,88
B_4C_3.5	1850	90	24,77
B_4C_4.1	1800	30	1,76

Для сравнения – в керамиках B_4C, изготовленных методом горячего прессования, значения микротвёрдости по данным работ [9, 10] составляют 22...24 и 26...29 ГПа, соответственно. В исследуемых керамиках, полученных в режимах $T_{спек}$=1950 и 1900 °C, $P_{пресс.}$=45...90 МПа, значения микротвердости превышают указанные выше величины.

На рис. 2 представлены профили микротвёрдости в образцах, полученных SPS-методом.

Из рисунка видно, что $T_{спек}$=1950 °C обеспечивает наиболее однородное распределение микротвёрдости по диаметру образца.

Величина K_{Ic} характеризует условия перехода трещины из состояния покоя в состояние роста. Обычно для керамики в практике её аттестации используют значение критического коэффициента интенсивности напряжений при переходе к метастабильному распространению трещины.

Несмотря на всю полезность использования критерия K_{Ic} на стадии разработки материалов, существует фактор, который необходимо учитывать при оценке и интерпретации полученных результатов. А именно, учитывать, что полное разрушение керамического материала происходит при нагрузках меньших, чем нагрузки, соответствующие величине K_{Ic}.

Значения величин трещиностойкости K_{Ic} исследуемых керамик находятся в пределах 4,22...5,62 МПа·м$^{1/2}$,

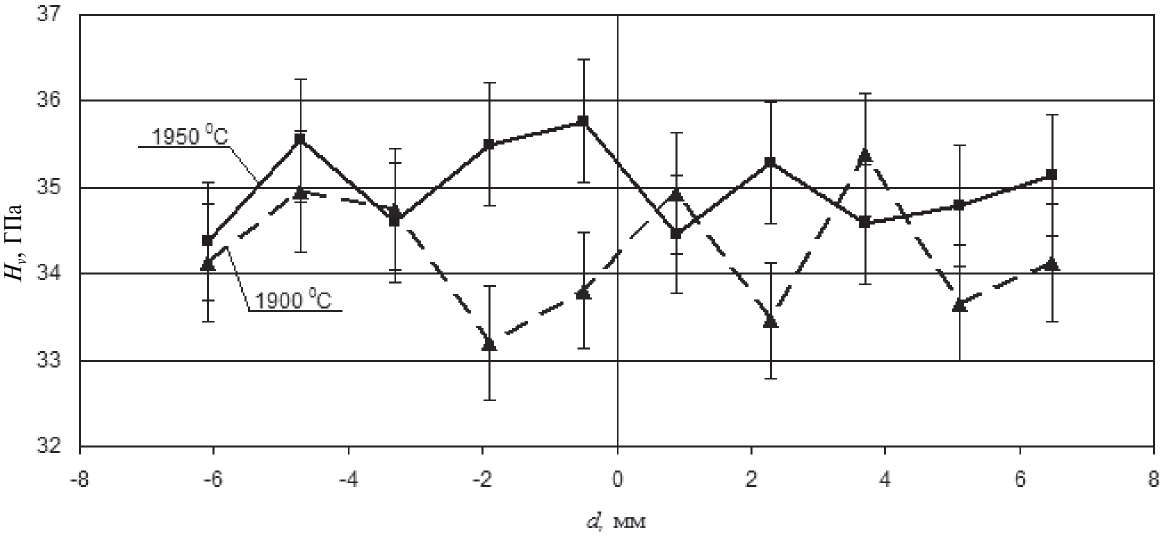


Рис. 2. *Профиль микротвердости по диаметру образцов B_4C, спечённых при $T_{спек}$=1900, 1950 °C и $P_{прес}$=90 МПа, d – расстояния по диаметру образца от центра*

(для режима $T_{спек}$=1950 °C, $P_{прес}$=90 МПа, $t_{спек}$=10 мин, K_{Ic}=4,31...5,62 МПа·м$^{1/2}$), что превышает значения K_{Ic}=3,8 МПа·м$^{1/2}$, приведённое в работе [5], K_{Ic}=2,52 МПа·м$^{1/2}$ для керамики из порошка карбида бора, производимой фирмой «Verco» [9], и K_{Ic}=3,3 МПа·м$^{1/2}$ для керамики, изготовленной методом горячего прессования [10]. В табл. 4 приведены значения величин трещиностойкости по диаметру образца B_4C, измеренные от края образца.

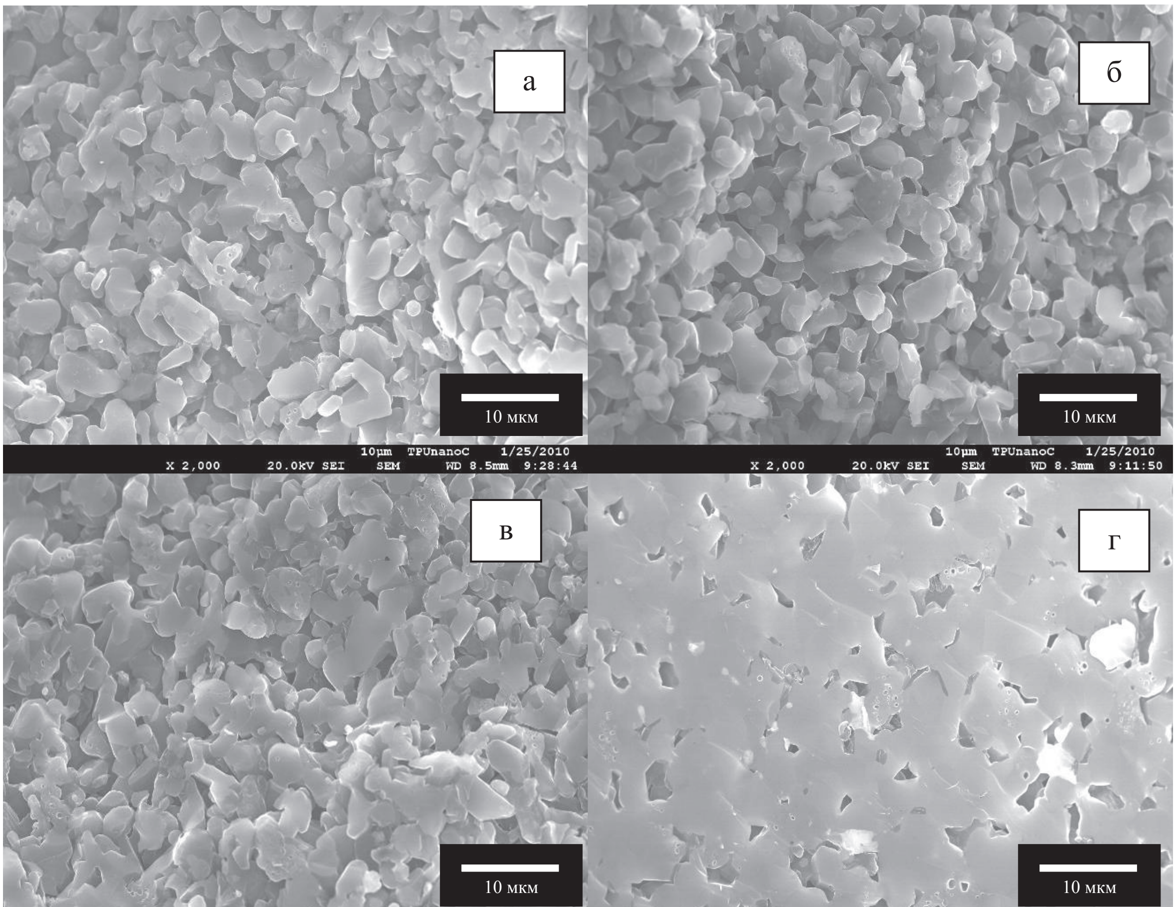


Рис. 3. *СЭМ-изображения микроструктуры скола образцов керамик B_4C, спеченных при давлении прессования 90 МПа и температурах: а) 1800; б) 1850; в) 1900; г) 1950 °C*

***Таблица 4**. Значения величин трещиностойкости по диаметру образца B_4C, измеренные от края образца (режим SPS: $T_{сп}$=1950 °C, $P_{прес}$=90 МПа, $t_{спек}$=10 мин)*

d, мм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
K_{Ic}, МПа·м$^{1/2}$	4,64	5,52	5,02	5,04	4,84	5,32	5,28	5,20	5,62	4,31	5,08

Микроструктура керамик, полученных при различных режимах SPS-спекания, исследовалась на сколах образцов и представлена на рис. 3. Косвенная оценка относительной прочности межзёренных связей керамики, изготовленной различными способами, проводилась её разрушением с последующим исследованием характера поверхности скола.

Анализ СЭМ-изображений дает представление об эволюции процессов спекания и консолидации зёрен карбида бора (рис. 3). При $T_{спек}$=1800 °C лишь начинается процесс спекания зёрен с образованием слабых межчастичных (межзёренных) границ (рис. 3, *а*). При $T_{спек}$=1850 °C увеличивается содержание консолидированных зерен, уменьшается пористость (рис. 3, *б*). При $T_{спек}$=1900 °C идет интенсивное спекание материала с уплотнением, без увеличения размеров зерен. На сколе наблюдается транскристаллитное разрушение, что указывает о высокой прочности межзёренных границ (рис. 3, *в*).

При $T_{спек}$=1950 °C межкристаллитные разрушения практически полностью отсутствуют; прочность межзёренных границ не уступает прочности зерна, наблюдается несколько спёкшихся зерен, расположенных по плоскости скольжения или спайности, видны тройные стыки зёрен, размер зёрен находится в пределах 10 мкм, размер пор составляет величину ~1 мкм (рис. 3, *г*).

Характер расположения сколов зёрен в спечённой керамике не обнаруживает преимущественной ориентации. Это указывает на достаточную изотропию формирования зёренной структуры при высокотемпературной одноосной деформации материала под действием SPS-процесса.

Выводы

В процессе исследования физико-механических свойств и микроструктуры образцов керамики, изготовленных из промышленного порошка карбида бора SPS-методом, установлено:

- оптимальными режимами изготовления керамики из промышленного порошка B_4C SPS-методом являются – $T_{спек}$=1900...1950 °C, $P_{прес}$=60...90 МПа, $t_{спек}$=5...10 мин., при которых достигается наилучшее сочетание свойств керамики по критериям плотности и прочности (твёрдости, трещиностойкости – H_v=35,4...36,5 ГПа, K_{Ic}=4,31...5,62 МПа·м$^{1/2}$ соответственно);
- температура и время SPS-спекания для получения высокоплотной керамики B_4C в таких режимах снижаются относительно соответствующих величин при традиционном горячем прессования (температура примерно на 200 °C, время спекания на 5...10 мин);
- SPS-спекание керамики позволяет получить образцы с изотропной зёренной структурой и хорошо сформированными межзёренными границами.

Работа выполнена в рамках научно-образовательного проекта по Постановлению Правительства РФ № 218 при финансовой поддержке Минобрнауки РФ, госконтракт № 13.G25.31.0021 (18-247/10) и при поддержке гранта Минобрнауки РФ (проект 10.304.09 АВЦП).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кислый П.С., Кузенкова М.А., Бондарчук Н.И. Карбид бора. – Киев: Наукова думка, 1988. – 215 с.
2. Кременчугский М.В., Савкин Г.Г., Малинов В.И., Рачковский А.И., Сморчков Г.Ю. Сверхлегкие керамические бронезащитные материалы, получаемые с применением наноструктурных механоактивированных порошков карбида бора // Российские нанотехнологии. – 2008. – Т. 3. – № 3–4. – С. 141–146.
3. Гаршин А.П., Гропянов В.М., Зайцев Г.П., Семенов С.С. Керамика для машиностроения. – М.: Научтехлитиздат, 2003. – 384 с.
4. Андриевский Р.А., Ланин А.Г., Рымашевский Г.А. Прочность тугоплавких соединений. – М.: Металлургия, 1974. – 232 с.
5. Dobedoe R.S., West G.D., Lewis M.H. Spark plasma sintering of ceramics // Bulletin of European Ceramic Society. – 2003. – V. 1. – P. 19–24.
6. Туманов Ю.Н. Плазменные и высокочастотные процессы получения и обработки материалов в ядерном топливном цикле: настоящее и будущее. – М.: Физматлит, 2003. – 780 с.
7. Григорович В.К. Твёрдость и микротвёрдость металлов. – М.: Наука, 1976. – 230 с.
8. Niihara K., Morena R., Hasselman D.P.H. Evaluation of K_{Ic} of brittle solids by the indentation method with low crack-to-indent ratios // Journal of Materials Science Letters. – 1982. – № 1. – P. 13–16.
9. Vargas-Gonzalez L., Speyer R.F., Campbell J. Flexural Strength, Fracture Toughness, and Hardness of Silicon Carbide and Boron Carbide Armor Ceramics // International Journal of Applied Ceramic Technology. – 2010. – V. 7. – № 5. – P. 643– 651.
10. Нешпор В.С., Зайцев Г.П., Славина Л.Я. и др. Физико-механические характеристики высокотвёрдых поликристаллических материалов // Огнеупоры и техническая керамика. – 1995. – № 5. – С. 2–5.

Поступила 14.06.2011 г.

УДК 621.9.048.4

ЭЛЕКТРОИСКРОВАЯ ОЧИСТКА ПОВЕРХНОСТИ СТАЛИ 08Г2С

Ю.П. Егоров, М.В. Журавлев, Г.Е. Ремнев, М.С. Слободян, И.Л. Стрелкова, Б.Г. Шубин

Томский политехнический университет
E-mail: zhuravlev-misha@mail.ru

Исследован процесс электроискровой очистки поверхности стали 08Г2С. Показано, что в результате обработки окисный слой удаляется и уменьшается контактное сопротивление. Интенсивность кратерообразования, влияющая на величину шероховатости, зависит, главным образом, от степени перегрева металла в результате увеличения плотности кратеров. При многопроходной обработке поверхности происходит ее растрескивание. На основании полученных результатов определены наиболее рациональные параметры режима.

Ключевые слова:
Электроискровая обработка, свойства поверхности, контактное сопротивление.
Key words:
Spark processing, surface properties, contact resistance.

В настоящее время в промышленности широко распространена механизированная и автоматизированная сварка плавящимся электродом в среде защитных газов или под слоем флюса. При этом способе формирования соединений расходным материалом является сварочная проволока диаметром от 0,3 до 12,0 мм. Основными показателями ее качества являются [1]: стабильность химического состава, равномерность сечения и намотки, а также состояние поверхности.

Ухудшение этих параметров приводит к снижению производительности сварки и качества шва, а также повышенному расходу проволоки и ускоренному износу оборудования [2]. С целью повышения качества проволоки производят ее омеднение (для наиболее широко применяемых диаметров: 0,8...5,0 мм), а также намотку на кассеты и каркасы, что приводит к удорожанию на 10...20 %. Основной целью омеднения является снижение электрического сопротивления скользящего контакта «наконечник мундштука сварочного оборудования – проволока» и защита от коррозии. Однако наличие меди на поверхности имеет ряд недостатков [2, 3]: возрастает разбрызгивание металла при сварке, ухудшается качество шва, увеличивается расход проволоки, ускоряется износ сварочного оборудования, ухудшается здоровье сварщиков и состояние окружающей среды.

Для компенсации перечисленных негативных эффектов от загрязнения поверхности проволоки производят ее перемотку с мотков на кассеты для сварочного оборудования с одновременной очисткой механическим, химическим (электрохимическим) или индукционным способом. Однако у механического и химического основными недостатками являются низкое качество обработанной поверхности и негативное воздействие на окружающую среду, а у индукционного – высокое энергопотребление. Кроме того, недостатком этих методов является то, что изделия вскоре после очистки начинают снова интенсивно корродировать в атмосфере.

В связи с этим необходимы недорогие (как по стоимости, так и в эксплуатации) установки для очистки поверхности, которые бы обеспечивали ее высокую коррозионную стойкость. Этим требованиям отвечает плазменно-дуговой способ обработки поверхности. Однако, несмотря на попытки освоения выпуска установок для плазменной очистки проволоки в России, США, Германии, Украине и ряде других стран, в настоящее время наиболее широко применяют механический и электролитический способы.

Исследования в области модифицирования поверхности металлов концентрированными потоками энергии, в числе которых очистка от окалины и органических загрязнений, ведут различные группы ученых (как отечественных, так и зарубежных) с середины XX в. Однако, несмотря на значительное количество публикаций по данной теме, как российских [4–7 и др.], так и зарубежных [8–13 и др.], в настоящее время отсутствует обобщенная методика выбора оптимальных параметров режима обработки в зависимости от металлопроката и используемого оборудования.

Перспективным, по нашему мнению, представляется электроискровой метод очистки поверхности металла, который во многом схож с электроэрозионным. Обработку производят в углеводородном газе при давлении $10^{-3}...10^{2}$ атм, в качестве источника напряжения используют высоковольтный импульсный генератор. Расстояние от электрода до обрабатываемой поверхности (разрядный промежуток) составляет от долей до нескольких миллиметров в зависимости от параметров импульсов, давления и сорта газа.

При подаче генератором импульсов напряжения между электродом и очищаемой поверхностью происходит искровой пробой и формируется проводящий плазменный канал с начальным диаметром порядка 0,1 мм. Энергия, запасенная в генераторе, выделяется в проводящем плазменном канале, за счет чего происходит его расширение, при этом диаметр увеличивается пропорционально току и длительности импульса. Температура плазмы достигает значений $3,8\cdot10^4$ К, плотность энергии – $10^6...10^9$ Дж/м^2 [14]. Энергия плазмы, передаваемая очищаемой поверхности, приводит к быстрому (за время порядка 0,1 мкс) разогреву, плавлению и испарению металла, объем которого зависит от параметров импульса и теплофизических характеристик материала.

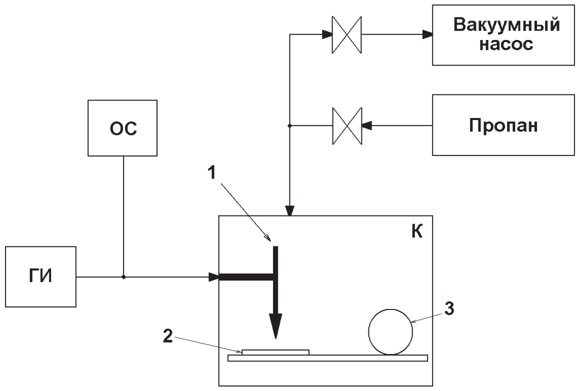


Рис. 1. *Структурная схема экспериментальной установки: 1) электрод; 2) очищаемая поверхность; 3) протяжный механизм. ГИ – генератор импульсов, К – кювета, ОС –осциллограф*

С целью определения оптимальных параметров режима очистки широко применяемой стали 08Г2С были проведены экспериментальные исследования на образцах из листового проката толщиной 4 мм. Электроискровую обработку поверхности проводили на экспериментальной установке (рис. 1). Кювету вакуумировали (1 Па), затем заполняли пропаном (C_3H_8) до атмосферного давления, при котором практически исключена утечка газа. Выбор газа обусловлен возможностью восстановления железа на поверхности металла из оксидов в результате плазмо-химических реакций. Использовали фольфрамовый и медный электроды, межэлектродный промежуток составлял 2 мм, скорость движения обрабатываемого образца – 8 мм/с, напряжение холостого хода – 40 кВ, амплитуда разрядного тока искры – 310 А. Параметры используемых генераторов в трех режимах работы приведены в табл. 1. Осциллограммы напряжения и тока, имеющие апериодический характер разряда, приведена на рис. 2.

Таблица 1. *Параметры высоковольных генераторов*

Номер режима	Энергия импульса, Дж	Длительность импульса, нс	Частота f, кГц	Полярность электрода
1	0,4	80	1,0	+
2				–
3	0,1	150	1,5	+

Измерение контактных сопротивлений проводили на экспериментальной установке [15], состоящей из модернизированного контактной машины МТТ-02, источника питания ИПТКМ-10 [16] и регистратора технологических процессов Р-3704, который представляет собой специализированный компьютер, снабженный восьмиканальным аналогово-цифровым преобразователем и восемью усилителями с программируемыми коэффициентами усиления. Регистрацию тока проводили с помощью «трансформатора тока» (пояса Роговского), регистрацию напряжения – усилителем с гальванической развязкой. Использовали сферические электроды из бронзы БрХЦр радиусом 4 мм, сила сжатия составляла 200 Н, ток – 150 А. Сопротивление определяли путем обработки измеренных параметров тока и напряжения между электродами после завершения переходных процессов во вторичном контуре (аппроксимация с последующим вычислением по закону Ома).

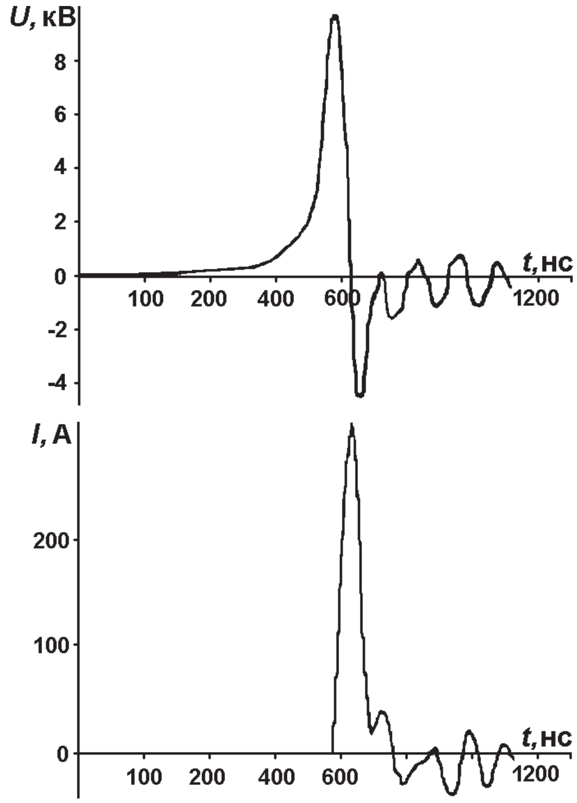


Рис. 2. *Осциллограммы напряжения и тока разрядного промежутка*

Для исследования состояния поверхности использовали металлографический микроскоп высшего класса Observer A-1m. Поверхность образцов после электроискровой обработки изучали с увеличениями от 50 до 500 крат. Количественную аттестацию поверхности в результате различной обработки определяли с помощью программы КОИ (количественной обработки изображений) [17]. Сформированную градиентную структуру изучали на поперечных сечениях образцов, залитых в обойме эпоксидной смолой. Шероховатости сформированной поверхности исследовали с применением бесконтактного оптического 3D-профилометра MICRO MEASURE 3D station, французской фирмы STIL.

Первоначально исследовали зависимость контактного сопротивления от плотности микрократеров на поверхности. Плотность микрократеров определялась количеством проходов *N* очищаемой поверхности под электродом, режимы № 1 и 2 (табл. 1). Результаты приведены на рис. 3, *а* и *б*. Контаткные сопротивления стабилизируются при плотности кратеров 208,3 мм$^{-2}$, что соответствует четырем последовательным обработкам (проходам), табл. 2. Однако их значения и величины разбросов выше, чем при механической очистке. Возможно это связанно с увеличением шероховатости поверхности при электроискровой обработке (табл. 3). С целью ее уменьшения была проведена обработка в режиме № 3 (табл. 1). Однако достичь значения контактного сопротивления, получаемого механической обработкой, не удалось (рис. 3, *в*).

Таблица 2. *Соотношения количества проходов к плотности микрократеров*

№ п/п	Энергия импульса, Дж	Электрод	Плотность кратеров при количестве проходов (*N*), мм$^{-2}$					
			1	2	4	6	10	16
1	0,4	W	56,8	108,6	208,3	283,0	462,0	727,0
2		Cu	56,8	106,3	203,2	272,7	446,4	701,7
3	0,1	W	–	170,4	326,0	468,7	–	–
4		Cu	–	170,4	319,1	457,3	–	–

Таблица 3. *Соотношение плотности кратеров и шероховатости поверхности при обработке на режиме № 1, табл. 1*

Плотность кратеров, мм$^{-2}$ (Cu)	–	56,8	108,6	208,3	283,0
Шероховатость *Ra*, мкм	2,05	4,99	3,48	1,60	6,05
Плотность кратеров, мм$^{-2}$ (W)	–	106,3	203,2	272,7	446,4
Шероховатость *Ra*, мкм	2,05	3,97	3,28	2,30	3,94

На рис. 4 приведена характерная структура поверхности после электроискровой обработки. Светлые зоны представляют собой участки без окислов, в которых произошло испарение или оплавление поверхности. Электроискровая обработка вольфрамовым анодом (рис. 4, *а*, *б*) сопровождается более высоким кратерообразованием в результате перегрева и разбрызгивания металла. Использование медного анода в процессе поверхностной обработки (рис. 4, *в*, *г*) приводит к снижению шероховатости, её сглаживанию в результате оплавления поверхности.

Количественные характеристики структуры поверхности исследуемых образцов (соотношение светлых и темных участков, процент промежуточной фазы, уровень яркости светлой фазы, уровень яркости темной фазы), полученные с помощью программы КОИ, приведены в табл. 4.

Из анализа результатов, табл. 4, следует, что с увеличением числа проходов меняются количественные характеристики структуры поверхности. При очистке поверхности в четыре прохода, независимо от материала электрода, образуется достаточное количество светлой фазы (оплавленный поверхностный слой) и шероховатость уменьшается (табл. 3). Уменьшение количества светлой фазы при шести проходах связано с образованием большого числа рассеивающих центров. Таким образом, интенсивность кратерообразования, влияющая на величину шероховатости, зависит, главным образом, от степени перегрева металла в результате увеличения плотности кратеров (количества проходов).

Таблица 4. *Количественные характеристики структуры поверхности*

Характеристики КОИ	2 прохода		4 прохода		6 проходов	
	W	Cu	W	Cu	W	Cu
% светлой фазы	14,51	35,33	24,51	24,96	14,90	7,07
% темной фазы	84,56	63,88	75,16	74,35	84,23	92,54
% промежуточной фазы	0,93	0,79	0,33	0,69	0,87	0,39

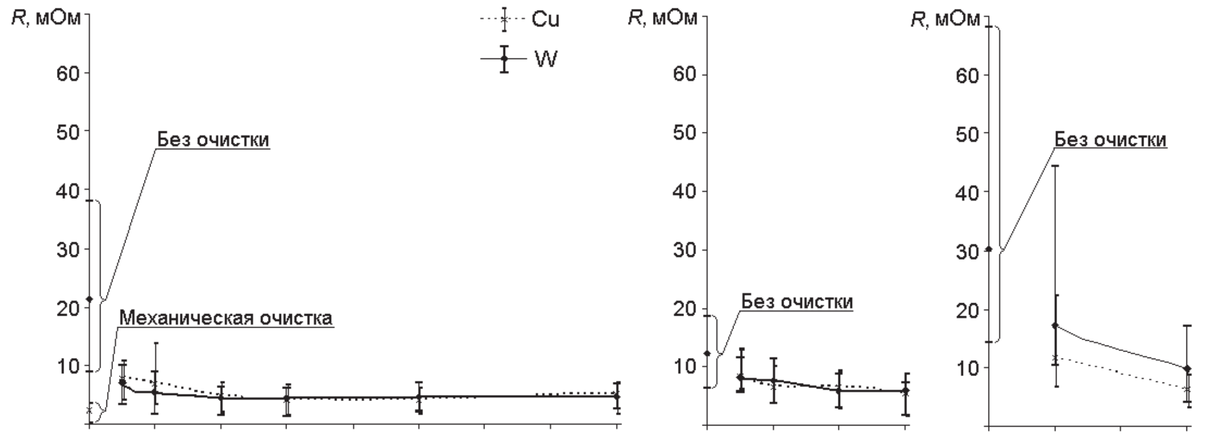


Рис. 3. *Зависимость сопротивления пластины толщиной 4 мм из стали 08Г2С от количества проходов при обработке с использованием режима (табл. 1): а) 1; б) 2; в) 3*

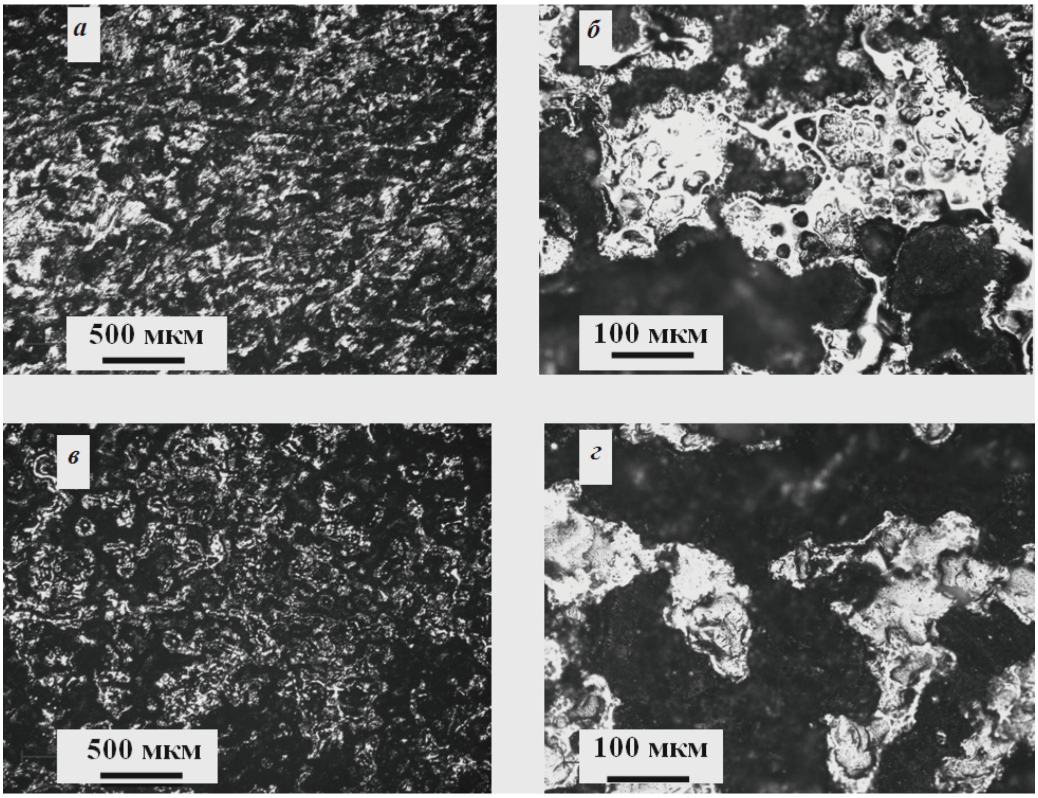


Рис. 4. *Структура поверхности стали после электроискровой обработки с использованием электродов: а, б) из вольфрама; в, г) из меди*

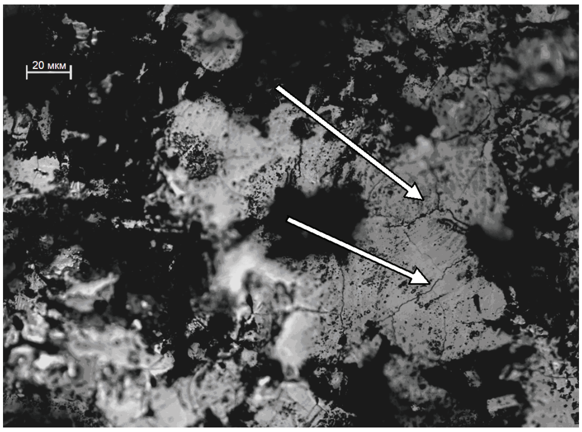


Рис. 5. *Структура поверхности, обработанной на режиме № 1, табл. 1, с использованием медного электрода (стрелками указаны микротрещины)*

Кроме того, экспериментально установленно, что электроискровая обработка с количеством проходов шесть и более (плотность кратеров 283 мм$^{-2}$ и более) приводит к образованию в оплавленном слое микротрещин (рис. 5). Их распространение начинается от твердых включений, расположенных на оплавленной поверхности и возникших в результате взрывного разбрызгивания и быстрого затвердевания расплавленного металла, обогащенного элементами материала электрода (W и Cu). Также появление трещин объясняется возникновением больших термических напряжений из-за многократного разогрева поверхности (при числе проходов больше двух). Очевидно, что для получения требуемой чистоты поверхности неоходимо провести оптимизацию технологических режимов электроискрового способа очистки поверхности.

На рис. 6 приведены фотографии поперечного сечения исследуемых образцов. Окисный слой имеет рыхлую слоистую структуру различной толщины. При электроискровом воздействии происходит постепенное его растрескивание (рис.6, *а*), что, возможно, является одним из механизмов удаления этого слоя с поверхности. В результате локального воздействия искры происходит полное удаление окисного слоя с образованием оплавленной поверхности (рис. 6, *б*). Структура оплавленного слоя имеет некоторую пористость и явно выраженную границу раздела с основным материалом подложки.

Заключение

Исследован процесс электроискровой обработки поверхности стали 08Г2С с целью удаления окисной пленки и окалины. Использование высоковольтных генераторов с энергией в импульсе 0,1...0,4 Дж (длительность – 0,1 мкс, частота следования 1,0...1,5 кГц) обеспечивает очистку поверхности металла с окисным слоем толщиной до 100 мкм, что позволяет снизить значения и разброс контактного сопротивления. Определено, что плотность кратеров 208 мм$^{-2}$ для исследованных режимов можно считать наиболее рациональной

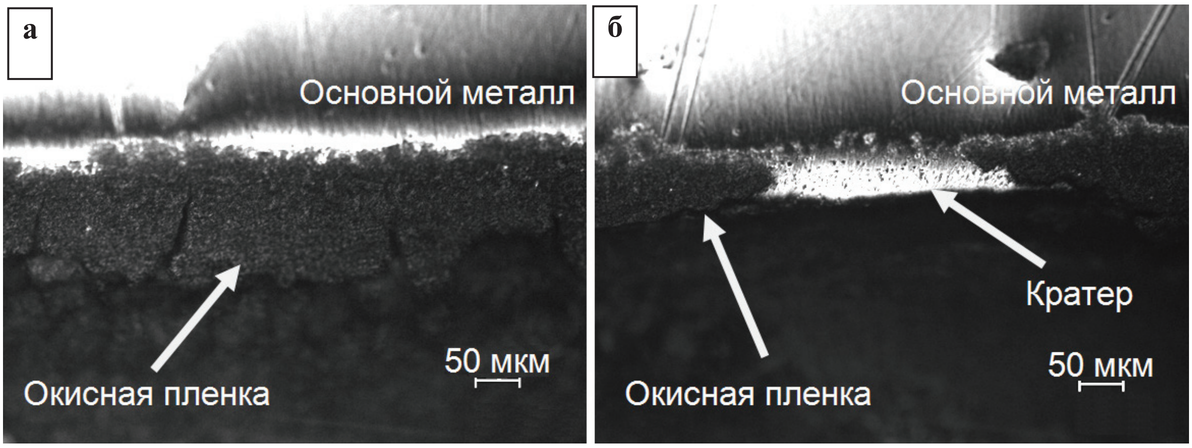


Рис. 6. *Поперечное сечение образцов: а) до обработки; б) после обработки*

(плотность энергии при этом составляет 83 Дж/мм^2), т. к. при достижении этого значения очистка поверхности максимальна, а его превышение (количество проходов более четырех) приводит к увеличению шероховатости, в обработанном слое возникают микротрещины, а контактное сопротивление изменяется незначительно. Выявление рационального диапазона режимов процесса электроискровой очистки поверхности необходимо проводить в направлении снижения энергии импульса с одновременной корректировкой его длительности и частоты следования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 2246-70. Проволока стальная сварочная. Технические условия.
2. Кононенко В.Я. Сварка и среде защитных газов плавящимся и неплавящимся электродом. – Киев: ТОВ «Ника-Принт», 2007. – 266 с.
3. Бингам Ф.Т., Коста М., Эйхснбсргср Э. и др. Некоторые вопросы токсичности ионов металлов: Пер. с англ. / под ред. Х. Зигеля, А. Зигель. – М.: Мир, 1993. – 368 с.
4. Терехов В.П. Очистка поверхности проволоки дуговым разрядом // Бюлл. ин-та «Черметинформация». – 1976. – № 7. – С. 49–50.
5. Сенокосов Е.С., Сенокосов А.Е. Плазма, рожденная Марсом // Металлоснабжение и сбыт. – 2001. – № 4. – С. 50–51.
6. Сенокосов Е.С., Сенокосов А.Е. Плазменная электродуговая очистка поверхности металлических изделий // Металлург. – 2005. – № 4. – С. 44.
7. Филиппов А.А., Гущин А.Н., Пачурин Г.В. Электронно-плазменная очистка от окалины поверхности металлопроката под калибровку // Технология металлов. – 2007. – № 1. – С. 7–10.
8. Жадкевич М.Л., Тюрин Ю.Н., Колисниченко О.В. Изменение структуры поверхностного слоя на изделиях из стали // Сварка и родственные процессы в промышленности: Докл. II научно-техн. семин. – г. Киев, 17 апреля 2007 г. – Киев: Экотехнология, 2007. – С. 60–64.
9. Тутык В.А., Балакин В.Ф., Сафьян П.П., Федорович О.А., Чигиринец Е.Э., Полозов Б.П. Модификация поверхности нержавеющих труб плазмохимическим травлением для энергетического машиностроения // Теория и практика металлургии. – 2009. – № 5–6. – С. 50–53.
10. Тутык В.А., Сафьян П. П., Динник Ю. А. Очистка поверхности нержавеющих труб для энергетического машиностроения пароплазменным разрядом // Теория и практика металлургии. – 2009. – № 5–6. – С. 71–74.
11. Кайдалов А.А. Современные технологии очистки поверхностей конструкционных материалов. – Киев: Изд-во ун-та «Украина», 2009. – 540 с.
12. Gupta P., Tenhundfeld G., Daigle E.O., Ryabkov D., Calliham B. Next Generation Cleaning & Surface Modification Technology // Wire & Cable Technology International. – 2003. – V. 31. – P. 52.
13. Andrews E.H., Daigle E.O., Popov C.C. Benefits of the Electro Plasma Processing // Wire & Cable Technology International. – 2001. – № 7. – P. 54–56.
14. Физика быстропротекающих процессов / Пер. под ред. Н.А. Златина. – М.: Мир, 1971. – Т. 1. – 519 с.
15. Слободян М.С. Управление свойствами соединений сплавов циркония. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – 108 с.
16. Способ контактной сварки и источник питания для его реализации: пат. 2236333 Рос. Федерация. № 2003103870/02; заяв. 10.02.03; опубл. 20.09.04, Бюл. № 26.
17. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2004610217. Система компьютерной обработки изображений (Система КОИ) / Ю.П. Егоров, Н.В. Мартюшев. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 19.01.2004.

Поступила 28.04.2011 г.

УДК 621.785.5;621.793

СОСТАВ, СТРУКТУРА И СВОЙСТВА ИЗНОСОСТОЙКИХ ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ НА СТАЛЯХ 65Г И 50ХГА ПРИ СКОРОСТНОМ ТВЧ-БОРИРОВАНИИ

Н.М. Мишустин, В.В. Иванайский, А.В. Ишков

ФГОУ ВПО «Алтайский государственный аграрный университет», г. Барнаул
E-mail: olg168@rambler.ru

Осуществлено скоростное борирование (1...2 мин) поверхности сталей 65Г и 50ХГА на глубину до 800 мкм при ТВЧ-нагреве образцов, покрытых составами на основе плавленого боратного флюса для индукционной наплавки П-0,66, карбида бора, аморфного бора и различных активаторов. С помощью методов рентгенофазового, микрорентгеноспектрального анализа и металлографических исследований установлены состав и строение получающихся покрытий. Исследовано распределение микротвердости покрытий по глубине и определена их износостойкость.

Ключевые слова:
Борирование, ТВЧ-нагрев, бор, карбид бора, железо-боридная эвтектика, почвообрабатывающие органы сельхозтехники.

Key words:
Borating process, RFC-heating, boron, carbide of boron, iron-boric eutectic, soil-cultivating instruments of agricultural machinery.

Введение

Для улучшения физико-механических характеристик поверхности различных деталей, их поверхностного упрочнения, повышения срока службы в машиностроения широко применяются методы химико-термической обработки, заключающиеся в одновременном воздействии на стальные поверхности температурных градиентов и веществ, химически реагирующих с материалом детали [1]. Среди таких процессов особое место занимают технологии насыщения поверхностного слоя сталей бором – борирование. При борировании на поверхности стальной детали получают протяженные (до 500...800 мкм) слои, отличающиеся высокой твердостью и прочностью, стойкостью к коррозии, абразивной стойкостью и высоким сопротивлением изнашиванию [2]. Однако большинство из известных процессов борирования (печное, газовое, электролитическое) длительны, трудоемки, не автоматизированы и плохо встраиваются в технологические схемы современных производств [3].

Интенсификация процессов химико-термической обработки и, в частности, борирования, может осуществляться с применением технологий кратковременного, высокоскоростного нагрева поверхности стальной детали с нанесенным на нее борирующим составом токами высокой частоты (ТВЧ-борирование) до температур образования новых фаз и эвтектик (1100...1350 °С) в системах Fe-B, Fe-B-C и Fe-Me-B-C, где Me – это легирующий элемент из группы Cr, Mn, Ni и т. п. [3]. Ранее нами были рассмотрены физико-химические и некоторые технологические основы получения боридных покрытий на легированных сталях при их скоростном борировании [4], а также их использование для увеличения срока службы почвообрабатывающих органов сельхозтехники [5]. Для дальнейшего совершенствования нового процесса скоростного ТВЧ-борирования требуется систематическое исследование структуры и свойств образующихся износостойких покрытий на различных сталях, а также происходящих при ТВЧ-борировании тепло- и массообменных процессов.

Целью настоящей работы являлось исследование состава, структуры, износостойкости и твёрдости покрытий, полученных на сталях 65Г и 50ХГА при скоростном ТВЧ-борировании.

Экспериментальная часть

Объектом исследования были выбраны образцы из легированных углеродистых сталей 65Г и 50ХГА (ГОСТ 14959-79). В качестве борирующих агентов использовали технический карбид бора B_4C по ГОСТ 5744-85 и аморфный бор квалификации «х.ч.». В качестве флюса использовали состав для индукционной наплавки (флюс П-0,66), состоящий из прокаленной буры, борного ангидрида, силикокальция и сварочного флюса АН–348А, взятых в соотношении, мас. %: 30 – $Na_2B_4O_7$, 20 – B_2O_3, 10 – $CaSi_2$ и 40 – АН-348А. Активаторами борирования служили CaF_2 и NH_4Cl квалификации «х.ч.».

Борирующие смеси, содержащие флюс, агент борирования и активатор, свободно наносили на образцы размером 30×50×3 мм с поверхности которых, предварительно была удалена окалина механическим способом (шлифованием), вырубленные из стали, и закрепляли на них с помощью жидкого стекла или казеинового клея (1,5...2 %), вводимых в состав за счет уменьшения количества флюса.

Нагрев подготовленных образцов осуществляли в петлевом водоохлаждаемом медном индукторе диаметром 160 мм, подключенном к высокочастотному ламповому генератору ВЧГ 7-60/0,066. Настройка контура и геометрия индуктора обеспечивали нагрев исследуемых образцов до температуры 1300...1350 °С в течение 40...60 сек, с последующей выдержкой при заданной температуре. После выдержки при указанной температуре в течение определенного времени образцы вынимались из индуктора, и остывали на спокойном воздухе до температуры 20 °С.

Элементный состав покрытий устанавливали с помощью микрорентгеноспектрального анализа (растровый электронный микроскоп Philips SEM 515, микроанализатор EDAX ECON IV – оборудование ТРЦКП ТГУ, г. Томск). У полученных покрытий исследовали микроструктуру и толщину борированного слоя (травление – 5%-й спиртовой раствор HNO_3, металлографический микроскоп МИМ-7), микротвердость (твердомер ПМТ-3, нагрузка 50, 100 г), фазовый состав (дифрактометр ДРОН-6, рассеянное Co-K_α-излучение, скорость углового перемещения образца 1 град/мин – оборудование ПНИЛ СВС АлтГТУ им. И.И. Ползунова», г. Барнаул), и интенсивность изнашивания (ГОСТ 23.208-79, ГОСТ 23.224) при трении о нежестко закрепленные абразивные частицы электрокорунд зернистостью 16-П по (ГОСТ 3647-80) с относительным содержанием влаги не более 0,15 %.

Результаты и их обсуждение

В предварительных экспериментах при нанесении на очищенную стальную поверхность только одного борирующего агента (B_4C или $B_{аморфн.}$), ее индукционном нагреве до 1200...1300 °С и различном времени выдержки, нами были получены лишь островковые двухфазные ($FeB + Fe_2B$) боридные покрытия толщиной 5...15 мкм, что не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к почвообрабатывающим органам [6]. Для лучшего раскисления, удаления окисных пленок и перевода твердофазного процесса в квазижидкостное борирование в состав борирующих обмазок был введен плавленый флюс для индукционной наплавки П-0,66, приготовленный по методике, описанной в [3]. Состав исследованных смесей приведен в табл. 1.

Известно, что когда температура борирования превышает 1100...1200 °С, вследствие начинающихся процессов роста и распада зёрен основных фаз, распад и диспропорционирование карбидов и другие аналогичные процессы в сталях, скорости борирования возрастают в 2...4 раза при увеличении температуры на каждые 15...20 °С, и процесс переходит из диффузионной стадии в стадию химической реакции. Так при температуре 1200...1300 °С, по данным [7–9], удается за несколько минут получить толщину однофазного боридного слоя до 0,2...0,4 мм, при этом нагрев детали осуществляется специальной термитной смесью.

Таблица 1. *Состав борирующих смесей, мас. %*

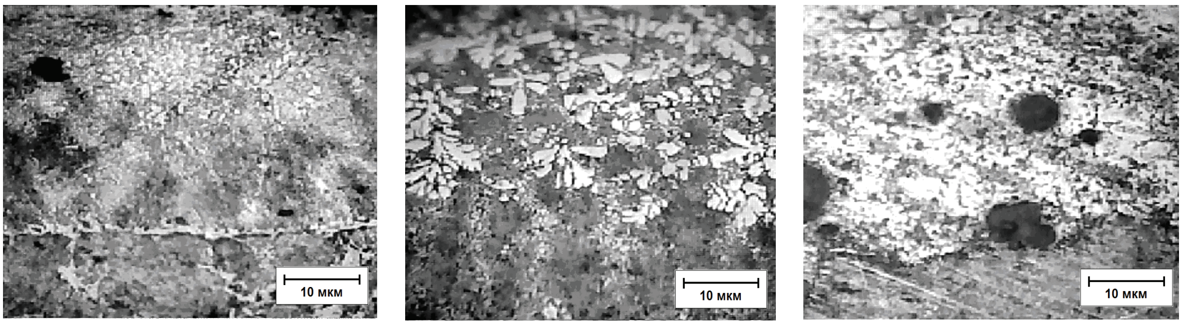
Смесь	Борирующий агент	Активатор	Флюс П-0,66
I	B_4C (90)	–	10
Ia	B_4C (84)	NH_4Cl (6)	10
II	B_4C (84)	–	16
IIa	B_4C (90)	CaF_2 (5)	5
III	B (90)	–	10
IIIa	B (90)	CaF_2 (5)	5

Было установлено, что при скоростном ТВЧ-нагреве образцов из стали 65Г и 50ХГА, покрытыми борирующими составами при выбранных параметрах процесса (T=1200...1300 °С, выдержка 1 мин), образуются покрытия, по внешнему виду напоминающие наплавленный твердый сплав. Их рентгенофазовый и микрорентгеноспектральный анализ показал присутствие следующих фаз: α-Fe, FeB и Fe_2B (с выраженным преобладанием Fe_2B), то есть при ТВЧ-нагреве легированных углеродистых сталей под слоем флюса П-0,66, содержащего от 84 до 90 % борирующих агентов на их поверхности, образуются сложные боридные покрытия.

Для выяснения фазового состава и структуры полученных слоев, а также состояния боридов в них были получены микрофотографии травленых шлифов (рис. 1–3).

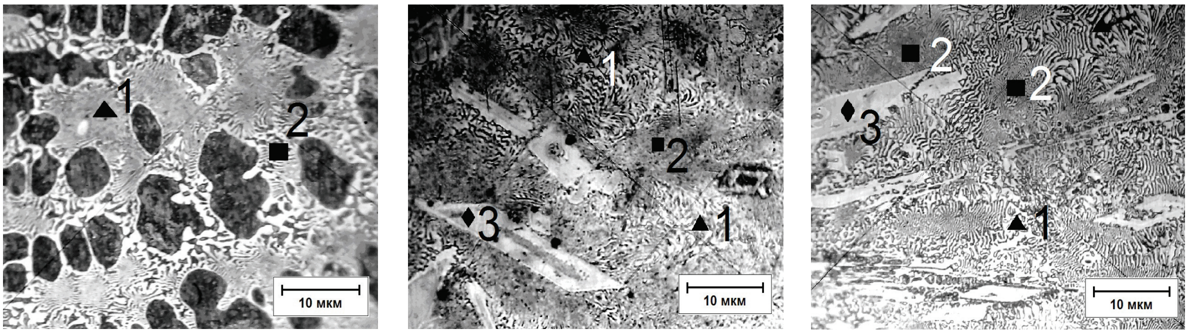
Как видно из рис. 1, при выбранных температурных условиях и времени борирования структура и состояние границы полученных износостойких слоев на стали 65Г отличаются, но во всех случаях, в отличие от классических боридных иглообразных двухфазных слоев, на поверхности образуется более стойкая в условиях тяжелого абразивного, знакопеременного и ударного износа пластичная боридная эвтектика с выраженной (*а*, *в*) или диффузионной (*б*) границей. Изменений структуры основного металла из-за перегрева не наблюдается [8].

На образцах из стали 65Г за 1 мин при ТВЧ-нагреве образуются боридные покрытия трех типов. Так, для смесей, содержащих в качестве борирующего агента одинаковое количество карбида бора, схожее количество флюса и отличающихся только нали-



а *б* *в*

Рис. 1. *Структура боридных покрытий на стали 65Г, полученных за 1 мин из различных смесей: а) I; б) IIa; в) IIIa*



а *б* *в*

Рис. 2. *Структура боридных покрытий на стали 65Г, полученных за 1,5 мин из различных смесей: а) I; б) IIа; в) IIIа*

чием активатора (NH_4Cl, CaF_2), способствующего усилению обратимых диффузионных процессов, особенно при низких температурах, в начале процесса борирования, наблюдается образование зернистой эвтектической структуры со следовыми включениями фазы Fe_2B. Микротвердость такого покрытия не выше 700...750 *HV*, толщина слоя до 100 мкм, и наблюдается четко различимая граница раздела покрытия с основным металлом (рис. 1, *а*).

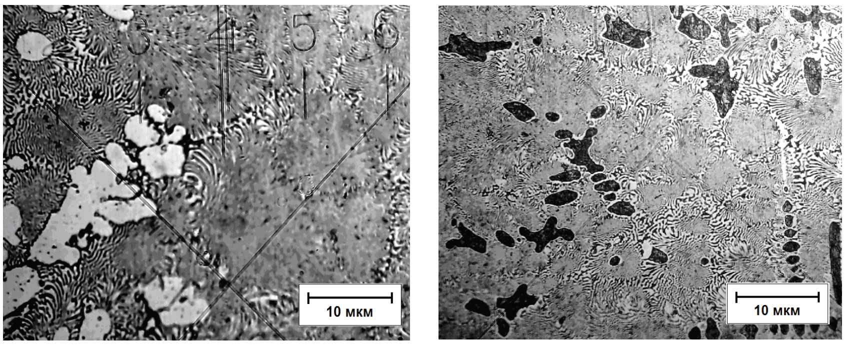
Для смеси II без активаторов, в покрытии наблюдается выраженный рост дендритов, островов и друз фазы FeB в матрице из Fe_2B и железо-боридной эвтектики, микротвердость покрытия достигает 1100...1250 *HV*, толщина слоя до 200 мкм. Покрытие характеризуется диффузной границей раздела с основным металлом (рис. 1, *б*).

Самыми реакционноспособными оказались смеси на основе аморфного бора (рис. 1, *в*), так в смеси IIIа, содержащей дополнительно 5 % активатора CaF_2 и 5 % флюса, за 1 мин толщина слоя составила 600...750 мкм, при микротвердости 2200...2300 *HV*. Основная структура представляет собой переплавленную гомогенизированную железо-боридную эвтектику с включением, в качестве основной фазы FeB, образовавшуюся с такой скоростью, что из расплава при его затвердевании не успели выделиться частицы шлака. Покрытие характеризуется наличием выраженной границы раздела с основным металлом.

Боридные покрытия, полученные при ТВЧ-нагреве этих же образцов в течение 1,5 мин имеют иную структуру (рис. 2).

Как следует из рис. 2, при таких условиях борирования образуются структуры двух типов. Так в покрытии, полученном при ТВЧ-нагреве из смеси, содержащей карбид бора и флюс П-0,66 без активаторов, наблюдается разрастание ледебуритоподобной железоборидной эвтектики, которая имела мелкозернистую структуру на образцах, выдержанных при температуре 1200...1300 °C в течение 1 мин, причем состав эвтектики изменяется в более светлых и темных участках. В эвтектической матрице наблюдаются равномерно распределенные замкнутые карбидные области (рис. 2, *а*). Микротвердость образующегося покрытия 1450...1600 *HV*, а толщина – до 300...350 мкм.

Введение в состав борирующей смеси активатора CaF_2 и (или) замена карбида бора более активным $B_{аморфн}$ приводит к появлению в железо-боридной матрице новых фаз – пластинчатых кристаллов смешанных карбоборидов Mn и Fe (рис. 2, *б*, *в*). Микротвердость таких покрытий на стали 65Г достигает максимальных значений 2250...2350 *HV*, а толщина 600...800 мкм. Покрытия обоих типов имеют сглаженную границу с основным металлом, вызванную его частичным подплавлением, вследствие усиленного прогрева токами высокой частоты и теплом происходящих при борировании химических реакций.



а *б*

Рис. 3. *Структура боридных покрытий на стали 50ХГА, полученных за 2 мин из различных смесей: а) I; б) IIа*

На рис. 3 приведены типичные структуры боридных покрытий, полученных при ТВЧ-нагреве стали 50ХГА под борирующей обмазкой на основе B_4C и флюса П–0,66 без активатора (рис. 3, *а*), и в присутствие 5 % фторида кальция (рис. 3, *б*). Основой (матрицей) износостойкого покрытия в обоих случаях является железо-боридная эвтектика, однако для этой стали доля более твердых светлых областей в ее объеме значительно меньше, чем на образцах стали 65Г, борированных в течение 1 и 1,5 мин.

В структурах первого типа (рис. 3, *а*) в покрытии хорошо видны острова и друзы упрочняющей фазы FeB, подобные структуре на рис. 1, *б*. Микротвердость этих участков достигает 2100...2200 *HV*, а твердость матрицы, образующейся при ТВЧ-борировании стали 50ХГА составляет 1700...1800 *HV*, что на 100...200 ед. выше, чем для стали 65Г, толщина образующегося покрытия наоборот, несколько меньше, и составляет 450...600 мкм. Введение активатора CaF_2 ускоряет процесс, за 2 мин в покрытии не успевают образовываться включения боридов железа, а в железо-боридной матрице видны карбидные области, подобные приведенным на рис. 2, *а*, однако их площадь и общая доля в структуре заметно меньше (рис. 3, *б*). Микротвердость такого покрытия 1300...1400 *HV*, а толщина – 450...600 мкм.

Проведенный микрорентгеноспектральный анализ позволил установить состав основных фаз износостойких боридных покрытий (на рис. 2 отмечены специальными значками с цифрой), получающихся при ТВЧ-борировании исследованных сталей (табл. 2). Как следует из данных табл. 2, в состав основной матричной и упрочняющих фаз всех исследованных покрытий, помимо железа и бора входит углерод, причем его доля колеблется от 13,4 до 28 мас. %, что отвечает углеродным фазам от цементита и карбоборидов Fe до специальных карбидов и специальных карбоборидов Fe, Mn и Cr. Такой состав фаз в полученных покрытиях хорошо согласуется с известной диаграммой состояния тройной системы Fe-C-B, изотермические сечения которой при 900, 1000 и 1080 °С приведены в [10]. Основными равновесными фазами в системе Fe-C-B при содержании углерода до 25 а бора до 35 мас. %, по данным этой работы, являются диборид железа FeB_2, цементит Fe_3C, борированный цементит $Fe_3(C,B)$ и специальный борированный карбид $Fe_{23}(C,B)_6$. В случае же осуществления высокоскоростного процесса ТВЧ-борирования создаются условия для образования метастабильных фаз, фаз переменного состава и твердых растворов бора и углерода в железе (табл. 2). Фазы аналогичные по составу указанные авторами работы [10] были обнаружены и у наших образцов (расчёт брутто-формулы произведён по величинам атомных процентов). В пользу этого свидетельствуют и данные рентгенофазового анализа (идентификация проведена по картотеке JCPDS), объективно подтверждающие существование во всех полученных покрытиях только фазы FeB_2 и ее кристаллохимического димера – Fe_2B_4 (рис. 4).

Таблица 2. *Результаты микрорентгеноспектрального анализа основных фаз в боридных покрытиях на стали 65Г и 50ХГА*

Обозначение фазы, элементы	Описание фазы, ее морфология	Элемент состав, %		Химическая формула
		весовой	атомный	
■2 – Fe, C, B	Матрица – серое поле в ледебурито-подобной эвтектике	Fe – 57,25 C – 28,02 B – 14,73	21,72 49,42 28,86	$FeC_{2,3}B_{1,3}$
■2* – Fe, C, B	То же	Fe – 64,31 C – 22,30 B – 13,38	27,12 43,73 29,15	$FeC_{1,6}B_{1,1}$
▲1 – Fe, C, B	Упрочняющая фаза – светлые области эвтектики	Fe – 50,63 C – 23,11 B – 26,25	17,24 36,59 46,17	$FeC_{2,1}B_{2,7}$
♦3 – Fe, Mn(Cr), C, B	Упрочняющая фаза – пластинчатые кристаллы или иглы	Fe – 64,70 Mn(Cr) – 1,21(1,35) C – 23,01 B – 11,08	28,11 0,54(0,62) 46,49 24,87	$Fe_{58}MnC_{96}B_{51}$ $Fe_{58}CrC_{96}B_{51}$
♦3* – Fe, C	Упрочняющая фаза – темные замкнутые области	Fe – 86,60 C – 13,40	58,15 41,85	$Fe_{1,4}C$

*Примечание: * – данные для аналогичной фазы в покрытии, полученном на стали 50ХГА.*

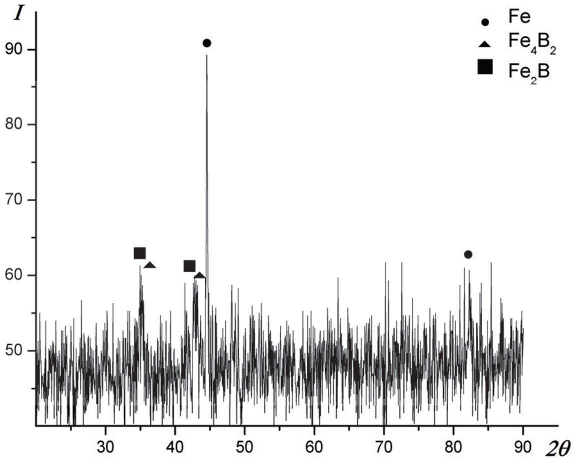


Рис. 4. *Рентгенограмма боридного покрытия, полученного на стали 65Г за 1,5 мин из смеси IIа*

Исследование распределения микротвердости полученных покрытий по глубине показало наличие в них, более твердого поверхностного слоя и менее твердого слоя, лежащего под ним, протяженность и характеристики которых различаются (рис. 5). Измерение микротвёрдости проводилось по среднему значению в приделах площади одного отпечатка.

Существование такой слоистой структуры в полученных покрытиях в нашем случае объясняется не наличием двух фаз FeB и Fe_2B, расположенных в материале друг за другом [7], а различающимся содержанием основной упрочняющей фазы по глубине покрытия. Об этом свидетельствуют как структура полученных покрытий (рис. 1–3), так и зависимость толщины, твердости и износостойкости покрытий, образующихся на почвообрабатывающих органах, выполненных в промышленных условиях из сталей 65Г и 50ХГА за различное время из обмазки на основе B_4C без активаторов (табл. 3).

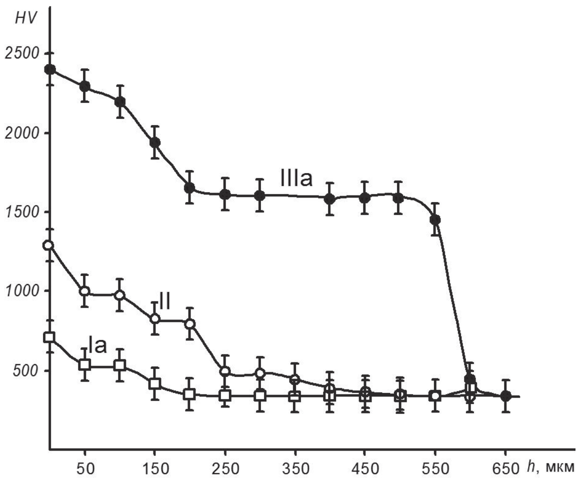


Рис. 5. *Распределение микротвердости по глубине покрытий, полученных из различных борирующих смесей на стали 65Г за 1 мин*

Таким образом, хотя наиболее эффективной в процессе высокоскоростного ТВЧ-борирования оказалась обмазка на основе состава IIIа, содержащая аморфный бор, который в присутствии флюса П-0,66 и активатора CaF_2 образует с основным металлом самые протяженные и твердые покрытия, однако из-за наличия выраженной границы раздела с основным металлом, наличием в покрытии остатков флюса и высокой стоимости аморфного бора для получения износостойких покрытий при ТВЧ-нагреве следует рекомендовать обмазки на основе составов с карбидом бора и флюса П–0,66 и проведение процесса борирования в течение 1...1,5 мин.

Таблица 3. *Некоторые свойства износостойких покрытий*

Состав обмазки (B_4C:флюс П-0,66), мас. %	Материал основы	τ, мин	h, мкм	HV	W, мг
84:16	65Г	1	260	2300	100
		2	280	1060	150
90:10	50ХГА	1	160	1000	200
		2	190	1100	300
84:16	50ХГА	1	100	950	600
		2	150	1100	300
90:10	65Г	1	280	2150	150
		2	350	2200	250

Примечание: τ – время выдержки детали в индукторе при 1250...1300 °С; h – толщина упрочняющего боридного покрытия; HV – микротвердость рабочей поверхности, измеренная на ПМТ-3 при нагрузке 100 г; W – весовой износ образца на 10 км м пути при трении о нежестко закрепленные абразивные частицы.

Выводы

1. Введение в состав борирующих обмазок, содержащих B_4C, $B_{аморфн.}$, активаторы NH_4Cl, CaF_2 плавленного флюса для индукционной наплавки П-0,66 позволяет перевести процесс борирования из твердой в квазижидкую фазу и значительно увеличить его скорость.
2. Показано, что в оптимальных условиях на поверхности сталей 65Г и 50ХГА образуются износостойкие покрытия, состоящие из упрочняющих фаз (цементит, бориды Fe_2B и Fe_2B_4, карбобориды Fe и специальные карбиды и карбобориды Fe, Mn и Cr), распределенных в матрице железо-боридной эвтектики, с толщиной от 100 до 800 мкм, микротвердостью от 700 до 2350 *HV*, износ которых при трении о незакрепленный абразив составляет от 100 до 600 мг на 10000 м пути, в зависимости от природы борирующего агента, состава обмазки, времени выдержки и химического состава стали.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 11-08-98016-р_сибирь_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шитов А.Н., Веденеев А.А. Влияние различных факторов на изнашивание рабочих органов почвообрабатывающих машин // Ремонт, восстановление, модернизация. – 2002. – № 7. – С. 21–23.
2. Сидоров С.А. Технический уровень и ресурс рабочих органов сельхозмашин. // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1998. – № 3. – С. 29–33.
3. Ткачев В.Н., Фиштейн Б.Ч., Казинцев Н.В., Алдырев Д.А. Индукционная наплавка твердых сплавов. – М.: Машиностроение, 1970. – 184 с.
4. Иванайский В.В., Ишков А.В., Кривочуров Н.Т. и др. Влияние природы борирующего агента, флюсов и активаторов на характеристики покрытий, полученных при скоростном борировании легированных сталей // Ползуновский вестник. – 2010. – № 3. – С. 201–203.
5. Ишков А.В., Кривочуров Н.Т., Мишустин Н.М. и др. Износостойкие боридные покрытия для почвообрабатывающих органов сельхозтехники // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2010. – № 9. – С. 71–74.
6. Химико-термическая обработка металлов и сплавов / Справочник под редакцией Л.С. Ляховича. – М.: Металлургия, 1981. – 424 с.
7. Ворошнин Л.Г., Ляхович Л.С. Борирование стали. – М.: Металлургия, 1978. – 239 с.
8. Белый А.В., Карпенко Г.Д., Мышкин К.Н. Структура и методы формирования износостойких поверхностных слоев. – М.: Машиностроение, 1991. – 208 с.
9. Гурьев А.М., Козлов Э.В., Игнатенко Л.Н., Попова Н.А. Физические основы термоциклического борирования. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2000. – 216 с.
10. Фомичев О.И., Катков В.Ф., Кушнерева А.К. Исследование тройной диаграммы Fe-Fe_2B-Fe_3C // Журнал физической химии. – 1978. – Т. 52. – № 9. – С. 2240–2243.

Поступила 02.03.2011 г.

УДК 621.793:615.461–089.819.843

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ КАЛЬЦИЙ-ФОСФАТНЫХ ПОКРЫТИЙ МЕТОДОМ ВЧ МАГНЕТРОННОГО НАПЫЛЕНИЯ НА ИМПЛАНТАТАХ

С.И. Твердохлебов, Е.В. Шестериков, А.И. Мальчихина

Томский политехнический университет
E-mail: tverd@tpu.ru

Тонкие кальций-фосфатные покрытия сформированы на титановых моделях медицинских изделий методом высокочастотного магнетронного напыления. Микроскопические исследования покрытий показали, что они визуально сплошные, без видимых пор и микротрещин. Подтверждено, что нанотвердость и модуль Юнга магнетронных кальций-фосфатных покрытий, нанесенных на поверхность с большой исходной шероховатостью, равны 10 и 113 ГПа, соответственно. Определены особенности формирования покрытий на имплантатах, выработаны рекомендации для разработки технологической оснастки.

Ключевые слова:
Высокочастотное магнетронное напыление, гидроксиапатит, имплантаты.

Key words:
Radio frequency magnetron sputtering, hydroxyapatite, implants.

Введение

Современные медицинские технологии позволяют восстанавливать и заменять поврежденные органы и части тела с помощью разнообразных имплантатов. Для повышения эффективности имплантатов, применяемых в восстановительной хирургии и стоматологии, необходимо улучшать их биосовместимые свойства. Прогресс в этом направлении возможен при использовании композиционных материалов, к которым можно отнести разрешенные к применению в медицине металлы и керамики с нанесёнными на них биосовместимыми покрытиями.

Основными методами, используемыми в настоящее время для формирования биосовместимых покрытий на медицинских материалах, являются: плазменное напыление [1], микродуговое оксидирование [2], методы, основанные на кристаллизации покрытий из различных растворов [3]. Каждый из перечисленных методов имеет свои ограничения: например, плохая адгезия покрытий к подложке, невозможность регулировать их элементный состав, ограниченность в выборе материала подложки для формирования покрытия (так микродуговым оксидированием невозможно получить покрытие на поверхности нержавеющей стали) и т. д.

При выборе материалов для изготовления имплантатов, а также метода формирования покрытия, необходимо учитывать область их клинического применения. Для реконструктивной хирургии представляют интерес кальций-фосфатные покрытия, повышающие прочность сцепления имплантатов с костной тканью, усиливающие их способность к остеоиндукции и остеокондукции. Но с увеличением толщины кальций-фосфатного покрытия (в диапазоне до 100 мкм) возрастает его биоактивность, способность к остеоиндукции и остеокондукции, но падает его механическая прочность. В связи с этим, разработка методов формирования тонких биопокрытий, оптимально сочетающих биоактивность и механическую прочность, является актуальной задачей медицинского материаловедения.

В качестве материала для получения биопокрытий на металлических имплантатах для стоматологии и ортопедии традиционно используется гидроксиапатит (ГА) – $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$; $Ca_5(PO_4)_3OH$, который является основным минеральным компонентом костной ткани. Выбор метода высокочастотного (ВЧ) магнетронного напыления [4–6] для получения покрытий на имплантатах обусловлен тем, что распылять ГА, который является диэлектриком, эффективно можно только на высокой частоте. Как показывают исследования, использование метода магнетронного напыления обеспечивает получение высокой адгезионной прочности между материалом – основой и покрытием, покрытия близки по стехиометрическому составу к составу исходной мишени. Метод магнетронного напыления является гибким, так как позволяет варьировать элементный состав покрытия путём изменения либо состава исходной мишени для распыления, либо параметров напыления (мощность разряда, рабочий газ и др.). В работе [7] была показана перспективность данного метода для нанесения покрытий на микровинты и минипластины для черепно-лицевого остеосинтеза, проволоку для остеосинтеза, стенты и другие малоразмерные имплантаты сложной формы, что позволило сделать выбор моделей медицинских изделий для исследований особенностей формирования на них тонких кальций-фосфатных покрытий.

Материалы и методы

Для выбора материалов, конструкции и типоразмеров моделей имплантатов, на которые будут наноситься кальций-фосфатные (КФ) покрытия, были проведены маркетинговые исследования рынка дентальных имплантатов, мини- и микропластин, имплантатов мелких суставов. За прототип для моделей дентальных имплантатов были взяты имплантаты PITT-EASY (фирма ORALTRONICS Dental Implant Technology GmbH) (∅4 мм, длиной l=16 мм), материал – титан ВТ1-0. На резьбе некоторых моделей фрезеровались самонарезающие кромки. Модели минипластин (размерами 20×4×0,5 мм с 4-мя отверстиями ∅1,8 мм или типа 505.00 Конмет – прямые длинные 4 отверстия) и минивинтов (М1,5, l=8 мм) изготавливались из титана ВТ1-0. Модели эндопротезов мелких суставов (ножка эндопротезов, на которую и наносится биопокрытие) изготавливались из керамики Al_2O_3: М6, l=20 мм, структурированная поверхность (углубления и выступы) изготавливалась в виде резьбы М6×1. Также для нанесения КФ покрытий методом ВЧ напыления использовались спицы из нержавеющей стали (∅2 мм, l=370 мм) производства ВНИПИМИ (г. Казань).

Перед нанесением покрытий модели имплантатов проходили следующие этапы очистки: отмывка в ультразвуковой ванне, пескоструйная обработка, химическая очистка. Для повышения биосовместимости перед нанесением магнетронных КФ покрытий металлические модели имплантатов из титана оксидировались на установке «Плазма 600» при давлении рабочего газа (O_2) 10 Па, удельной мощности ВЧ разряда (13,56 МГц) 4 Вт/см^2. Спицы из нержавеющей стали оксидировались методом нагрева электрическим током и последующего резкого охлаждения в деионизованной воде.

Для нанесения тонких кальций-фосфатных покрытий на модели медицинских изделий использовалась промышленная установка «Катод 1М», в вакуумной камере которой размещен штатный высокочастотный магнетронный источник, мишень из порошкообразного синтетического гидроксиапатита дисперсность <63 мкм. Ранее было показано, что адгезионная прочность тонких кальций-фосфатных покрытий толщиной до 1,6 мкм выше, чем у покрытий большей толщины [7]. Тонкие покрытия способны выдерживать без разрушения значительные деформации изгиба. Поэтому режимы напыления были выбраны такими, чтобы толщина покрытий, наносимых на модели имплантатов, была меньше 1,6 мкм: предельное давление в камере $5\cdot10^{-4}$ Па (безмасляный вакуум); рабочее давление Ar – $3\cdot10^{-1}$ Па; удельная мощность ~20 Вт/см^2; расстояние от мишени до образцов 50 мм; время напыления 2 и 4 ч.

Механические характеристики покрытий определялись на нанотвердомере «Nano Hardness Tester NHT-S-AX-000X» (CSEM, ЦИСМ ТПУ). Исследование морфологии поверхности покрытий, определение параметров шероховатости проводилось методом трехмерной бесконтактной профилометрии на «MICRO MEASURE 3D Station» (ЦИСМ ТПУ). Изучение морфологии поверхности в наномасштабе проводилось методом сканирующей электронной микроскопии на микроскопе «JSM-7500FA» (JEOL, Наноцентр ТПУ), который позволяет разрешить различные фазы материала на глубине до 10 нм и на глубине до 100 нм, провести энергодисперсионный элементный анализ (EDS, ЭДА) с учетом ZAF-приближения. Контроль внешнего вида покрытий, прочности сцепления покрытий методом изгиба для пластин, методом нанесения сетки царапин для пластин, шеек дентальных имплантатов, головок минивинтов, методом нагрева и методом протирания проводился в соответствии с ГОСТ 9.302-88.

Оценка функциональных свойств покрытий была основана на измерении электрического пробивного напряжения в соответствии с ГОСТ 9.302-88, Приложение 9, п. 4. Так как в процессе операции имплантаты подвергаются определенным механическим воздействиям, то проводилось моделирование медицинской технологии. В качестве имитатора кости был выбран самшит (*buxus sempervirens* с твёрдой как кость, очень тяжёлой древесиной, уд. вес (0,99...1,33)$\cdot10^3$ кг/м^3), который в отличие от пластических масс имеет характерную для древесины волокнистую структуру, в большей степени соответствующую структуре костной ткани. После механического воздействия на имплантат в месте воздействия контролировались внешний вид покрытия, морфология поверхности в наномасштабе, функциональные свойства покрытий.

Результаты и их обсуждение

Внешний вид покрытий, нанесённых на модели медицинских изделий, проводился в сравнении с контрольными образцами без покрытия. Покрытия на металлических образцах визуально получались равномерные, без трещин, раковин, сколов, отслоений (вздутий), однородные по цвету (тёмно-серо-зеленые с фиолетово-красным отливом). С увеличением времени напыления однородность покрытия возрастает.

При напылении в стационаре на модели минипластин КФ покрытие наносилось и на боковые грани пластин и отверстий, просверленных в них; на модели минивинтов и дентальных имплантатов – на всю поверхность резьбы, торцы и цилиндрические части изделий. На моделях керамических эндопротезов мелких суставов в стационарном режиме не удалось получить однородное КФ покрытие. Это объясняется тем, что в скрещенных электрических и магнитных полях заряженная частица одновременно участвует в различных дрейфовых движениях, скорость которых зависит от массы и заряда частиц, и при больших неровностях на подложке проявляется «теневой эффект». Следовательно, при ВЧ магнетронном напылении КФ покрытий на изделия с размерами ≥5 мм, имеющими развитую поверхность, необходимо производить вращение и перемещение изделий в плазме ВЧ магнетронного разряда. Внешний вид покрытия после моделирования медицинской технологии на моделях минипластин, минивинтов и дентальных имплантатов не изменялся.

В экспериментах средняя скорость роста КФ пленок, усредненная по всей площади магнетронного разряда для всех изделий, составляла

0,143 мкм/ч. Скорость роста плёнки линейно зависит от мощности разряда, а её постоянство зависит от выбора рабочих режимов [8]. Сильная взаимосвязь параметров работы магнетрона затрудняет достижения требуемой при производстве изделий точности воспроизведения характеристик покрытия, в первую очередь, его толщины. Поэтому при магнетронном напылении управление толщиной покрытия за счёт времени его напыления бывает затруднено. Следовательно, при производстве изделий целесообразно использовать прямые методы измерения толщины наносимых покрытий, например, интерференционный лазерный контроль.

На установке «MICRO MEASURE 3D Station» с учетом её технических возможностей удалось провести исследование морфологии поверхности покрытий, определение параметров шероховатости покрытий на моделях минипластин и минипластинах, моделях дентальных имплантатов (шейка имплантата), а также образцов с покрытиями после растворения в условиях их 7-дневного культивирования в 0,9 % водном растворе стерильного хлорида натрия согласно требованиям ГОСТ Р ИСО 10993.5-99. Перед нанесением покрытия изделия из титана подвергались пескоструйной обработке и ВЧ оксидированию, после этих операций параметр шероховатости поверхности пластин был 6в. Размеры исходных неровностей на подложке значительно превышают толщину напыляемой плёнки, которая повторяет рельеф подложки. Сравнительный анализ параметров шероховатости образцов до и после нанесения покрытия показывает, что шероховатость поверхности становится несколько выше – класс шероховатости 6б. Увеличение шероховатости можно объяснить островковым механизмом роста тонких КФ плёнок с развитием поверхностного рельефа покрытия, спровоцированным неровностями подложки.

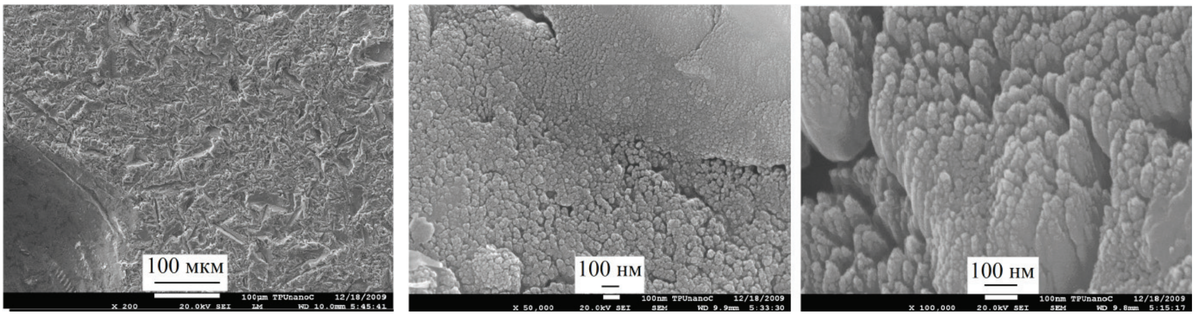
Авторами [4, 9] наблюдалось увеличение шероховатости кальций-фосфатных покрытий, получаемых ВЧ магнетронным напылением, с ростом их толщины. Это явление объяснялось механизмом магнетронного напыления плёнок, в процессе которого распыляемые атомы из мишени налетают на подложку во всех направлениях, сталкиваются с ней и формируют слой распыляемого материала. Шероховатость поверхности приводит к ранним столкновениям распыляемых атомов с пиками поверхностного рельефа и предотвращает их проникновение во впадины. Этот эффект будет увеличиваться в процессе роста толстых слоев или на шероховатых подложках, имеющих выраженный исходный рельеф, как в случае образцов, полученных по пескоструйной технологии. Последнее предположение подтверждается наличием на поверхности покрытия глубоких впадин. Основными факторами, влияющими на структуру магнетронного КФ покрытия, степень его кристалличности являются: температура подложки, энергия налетающих частиц, рабочее давление в камере, состав рабочих газов или смеси газов [4, 9]. При необходимости степень кристалличности покрытия можно повысить последующим термическим отжигом образцов.

После растворения в 0,9 % растворе стерильного хлорида натрия класс шероховатости поверхности становился выше – 6а (R_a становится больше), но R_z становится меньше, т. к. происходит вымывание Са по межзёренным и межфазным границам (R_a становится больше), растворение покрытия на выступах (пиках) рельефа и замывание продуктами растворения впадин (R_z становится меньше).

Так как модели медицинских изделий подвергались пескоструйной обработке, параметр шероховатости по ГОСТ 2789-73 после ВЧ оксидирования образцов соответствовал 7 классу. Это накладывало определённые трудности при использовании метода динамического наноиндентирования, для которого предпочтительно использовать подложки с высоким классом шероховатости. Поэтому для каждой модели медицинских изделий приходилось проводить большее, чем обычно число индентирований на каждом образце, по близким значениям остаточной глубины внедрения (глубина восстановленного – пластического отпечатка) выделять группы кривых нагружение – смещение. Из всех групп по максимальному числу измерений в группе выбирались типичные группы для КФ покрытий, а затем рассчитывались соответствующие средние значения максимальной глубины индентирования (глубины невосстановленного участка), нанотвердость по Виккерсу *HV*, модуль Юнга *E*, контактная жесткость *S*. Наличие групп кривых нагружение – смещение связано, в первую очередь с тем, что при шероховатости подложки, соизмеримой с толщиной покрытия, не получается напылить по всей поверхности плёнку одинаковой толщины, во «впадинах» плёнка получается толще, на «гребнях» – тоньше. Известно, что если толщина покрытия меньше глубины внедрения в него индентора, то твердость подложки влияет на значения *HV*, *E*, *S*, поэтому при исследованиях определялось отношение максимальной глубины внедрения индентора к толщине покрытия.

Полученные типичные значения *HV*, *E*, *S* магнетронных КФ покрытий на моделях медицинских изделий, подвергнутых пескоструйной обработке и вакуумному оксидированию, в пределах ошибки совпадают со значениями *HV*, *E*, *S*, ранее определённых для магнетронных КФ покрытий на плоских подложках с классом шероховатости 10 (R_a<0,1 мкм) [7]. Таким образом, подтверждено, что нанотвердость магнетронных КФ покрытий выше величины *HV*, определённой для титана ВТ1-0, которая составляет 4 ГПа. С учетом того, что исследованные КФ покрытия тонкие ~0,57 мкм, на значения их нанотвердости и модуля Юнга оказывает влияние оксидированная подложка, можно считать, как и было предположено ранее, что значения *HV* и *E* магнетронных покрытий без влияния подложки равны 10 и 113 ГПа, соответственно.

Исследования прочности сцепления КФ покрытия с моделями имплантатов, проведенные



а *б* *в*

Рис. 1. *Морфология поверхности КФ покрытий, сформированных на минипластинах методом ВЧ магнетронного напыления за 4 ч: а) в левом углу край отверстия; б) на плоском участке; в) после растворения в 0,9 % водном растворе NaCl*

в соответствии с ГОСТ 9.302-88, показали, что в месте излома, между линиями и в сетке квадратов, после нагревания и протирания отслаивания покрытия, изменения цвета пленки или её удаления не наблюдалось.

Морфология поверхности КФ покрытий, сформированных ВЧ магнетронным напылением на моделях имплантатов, приведена на рис. 1. Так как перед нанесением покрытий модели имплантатов подвергались пескоструйной обработке, то поверхность образцов имела выраженный исходный рельеф поверхности (рис. 1), который и повторяет КФ покрытие, полученное методом ВЧ магнетронного напыления (рис. 1, *а*).

На поверхности подложки после пескоструйной обработки имеется большое число линейных дефектов, а на различно ориентированных плоских участках – точечных дефектов. Имеющиеся разнообразные дефекты на поверхности подложки служат ориентирующими центрами при росте тонких плёнок и существенно изменяют параметры процесса их конденсации по сравнению с аналогичным процессом на «идеальной» подложке. Поверхность вносит существенное разнообразие в процесс фазового превращения, хотя основные стадии этого процесса: стадия зародышеобразования, сепаратного роста зародышей новой фазы, коалесценция и поздняя стадия остаются прежними [10].

При рассмотрении механизмов роста пленок на подложках с выраженным исходным рельефом поверхности и профилем самой подложки необходимо также учитывать процессы отражения налетающих атомов от всех неровностей, эффекты теневые и распыления покрытия, которые на различных участках будут разными. Для ВЧ магнетронных покрытий был обнаружен эффект их распыления ионами кислорода, ускоренными катодным падением потенциала. Эффект наблюдался как для ГА покрытий [21], так и покрытий другого сложного состава $YBa_2Cu_3O_x$, $Ta_2Zn_3O_8$, YBaCuO, α-Al_2O_3 [12–15].

В связи с шероховатостью подложки, теневыми эффектами и распределением центров зародышеобразования, можно предположить, что вещество осаждается в основном в направлениях перпендикулярных поверхности подложки, и рост пленки происходит неравномерно. В пределах плоских участков макрорельефа поверхности подложки микроструктура получаемого покрытия столбчатая (колонная), с коническими наростам и слабыми открытыми границами (рис. 1, *б*). Эти выводы согласуются с результатами работы [16], в которой показано, что осажденные методом магнетронного напыления многокомпонентные наноструктурные пленки обладают либо четко выраженной, либо скрытой столбчатой структурой.

Наличие на поверхности подложки большого числа мест с малым радиусом кривизны (углы, ступеньки, шероховатости) приводит к образованию в этих местах механических напряжений в покрытии. Если сила напряжения больше силы сцепления покрытия с подложкой, то в направлении напряжения покрытие покрывается микротрещинами шириной порядка десятков нм, которые значительнее проявляются при изгибающих механических нагрузках. При касательных нагрузках на покрытие, которые возникали при вкручивании моделей минивинтов и дентальных имплантатов в имитатор кости, изменений микроструктуры покрытия не наблюдалось.

Теневой эффект играл существенную роль при напылении покрытий на минивинты, ось которых была расположена перпендикулярно распыляемой мишени. Электронная микроскопия показывает, что покрытие в большей степени напыляется на вершину профиля резьбы и боковую грань, направленную к мишени.

При помещении покрытия в 0,9 % водный раствор NaCl оно растворяется. Происходит растворение материала в первую очередь на вершинах столбчатой микроструктуры покрытия и вымывание материала между её отдельными элементами, в результате чего микроструктура покрытия становится игольчатой (рис. 1, *в*). Растворение покрытия происходит и по границам структурных элементов его чешуйчатой текстуры, они становятся более выраженными, на их поверхности появляются поры размерами менее 1 мкм.

Результаты энергодисперсионного анализа показывают, что в поверхностном слое присутствуют Ca, P, O, Ti (подложка). Отношение Ca/P при разных площадях анализа получается разное, что может говорить о неоднородности пленки, получае-

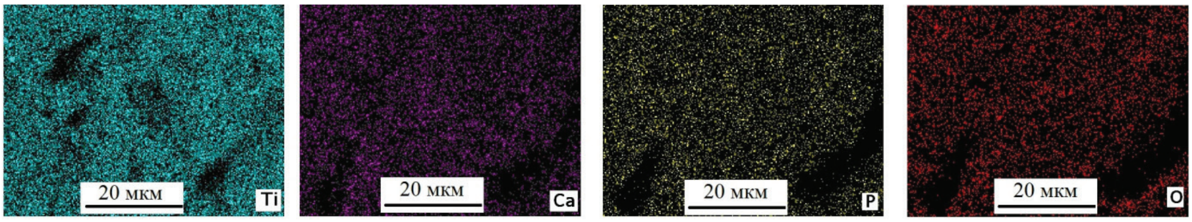


Рис. 2. *Карта распределения элементов в КФ покрытии, сформированном на резьбе минивинта методом ВЧ магнетронного напыления за 4 ч*

мой на подложках с большой исходной шероховатостью. Молярное соотношение Ca/P в полученных покрытиях меньше стехиометрического отношения Ca/P=10/6 в распыляемой мишени. Структура покрытия, близкая к кальцийдефицитному ГА, может быть обусловлена присутствием в покрытии помимо основной фазы ГА аморфного CaO, который не связан с основной фазой и эффективно распыляется при высокой удельной мощность (~20 Вт/см^2), которую задавали для получения технологически оправданных скоростей роста покрытия. Уменьшение содержания Ca в покрытии связано и с тем, что более тяжелый кальций эффективнее отражается от развитого пескоструйной обработкой рельефа поверхности и профиля моделей имплантатов. В случае напыления покрытия на минивинты, имеющие меньший шаг и глубину резьбы, расположенные перпендикулярно распыляемой мишени, коэффициент отражения Ca был больше, поэтому и соотношение Ca/P в покрытиях, полученных на них, меньше, чем в покрытиях на дентальных имплантатах.

При вкручивании моделей минивинтов и дентальных имплантатов в имитатор кости наблюдалось незначительное увеличение значения соотношения Ca/P, что может быть связано с механическим удалением с поверхности покрытия слабосвязанных групп PO_4. Так как самшит имеет волокнистую структуру подобную структуре костной ткани, после вкручивания в него модели имплантата на его резьбовой части оставались волокна древесины. После механического удаления видимых волокон древесины по данным EDS-анализа в приповерхностном слое остается до ~30 мол. % углерода – свидетеля оставшихся частиц древесины. Это позволяет предположить, что при вкручивании в кость резьбовых имплантатов с магнетронным КФ покрытием оно не разрушается. На его поверхности будут оставаться фрагменты костной ткани, способствующие остеоинтеграции имплантата, а наличие развитой поверхности покрытия имплантата должно интенсифицировать капиллярный эффект в месте установки имплантата, способствовать перемещению тромбина в слой покрытия и последовательной инфильтрации остеобластов, что способствует костной регенерации.

Карты распределения элементов, приведенные на рис. 2, 3, показывают, что основные элементы покрытия Ca, P, O имеют одинаковое распределение. Концентрация материала подложки Ti меньше там, где больше концентрация Ca, P, O, т. е. где больше толщина покрытия. Углерод на минивинтах после их вкручивания в самшит в основном остается на режущей кромке – вершине резьбы (рис. 4).

Эксперимент по растворению покрытий в 0,9 % водном растворе NaCl показывает, что соотноше-

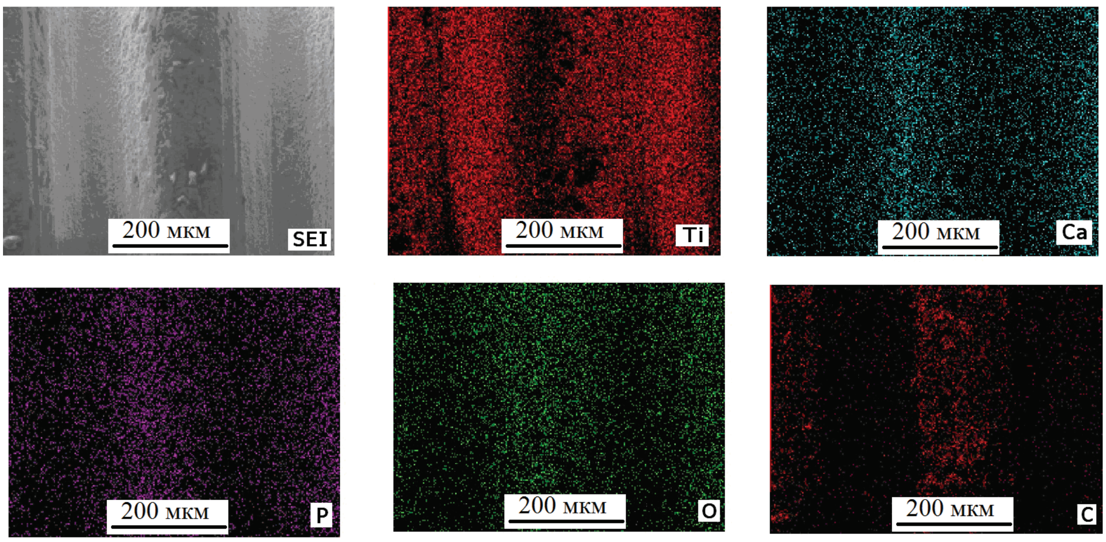


Рис. 3. *Карта распределения элементов в КФ покрытии и изображение во вторичных электронах (SEI – secondary electron image), сформированном на резьбе минивинта методом ВЧ магнетронного напыления за 4 ч, после моделирования медицинской технологии*

ние Ca/P уменьшается, следовательно, из покрытия в первую очередь вымывается Ca. В покрытии обнаруживаются следовые концентрации Na и Cl.

Для устранения электрохимической коррозии имплантаты должны быть защищены диэлектрическими покрытиями. Этому требованию удовлетворяют КФ покрытия, полученные методом ВЧ магнетронного напыления. Их электрическое пробивное напряжения $U_{пр}$ зависит от толщины покрытия и шероховатости материала имплантата, изменяется после механического воздействия, моделирующего медицинскую технологию и после растворения в условиях их недельного культивирования в 0,9 % растворе стерильного хлорида натрия. Величина напряженности пробивного электрического поля двух слоёв КФ покрытия на моделях минипластин при толщине покрытия ~0,57 мкм составляет 240 кВ/см, при толщине ~0,15 мкм – 40 кВ/см, соответственно. У бездефектных тонких плёнок напряженность пробивного электрического поля $E_{пр}$ увеличивается с уменьшением толщины. В случае пескоструенной поверхности, на которой имеется большое число выступов, бездефектную плёнку толщиной менее 0,5 мкм получить не удаётся, по этой причине $E_{пр}$ уменьшается с уменьшением толщины. Влияние качества поверхности подложки на величину $E_{пр}$ подтверждается и тем фактом, что для полированных спиц величина $E_{пр}$ одного слоя КФ покрытия такой же толщины равна 450 кВ/см.

В месте изгиба минипластин под углом 90° величина $U_{пр}$ уменьшалась на 25 %. После вкручивания в материал-имитатор кости величина $U_{пр}$ у минивинтов уменьшалась на 16 %, для дентальных имплантатов – 3,3 %. После просверливания спицей для остеосинтеза материала-имитатора толщиной более толщины кортикального слоя трубчатой кости величина $U_{пр}$ покрытия уменьшалась на 8,5 %. Эти результаты показывают, что у магнетронных КФ покрытий при касательных механических нагрузках потеря функциональных свойств происходит меньше, чем при изгибных.

Получено разрешение Этического комитета ГОУ ВПО Сибирского государственного медицинского университета Росздрава, г. Томск, на проведение ограниченных клинических исследований металлических изделий с биосовместимыми покрытиями на основе кальций-фосфатных структур. КФ покрытия методом ВЧ магнетронного напыления нанесены на медицинские изделия: минипластины титановые прямые длинные 4 отверстия (Конмет, арт. 505.00), винты 1,5×10 мм (Конмет, арт. 501.04), 1,5×8 мм (Конмет, арт. 501.03), 1,5×6 мм (Конмет, арт. 501.02) и переданы в медицинское учреждение.

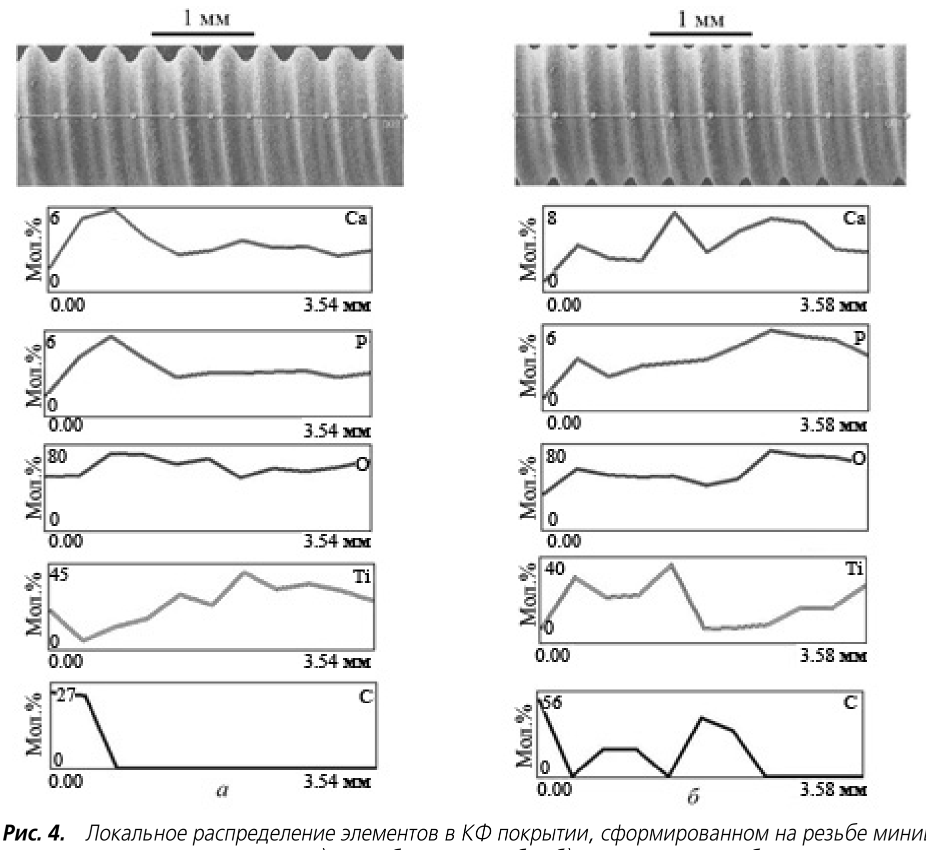


Рис. 4. *Локальное распределение элементов в КФ покрытии, сформированном на резьбе минивинта методом ВЧ магнетронного напыления за 4 ч: а) в углублениях резьбы; б) на вершинах резьбы; правая половина винта без воздействия, левая – после моделирования медицинской технологии; по оси X – расстояние по оси минивинта, мм, по оси Y – молярные проценты*

Выводы

1. Метод ВЧ магнетронного напыления позволяет формировать тонкие кальций-фосфатные покрытия на малоразмерных имплантатах сложной формы, изготовленных из металлических и керамических материалов. При определении прочности сцепления покрытий по ГОСТ 9.302-88 отслаивания покрытия на моделях медицинских изделий не наблюдалось. Нанотвердость магнетронных кальций-фосфатных покрытий, нанесенных на поверхность с большой исходной шероховатостью, выше чем для титана ВТ1-0.
2. Основные элементы покрытия Ca, P, O имеют одинаковые локальные распределения, которые зависят от формы имплантата и шероховатости его поверхности после пескоструйной обработки. Молярное соотношение Ca/P в полученных покрытиях меньше стехиометрического отношения 10/6 в распыляемой мишени, что может быть объяснено присутствием в покрытии помимо основной фазы гидроксиапатита аморфного CaO, который эффективно перераспыляется при высокой удельной мощности (~20 Вт/см^2).
3. В пределах плоских участков макрорельефа шероховатой поверхности подложек микроструктура получаемого покрытия столбчатая (колонная). Растворение материала происходит в первую очередь на вершинах столбчатой микроструктуры покрытия, сопровождаемое вымыванием материала между её отдельными элементами, в результате чего микроструктура покрытия становится игольчатой.
4. Для уменьшения влияния теневого эффекта с целью получения однородных покрытий на резьбовых поверхностях и пористых материалах необходимо производить вращение и перемещение изделий в плазме ВЧ магнетронного разряда.
5. Тонкие кальций-фосфатные покрытия, нанесенные на образцы после пескоструйной обработки, касательные нагрузки выдерживают лучше, чем изгибные, что связано с образованием в покрытии механических напряжений на неровностях.
6. Для повышения биосовместимости металлических имплантатов можно рекомендовать гибридные покрытия, состоящие, как минимум, из двух слоев: первый – оксидный, второй – кальций-фосфатный, сформированный высокочастотным магнетронным напылением.

Авторы выражают благодарность проф. В.М. Погребенкову (ТПУ) за изготовление моделей керамических имплантатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 11-08-98032-р-Сибирь_а, аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2011 годы)» (Регистрационный номер 2.1.1/14204), Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» (ГК 16.513.11.3075).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sun L., Berndt C.C., Gross K.A., Kucuk A. Material Fundamentals and Clinical Performance of plasma sprayed hydroxyapatite coatings // J. Biom. Mater. Res. – 2001. – V. 58. – P. 570–592.
2. Карлов А.В., Шахов В.П. Системы внешней фиксации и регуляторные механизмы оптимальной биомеханики. – Томск: STT, 2001. – 480 с.
3. Bharati S., Sinha M.K., Dasu D. Hydroxyapatite coating by biomimetic method on titanium alloy using concentrated SBF // Bull. Mater. Sci. – 2005. – V. 28. – № 6. – P. 617–621.
4. Wolke J.G., Van Dyk K., Schaeken H.G., De Groot K., Jansen J.A. Study of the surface characteristics of magnetron-sputter calcium phosphate coatings // J. Bio. Mater. Res. – 1994. – V. 28. – P. 1477–1484.
5. Штанский Д.В., Глушакова Н.А., Башкова И.А., Харитонова М.А., Мойжесс Т.Г., Шевейко А.Н., Кирюханцев-Корнеев Ф.В., Петржик М.И., Левашов Е.А., Rossi F. Новые биосовместимые покрытия трибологического назначения для медицины // Известия вузов. Сер. Цветная металлургия. – 2004. – № 6. – С. 66–74.
6. Пичугин В.Ф., Никитенков Н.Н., Шулепов И.А., Киселева Е.С., Сурменев Р.А., Шестериков Е.В., Твердохлебов С.И. Получение кальций-фосфатных биосовместимых покрытий методом магнетронного распыления и их свойства // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. – 2006. – № 7. – С. 72–77.
7. Аронов А.М., Пичугин В.Ф., Ешенко Е.В., Рябцева М.А., Сурменев Р.А., Твердохлебов С.И. Тонкие кальций-фосфатные покрытия, полученные методом высокочастотного магнетронного распыления и перспективы их применения в медицинской технике // Медицинская техника. – 2008. – № 3. – С. 18–22.
8. Семёнов А.П. Пучки распыляющих ионов: получение и применение. – Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 1999. – 207 с.
9. Yonggang Y., Wolke J.G., et. al. Preparation and characterization of rf-magnetron sputtered calcium pyrophosphate coatings // J. Biomed. Mater. Research. – 2006. – V. 76A. – P. 744–752.
10. Кукушкин С.А., Осипов А.В. Процессы конденсации тонких пленок // Успехи физических наук. – 1998. – Т. 168. – № 10. – С. 1083–1116.
11. Feddes B., Wolke J.G., Jansen J., Vredenburg A.M. Radio frequency magnetron sputtering deposition of calcium phosphate coating: the effect of resputtering on the coating composition // Journal of Applied Physics. – 2003. – V. 93. – № 12. – P. 9503–9508.
12. Selinder T.I., Larsson G., Helmersson U., Rudner S. Resputtering effects on the stoichiometry of $YBa_2Cu_3O_x$ thin films // J. Appl. Phys. – 1991. – V. 69. – № 1. – P. 390–395.
13. Rack P.D., Potte M.D., Woodard A., Kurinec S. Negative ion resputtering in $Ta_2Zn_3O_8$ thin films // J. Vac. Sci. Technol. – 1999. – V. 17. – № 5. – P. 2805–2810.
14. Arora S.M., Desai V.H., Sundaram K.B., Chow L., Chen J. Effect of Varying Sputtering Power Levels on YBaCuO Film Composition // Physica Status Solidi (a). – 1991. – V. 126. – № 2. – P. 377–381.
15. Andersson J.M., Wallin E., Münger E.P., Helmersson U. Energy distributions of positive and negative ions during magnetron sputtering of an Al target in Ar/O_2 mixtures // J. Appl. Phys. – 2006. – V. 100. – № 3. – P. 303–305.
16. Штанский Д.В., Кулинич С.А., Левашов Е.А., Moore J.J. Особенности структуры и физико-механических свойств наноструктурных тонких пленок // Физика твердого тела. – 2003. – Т. 45. – Вып. 6. – С. 1122–1129.

Поступила 14.01.2011 г.

УДК 621.793.794.357.7

ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ НАПЛАВКИ НА СТРУКТУРУ МЕДНО-ХРОМОВЫХ КОМПОЗИТОВ

В.Г. Дураков[1], С.Ф. Гнюсов[1,2], Б.В. Дампилон[1,2], С.З. Дехонова[2]

[1]Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск
[2]Томский политехнический университет
E-mail: dana0863@mail.ru

Работа посвящена влиянию температуры подогрева основного металла и его температуры после окончания процесса электронно-лучевой наплавки композиционной смесью порошков Cu-Cr на структурно-фазовое состояние покрытия. Установлено влияние температуры на размер частиц хрома в покрытии, их однородность распределения по объему и возможность формирования бимодальной структуры.

Ключевые слова:
Псевдосплав Cu-Cr, электронно-лучевая наплавка, температурный режим, структура.

Key words:
Pseudoalloy Cu-Cr, electron beam facing, temperature mode, structure.

Введение

Медно-хромовые композиты широко и успешно используют для изготовления контактов вакуумных выключателей. Широкое распространение для изготовления контактов системы Cu-Cr получили методы порошковой металлургии: спекание прессованных заготовок из смеси порошков и пропитка медью спеченного хромового каркаса. Однако большое количество исследователей отмечают определенные недостатки данной технологии изготовления контактного материала: высокое содержание остаточных газов (кислород и азот), наличие окислов на частицах хрома и связанная с этим пористость спеченных контактов. Это ухудшает отключающую способность вакуумных выключателей [1, 2].

Плавление меди и хрома в вакууме существенно улучшает ситуацию по содержанию остаточных газов в контактном материале. Но получение медно-хромового композита путем тигельного плавления обоих компонентов сплава осложняется из-за наличия области несмешиваемости двух жидкостей и сегрегации хрома вследствие кумулятивной кристаллизации и ликвации по удельному весу. Область несмешиваемости меди и хрома простирается от 40 до 94,5 вес. % хрома в диапазоне температур от 1767 °С до приблизительно 1900 °С [1].

Метод электронно-лучевой наплавки порошковой смеси непосредственно на медную заготовку позволяет получить контактный материал, исключить операцию пайки контактного материала к медному основанию. Использование источников с высокой концентрацией вводимой энергии в вакууме (электронно-лучевая наплавка) позволяет расплавить не только относительно легкоплавкую медную составляющую, но и тугоплавкую хромовую фазу; сформировать дисперсную структуру по сравнению со спеченными контактами за счет значительных конвекционных потоков в наплавочной ванне; рафинировать наплавленное покрытие за счет выделения из расплава в условиях вакуума азота и кислорода, содержащихся в исходных компонентах порошковой смеси в виде нежелательных примесей; сформировать сильно пересыщенный твердый раствор хрома в медной матрице благодаря перегреву медной ванны в зоне действия электронного луча и последующего ускоренного ее охлаждения; выделить нано- и субмикрокристаллические частицы хрома при последующей термической обработке наплавленного покрытия [3].

Образование наноструктурных выделений хрома наблюдают в тонких лентах меднохромовых композитов полученных методом спиннингования при кристаллизации капель расплава на быстровращающемся медном диске. Морфология и размер фазы хрома зависят от скорости охлаждения меднохромового расплава. Частицы хрома сферической формы получаются только при скорости вращения диска выше определенной, когда реализуется наибольшая скорость охлаждения расплава. При меньшей скорости в структуре наряду со сферическими образованиями наблюдаются дендритообразные хромовые выделения [4].

В представленных работах не учитывалось влияние температуры подложки на параметры микроструктуры меднохромового композита.

Целью настоящей работы является установление связи между температурным диапазоном подложки в процессе электронно-лучевой наплавки и параметрами микроструктуры наплавляемого покрытия из смеси порошков меди и хрома.

Материалы и методики исследования

Для электронно-лучевой наплавки использовали смесь порошков меди (ПМС-Н) и хрома (ПЭРХ-1/160), соответствующую составу ХД80 (80 вес. % Cr). После наплавки часть образцов оплавляли электронным лучом. Дисперсность порошков меди и хрома находилась в диапазоне от 90 до 125 мкм. Наплавку проводили на образцы, изготовленные из бескислородной меди (М0б ГОСТ 10988-75), в виде дисков диаметром 60 мм и толщиной 10 мм по методике [3]. Температуру основного металла (подложки) контролировали с помощью термопары, вставленной в глухое отверстие, расположенное в центре диска. Диск вращался с угловой скоростью 3 мин$^{-1}$ при неподвижной термопаре. Перед наплавкой подложку подогревали с помощью электронного луча до различных температур (500, 680 и 800 °С). Наплавку вели периодически до достижения подложкой заданной температуры с последующим охлаждением до температур подогрева. Покрытие в виде кольца толщиной не менее 2 мм формировали за несколько таких циклов. Номера образцов и соответствующие им температуры представлены в табл. 1. Наплавку образца № 870, нагретого до 800 °С, вели непрерывно до заданной толщины покрытия без циклического охлаждения. После окончания процесса наплавки скорость охлаждения образцов до температуры ~200 °С происходила со скоростью 20 °С/мин.

Таблица 1. *Параметры режимов наплавки*

№ образца	Температура подложки, °С, в начале/конце процесса	Вид операции	Объёмная доля хрома в покрытии, об. %
871	500/600	Электронно-лучевая наплавка	43,5
868	500/790	Электронно-лучевая наплавка	38,8
869	680/820	Электронно-лучевая наплавка	45,2
870	800/880	Электронно-лучевая наплавка	24,6
871-О	500/600	Оплавление покрытия	–
865-О	20/360	Оплавление покрытия	–

Микроструктуру изучали с помощью оптического микроскопа Olyimpus GX51, снабженного анализатором изображений SIAMS 700. Для выявления морфологии хромовых частиц проводили травление образцов травителем, состоящим из смеси 50 мл HNO_3, 25 мл CH_3OOH и 25 мл H_3PO_4. Травление образцов осуществляли погружением образца в травитель при температуре 20 °С на несколько секунд, затем образец обильно промывали водой и протирали этиловым спиртом. Морфологию частиц хрома изучали с помощью растрового электронного микроскопа Leo Evo 50 (снабженного микроанализатором) в отраженных и обратнорассеяных электронах. Исследования на растровом микроскопе выполнялись на оборудовании ЦКП ИФПМ СО РАН, г. Томск.

Результаты и обсуждение

На рис. 1 представлена макроструктура наплавленных образцов непосредственно у подложки и у верха нанесенного композиционного слоя. Анализ макроструктуры образцов с одинаковой начальной температурой наплавки (500 °С) свидетельствует о наличии небольшого количества исходных крупных с явной огранкой частиц в объеме упрочненного слоя (рис. 1, *а–в*). Все остальные исходные частицы хрома претерпели перекристаллизацию через жидкую фазу и существенно уменьшили свои размеры. Непосредственно у границы перехода к основному металлу (меди) наблюдаются обширные области с малым количеством мелких частиц хрома по сравнению с верхним объемом наплавки.

Увеличение температуры подогрева подложки до 680 °С приводит к формированию слоистой структуры, отличающейся объемной долей мелких частиц хрома (рис. 1, *д*, *е*). В областях с большей объемной долей переплавленных мелких частиц хрома присутствуют исходные крупные частицы хрома.

Наплавка образца № 870 первоначально нагретого до 800 °С без последующего циклического охлаждения приводит к формированию однородной структуры по всей толщине покрытия, состоящей из отдельных островков, отличающихся объемной долей перекристаллизованных частиц хрома (рис. 1, *ж*, *з*). Исходные частицы хрома, как правило, находятся в областях с большей объемной долей мелких частиц хрома либо на границе их раздела.

Количество исходных частиц хрома зависит от условий наплавки. Минимальное количество не переплавленных частиц соответствует минимальной температуре подложки. С ростом температуры доля исходных частиц хрома увеличивается (рис. 1, *а*, *в*, *д*, *ж*). Это связано с уменьшением интенсивности конвекционных потоков в жидкометаллической ванне за счет уменьшения градиента температуры.

На рис. 2 представлена микроструктура композиционного покрытия для ряда режимов наплавки. Видно, что помимо исходных крупных частиц хрома (рис. 1 и рис. 2, *г*) явно просматриваются еще два типоразмера частиц: хром в виде дендритообразных выделений образовавшийся при кристаллизации (первичные частицы хрома), и хром, выделившийся по границам и внутри зерен матрицы (вторичные частицы хрома) в результате старения твердого раствора на основе меди (рис. 2, *а*, *б*).

На рис. 3 представлены гистограммы частиц хрома, выделившихся при кристаллизации в момент окончания процесса наплавки. Видно, что для всех образцов распределение частиц по размерам можно описать законом нормального распределения (распределение Гаусса). Средний размер частиц хрома растет от 1,8 до 5,1 мкм с увеличением температуры подложки от 600 до 880 °С. При этом растет и их среднеквадратичное отклонение. Наиболее интенсивный рост частиц хрома наблюдается при температуре подложки 800...880 °С (режим № 870). Выше температуры 800 °С потери энергии за счет излучения и теплопроводности становятся соизмеримы с энергией электронного луча, что позволяет вести наплавку непрерывно. Но меньшая интенсивность конвекционных потоков в расплавленной зоне приводит к росту дендритов хрома.

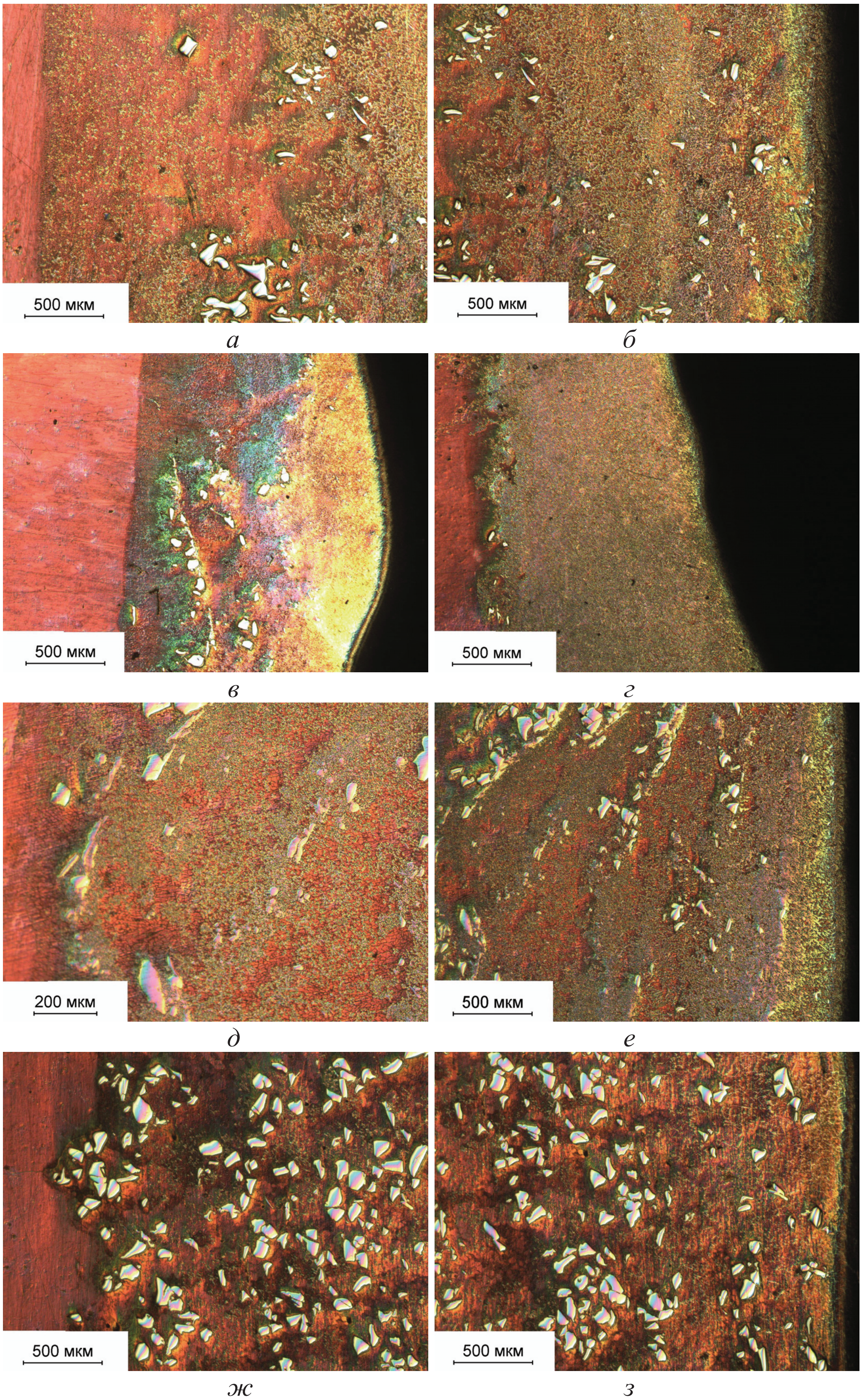


Рис. 1. *Макроструктура композиционных покрытий под номерами: 868 (а, б), 871 (в, г), 869 (д, е) и 870 (ж, з); (а, в, д, ж) – у подложки, (б, е, з) – у верха наплавки; г) 871-О после дополнительного оплавления электронным лучом*

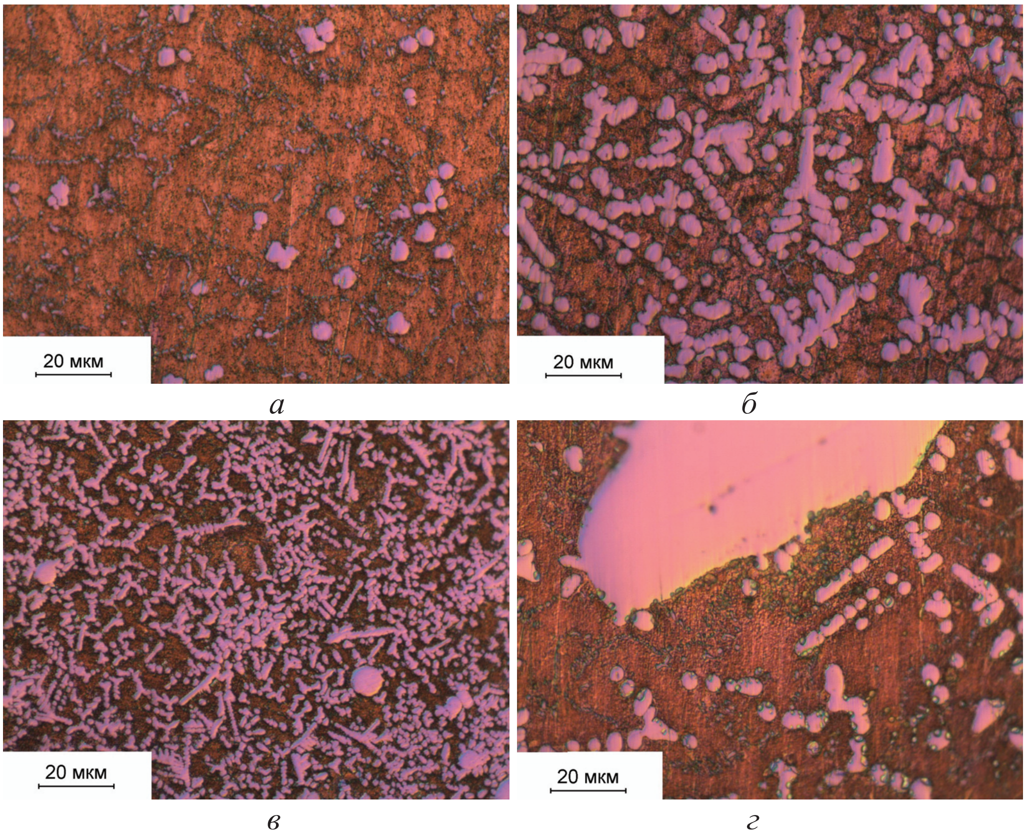


Рис. 2. *Микроструктура композиционных покрытий Cu-Cr. Образцы под номерами: 868 – а) у подложки, б) верх наплавки; в) 871; г) 870*

Кроме того, в условиях наплавки без циклического охлаждения (образец № 870) за счет сильного перегрева жидкометаллической ванны происходит не только растворение хрома в меди, но и значительное растворение меди в хроме. Последующая быстрая кристаллизация расплава фиксирует данный пересыщенный твердый раствор. В условиях медленного охлаждения из твердого раствора выпадают частицы меди. Это хорошо видно при анализе границ раздела исходных крупных частиц хрома с матрицей и внутри первичных частиц, выделившихся при кристаллизации (рис. 2, *г*).

Дополнительным фактором электронно-лучевой наплавки при высокой температуре подложки является более глубокое проплавление подложки, что приводит к формированию более развитой переходной зоны и как следствие к уменьшению объёмной доли хрома в наплавленном покрытии (табл. 1).

Аналогичную зависимость размеров от температуры имеют и вторичные частицы хрома. Однако их малый размер уже при температуре окончания процесса наплавки 790 °C (не более 1 мкм по границам зерен матрицы (рис. 2, *а*)) резко уменьшается (до 0,25 мкм) к температуре 600 °C (рис. 4, *а*). Следовательно, с уменьшением температуры конца процесса наплавки размер частиц хрома, выделившихся как при первичной кристаллизации (рис. 3, *д*), так и по границам и внутри зерен матрицы при ее старении (рис. 2, *а*, *б*, рис. 4, *а*), значительно уменьшается.

Из литературы известно, что для улучшения отключающей способности Cu-Cr контактных материалов необходимо формировать мелкую и однородную микроструктуру, однако многочисленные экспериментальные попытки сформировать такую структуру не увенчались успехом [5–9]. Следует ожидать, что уменьшение температуры подложки ниже 500 °C должно привести к уменьшению среднего размера первичных хромовых выделений.

Однако при температуре подложки меньшей 500 °C получить покрытие становится проблематичным из-за высокой теплопроводности меди и необходимости поддерживания высокой плотности мощности луча, более 10^6 Вт/см^2, требуемой для плавления поверхностного слоя медной подложки. Поток пара из зоны действия электронного луча с плотностью мощности 10^6 Вт/см^2 в условиях вакуума становится настолько интенсивным, что сдувает порошковую наплавочную смесь с поверхности заготовки. Доставить требуемое количество наплавочного материала в зону действия электронного луча с помощью существующего порошкового питателя удаётся только при плотности мощности не более 10^5 Вт/см^2, когда кинетической энергии частиц порошковой смеси становится достаточно для преодоления потока пара из расплавленной зоны. Этим объясняется выбор диапазона исследованных температур.

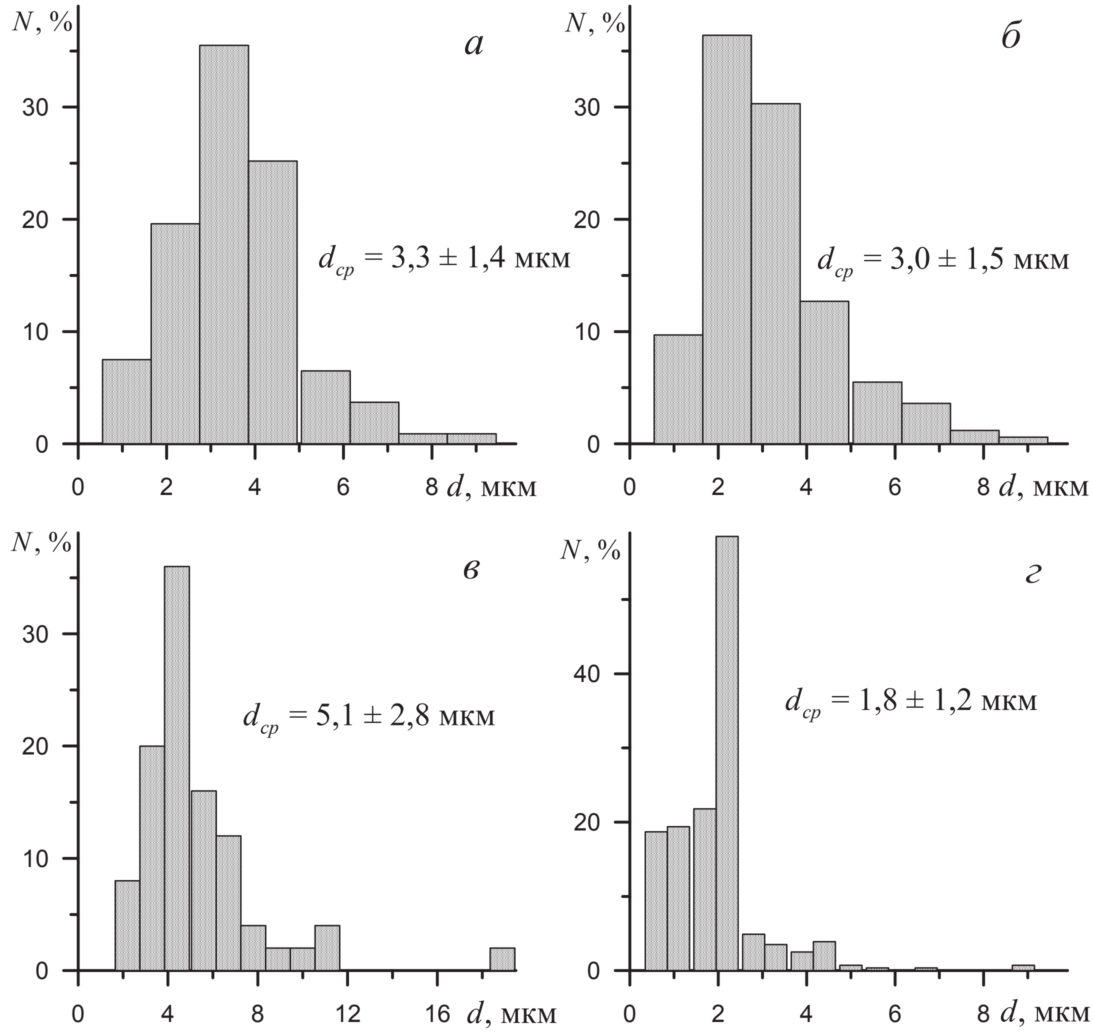


Рис. 3. *Гистограммы первичных частиц хрома по размерам для покрытий под номерами: а) 868; б) 869; в) 870; г) 871*

Тем не менее, уменьшить температуру подложки ниже 500 °С возможно за счет оплавления электронным лучом ранее наплавленного покрытия. Для проверки предположения, что понижение температуры процесса должно привести к уменьшению среднего размера первичных хромовых выделений, были проведены оплавления покрытий, в которых температура подложки не превышала 360 °С (режим № 865-О; оплавление на 1/3 толщины покрытия) и 600 °С (режим № 871-О; на всю толщину покрытия).

Дополнительное оплавление композиционного покрытия при температуре 600 °С приводит к формированию однородного упрочненного слоя по всей его толщине без включений исходных частиц хрома (рис. 1, *г*). Однако средний размер как первичных, так и вторичных частиц хрома практически не уменьшается по сравнению с наплавленным состоянием (рис. 2, *в* и рис. 4, *г*).

В случае оплавления покрытия, температура подложки которого не превышает 360 °С, наблюдается значительное уменьшение среднего размера первичных частиц хрома с 1,8 до 0,8 мкм и формирование более однородной структуры без включений исходных частиц хрома (рис. 4, *б*, *в*). На рис. 4, *б*, *в*, видна четкая граница между наплавленным и оплавленным композиционным покрытием. Цифрами на рисунке обозначены места проведения элементного анализа, результаты представлены в табл. 2.

Таблица 2. *Результаты микрорентгеноспектрального анализа покрытия, ат. %*

№ точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Cu	54,1	88,8	–	1,6	91,6	94,7	94,7	94,6	2,6	2,5	4,5	77,5	74,7	3,2	72,8
Cr	45,9	11,2	99,9	98,4	8,4	5,3	5,3	5,4	97,4	97,5	95,5	22,5	25,3	96,8	27,2

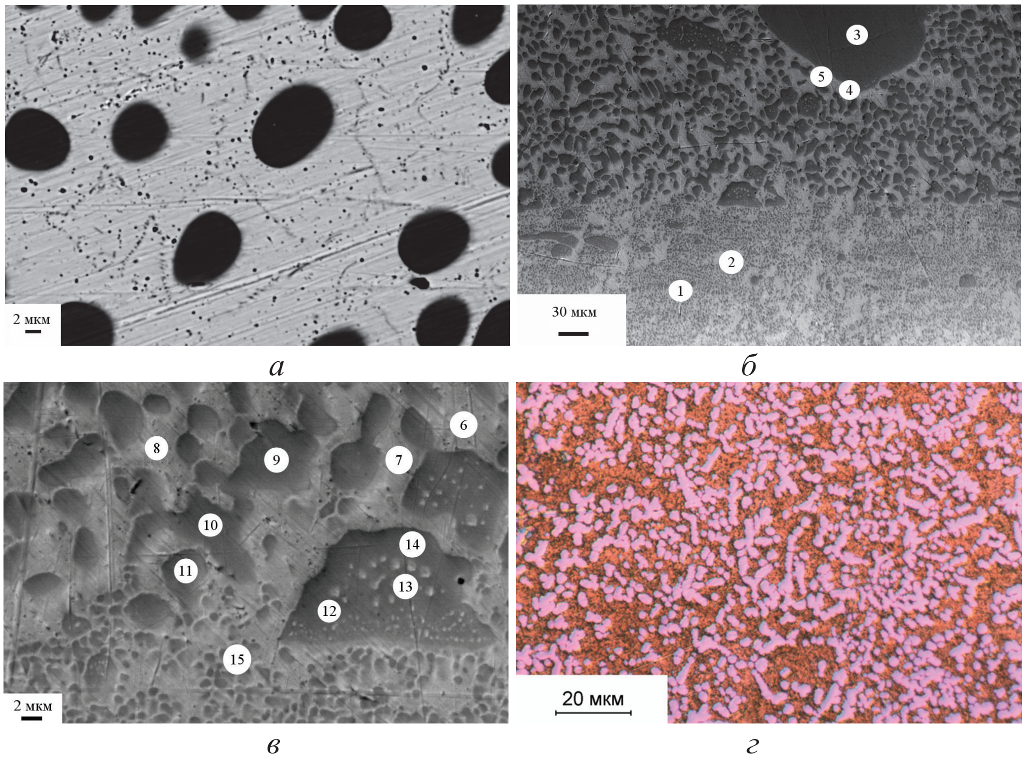


Рис. 4. *Микроструктура Cu-Cr покрытия после наплавки по режиму образцов № 871 (а) и оплавления по режиму № 865-О (б, в) и № 871-О (г)*

Исходные нерасплавленные частицы хрома не содержат в объеме меди (точка 3) только вблизи границы раздела с матрицей за счет частичного подплавления хром обогащается медью в количестве ~1,6 % (точка 4). Первичные частицы хрома, выпавшие при кристаллизации в наплавленном покрытии, содержат до 2,5...4,5 % меди (точки 9–11, 14). В объеме более крупных первичных частиц хрома наблюдаются отдельные выделения меди (точки 12 и 13). Матрица в наплавленном покрытии содержит до 5...8 % хрома (точки 5–8). В оплавленном покрытии за счет значительного измельчения первичных частиц хрома (до 0,8 мкм) не удается отдельно оценить химический состав медной матрицы и первичных частиц хрома (точки 1, 2 и 15).

Следовательно, как в процессе получения покрытия, так и его последующего оплавления формируются твердые растворы меди в хроме и хрома в меди, что приводит в зависимости от температурного режима наплавки к частичному выпадению вторичных частиц хрома в медной матрице (рис. 2, *а*, *б*, рис. 4, *а*) и меди в более крупных частицах хрома (рис. 4, *в*).

Таким образом, в результате наплавки при минимальной температуре подложки (500...600 °С) удается сформировать равномерное по структуре композиционное покрытие с минимальным количеством исходных частиц хрома (рис. 1, *в*, рис. 2, *в*). Размеры вновь выпавших частиц хрома имеют бимодальное распределение по размерам: первичные частицы со средним размером 1,8 мкм (рис. 3, *г*) и вторичные частицы со средним размером 0,25 мкм (рис. 4, *а*).

Дополнительное оплавление сформированных покрытий при температуре подложки, не превышающей 360 °С позволяет резко (до 0,8 мкм) уменьшить размер первичных частиц хрома (вторичные частицы хрома не обнаруживается даже при анализе с помощью РЭМ) и полностью исключить наличие исходных крупных частиц хрома. Последнее особенно важно, поскольку исходные порошковые компоненты (медь и хром) содержат высокое количество остаточных газов, а наличие окислов на исходных частицах хрома и связанная с этим пористость спеченных контактов, ухудшает отключающую способность вакуумных выключателей [1, 2].

Выводы

1. Изучено влияние температуры подогрева основного металла и его температуры после окончания процесса электронно-лучевой наплавки композиционной смесью порошков Cu-Cr на структурно-фазовое состояние покрытия. Показано, что минимальное количество исходных частиц хрома в композиционном Cu-Cr покрытии соответствует температуре основного металла в начале/конце процесса 500/600 °С.
2. Установлено, что помимо исходных крупных частиц хрома в покрытии формируются еще два типоразмера частиц (бимодальное распределе-

ние): хром в виде первичных частиц образовавшихся при кристаллизации, и хром, выделившийся по границам и внутри зерен матрицы (вторичные частицы хрома) в результате старения твердого раствора на основе меди. Средний размер первичных частиц хрома растет от 1,8 до 5,1 мкм и вторичных частиц от 0,25 до ~1 мкм с увеличением температуры основного металла от 600 до 880 °С.

3. Доказано, что при оплавлении покрытия, температура основного металла которого не превышает 360 °С, наблюдается значительное уменьшение среднего размера первичных частиц хрома от 1,8 до 0,8 мкм и формирование более однородной структуры без включений исходных частиц хрома. Вторичные частицы хрома не обнаруживается при анализе с помощью РЭМ.
4. Установлено, что в процессе электронно-лучевой наплавки за счет высокой скорости кристаллизации жидкометаллической ванны расплава формируются твердый раствор на основе хрома, содержащий 2,5...4,5 ат. % меди, и твердый раствор на основе меди, содержащий 5...8 ат. % хрома.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 11-08-00089-а и государственного задания Министерства образования и науки РФ на проведение научно-исследовательских работ № 8.3664.2011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Müller R. Arc-melted CuCr alloys as contact materials for vacuum interrupters. Siemens Frisch Entwickeln-Berufung. – 1988. – Bd. 17. – № 3. – S. 105–111.
2. Лесник Н.Д., Минакова Р.В., Хоменко Е.В. Система хром – медь: адгезионные характеристики, легирование, структура переходной зоны и композиционных материалов // Порошковая металлургия. – 2001. – № 7/8. – С. 137–147.
3. Дехонова С.З., Дураков В.Г., Гнюсов С.Ф. Формирование бимодальной структуры псевдосплава Cu-Cr методом электронно-лучевой наплавки // Сварочное производство. – 2003. – № 10. – С. 19–23.
4. Zhou Z.M., Wang Y.P., Gao J., Kolbe M. Microstructure of rapidly solidified Cu-25 wt. % Cr alloys // Materials Science and Engineering. A. – 2005. – V. 398. – № 1–2. – P. 318–322.
5. Cooper K.P., Ayers J.D., Malzahn Kampe J.C., Feng C.R., Locci I.E. Microstructural evolution and thermal stability in rapidly solidified high-chromium-containing copper alloys // Materials Science and Engineering. A. – 1991. – № 142. – P. 221–233.
6. Jin Y., Adachi K., Takeuchi T., Suzuki H.G. Correlation between the cold-working and aging treatments in a Cu-15 wt. pet Cr in situ composite // Metall. Mater. Trans. A. – 1998. – № 29. – P. 2195–2203.
7. Patel A.N., Diamond S. The effects of non-equilibrium processing in the development of copper alloys // Materials Science and Engineering. A. – 1988. – № 98. – P. 329–334.
8. Correia J.B., Davies H.A., Sellars C.M. The microstructure and properties of water atomized and extruded Cu-Cr alloy powders // Materials Science and Engineering. A. – 1991. – № 133. – P. 265–269.
9. Stobrawa J., Ciura L., Rdzawski Z. Rapidly solidified strips of Cu-Cr alloys // Scripta Materialia. – 1996. – № 34. – P. 1759–1763.

Поступила 07.09.2011 г.

УДК 621.793.794.357.7

ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЕННОЙ ПОРОШКОВОЙ НАПЛАВКИ ТОКОМ ПРЯМОЙ ПОЛЯРНОСТИ НА ФОРМИРУЕМУЮ СТРУКТУРУ Fe–Cr–V–Mo–C ПОКРЫТИЙ

А.С. Дегтерёв, С.Ф. Гнюсов

Томский политехнический университет
E-mail: Degterev@tpu.ru

На основе детального анализа структуры покрытий системы Fe–Cr–V–Mo–C, полученных плазменной порошковой наплавкой на постоянном токе прямой полярности с поперечными колебаниями плазмотрона и без них в интервале изменения тока 160...250 А и скорости 4,5...10 м/ч, установлены рациональные режимы наплавки, обеспечивающие формирование равномерной композиционной структуры по всему объему упрочненного слоя.

Ключевые слова:
Плазменная порошковая наплавка, Fe–Cr–V–Mo–C сплав, режим, микроструктура.
Key words:
Plasma powder deposition, Fe–Cr–V–Mo–C alloy, deposition mode, microstructure.

Введение

Хорошо известны способы наплавки, обеспечивающие возможность раздельного управления процессами ввода энергии и подачи присадочного материала [1, 2]. Это в полной мере относится к плазменной порошковой наплавке (ППН), позволяющей формировать одинаковые по размерам упрочняющие слои при различном тепловложении. Плотность энергии, передаваемая от плазменной струи к нагреваемой поверхности на один два порядка больше, чем от открытой несжатой дуги, а при такой плотности энергии скорость ввода тепла в деталь больше скорости теплопередачи в ее массу [3]. Это обстоятельство, а также высокое качество защиты сварочной ванны, возможность создания покрытий толщиной от 0,2 до 6 мм за один проход и малая доля участия основного металла в наплавляемом слое актуализируют применение технологии плазменной порошковой наплавки как для упрочнения деталей вновь вводимого оборудования, так и их восстановления в ходе проведения ремонтных работ. Однако, исчерпывающих данных, устанавливающих связь между режимами ППН, структурой покрытий и ее равномерностью даже при применении хорошо зарекомендовавших себя промышленных порошковых сплавов недостаточно.

Актуальность формирования равномерной микроструктуры обусловлена тем, что в последнее время начали уделять внимание не только повышению износостойкости трущихся поверхностей, но и стабильности их износа в процессе эксплуатации [4]. Современные технологии анализа микроструктуры с высокой точностью позволяют количественно охарактеризовать степень ее неоднородности, а значит, делают возможным эффективный и целенаправленный выбор технологических параметров плазменной наплавки для создания наиболее рационального покрытия.

В настоящее время известны технологии ППН на постоянном токе обратной и прямой полярностей [5, 6]. Последняя получила более широкое распространение, так как характеризуется большей стабильностью процесса наплавки и относительной простотой конструкции плазмотронов [7]. Наплавка на переменном токе практически не используется [2], но проводятся исследования по наплавке разнополярным импульсным током [8]. В качестве присадочных материалов применяют порошки разнообразных систем легирования на основе Co, Ni, Cu, Fe и др. [2, 3, 9], наносимые на детали, зачастую изготовленные из конструкционных сталей. Для успешного проведения исследований по влиянию режима наплавки на строение формируемых покрытий необходимо изменять параметры режима в широком интервале значений, а экспериментальный порошок должен обладать большим запасом технологичности. Этому требованию удовлетворяет промышленный сплав Fe–Cr–V–Mo–C на основе железа, успешно конкурирующий с быстрорежущими сталями и высокохромистыми чугунами [10].

Целью работы является выявление взаимосвязей между режимами плазменной порошковой наплавки на постоянном токе прямой полярности и формируемой микроструктурой покрытий системы Fe–Cr–V–Mo–C.

Материалы и методики исследования

В качестве наплавочного материала в работе использовался промышленный порошок ПР-Х18ФНМ химического состава (мас. %): 2,1...2,4 C, 17...19 Cr, 2...3 Ni, 7...8 V, 2...2,6 Mo, Fe – основа. Для наплавки использовали фракцию порошка размером от 50 до 200 мкм. В качестве основного материала использовали пластины из стали 20 размером 250×100×10 мм, поверхность которых предварительно шлифовалась.

Покрытия наносили на серийно выпускавшейся в ВНИИЭСО установке УПН-303УХЛ4 с водоохлаждаемым плазмотроном. Для более высокого уровня защиты создаваемых упрочняющих слоев от вредного влияния атмосферного воздуха на плазмотрон устанавливали устройство дополнительного обдува зоны наплавки. В качестве плазмообразующего, транспортирующего и защитного газов применяли аргон высшего сорта. Покрытия наплавляли за один проход на токе прямой полярности при расстоянии от плазмотрона до изделия 10...12 мм, расходе плазмообразующего газа 1...2 л/мин, транспортирующего 10...16 л/мин, для дополнительного поддува до 10...15 л/мин, напряжении на дуге 35...45 В. Основные параметры режимов наплавки с поперечными колебаниями плазмотрона частотой 0,3 Гц и без них приведены в табл. 1. Плотность тока наплавки, определяемая как отношение силы тока к площади поперечного сечения электрода, принимала значения от 8 до 13 А/мм^2. Эффективная погонная энергия для всех режимов наплавки рассчитывалась согласно ГОСТ Р ИСО 857-1-2009. Эффективный КПД нагрева изделия дугой принимали равным 0,55...0,63.

Таблица 1. *Параметры режимов плазменной порошковой наплавки*

Режимы наплавки	Сила тока, А	Погонная энергия, кДж/см	Скорость наплавки, м/ч	Расход порошка, кг/ч	Размах колебаний, мм
1	160	28,2	4,5	1,45	0
2	190	35,6	4,5	1,45	
3	220	42,1	4,5	1,45	
4	220	42,1	4,5	1,90	
5	160	21,2	6,0	1,90	
6	190	26,7	6,0	1,90	
7	220	31,6	6,0	1,90	
8	250	37,1	6,0	1,90	
9	190	20,0	8,0	1,90	
10	220	23,7	8,0	1,90	
11	220	19,0	10,0	1,90	
12	160	28,2	4,5	1,45	9
13	190	35,6	4,5	1,45	9
14	220	42,1	4,5	1,45	9
15	220	42,1	4,5	1,90	9
16	190	35,6	4,5	1,90	15
17	220	42,1	4,5	1,90	15

Анализ геометрических размеров валиков проводился на длине 50 мм в зоне установившегося режима в пяти произвольных точках. Углы смачивания и глубину проплавления для каждого режима измеряли с помощью оптического микроскопа на четырех поперечных макрошлифах, протравленных в течение 15 с 4 % раствором HNO_3 в C_2H_5OH. Макро- и микроструктуру наплавленных покрытий исследовали в трех перпендикулярных сечениях упрочненного слоя (рис. 1) с помощью оптического микроскопа Olyimpus GX51, снабженного анализатором изображений SIAMS 700. На «поперечных» шлифах (сечение 1) оценивали равномерность структуры по толщине формируемых покрытий. Для этого по оси покрытий, от границы сплавления к их вершине, прокалывалась дорожка уколов (маркеров) алмазной пирамидой (угол при вершине 136°) при нагрузке в 0,981 Н с шагом 300 мкм. Справа и слева от каждого маркера анализировалась микроструктура. На «продольных» шлифах (сечения 2 и 3) равномерность структуры оценивалась по длине и ширине упрочняющих слоев.

Частицы карбида ванадия, выявляемые рельефным полированием по методике [11], исследовали с применением методов дифференциального интерференционного контраста и темнопольного освещения. Для анализа эвтектических карбидов использовали травитель следующего химического состава: 8,3 % $K_3[Fe(CN)_6]$, 8,3 % KOH, 83,4 % H_2O. Травление осуществляли при температуре 20 °С методом погружения образцов, время травления 60 с. С помощью анализатора изображений оценивали объемные доли частиц упрочняющих фаз, их средние диаметры, среднеквадратичное отклонение размеров и число частиц, приходящихся на единицу площади шлифа (10^4 мкм^2). Линейным методом оценивали величину зерна матрицы.

Результаты и обсуждение

При наплавке на прямой полярности столб плазмы имеет цилиндрическую форму и незначительно деформируется (на 10...20 % расширяется) лишь вблизи упрочняемой поверхности. Он характеризуется постоянством геометрии, и его диаметр увеличивается с ростом силы тока. Упрочняющие слои характеризуются малой (менее 0,4 мм) чешуйчатостью и постоянством геометрических разме-

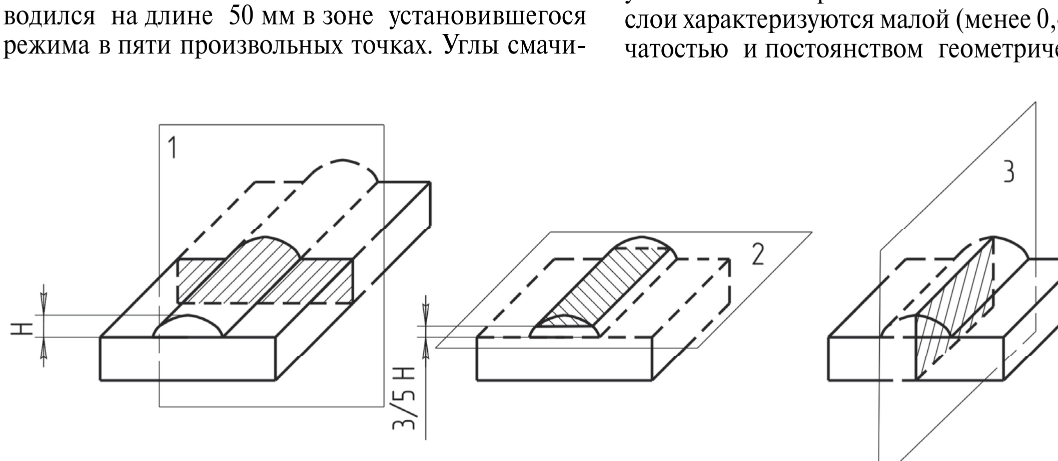


Рис. 1. *Схематичное положение сечений 1–3, в которых проводился анализ макро- и микроструктуры покрытий*

ров. Разброс значений ширины по длине валиков при наплавке без колебаний плазмотрона не превышает 0,6 мм, а при их введении не превышает 1,2 мм (табл. 2). Максимальная ширина валиков, в диапазоне изменения токов 160...250 А, сформированных без поперечных колебаний плазмотрона, достигает 14 мм.

Увеличение силы тока от 160 до 250 А способствует снижению углов смачивания, уменьшению высоты, повышению ширины валиков и увеличению глубины проплавления. Размеры валиков, сформированных на режимах № 6–11, свидетельствуют об уменьшении ширины и высоты формируемых упрочняющих слоев с повышением скорости наплавки от 6 до 10 м/ч. Этот факт является следствием уменьшения ширины сварочной ванны и количества порошка, поступающего в нее. Уменьшение скорости наплавки с 6 до 4,5 м/ч при расходе 1,9 кг/ч и токе 220 А не приводит к увеличению ширины упрочняющего слоя, наблюдается резкое увеличение углов смачивания и высоты покрытия. Данный эффект объясняется преобладанием процесса охлаждения сварочной ванны подаваемым в нее значительным количеством присадочного материала над ростом ее ширины в результате уменьшения скорости движения плазмотрона. Таким образом, режим № 4 является граничным для расхода порошка 1,9 кг/ч, уменьшение тока наплавки до 190 А и тем более до 160 А не позволит сформировать качественное покрытие. Наплавка покрытия током в 250 А (режим № 8) приводит к заметному сокращению срока службы деталей используемой модели плазмотрона, потому в работе он нашел ограниченное применение.

Таблица 2. *Размеры формируемых валиков*

№ режима	Ширина, мм	Высота, мм	Глубина проплавления основного металла, менее, мм	Угол смачивания, град	Сплавление
1	9,3±0,3	4,8±0,1	0,50	105±16	–
2	10,5±0,1	4,6±0,2	0,75	103±18	+
3	13,1±0,2	4,0±0,1	0,80	61±5	+
4	12,1±0,2	6,0±0,1	0,25	76±20	+
5	7,4±0,1	4,9±0,1	0,15	94±5	+
6	9,8±0,2	4,4±0,1	0,30	76±12	+
7	12,4±0,1	3,9±0,1	0,60	60±5	+
8	13,5±0,2	3,5±0,1	1,00	47±4	+
9	8,3±0,1	3,8±0,1	0,15	74±22	+
10	10,8±0,1	3,4±0,2	0,30	64±6	+
11	8,9±0,1	3,2±0,1	0,30	54±5	+
12	12,0±0,4	4,1±0,1	0,10	57±10	+
13	13,4±0,6	3,9±0,1	0,25	60±2	+
14	16,3±0,2	3,5±0,1	0,70	45±13	+
15	15,8±0,1	4,9±0,1	0,20	73±7	+
16	20,5±0,6	3,7±0,2	0,10	43±3	–
17	20,5±0,6	3,7±0,2	0,10	36±3	+

Пористость наплавленного металла менее 0,5 %, пористость на границе сплавления также менее 0,5 %, за исключением покрытий № 16 – 20...25 % и № 17 – до 1 %.

При наплавке с расходом присадочного порошка 1,9 кг/ч током 190 А на скорости 8 м/ч и на 10 м/ч током 220 А формируемые валики характеризуются значительными углами смачивания. Дальнейшее уменьшение тепловложения в сварочную ванну способствует ухудшению адгезии упрочняющего слоя к основному металлу и появлению пористости на границе их сплавления. Таким образом, режим № 9 является граничным для скорости 8 м/ч и режим № 11 – для скорости 10 м/ч.

Сравнительный анализ покрытий, выполненных на режимах № 3 и 4, показал, что с уменьшением расхода порошка высота валиков и углы смачивания уменьшаются, а ширина и глубина проплавления возрастают. Увеличение ширины и глубины объясняется увеличением температуры сварочной ванны.

Введение поперечных колебаний приводит к понижению углов смачивания, увеличению ширины и уменьшению высоты покрытий. Вместе с тем, при наплавке со значительным размахом колебаний (15 мм) даже на токе 190 А наблюдается лишь частичное сплавление упрочняющего слоя с основным металлом и наличие пористости на границе сплавления (режим № 16).

На основании анализа микроструктуры полученных упрочняющих слоев их можно характеризовать, как композиционные (рис. 2). Матрица в упрочненном слое представлена α- и γ-твердыми растворами. Размеры зерен матрицы по мере удаления от границы сплавления к вершине валика уменьшаются на 25...40 % при наплавке на токе 190 А, на 10...27 % при наплавке на токах 160 А и 220 А и на 10 % при токе 250 А. Подобную закономерность можно объяснить следующим образом. При формировании покрытий на токе 160 А температура в верхних и нижних объемах сварочной ванны невелика. Нижние объемы в процессе наплавки прогреваются несколько сильнее, верхние слабее. Увеличение тока до 190 А приводит к значительному прогреву наплавляемого металла вблизи границы сплавления, а для прогрева верхних объемов покрытия вводимой энергии еще недостаточно. Дальнейшее увеличение тока до 220...250 А приводит к выравниванию температурного воздействия и уменьшению разницы меду структурой верхних и нижних объемов формируемых валиков.

С увеличением силы тока от 160 до 220 А и уменьшением скорости наплавки от 10 до 4,5 м/ч средний размер зерен матрицы формируемых покрытий увеличивается от 5,9 мкм до 8,5 мкм. Наплавка на токе 250 А способствует резкому увеличению размера зерен матрицы до 11 мкм.

В карбидной подсистеме присутствуют как первичные карбиды, так и эвтектические карбиды, выделившиеся по границам зерен (рис. 2). Ванадий, как более сильный карбидообразующий элемент, в первую очередь образует собственные карбиды V_2C и VC. Большая часть углерода сплава находится в этих карбидах, так как 1 % ванадия связывает до 0,236 % углерода [4, 12]. По данным рентгеноструктурного анализа в сплаве также присутствует карбид Me_7C_3. Результаты анализа фазового состава хорошо согла-

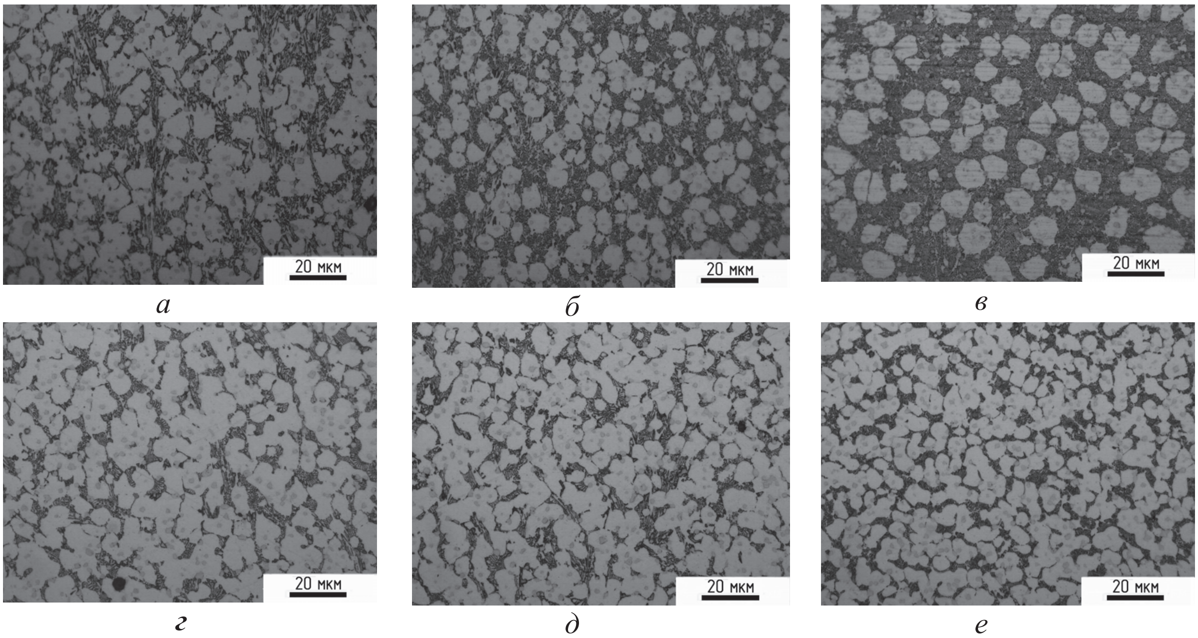


Рис. 2. *Микроструктура покрытий сформированных по режимам: № 5 (а–в), № 7 (г–е); (а, г) – вблизи границы сплавления, (б, д) – в центре покрытий, (в, е) – в верхней части покрытий*

суются с данными, описанными в работах [4, 9, 13, 14]. Твердость эвтектики на основе карбида Me_7C_3 изменяется в интервале 950...1200 HV, а матрицы, содержащей равноосные частицы карбидов ванадия, – 300...600 HV.

Режим наплавки оказывает существенное влияние на систему эвтектических карбидов. При наплавке на токах 160 и 190 А наблюдается разнодисперсность эвтектики (рис. 2, *а–в*). По мере удаления от границы сплавления отдельные, вытянутые в направлении теплоотвода эвтектические колонии (рис. 2, *а*) начинают разориентироваться друг относительно друга и уменьшаться в размерах (расстояние между осями второго порядка уменьшается с 1,5...2 мкм до 0,6 мкм (предел разрешения оптической системы) и меньше (рис. 2, *б*). И в конечном итоге развиваются в сплошную сетку по границам зерен (рис. 2, *в*). Доля эвтектических карбидов может достигать 40...45 %. В зонах с обширными сетчатыми выделениями погрешность измерения доли эвтектических карбидов повышается вследствие увеличения их дисперсности.

При наплавке с расходом порошка 1,9 кг/ч токами 220...250 А со скоростью 6 м/ч, током 220 А со скоростью 8 м/ч и на скорости 4,5 м/ч током 220 А при расходе 1,45 кг/ч доля эвтектики по мере удаления от границы сплавления к поверхности покрытия возрастает от 18 до 24 % (рис. 5, *а*). При наплавке на скорости 4,5 и 10 м/ч током 220 А при расходе 1,9 кг/ч рост более значителен, объемная доля достигает 35 %. Это связано с недостаточным прогревом током в 220 А всего объема покрытий по причине их значительной высоты или вследствие высокой скорости наплавки.

Относительно однородное распределение эвтектики по толщине покрытия наблюдается при его создании на токе 220 А высотой до 4 мм при скорости наплавки до 8 м/ч включительно (рис. 2, *г–е*). Расширив диапазон токов до 250 А можно увеличить предельную высоту однородного покрытия, однако вместе с тем увеличивается глубина проплавления (до ~1,0 мм), средний размер зерен матрицы (до 11±1 мкм), частицы карбида ванадия приобретают игольчатую морфологию, снижается срок службы деталей плазмотрона.

При одновременном анализе микро- и макроструктуры упрочняющих слоев (режимы наплавки № 1, 2, 4–6 и 11) наблюдается определенный порядок в распределении частиц карбида ванадия. В сечении 1 обнаруживаются эллиптические темные зоны с малым числом крупных частиц карбида ванадия (рис. 3, *а*), в сечении 2 и 3 – эти зоны выглядят в виде серповидных сегментов, повторяющие контуры границы кристаллизации сварочной ванны (рис. 3, *б*, *в*). Описываемые области характеризуются более крупными эвтектическими колониями в сравнении с остальными объемами покрытий.

На основе анализа структуры в трех сечениях валика удалось построить схему распределения этих зон в объеме покрытий, выполненных без поперечных колебаний плазмотрона (рис. 4, *а*). Видно, что в случае обнаружения зон с малым числом частиц карбида ванадия в одном из сечений, они однозначно будут присутствовать и в двух других сечениях.

Для оценки влияния режима наплавки на размеры образующихся зон использовали сечение № 2. При наплавке на минимальной из рассматриваемого диапазона скорости и токе упрочненный слой содержит серповидные зоны (шириной до 220 мкм) с малым числом частиц карбида ванадия (рис. 3, *б*). Увеличение тока от 160 до 220 А при той же скорости наплавки способствует уменьше-

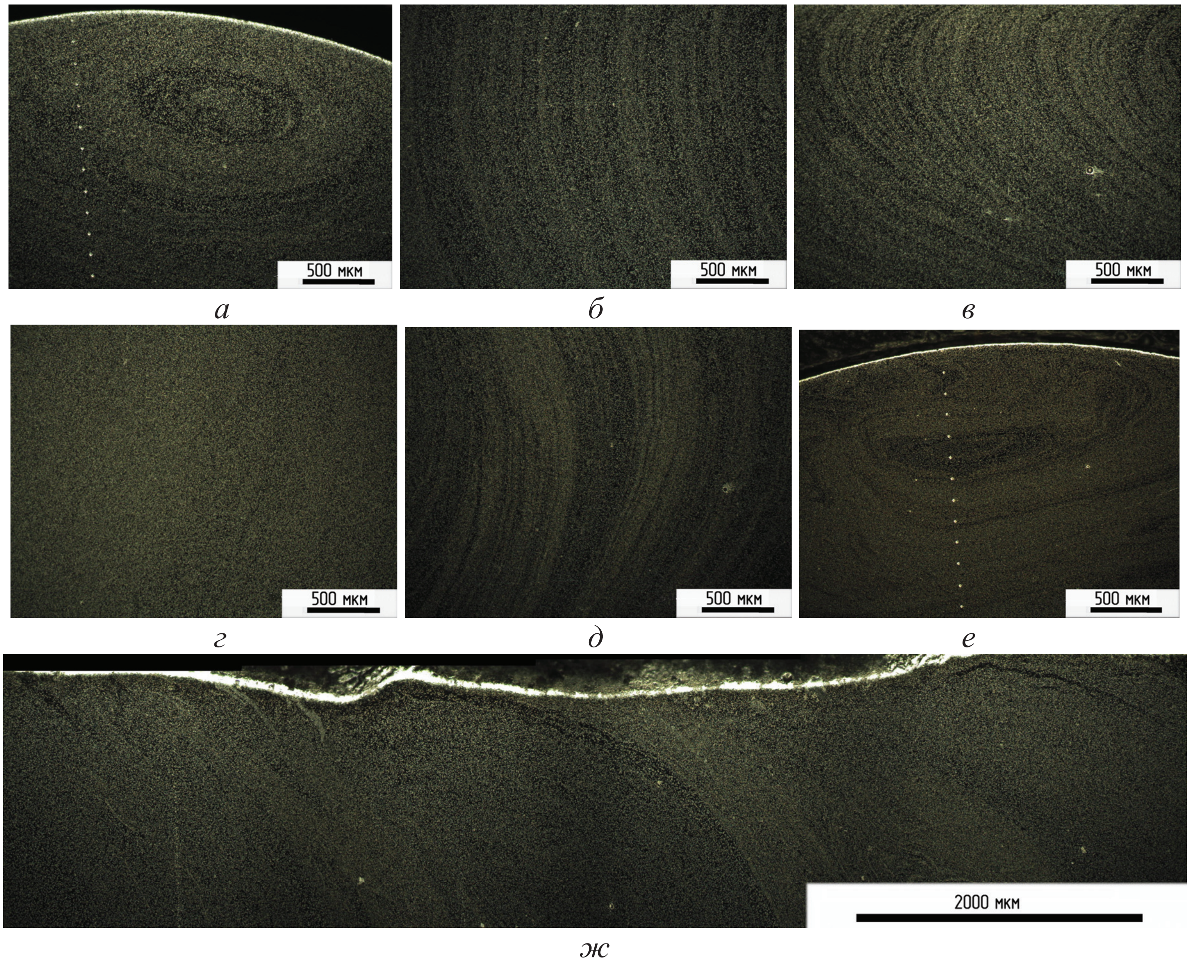


Рис. 3. *Макроструктура покрытий, сформированных по режимам: № 1 (а, б, в), 9 (г), 11 (д, е), 17 (ж); (а, е) – сечение № 1, (б, г, д, ж) – сечение № 2, (в) – сечение № 3*

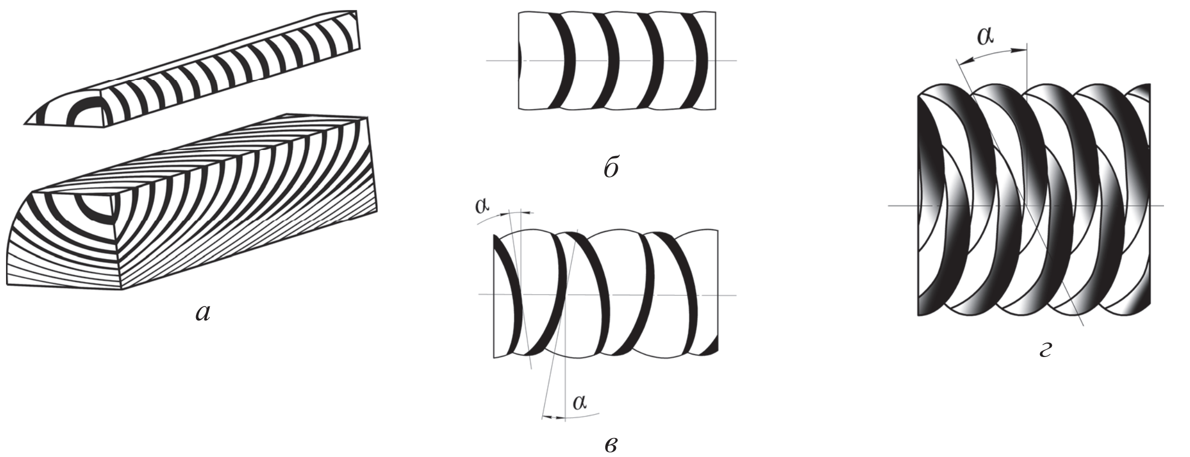


Рис. 4. *Схемы распределения зон с малым числом крупных частиц карбида ванадия: в объеме покрытий, выполненных без поперечных колебаний (а); в сечении 2 покрытий, выполненных с поперечными колебаниями плазмотрона размахом 9 мм (б, в) и 15 мм (г)*

нию ширины описываемых зон: (30...220) мкм → (25...110) мкм → (0...20) мкм. В случае наплавки на скорости 6 м/ч ширина серповидных зон уменьшается от 10...70 мкм при токах 160...190 А и до 0...20 мкм при токах 220...250 А. При дальнейшем росте скорости наплавки до 8 м/ч зоны с малым числом частиц карбида ванадия едва различимы и их ширина не превышает 10 мкм (рис. 3, *г*). Увеличение скорости до 10 м/ч вновь вызывает появление областей с малым числом частиц карбида ванадия шириной до 150 мкм и способствует увеличению неоднородности структуры (рис. 3, *д*, *е*).

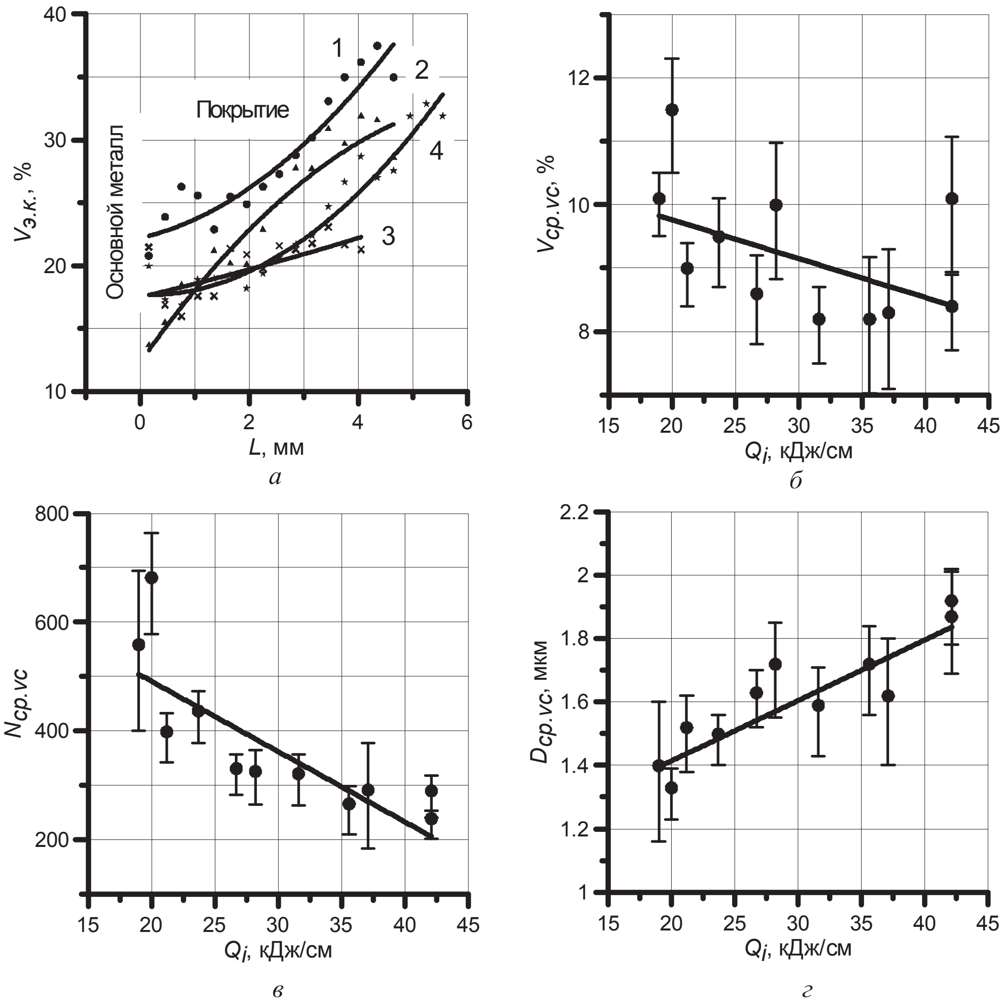
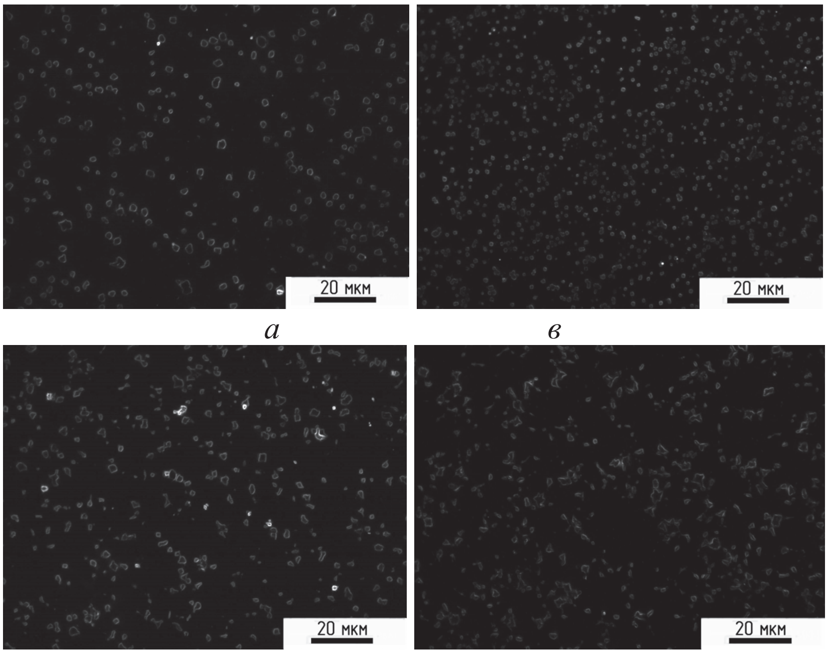


Рис. 5. *Карбидные фазы в покрытиях: распределение объемной доли эвтектических карбидов $V_{э.к}$ по толщине покрытий (а) – номера линий соответствуют номерам режимов; зависимости среднего диаметра $D_{ср.vc}$ (г) частиц карбида ванадия, их числа $N_{ср.vc}$ (в) и объемной доли $V_{ср.vc}$ (б) от эффективной погонной энергии*

Режимы наплавки не только вызывают определенный порядок в распределении частиц карбида ванадия в объеме покрытий, но и оказывают существенное влияние на форму, размеры и объемную долю включений VC. С увеличением погонной энергии (изменение силы тока от 160 до 220 А и скорости наплавки от 10 до 4,5 м/ч) наблюдается рост средних размеров частиц карбида ванадия от 1,3 до 1,9 мкм (рис. 5, *г*), небольшое уменьшение их объемной доли от 10...12 % до 8...9 % (рис. 5, *б*), и уменьшение среднего числа частиц от ~600 до ~200 (рис. 5, *в*, рис. 6, *а*, *в*) на фиксируемой площади микроструктуры покрытий (10^4 мкм^2). С увеличением размера частиц карбида ванадия они приобретают ярко выраженную огранку. В покрытии № 3 изменяется строение частиц карбида ванадия по объему упрочняющего слоя. Вблизи границы сплавления они имеют угловатую форму (рис. 6, *а*), а в верхней части покрытия как угловатую, так и игольчатую (рис. 6, *б*). При наплавке на токе величиной 250 А, формируемые армирующие частицы VC имеют как угловатую, так и игольчатую морфологию по всему объему упрочненного слоя (рис. 6, *г*). Изменение формы частиц карбида ванадия, по-видимому, является следствием значительного перегрева сварочной ванны.

На основе анализа таких показателей упрочненного слоя как внешний вид, пористость, адгезия с основным металлом, размер зерна матрицы, отсутствие или малая ширина зон с высоким содержанием эвтектических карбидов, размер, морфология и равномерность распределения частиц карбида ванадия, наиболее равномерную структуру покрытия можно сформировать при скорости наплавки 4,5 м/ч и расходе порошка 1...1,45 кг/ч, скорости 6...8 м/ч и расходе 1...1,9 кг/ч на токе 220 А. Увеличение тока до 250 А приводит к резкому увеличению размера зерна матрицы (до 11 мкм), изменению морфологии частиц карбида ванадия и заметному сокращению срока службы деталей используемой модели плазмотрона.

Поперечные колебания плазмотрона вносят изменения в макро- и микростроение темных зон упрочняющих слоев с малым содержанием частиц



а в б г

Рис. 6. *Микроструктура покрытий, сформированных по режиму № : 3(а, б), 9(в), 8(г); (а) – в нижней части покрытия, (б) – в верхней части покрытия*

карбида ванадия. Колебания плазмотрона с малым размахом (9 мм) способствуют увеличению размеров пятна нагрева и ширины сварочной ванны. В сечении 2 покрытий наблюдаются серповидные зоны с малым числом крупных частиц карбида ванадия, и их ширина изменяется от 10 до 80 мкм в случае наплавки токами 160 А и 220 А, и от 50 до 250 мкм током 190 А. Причем описываемые зоны расположены или симметрично относительно центра покрытия (рис. 3, *б*) или развернуты на некоторый угол то в одну, то в другую сторону соизмеримо с траекторией движения плазмотрона (рис. 3, *в*). В сечении 1 покрытий не обнаруживается распределение частиц карбида ванадия по эллиптическим траекториям, что можно объяснить изменением формы сварочной ванны, а именно сокращением длины ее хвостовой части.

Увеличение размаха колебаний плазмотрона до 15 мм обеспечивает большую чувствительность процесса кристаллизации сварочной ванны к его местоположению в пространстве. Это особенно заметно при уменьшении скорости наплавки до 4,5 м/ч, когда теплоотвод в направлении амплитуды колебаний плазмотрона в большей степени влияет на процесс кристаллизации сварочной ванны, чем теплоотвод в направлении скорости наплавки. Происходит изменение внешнего вида сформированных валиков и их микроструктуры. В сечении 1 покрытий ширина эллиптических зон с малым числом частиц карбида ванадия не превышает 50 мкм. Серповидные зоны с малым числом частиц карбида ванадия (сечение 2) в данных условиях наплавки существенно изменяются. Их ширина значительно увеличивается (до 2000 мкм) и они следуют друг за другом (рис. 3, *ж*), формируя периодическую структуру покрытия (рис. 4, *г*). Внутри серповидной зоны по ее ширине плавно увеличивается число частиц карбида ванадия в направлении вектора скорости наплавки.

Введение поперечных колебаний приводит к уменьшению средних размеров частиц карбида ванадия на 10...25 %, увеличению их среднего числа на 10...50 % и объемной доли на 10...20 % по сравнению со структурой упрочненных слоев, полученных без поперечных колебаний плазмотрона при тех же значениях скорости наплавки и силы тока.

Наплавка с размахом колебаний плазмотрона 9 мм, расходом порошка 1,45 кг/ч на токе 220 А не приводит к изменениям объемной доли эвтектики по высоте упрочняющего слоя. Увеличение расхода порошка до 1,9 кг/ч на том же токе, и при расходе 1,45 кг/ч на токах 160...190 А приводит к росту доли эвтектических карбидов от границы сплавления к поверхности упрочненного слоя. При увеличении размаха колебаний до 15 мм доля эвтектики растет от границы сплавления к поверхности покрытий.

Выводы

1. Установлено, что наиболее равномерную структуру упрочненного слоя покрытий системы Fe–Cr–V–Mo–C с шириной эллиптических и серповидных зон, не превышающей 20 мкм, можно сформировать при скорости плазменной порошковой наплавки на постоянном токе 220 А прямой полярности 4,5 м/ч и расходе порошка 1...1,45 кг/ч, скорости 6...8 м/ч и расходе 1...1,9 кг/ч.
2. Показано, что варьированием параметрами режимов наплавки можно влиять на средний диаметр (от 1,3 до 1,9 мкм), число (от 200 до 600 шт. на еди-

нице площади поверхности), долю (от 8...9 до 10...12 %) и морфологию частиц карбида ванадия, средний размер зерен матрицы (от 5,9 до 11 мкм), и распределение эвтектических карбидов.

3. Установлено, что введение поперечных колебаний плазмотрона малого размаха исключает распределение частиц карбида ванадия по эллиптическим траекториям в покрытиях, ширина же серповидных зон в них составляет 10...250 мкм. При увеличении размаха колебаний до 15 мм ширина эллиптических зон не превышает 50 мкм, а ширина серповидных зон с малым числом частиц карбида ванадия увеличивается до 2 мм, формируя периодическую структуру покрытий. При этом, внутри серповидных зон по их ширине плавно увеличивается число частиц карбида ванадия в направлении вектора скорости наплавки.
4. Введение поперечных колебаний плазмотрона обеспечивает уменьшение средних размеров частиц карбида ванадия на 10...25 %, увеличение их среднего числа на 10...50 % и средней объемной доли на 10...20 % по сравнению со структурой упрочненных слоев, полученных без поперечных колебаний плазмотрона при тех же значениях скорости наплавки и силы тока.

Авторы благодарят к.т.н., доцента Р.И. Дедюха за консультации в вопросах эффективности нагрева изделия плазменной дугой.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства образования и науки РФ на проведение научно-исследовательских работ № 8.3664.2011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лапин И.Е., Косович В.А. Неплавящиеся электроды для дуговой сварки. – Волгоград: ВолгГТУ, 2001. – 190 с.
2. Гладкий П.В. и др. Плазменная наплавка. – Киев: Екотехнология, 2007. – 292 с.
3. Пантелеенко Ф.И., Лялякин В.П., Иванов В.П., Константинов В.М. Восстановление деталей машин. – М.: Машиностроение, 2003. – 672 с.
4. Liujie Xu, Jiandong Xing, Shizhong Wei, Yongzhen Zhang, Rui Long. Study on relative wear resistance and wear stability of high-speed steel with high vanadium content // Wear. – 2007. – V. 262. – P. 253–261.
5. Шевченко О.И. Управление структурой, составом и свойствами покрытий при плазменной наплавке за счет технологических воздействий: дис. ... д-ра техн. наук. – Екатеринбург, 2006. – 355 с.
6. Гладкий П.В., Переплетчиков Е.Ф., Рябцев И.А. Плазменная наплавка (обзор) // Автоматическая сварка. – 2007. – № 2. – С. 32–40.
7. Щицын Ю.Д., Косолапов О.А., Струков Н.Н. Распределение энергии сжатой дуги при работе плазмотрона на токе обратной полярности // Сварка и диагностика. – 2010. – № 3. – С. 13–16.
8. Макаренко Н.А., Грановский Н.А., Богуцкий А.А., Кущий А.М., Кошевой А.Д. Плазменная наплавка разнополярными импульсами тока // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – 2007. – № 2Е. – С. 213–217.
9. Переплетчиков Е.Ф., Рябцев И.А. Плазменно-порошковая наплавка в арматуростроении. – Киев: Екотехнология, 2007. – 64 с.
10. Xu Liujie, Xing Jiandong, Wei Shizhong, Zhang Yongzhen, Long Rui. Investigation on wear behaviors of high-vanadium high-speed steel compared with high-chromium cast iron under rolling contact condition // Materials Science and Engineering. – 2006. – V. 434. – P. 63–70.
11. Геллер Ю.А. Инструментальные стали. – М.: Металлургия, 1983. – 527 с.
12. Переплетчиков Е.Ф., Рябцев И.А., Васильев В.Г., Хайнце Х. Структура и свойства высокоуглеродистых высокованадиевых сплавов на железной основе для наплавки // Металловедение и термическая обработка металлов. – 2003. – № 5. – С. 37–40.
13. Bratberg J., Frisk K. An Experimental and Theoretical Analysis of the Phase Equilibria in the Fe–Cr–V–C System // Metallurgical and materials transactions. A. – 2004. – V. 35A. – P. 3649–3663.
14. Shizhong Wei, Jinhua Zhu, Leujue Xu Research on wear resistance of high speed steel with high vanadium content // Materials Science and Engineering. – 2005. – V. 404. – P. 138–145.

Поступила 09.09.2011 г.

УДК 621.791.927.55

СТРУКТУРА И СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ НА ОСНОВЕ СТАЛИ Р6М5, ПОЛУЧЕННЫХ СПОСОБОМ ПЛАЗМЕННОЙ ПОРОШКОВОЙ НАПЛАВКИ

А.А. Хайдарова, А.С. Дегтерев

Томский политехнический университет
E-mail: haydarova@tpu.ru

С использованием различных режимов плазменной порошковой наплавки получены покрытия на основе стали Р6М5. Исследовано влияние параметров режима наплавки на структуру и микротвердость наплавляемого металла. Показано, что увеличение погонной энергии при плазменной порошковой наплавке способствует уменьшению объемной доли эвтектики и карбидов типа МС.

Ключевые слова:
Плазменная порошковая наплавка, быстрорежущая сталь, эвтектика, карбиды.
Key words:
Plasma-powder surfacing, high speed steel, eutectic, carbide.

Широкое применение различных способов наплавки для восстановления рабочих поверхностей инструментов и деталей машин обуславливает необходимость проведения сравнительных исследований качества и свойств наплавленных материалов.

В настоящее время наплавку производят электродуговыми методами или с использованием высококонцентрированных источников энергии. В результате применения электродуговых способов, качество наплавленного инструмента не всегда получается высоким и стабильным, что вызвано большой глубиной проплавления и перемешиванием основного и наплавляемого металлов в зоне сплавления [1].

В связи с этим всё большее применение находят методы наплавки с помощью высококонцентрированных источников энергии. Это электронно-лучевой, лазерный и плазменный способы наплавки, способствующие получению минимальной глубины проплавления основного металла и малой ширины зоны термического влияния [2–4].

При использовании электронно-лучевого способа наплавки возникает необходимость создания вакуума, что делает затруднительным применение данного метода при восстановлении и упрочнении поверхностей габаритных деталей и при работе в полевых условиях [2, 3].

При лазерной наплавке в связи с чрезвычайно высокой скоростью кристаллизации расплава, несмотря на дисперсность кристаллической структуры, велика вероятность образования кристаллизационных (горячих) трещин. Особенно склонны к горячим трещинам при лазерной обработке высокоуглеродистые, легированные инструментальные стали, что ограничивает применение данного способа при нанесении покрытий на основе стали Р6М5 [5].

В связи с наличием указанных недостатков электронно-лучевой и лазерной наплавки широкое применение находит плазменный способ, возможности которого не ограничены формой и размерами обрабатываемого изделия.

Для экономии металла, снижения расходов на механическую обработку наплавляемых деталей, а также получения требуемого структурно-фазового состояния при плазменной наплавке используют различные порошковые материалы, среди которых распространены порошки стали Р6М5.

Согласно исследованиям [6] размер зерна быстрорежущей стали, наплавленной плазменно-порошковым методом на 20 % меньше, чем размер зерна литой быстрорежущей стали, а уровень твердости наплавленного металла на 10...20 % превышает уровень твердости стали Р6М5 после отжига. Перечисленные преимущества такого наплавочного материала делают его применение актуальным.

Известно [7], что изменение скорости охлаждения в интервале кристаллизации расплава быстрорежущей стали может значительно влиять на размеры зерен и толщину сетки карбидов стали и, как следствие, на свойства наплавленного металла. Это обстоятельство имеет особое значение при выборе режима плазменной наплавки, так как плазменная дуга позволяет в широких пределах регулировать энергетические характеристики нагрева.

Целью данной работы является исследование изменения структуры и твердости покрытий на основе быстрорежущей стали, полученных при различных режимах плазменно-порошковой наплавки.

Плазменно-порошковую наплавку производили с использованием установки УПН-303УХЛ4, серийно выпускавшейся ВНИИЭСО. Расход транспортирующего и защитного газа составлял 10...16 л/мин, расход плазмообразующего газа – 2 л/мин. В качестве защитного и плазмообразующего газа использовался аргон высшего сорта по ГОСТ 10157-79 (99,993 %).

В качестве наплавляемого материала использовали порошок стали Р6М5 с гранулометрическим составом 100...350 мкм. Порошок наплавляли на пластины из стали 20 толщиной 10 мм. Расход порошка составлял 1,9 кг/ч. Наплавку производили за один проход без поперечных колебаний плазмотрона с использованием режимов, представленных в таблице.

Таблица. *Режимы плазменно-порошковой наплавки*

Режим наплавки	j, А/мм²	I, А	$V_{нап}$, см/с	q, кДж/см
Обратная полярность				
1	8,15	160	0,17	20,4
2	9,17	180	0,17	24,5
3	10,19	200	0,17	28,2
4	11,2	220	0,17	32,1
5	11,2	220	0,21	25,9
6	11,2	220	0,25	21,8
7	8,15	160	0,13	26,7
8	9,17	180	0,13	32,1
9	10,19	200	0,13	36,9
10	11,2	220	0,13	41,9
11	10,19	200	0,21	22,8
12	10,19	200	0,25	19,2
Прямая полярность				
1	8,15	160	0,13	26,7
2	9,17	180	0,13	32,1
3	10,19	200	0,13	36,9
4	11,2	220	0,13	41,9

Исследования макро- и микроструктуры производили с использованием микроскопа OLYMPUS GX51 и комплекта прикладных программ SIAMS 700. Анализ геометрических размеров валиков проводили на длине 50 мм в зоне установившегося режима в пяти произвольных точках. Глубину проплавления для каждого режима измеряли с помощью оптического микроскопа на четырех поперечных макрошлифах.

Выявленные карбиды МС исследовали с применением метода дифференционного интерференционного контраста. Для анализа эвтектических карбидов использовали травитель $K_3[Fe(CN)_6]$:KOH:H_2O=1:1:10. Травление осуществляли методом окунания в нагретый до 60...80 °С реактив с выдержкой от 1,5 до 10 мин.

Объемные доли частиц упрочняющих фаз и их средние размеры оценивали с помощью анализатора изображений SIAMS 700. Величину зерна матрицы оценивали линейным методом А. Розиваля. Микротвердость наплавленного металла измеряли на приборе ПМТ-3 (ГОСТ 9450-76) с шагом по глубине 150 мкм при нагрузке 1 Н.

Величину погонной энергии определяли по ГОСТ Р ИСО 857-1-2009 по формуле

$$q_{н} = \frac{\eta IU}{V_{н}},$$

где I – сила тока, А; U – напряжение дуги, В; $V_н$ – скорость наплавки, см/с; η – эффективный КПД нагрева. Исходя из данных, представленных в работе [4] при увеличении силы тока наплавки эффективный КПД нагрева уменьшается. Для режимов наплавки, представленных в таблице, η изменяется в пределах от 0,57 до 0,63.

При использовании режимов при силе тока от 160 до 180 А наблюдается порообразование в наплавленном металле (рис. 1). Размер пор составляет 100...180 мкм. При увеличении силы тока на 10...20 % поры в макроструктуре наплавленного металла не обнаруживаются, что связано с повышением давления столба дуги, интенсивности перемешивания жидкого металла и вытеснения выделяющихся газов.

При наплавке на прямой полярности формируются высокие и узкие валики (рис. 2), тогда как на обратной полярности при тех же значениях величины погонной энергии высота валиков уменьшается в 1,2...1,5 раза (рис. 2, *а*), а их ширина увеличивается в 1,5...2 раза (рис. 2, *б*).

Согласно литературным данным [8], при использовании прямой полярности в процессе наплавки неплавящимся электродом концентрация нагрева и форма столба дуги должны способствовать более глубокому и узкому проплавлению по сравнению с наплавкой неплавящимся электродом на обратной полярности. При анализе макроструктуры валиков, наплавленных на обратной полярности по режимам с величиной погонной энергии

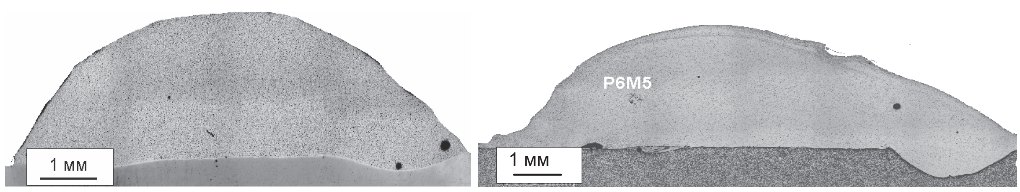


Рис. 1. *Макроструктура валиков, наплавленных на прямой полярности по первому режиму (а) и обратной полярности по седьмому режиму (б)*

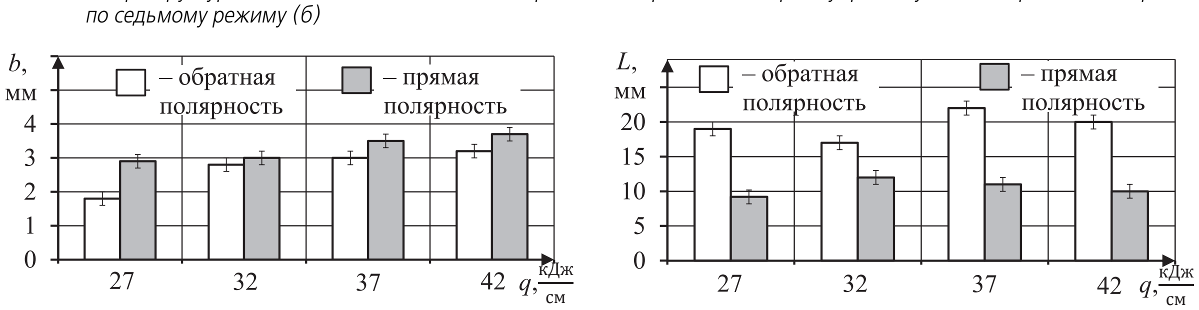


Рис. 2. *Изменение высоты (а) и ширины (б) наплавленных валиков в зависимости от величины погонной энергии при наплавке*

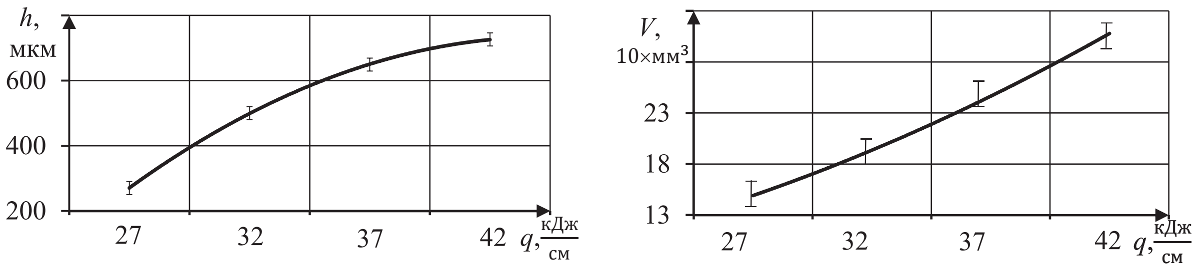


Рис. 3. *Изменение глубины проплавления (а) и объема наплавленного металла (б) при наплавке на прямой полярности в зависимости от величины погонной энергии*

более 26 кДж/см, выявлено местное увеличение глубины проплавления до 1,0 мм (рис. 1, *б*). Это может быть связано с движением и делением катодного пятна в процессе наплавки. При увеличении погонной энергии растёт количество пятен на катоде, которые быстро перемещаются в направлении нормали [9]. Можно предположить, что локализация катодных пятен с одного края ванны расплава, способствует концентрации тепловой мощности, вызывая местное увеличение глубины проплавления. Дополнительно происходит увеличение ширины наплавленного валика вследствие кратковременной фиксации катодных пятен на упрочняемой поверхности.

При наплавке на прямой полярности столб плазмы имеет цилиндрическую форму и незначительно расширяется вблизи упрочняемой поверхности. В данном случае постоянство геометрии столба способствует формированию наплавок с малым разбросом значений ширины по длине валиков. Повышение погонной энергии при наплавке на прямой полярности приводит к увеличению глубины проплавления (рис. 3, *а*) и объема наплавленного металла (рис. 3, *б*).

Исходя из данных [3, 6, 10, 11] матрица наплавленного металла Р6М5 состоит из аустенитно-мартенситной смеси фаз. Независимо от изменения тепловложения при различных режимах наплавки микроструктура наплавленного металла имеет равноосные зерна, характерные для рекристаллизованного металла (рис. 4). О наличии рекристаллизационных процессов свидетельствуют данные [10], согласно которым в зоне воздействия концентрированных потоков энергии возможны динамическая полигонизация, первичная, вторичная и собирательная рекристаллизация.

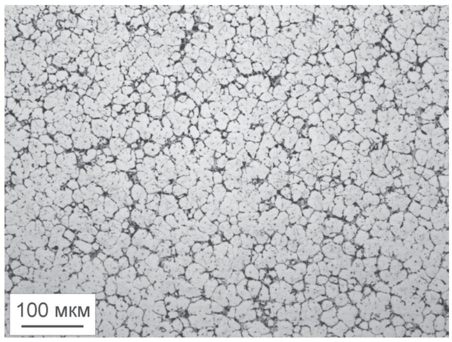


Рис. 4. *Микроструктура металла, наплавленного по второму режиму на обратной полярности*

При увеличении погонной энергии наплавки происходит незначительный рост среднего размера зерна от 16 мкм до 21 мкм (рис. 5). Малое изменение размеров связано с наличием упрочняющей фазы, которая выделяется как по границам зерен в виде сетки карбидов, так и внутри зерен в виде мелкодисперсных частиц округлой формы.

Согласно данным работ [3, 5, 10, 12] выделившиеся по границам частицы представляют собой эвтектические карбиды типа M_6C (рис. 6, *а*). Также по границам зерен и внутри них находятся дисперсные карбиды округлой формы типа МС на основе ванадия (рис. 6, *б*), средний размер которых независимо от режима наплавки отличается незначительно и находится в пределах 1,3...1,7 мкм.

С увеличением погонной энергии при наплавке температура ванны расплава повышается, вызывая частичное растворение карбидов. Об этом свидетельствует уменьшение объемной доли дисперсных частиц типа МС (рис. 7, *а*) и эвтектики, содержащей карбиды M_6C (рис. 7, *б*).

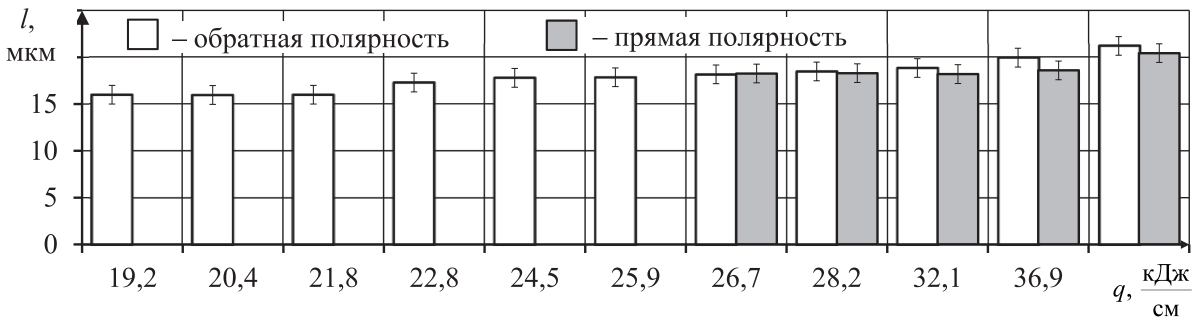


Рис. 5. *Изменение среднего размера зерна наплавленного металла в зависимости от увеличения погонной энергии режимов наплавки*

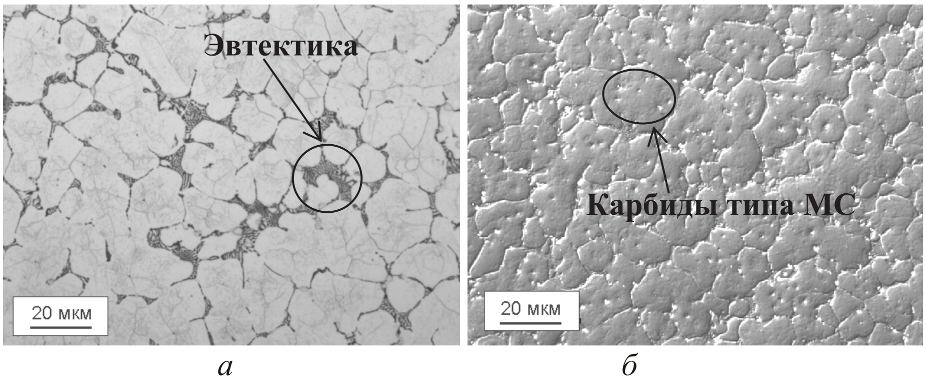


Рис. 6. *Микроструктура наплавленного металла: эвтектика, содержащая карбиды типа M_6C (а), и карбиды типа МС, выявленные методом дифференциального интерференционного контраста (б)*

В условиях наплавки при одинаковых значениях погонной энергии в металле, наплавленном на прямой полярности, объемная доля эвтектики и карбидов типа МС в 1,5...2 раза больше, чем в металле, наплавленном на обратной полярности. Это может быть связано с тем, что увеличение скорости охлаждения при затвердевании вызывает уменьшение доли упрочняющих частиц [13]. Так как при наплавке на обратной полярности ширина наплавленного валика увеличивается, а высота значительно уменьшается, то за счет роста площади поверхности происходит более интенсивный отвод тепла в основной металл и окружающую среду. Это приводит к повышению скорости охлаждения наплавленного металла и, как следствие, уменьшению объемной доли карбидов.

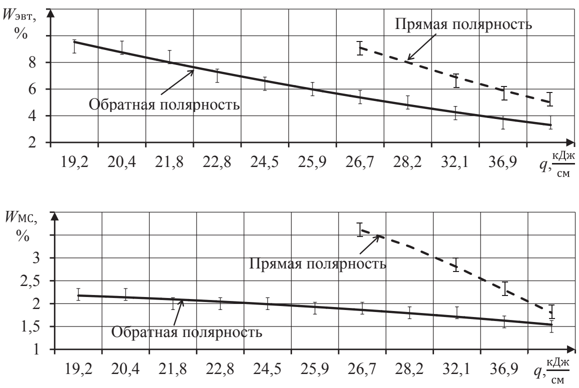


Рис. 7. *Изменение объемной доли карбидов типа МС (а) и эвтектики (б) в зависимости от величины погонной энергии*

Структурные изменения оказывают влияние на уровень микротвердости наплавленного металла и характер её распределения по толщине наплавки.

Средний уровень микротвердости металла, полученного при наплавке на прямой полярности, независимо от величины погонной энергии и объемной доли эвтектики и дисперсных частиц типа МС находится в пределах 6,6...6,7 ГПа (рис. 8). Уменьшение количества упрочняющей фазы при наплавке на обратной полярности при тех же значениях погонной энергии приводит к снижению среднего значения микротвердости наплавленного металла на 3...6 %. В этом случае микротвердость составляет 6,3...6,5 ГПа.

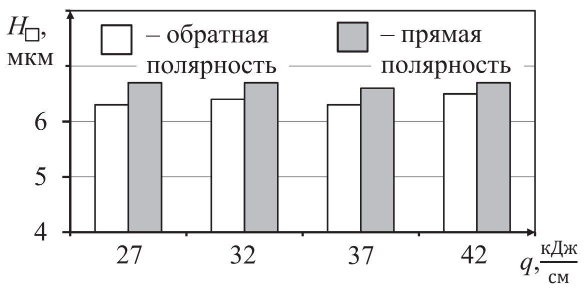


Рис. 8. *Изменение среднего значения микротвердости наплавленного металла в зависимости от полярности режима наплавки и величины погонной энергии*

Большое количество упрочняющих частиц в металле, наплавленном на прямой полярности при значениях погонной энергии наплавки 32,1 кДж/см и менее (первый и второй режимы), способствует неравномерному распределению микротвердости по толщине наплавленного металла (рис. 9, *а*). При наплавке на обратной полярности при тех же значениях погонной энергии (седьмой и четвертый режимы) распределение микротвердости носит более равномерный характер (рис. 9, *б*).

В результате роста объемной доли эвтектики и карбидов типа МС при наплавке на обратной полярности, по режимам с величиной погонной энергии менее 25,9 кДж/см, происходит увеличение среднего уровня твердости на 3...5 % ($H_{\square}$=6,6...6,8 ГПа) с одновременным разбросом её значений по толщине наплавки (рис. 9, *в*).

Повышение погонной энергии наплавки на прямой и обратной полярности способствует выравниванию распределения микротвердости по толщине наплавленного металла за счет частичного растворения карбидов и релаксации напряжений в процессе структурных изменений.

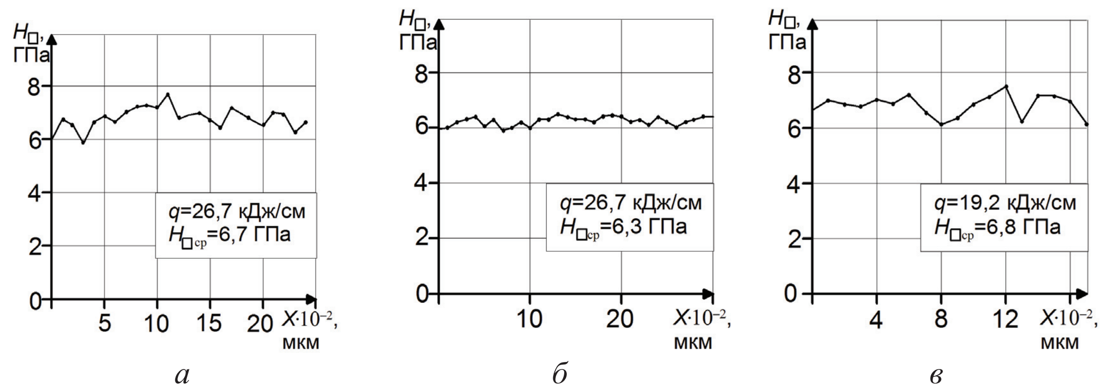


Рис. 9. *Распределение микротвердости по толщине наплавки в направлении к основному металлу: наплавка на прямой полярности по первому (а) режиму и на обратной полярности по седьмому (б) и двенадцатому (в) режимам*

Выводы

1. Исследовано влияние параметров режима плазменной наплавки порошка на основе стали Р6М5 на структуру и микротвердость наплавляемого металла. Выявлено, что выделение эвтектических карбидов типа M_6C и дисперсных карбидов типа МС сдерживает рост аустенитных зерен. Средний размер зерна наплавленного металла находится в пределах 16...21 мкм.
2. Выявлено, что применение прямой полярности при плазменной порошковой наплавке способствует увеличению объемной доли эвтектики и дисперсных карбидов типа МС и, как следствие, повышению среднего уровня твердости наплавленного металла до 6,6...6,7 ГПа.
3. Показано, что при увеличении погонной энергии в процессе наплавки на прямой и обратной полярности происходит частичное растворение карбидов, что способствует уменьшению среднего уровня микротвердости до 6,3...6,5 ГПа и выравниванию её распределения по толщине наплавки.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства образования и науки РФ на проведение научно-исследовательских работ № 8.3664.2011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колганов Л.А. Сварка. Резка. Пайка. Наплавка. – 4-е изд. – М.: Дашков и К, 2008. – 408 с.
2. Соколов Г.Н. Наплавка износостойких сплавов на прессовые штампы и инструмент для горячего деформирования сталей. – Волгоград: Политехник, 2005. – 284 с.
3. Гнюсов С.Ф., Гнюсов К.С., Игнатов А.А., Толмачев К.А., Дураков В.Г. Вакуумная электронно-лучевая наплавка карбидосталей // Сварочное производство. – 2009. – № 7. – С. 18–23.
4. Гладкий П.В., Переплетчиков Е.Ф., Рябцев И.А. Плазменная наплавка (обзор) // Сварочное производство. – 2007. – № 2. – С. 32–40.
5. Kwok C.T., Cheng F.T., Man H.C. Microstructure and corrosion behavior of laser surface-melted high-speed steels // Surface & Coatings Technology. – 2007. – № 202. – P. 336–348.
6. Переплетчиков Е.Ф., Рябцев И.А. Плазменно-порошковая наплавка режущего инструмента // Сварочное производство. – 2008. – № 11. – С. 28–31.
7. Шнейдер Е.А. Влияние режима термической обработки на морфологию структурных составляющих наплавленной быстрорежущей стали // Сварочное производство. – 2009. – № 11. – С. 42–47.
8. Дедюх Р.И. Теория сварочных процессов. Физические и технологические свойства электросварочной дуги. – Томск: Изд-во ТПУ, 2002. – 92 с.
9. Кисаев И.Г. Катодные процессы сварочной дуги. – Наука, 1968. – 244 с.
10. Бровер А.В., Дьяченко Л.Д. Самоорганизация поверхностных слоев металлических материалов при обработке концентрированными потоками энергии // Упрочняющие технологии и покрытия. – 2007. – № 3. – С. 8–14.
11. Кикин П.Ю., Пчелинцев А.И., Русин Е.Е. Повышение теплостойкости и износостойкости быстрорежущих сталей лазерным ударно-волоновым воздействием // Физика и химия обработки материалов. – 2003. – № 5. – С. 15–17.
12. Wiernek M., Leisch M., Emminger H., Kulmburg A. Phase transformation study of a high speed steel powder by high temperature X-ray diffraction // Materials characterization. – 2008. – № 59. – P. 1–943.
13. Озерский А.Д., Фишмайстер Х., Олссон Л., Панова Г.А. Структура быстрорежущей стали при больших скоростях затвердевания // Металловедение и термическая обработка металлов. – 1984. – № 3. – С. 19–24.

Поступила 09.09.2011 г.

УДК 519.635.8:53.09

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ИЗОЭНТРОПИЧЕСКОМ ТЕЧЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ГРАДИЕНТНОЙ СРЕДЫ

Р.А. Кректулева

Томский политехнический университет
E-mail: rakrekt@mail.ru

Получено аналитическое решение системы гиперболических уравнений, включающей уравнения баланса массы, количества движения, энергии и нелинейное уравнение состояния. Задача решена в гидродинамической постановке для случая слабого ударно-волнового нагружения конденсированного твердого тела с градиентным изменением свойств по координате.

Ключевые слова:
Гиперболические уравнения, моделирование, уравнение состояния, градиентная среда, изоэнтропическое течение, точное решение.

Key words:
Hyperbolic-type equations, simulation, equations of state, graded medium, isentropic flower, exact solution.

Введение

Поиск точных решений систем уравнений в частных производных имеет особое значение в механике сплошных сред и, в частности, в гидродинамике. Точные аналитические решения являются надежным способом оценки правильности решения систем разностных уравнений, а в ряде случаев они заметно ускоряют решение прикладных задач, являются основой инженерных расчетов. В алгоритме поиска точных решений, как правило, используется два приема: замена переменных, с помощью которых исходная система существенно упрощается либо упрощение уравнения состояния среды, которую часто принимают несжимаемой [1–3].

В данной работе предложен способ получения точного решения, в котором не используются указанные упрощения. Более того, рассматриваются нелинейные сжимаемые среды с градиентным распределением свойств, то есть учитывается пространственная неоднородность среды в каком-либо направлении. Такие среды встречаются повсеместно. Это – расплавы многофазных материалов (легкая фракция с поверхности плавно переходит в более тяжелую с глубиной), зона перехода от одного материала к другому при наплавке, сварные соединения, толща морских и океанских глубин, атмосфера и многое другое. Начиная с 80-х гг. прошлого века, активизировалось теоретическое изучение данного класса материалов. Их поведение под действием интенсивных динамических нагрузок обладает рядом специфических особенностей по сравнению с однородными материалами, что потребовало развития новых методов исследования. Так, специально разработанными численными методами было установлено, что распространение ударной волны по градиентному материалу сопровождается возникновением изоэнтропических волн сжатия и разгрузки, которые придают материалу новые функциональные возможности [4, 5].

Более глубокому и полному пониманию обнаруженного эффекта в конденсированных средах сопутствует поиск аналитических решений. В данной работе развивается подход, позволяющий расширить класс точно решаемых задач изоэнтропического течения.

Математическая постановка задачи и метод решения

Рассмотрим одномерное движение жидкости, как сплошной среды, в предположении отсутствия трения и теплообмена. Поскольку каждый элемент жидкости не теряет свою энергию на эти процессы, то плавное, медленное изменение ее состояния должно протекать при постоянной энтропии. Однако при резких перепадах характеристик течения энтропия среды может меняться скачком [6]. Гидродинамику течения подобных жидкостей при неоднородном распределении начальных свойств будем описывать системой уравнений, включающей в себя законы сохранения массы, импульса, энергии и уравнения состояния среды. В массовых (лагранжевых) координатах эта система примет вид [4]:

$$\frac{\partial x}{\partial r}=\frac{\rho_0}{\rho},$$
$$\frac{\partial U}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial r},$$
$$dE=\frac{P}{\rho^2}d\rho+TdS,$$
$$U=\frac{\partial x}{\partial t}, \tag{1}$$
$$P=P(\rho),$$

где x – пространственная переменная; r – массовая переменная; ρ_0 – начальная плотность среды; ρ – текущая плотность; U – массовая скорость; P – давление; t – время; E – внутренняя энергия; T – температура; S – энтропия.

Традиционно в механике сплошных сред изучение изоэнтропических течений связано с газами и жидкостями. Это обусловлено, с одной стороны, возможностью экспериментальной проверки существования таких течений, а с другой стороны, наличием аналитического решения для упрощенных моделей сред [6, 7], для которых уравнение состояния можно свести к простому соотношению вида

$$P = A(\rho/\rho_0)^k, \qquad (2)$$

здесь A и k – константы материала.

Так, уравнение состояния (2) при k=3 позволяет систему гиперболических уравнений одномерного изоэнтропического течения (1) решить аналитически [7]. Для всех других значений k (равно, как и для других нелинейных уравнений состояния) обычно система (1) решается численно.

Рассмотрим способ, позволяющий находить точные решения системы (1) для более сложных уравнений состояния. В качестве примера возьмем уравнение состояния конденсированной среды вида:

$$P = A(1 - V/V_0) + B(1 - V/V_0)^2, \qquad (3)$$

где A и B – константы материала, а V_0 – его начальный удельный объем.

Сформулированная выше одномерная задача гидродинамического течения в пространственных координатах может быть представлена следующей системой интегральных уравнений [6, 8]:

$$\oint \rho dx - \rho U dt = 0,$$

$$\oint \rho U dx - (P + \rho U^2) dt = 0,$$

$$\oint \rho \left(E + \frac{U^2}{2} \right) dx - \rho U \left(E + \frac{U^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right) dt = 0,$$

$$P = P(\rho). \qquad (4)$$

Проведем ряд преобразований системы интегральных уравнений (4), суть которых сводится к следующему. При переходе от интегральной формы уравнений к дифференциальной форме, как известно, происходит своеобразное кодирование информации, в результате которого часть сведений о процессе становится менее доступной. Например, это касается ударных волн, то есть разрывных решений. Чтобы их получить из системы (1), необходимо использовать дополнительные приемы, в частности, метод характеристик. В то же время система интегральных уравнений (4) включает в себя в явном виде решения с ударными волнами (они носят название уравнений сохранения Ренкина–Гюгонио). Следует отметить, что при поиске аналитического решения дифференциального уравнения важная роль отводится догадке. Требуется придумать цепочку преобразований, которая бы привела исходное уравнение к более простому, решение которого уже известно. В случае системы дифференциальных уравнений объем закодированной информации значительно возрастает, и расшифровать ее на основе только интуиции чаще всего не удается. Следовательно, надо попытаться извлечь необходимую информацию из интегральных соотношений.

В нашем случае решение системы (1) существенно упростится, если получить дополнительную информацию о моделируемом процессе, например, в виде $P(U)$ – связи давления P и массовой скорости U – и связи $P(D_S)$ – давления P и скорости распространения фронта изоэнтропической волны D_S. Попробуем получить эту информацию, исходя из законов сохранения, записанных в форме (4).

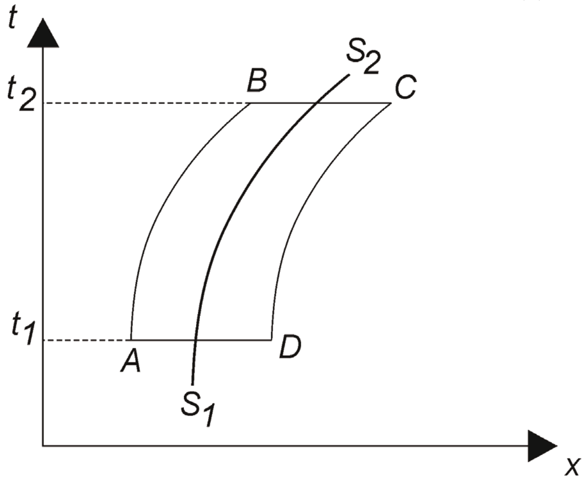


Рисунок. *Схема перехода от интегрирования по контуру к интегрированию вдоль линии*

Поскольку рассматриваются одномерные течения, то изменение параметров течения будет происходить в плоскости, которая перемещается в пространстве с некоторой скоростью $D_S(t)$, определяемой как: $D_S(t)=dx/dt$. Будем считать, что направление скорости частиц конденсированного тела U совпадает с направлением $D_S(t)$. При этом траекторией, по которой передается изоэнтропическое возмущение в координатах x~t, будет некоторая линия S_1S_2. Рассмотрим контур $ABCD$, включающий и траекторию S_1S_2. Пусть возмущение среды распространяется слева направо. Параметры в невозмущенной области обозначим индексом «1», в возмущенной области – индексом «2». Далее, устремим стороны контура AB и CD к линии S_1S_2. Это приведет к тому, что интегралы по верхнему и нижнему основаниям BC и AD в пределе будут равны нулю. Тогда интегральные уравнения (4) примут вид

$$\int_{S_1}^{S_2} (\rho_2 dx - \rho_2 U_2 dt) + \int_{S_2}^{S_1} (\rho_1 dx - \rho_1 U_1 dt) = 0,$$

$$\int_{S_1}^{S_2} [\rho_2 U_2 dx - (P_2 + \rho_2 U_2^2) dt] +$$

$$+ \int_{S_2}^{S_1} [\rho_1 U_1 dx - (P_1 + \rho_1 U_1^2) dt] = 0,$$

$$\int_{S_1}^{S_2} \left[\rho_2 \left(E_2 + \frac{U_2^2}{2} \right) dx - \rho_2 U_2 \left(E_2 + \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho_2} \right) dt \right] +$$

$$+ \int_{S_2}^{S_1} \left[\rho_1 \left(E_1 + \frac{U_1^2}{2} \right) dx - \rho_1 U_1 \left(E_1 + \frac{U_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1} \right) dt \right] = 0. \qquad (5)$$

Интегрирование вдоль линии S_1S_2 эквивалентно интегрированию по времени в пределах t_1–t_2. Учтем также, что вдоль траектории S_1S_2

$$dx = D_s dt.$$

Тогда система (5) примет вид:

$$\int_{t_1}^{t_2}(\rho_2 D_s - \rho_2 U_2)dt - \int_{t_1}^{t_2}(\rho_1 D_s - \rho_1 U)dt = 0,$$

$$\int_{t_1}^{t_2}(\rho_2 U_2 D_s - P_2 - \rho_2 U_2^2)dt -$$

$$-\int_{t_1}^{t_2}(\rho_1 U_1 D_s - P_1 - \rho_1 U_1^2)dt = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\left[\rho_2\left(E_2 + \frac{U_2^2}{2}\right)D_S - \rho_2 U_2\left(E_2 + \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho_2}\right)\right]dt -$$

$$-\int_{t_1}^{t_2}\left[\rho_1\left(E_1 + \frac{U_1^2}{2}\right)D_S - \rho_1 U_1\left(E_1 + \frac{U_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1}\right)\right]dt = 0. \quad (6)$$

В силу произвольности моментов времени t_1 и t_2 их можно опустить. Так, первое из уравнений (6) перепишется в виде:

$$\rho_2(D_S - U_2) - \rho_1(D_S - U_1) = 0.$$

Перегруппируем члены этого уравнения в удобном для дальнейшего исследования виде:

$$D_S(\rho_2 - \rho_1) - \rho_2 U_2 + \rho_1 U_1 = 0. \quad (7)$$

Добавим к уравнению (7) члены $\pm\rho_1 U_2$ и учтем, что величины с индексами «1» и «2» различаются на бесконечно малую величину. Получим, что

$$D_S\partial\rho - U_2\partial\rho - \rho_1\partial U = 0.$$

Это уравнение эквивалентно следующему:

$$D_S = U_2 + \frac{\partial U}{\partial\rho}\rho_1. \quad (8)$$

Второе уравнение из (6) запишем в виде

$$\rho_2 U_2(D_S - U_2) - \rho_1 U_1(D_S - U_1) - P_2 + P_1 = 0.$$

Подставим в него значение U_2, определяемое из соотношения (8) и проведем те же операции, что и выше, в результате чего получим следующее выражение:

$$D_S = U_1 + \left(\frac{\partial P}{\partial\rho}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Таким образом, путем соответствующих замен и подстановок, третье уравнение в системе (6) приводится к виду

$$dE = \frac{P_2 d\rho}{\rho_2^2}, \quad (10)$$

что отвечает первому началу термодинамики при изоэнтропическом деформировании.

Выведем еще одно полезное соотношение. Добавляя к уравнению (7) члены $\pm\rho_2 U_1$ и проводя указанным выше способом преобразования, получим выражение

$$D_S = U_1 + \frac{\partial U}{\partial\rho}\rho_2. \quad (11)$$

Соотношение (10) не несет новой информации, а, вот, уравнения (9) и (11) представляют несомненный интерес.

Представим, что справа от линии S_1S_2 начальное состояние среды невозмущенное, среда покоится, т. е. U_1=0, тогда уравнения (9) и (11) объединяются в следующие равенства (индексы опущены):

$$D_S = \left(\frac{\partial P}{\partial\rho}\right)^{\frac{1}{2}} = -\rho\frac{\partial U}{\partial\rho}. \quad (12)$$

Для удобства вычислений заменим в равенстве (12) плотность объемом (ρ=1/V):

$$D_S = \left(-\frac{\partial P}{\partial V}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\partial U}{\partial V}. \quad (13)$$

Поскольку предполагается, что скорость $D_S\neq 0$, то из (13) вытекает, что давление P и массовая скорость U являются функциями объема, а это значит, что второе уравнение в системе (1) можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial U}{\partial V}\cdot\frac{\partial V}{\partial t} = -V_0\frac{\partial P}{\partial V}\cdot\frac{\partial V}{\partial r}. \quad (14)$$

Подставляя в (14) значение P, определяемое соотношением (3), и учитывая второе равенство (13), получим, что

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -V_0^{\frac{1}{2}}\frac{\partial V}{\partial r}\left[A + 2B\left(1 - \frac{V}{V_0}\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Это уравнение является динамическим уравнением изоэнтропы. По существу оно включает в себя всю необходимую информацию о процессе изоэнтропического течения. Зная зависимость $V(r,t)$ при соответствующих начальных и граничных условиях можно с точностью до константы определить и все остальные параметры течения, входящие в (1).

Изоэнтропическое течение в градиентной среде

Под градиентными средами понимаются такие среды, исходные свойства которых плавно изменяются по объему. В данном случае целесообразно рассмотреть среду с переменной плотностью или, что то же самое, с переменным удельным объемом, поскольку ρ=1/V. Пусть начальный удельный объем линейно увеличивается (или уменьшается) по координате в соответствии с формулой

$$V_0(x,0) = a + bx, \quad (16)$$

где a и b – константы. Тогда решение уравнения в частных производных (15) с начальным условием (16) будет представлять решение задачи Коши, которая в общем виде записывается следующим образом:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + b(V)\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad -\infty < x < \infty,$$

$$V(x,0) = \varphi(x) \qquad -\infty < x < \infty.$$

Решение задачи Коши задается соотношением

$$V = \varphi[x - b(V)t]. \quad (17)$$

Согласно формуле (17) решение уравнения (15) с начальным условием (16) можно выразить в явном виде

$$V_{1,2} = a + br - \frac{b^2t^2C_2}{2} \pm$$
$$\pm bt\left(\frac{b^2t^2C_2^2}{8} - C_2(a+br) + C_1\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (18)$$

здесь $C_1=V_0(A+2B)$, $C_2=2B$.

Разделив выражение (18) на V_0 и проинтегрировав его обе части по r, получим значение пространственной переменной x в виде:

$$x = x_0 + \frac{1}{V_0}\left\{\begin{array}{l} r\left(a + \frac{br}{2} - \frac{b^2t^2C_2}{2}\right)\mp \\ \mp\frac{2t}{3C_2}\left[\frac{b^2t^2C_2^2}{8} - C_2(a+br) + C_1\right]^{\frac{3}{2}}\end{array}\right\}. \qquad (19)$$

Значение $P(x,t)$ определяется подстановкой выражения (18) в уравнение (3). Дифференцируя пространственную координату x по времени t, из соотношения (19) находим массовую скорость $U(x,t)$.

В решении (19) знак «$\mp$» перед квадратной скобкой относится к изоэнтропическому сжатию («–») или к изоэнтропическому растяжению («+»).

Из решения (18) следует, что при постоянном начальном значении функции объема (полагаем b=0) изоэнтропическое течение, как таковое, отсутствует, то есть уравнение (15) имеет тривиальное решение

$$V=a=\text{const}.$$

Ситуация становится иной, если начальное распределение объема в некоторой точке меняется скачком, что характерно для слоистых сред, например, как в соотношении (20):

$$V = \begin{cases} a, & r < 0 \\ \frac{a}{2}, & r \ge 0. \end{cases} \qquad (20)$$

В этом случае целесообразно искать решение уравнения (15) методом характеристик. При r<0 это уравнение выглядит как:

$$r = r_0 + tV_0^{\frac{1}{2}}\left[A + 2B\left(1 - \frac{a}{V_0}\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (21)$$

При r≥0 оно будет таким:

$$r = r_0 + tV_0^{\frac{1}{2}}\left[A + 2B\left(1 - \frac{a}{2V_0}\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (22)$$

На характеристиках, как известно, решения постоянны: вдоль характеристики (21) $V=a$, вдоль характеристики (22) $V=a/2$.

Из уравнений характеристик видно, что характеристики пересекаются между собой, следовательно, в момент их пересечения будет возникать ударная волна, и решение перестает быть изоэнтропическим.

Из этих примеров видно, что дополнение системы (1) полученными термодинамическими соотношениями (13) существенно упрощает поиск ее решения, не уменьшая информации о процессе. Применение соотношений (13) может быть полезным при решении не только задачи Коши, но и смешанной задачи, с заданными начальными и граничными условиями.

Выводы

1. Предложен алгоритм поиска точного решения системы дифференциальных уравнений гидродинамического типа за счет введения дополнительной информации, полученной из анализа интегрального аналога данной системы.
2. Выведены аналитические соотношения, устанавливающие связь параметров изоэнтропического течения (массовую скорость, скорость фронта изоэнтропического движения, давление, плотность) между собой.
3. В результате проведенных преобразований получены точные решения системы гиперболических уравнений гидродинамического типа, из которых установлены условия существования стационарных, изоэнтропических и ударно-волновых течений для однородных, градиентных и слоистых сред. Полученные решения для однородных и слоистых жидкостей соответствуют классическим представлениям механики сплошных сред. Решения для нелинейных градиентных сред являются новыми.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полянин А.Д., Аристов С.Н. Системы уравнений гидродинамического типа: точные решения, преобразования, нелинейная устойчивость // Доклады Академии наук. – 2009. – Т. 428. – № 2. – С. 180–185.
2. Броман Г.И., Руденко О.В. Затопленная струя Ландау: точные решения, их смысл и приложения // Успехи физических наук. – 2010. – Т. 180. – № 1. – С. 97–104.
3. Ludlow D.K., Clarkson P.A., Baccom A.P. New Similarity Solution of the Unsteady ncompressible Boundary – Layer equations // J. Mech. and Appl. Math. – 2000. – V. 53. – P. 175–206.
4. Кректулева Р.А. Закономерности трансформации плоских ударных волн в градиентных средах // Механика деформируемого твердого тела / под ред. В.П. Глазырина. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1992. – С. 35–40.
5. Герасимов А.В., Кректулева Р.А. Поведение материалов с градиентными упрочняющими покрытиями при интенсивных динамических нагрузках // Перспективные материалы. – 1997. – № 6. – С. 13–18.
6. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 687 с.
7. Станюкович К.П. Неустановившиеся движения сплошной среды. – М.: Наука, 1971. – 854 с.
8. Люкшин Б.А., Герасимов А.В., Кректулева Р.А., Люкшин П.А. Моделирование физико-механических процессов в неоднородных конструкциях. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001. – 272 с.

Поступила 07.07.2011 г.

УДК 53.09:621.791

СОВМЕСТНОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ В ТЕХНОЛОГИИ СВАРКИ НЕПЛАВЯЩИМСЯ ЭЛЕКТРОДОМ

Р.А. Кректулева, А.В. Батранин

Томский политехнический университет
E-mail: batranin@tpu.ru

Рассмотрены задачи оптимального проектирования в технологии сварки на основе решения обратных задач теплопроводности с применением параллельных вычислений и создания электронных регламентов для обеспечения качества получаемых технологических решений. Приведена методика решения и схема параллельного поиска оптимальных параметров режима сварки. В статье использованы результаты, полученные с помощью разработанной авторами программы «Виртуальное рабочее место инженера-сварщика».

Ключевые слова:
Моделирование сварочных процессов, параллельные вычисления, задача оптимизации, обратная задача теплопроводности, электронный регламент, виртуальное рабочее место.

Key words:
Welding simulating, parallel computing, optimization problem, inverse heat transfer problem, digital regulations, virtual workplace.

Введение

Современный уровень развития компьютерной техники и технологий позволяет существенно расширить класс решаемых прикладных задач. Те научные и технические проблемы, которые традиционно решались аналитически, все чаще решаются численными методами с использованием как универсального, так и специализированного программного обеспечения для инженерного анализа.

В данной работе предложен алгоритм поиска технологических параметров сварки неплавящимся электродом, обеспечивающих сварному шву заданные геометрические размеры. Если рассматривать эту задачу строго в рамках математической постановки, то она сводится к решению двух проблем: обратной задачи и задачи поиска оптимальных решений. Существующие алгоритмы совместного решения этих задач разработаны только для небольшого круга приложений, лишь частично затрагивающих сварочные технологии [1, 2]. Однако, проблема поиска обратных решений и выбора на их основе оптимальных (или рациональных) режимов в сварочных технологиях имеет первостепенное значение.

В математической литературе обратные задачи нестационарной теплопроводности сводятся к восстановлению тепловых граничных условий на поверхности твердого тела по внутренним измерениям температуры, а поиск оптимальных решений заключается в нахождении экстремумов некоторой функции цели. Авторы постарались «перевести» эти абстрактные понятия на язык технических терминов.

В качестве вычислительной базы использовался суперкомпьютерный кластер «СКИФ-политех» [3] с установленным программным обеспечением «Виртуальное рабочее место инженера-сварщика» (ВРМ) [4, 5], разработанным авторами.

Постановка задачи теплопроводности в технологии сварки

При моделировании сварочных процессов специалисты неизменно сталкиваются с тем, что в данных технологиях присутствуют практически все энергетические превращения, известные современной науке. Учесть одновременно все эти превращения не представляется возможным, поэтому моделирование одной большой задачи дробится на более мелкие, локальные подзадачи, которые затем решают, как правило, по отдельности. Среди таких подзадач можно выделить моделирование процессов в сварочной ванне, моделирование плавления электрода и переноса электродного металла, решение термодеформационных задач и пр.

Одной из подзадач в моделировании сварочных процессов является и тепловая задача. Однако решение тепловой задачи традиционно имеет высокий приоритет. Это связано с тем, что тепловые процессы во многом определяют иные физические и химические процессы, имеющие место при сварке. Данный подход не нов сам по себе, однако сложившаяся практика использования упрощенных аналитических выражений для решения тепловых задач в сварке не отвечает ни современному уровню вычислительной техники, ни требованиям, предъявляемым к современным технологиям. В настоящее время происходит обновление математического аппарата, которое выражается в переходе от упрощенных аналитических выражений к численным методам решения уравнений математической физики, которые позволяют воспроизвести физический эксперимент с точностью, соответствующей погрешности самого эксперимента.

Математическая постановка задачи моделирования сварочных процессов подробно изложена в работах [6–8]. Задача теплопереноса решается на основе закона сохранения энергии тепловых процессов и рассматривается пространственное уравнение теплопроводности в виде:

$$C(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \mathrm{div}\{\lambda(T)\cdot \mathrm{grad}(T)\} + q_v(x, y, z, t), \quad (1)$$

где $C(T)$ – удельная теплоемкость, Дж/(кг·K); $\rho(T)$ – плотность, кг/м^3; T – температура, K; $\lambda(T)$ – теплопроводность, Вт/(м·K); $q_v(x,y,z,t)$ – суммарная мощность источников тепловой энергии в данной точке пространства, Вт/м^3.

Чтобы получить краевую задачу, уравнение (1) дополняется начальными условиями:

$$T(x,y,z,0) = f(x,y,z) \quad (2)$$

(на практике, как правило, $f(x,y,z)$=const=T_0), а также граничными условиями (ГУ), которые в случае дуговых процессов имеют вид:

- вне области действия источника:

$$\lambda\frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_0) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_0^4); \quad (3)$$

- в области действия источника:

$$\lambda\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\eta IUk}{\pi}\exp(-kr^2), \quad (4)$$

где ε – степень черноты тела; σ=5,669·10^{-8} Вт/(м^2·K^4) – постоянная Стефана–Больцмана; n – нормаль к поверхности, м; α – коэффициент теплообмена с окружающей средой, Вт/(м^2·K); η – термический КПД; I – ток дуги, А; U – напряжение на дуге, В; k – коэффициент концентрации дуги, 1/м^2; r – расстояние от точки до оси дуги, м.

Источник энергии при сварке, как правило, движущийся. Произвольное движение по поверхности задается системой уравнений:

$$\begin{cases} x = x_0 + V_x t \\ y = y_0 + V_y t \end{cases}, \quad (5)$$

где x_0, y_0 – координаты начальной точки; V_x, V_y – скорости движения источника вдоль осей, м/с; t – время сварки, с. Тогда расстояние r из (4) определяется как

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}. \quad (6)$$

Следует отметить, что в автоматизированных сварочных процессах движение происходит лишь вдоль одной оси, и это упрощает решаемую задачу (1–6).

Уравнение (1) решается методом конечных разностей [9]. Разностный вид уравнения с учетом нелинейности теплопроводности и неоднородности материала:

$$T_{i,j,l}^{k+1} = T_{i,j,l}^{k} + \frac{\Delta t}{C(T_{i,j,l}^{k})\rho h^2}\times$$

$$\times\left\{\begin{gathered}\left(\begin{gathered}(T_{i,j,l+1}^k - T_{i,j,l}^k)\lambda_{i,j,l+1/2} + (T_{i,j,l-1}^k - T_{i,j,l}^k)\lambda_{i,j,l-1/2} + \\ +(T_{i,j+1,l}^k - T_{i,j,l}^k)\lambda_{i,j+1/2,l} + (T_{i,j-1,l}^k - T_{i,j,l}^k)\lambda_{i,j-1/2,l} + \\ +(T_{i+1,j,l}^k - T_{i,j,l}^k)\lambda_{i+1/2,j,l} + (T_{i-1,j,l}^k - T_{i,j,l}^k)\lambda_{i-1/2,j,l}\end{gathered}\right) + \\ +\left(\begin{gathered}(T_{i,j,l+1}^k - T_{i,j,l}^k)^2\overline{\lambda}_{i,j,l+1/2} + (T_{i,j,l-1}^k - T_{i,j,l}^k)^2\overline{\lambda}_{i,j,l-1/2} + \\ +(T_{i,j+1,l}^k - T_{i,j,l}^k)^2\overline{\lambda}_{i,j+1/2,l} + (T_{i,j-1,l}^k - T_{i,j,l}^k)^2\overline{\lambda}_{i,j-1/2,l} + \\ +(T_{i+1,j,l}^k - T_{i,j,l}^k)^2\overline{\lambda}_{i+1/2,j,l} + (T_{i-1,j,l}^k - T_{i,j,l}^k)^2\overline{\lambda}_{i-1/2,j,l}\end{gathered}\right)\end{gathered}\right\}, \quad (7)$$

где Δt – шаг по времени, с; h – шаг по пространству, м; $\lambda_{i,j,l+1/2}=(\lambda_{i,j,l+1}+\lambda_{i,j,l})/2$, $\lambda_{i,j,l-1/2}=(\lambda_{i,j,l-1}+\lambda_{i,j,l})/2$ и т. д.; $\overline{\lambda}_{i,j,l+1/2}=(\partial\lambda_{i,j,l+1/2})/\partial T$ – скорость изменения теплопроводности, которую находим путем дифференцирования функции $\lambda(T)$.

Значения коэффициента теплопроводности $\lambda_{i,j,l}$ в узлах ячеек соответствуют зависимости $\lambda(T)$, определяемой из эксперимента. В общем случае (с учетом структурно-фазовых особенностей материала) экспериментальные данные аппроксимировали полиномом шестой степени $\lambda(T) = \sum_{n=0}^{6} a_n T^n$. Аналогичным образом аппроксимировали экспериментальные данные для теплоемкости $C(T) = \sum_{n=0}^{6} b_n T^n$. Если в экспериментах структурно-фазовые особенности материала явно не выражены, то степень полинома понижается и аппроксимационная кривая заменяется линейной, кусочно-линейной или квадратичной зависимостью. Плотность материала определяется по формуле

$$\rho = \rho_0(1 + \beta T)^{-1},$$

где ρ_0 – плотность материала при нормальных условиях, кг/м^3; β – коэффициент теплового расширения, K^{-1}.

Аппроксимацию ГУ при решении пространственных уравнений теплопроводности проводили со вторым порядком точности, что позволяет сохранить передаваемую через границу энергию и обеспечить сходимость решения. С этой целью использован алгоритм аппроксимации ГУ по аналогии с работой [10]. Так, на границе x=0 при заданном тепловом потоке $q_{0,j,l}$ из условия равенства потоков справа и слева от границы, имеем разностное уравнение:

$$T_{1,j,l}^k(2\lambda_{0,j,l}) + T_{0,j,l}^k\lambda_{0,j,l} - (q_{0,j,l}\cdot h)\left(3 - \frac{\lambda_{1,j,l}}{\lambda_{0,j,l}}\right) -$$

$$-h^2\cdot c(T_{0,j,l}^k)\rho(T_{0,j,l}^k)\frac{T_{0,j,l}^{k+1} - T_{0,j,l}^k}{\Delta t} = 0, \quad (8)$$

аппроксимирующее ГУ (ГУ 2-го рода) с точностью 0(h^2). Аналогично записываются уравнения для остальных границ образца.

Постановка задачи оптимального проектирования в технологии сварки

В случае дуговой сварки одними из самых распространенных являются задачи выбора оптимальных режимов сварки для выполнения сварного шва определенного типа и размера в данном изделии. Стандарты на сварные соединения диктуют геометрические параметры шва. Пример стыкового сварного шва для изделий из стали приведен на рис. 1. Задача технолога – обеспечить необходимую геометрию при выборе параметров режима сварки. Существующие инженерные методики для выбора параметров режима сварки исходят из геометрии соединения и основаны на обширных эмпирических данных. Этот подход оправдан в случае сварки известных материалов по отработанным технологиям, но он может быть не очень эффективен, когда речь идет о новых способах сварки, новых материалах изделий или о нестандартных соединениях. И здесь численное решение задачи оптимизации может оказаться весьма эффективным средством.

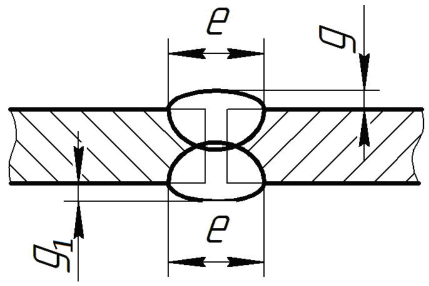


Рис. 1. *Конструктивные элементы сварного шва типа С7 по ГОСТ 14771-76: e – ширина шва, g и g*$_1$ *– усиление шва и обратного валика*

В большинстве случаев для различных материалов и типов сварных соединений, стандарты устанавливают следующие параметры качества: ширина шва e, высота шва или глубина проплавления h (определяется толщиной изделия и числом проходов), катет шва K (для угловых швов), величина усиления шва g и обратного валика g_1. Отметим, что общепризнанной методики выбора параметров режима аргонодуговой сварки пока не предложено, поэтому авторы опираются на методику, разработанную для сварки в защитном газе плавящимся электродом. Согласно ей из приведенного выше набора геометрических параметров вычисляются ширина шва и глубина проплавления (высота шва) [12], которые описывают требуемую изотерму плавления.

Решение задачи оптимизации основывается на результатах решения обратных задач. В свою очередь, обратная задача технологического процесса сварки – это поиск теплового воздействия, т. е. нахождение ГУ в области действия источника (4), которое соответствует заданной форме изотермы плавления в поперечном сечении изделия. Тогда задача оптимизации сведется к поиску минимального количества энергии, необходимого для получения нужной изотермы плавления, и соответствующей скорости сварки.

Согласно формуле (4), в общем случае имеются 4 переменные, которые определяют фактическое значение передаваемой энергии: I, U, η, k. Управляемыми из них являются первые две: ток и напряжение на дуге. Термический КПД и коэффициент концентрации дуги – неуправляемы и определяются экспериментальным путем. Однако в одном и том же технологическом процессе, т. е. при заданном способе сварки и в определенном диапазоне сварочных токов и напряжений, эти величины изменяются в небольших пределах, поэтому в данном случае можно их считать постоянными.

На практике ток и напряжение – величины дискретные и заменяются соответствующими векторами (одномерными массивами) I_i, U_j, где i-е и j-е значение величин формируются с некоторым шагом в выбранном диапазоне. Имея в виду, что оптимизируемая тепловая энергия $Q_{уд}=f(I,U)$ есть функция двух переменных, переходим к матрице $Q_{i,j}=I_i\times U_j$, которая трансформируется в вектор удельных мощностей источника энергии $\overline{Q}_n$, где $n=i\times j$. Таким образом, получается первый управляемый параметр. Другим управляемым параметром процесса служит скорость сварки V, также представляющий собой вектор $\overline{V}_k$.

Рассматриваемая задача может быть выражена в терминах задач нелинейного программирования [11]. Исходя из сказанного, получаем двухпараметрическую нелинейную задачу оптимизации необходимой энергии $E(\overline{Q}_n,\overline{V}_k)\to\min$ со следующими ограничениями:

$$Q_{\min} \le \overline{Q}_n \le Q_{\max};$$
$$0 < \overline{V_k} \le V_{\max};$$
$$f_1(\overline{Q}_n,\overline{V_k}) = e;$$
$$f_2(\overline{Q}_n,\overline{V_k}) = h. \qquad (9)$$

Здесь $E(\overline{Q}_n,\overline{V}_k)$ – целевая функция; $\overline{Q}_n$ и $\overline{V}_k$ – искомые векторы. $Q_{\min}$, $Q_{\max}$, $V_{\max}$ будут определяться возможностями сварочного оборудования и условиями физического существования процесса. Функции f_1 и f_2 – нелинейны и определяются из результатов компьютерного эксперимента. Отметим, что получение значений аргументов функций f_1 и f_2, отвечающих условию (9), представляет собой решение обратной задачи. Таким образом, решение задачи оптимизации есть поиск минимума целевой функции $E(\overline{Q}_n,\overline{V}_k)$ на матрице размером $n\times k$ с учетом системы ограничений (9).

Методология использования «Виртуального рабочего места» для решения поставленных задач

«Виртуальное рабочее место» (ВРМ) разрабатывалось с использованием представленной математической модели (1–6) для решения, прежде всего, прямых задач технологии сварки, а именно, для получения параметров сварных соединений по заданным технологическим режимам.

Функции f_1 и f_2 из (9) не могут быть обращены в большинстве случаев в связи со сложностью поставленной задачи, поэтому для получения аргументов $\overline{Q}_n$ и $\overline{V}_k$ необходимо решать набор прямых задач, последовательно перебирая элементы векторов $\overline{Q}_n$ и $\overline{V}_k$. Чисто технически, данный подход затратен по времени, если весь набор решений получать последовательно. Поэтому представляется целесообразным параллельное решение прямых задач с использованием вычислительного кластера.

В настоящее время даже персональные компьютеры имеют, как правило, несколько вычислительных ядер в составе одного процессора, не говоря уже о компьютерах-серверах. Суперкомпьютерный кластер «СКИФ-политех», часть вычислительных узлов которого работает под управлением Windows Server 2008 HPC, позволяет работать с несколькими копиями ВРМ, функционирующими в системе Matlab.

Рассмотрим пример решения задачи оптимального проектирования технологического процесса сварки с применением ВРМ. Допустим, необходимо спроектировать сварное соединение типа С7 по ГОСТ 14771-76 (рис. 1) из низкоуглеродистой стали для деталей толщиной 6 мм. Моделируется сварка в защитном газе неплавящимся электродом без присадочной проволоки. Соединение без зазора, сварка выполняется в два прохода с лицевой и обратной стороны. Так как швы симметричны и выполняются на одном и том же режиме, то рассмотрим лишь процесс выполнения одного шва. Согласно ГОСТ, имеем ширину шва не более 10 мм. Чтобы гарантировать проплавление, зададим высоту шва для одного прохода не менее 3 мм.

Численный эксперимент проводился на образце размером 80×50×6 мм с прямолинейно движущимся источником по центру образца (рис. 2).

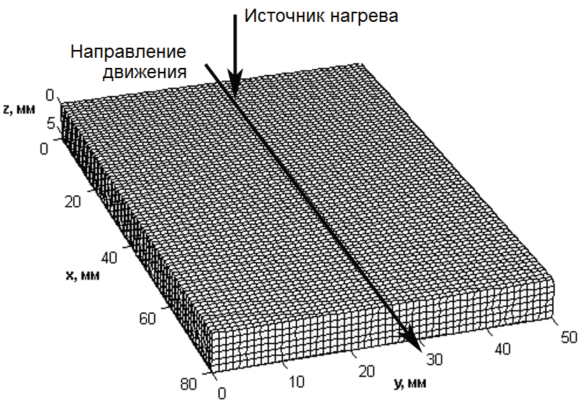


Рис. 2. *Модель экспериментального образца*

Для проведения эксперимента устанавливались контрольные точки, которые расположены в характерных областях: на поверхности образца на расстоянии 5 мм от оси траектории движения источника нагрева, чтобы отслеживать ширину шва, и на глубине 4 мм от поверхности на оси траектории, чтобы контролировать глубину проплавления. Схема расположения контрольных точек в поперечном относительно движения источника нагрева сечении приведена на рис. 3.

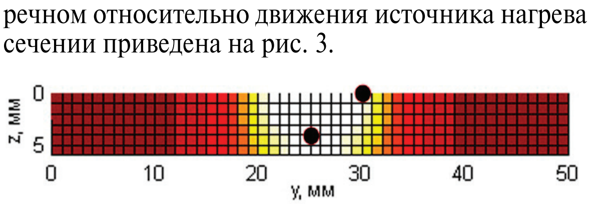


Рис. 3. *Расположение контрольных точек в поперечном сечении образца*

Получение решений обратных задач требует $n{\times}k$ решений прямых задач. Решения обратных задач образуют диагональ матрицы $n{\times}k$, и дальнейший поиск минимума функции $E(\overline{Q}_n,\overline{V}_k)$ производится на этой диагонали. В таблице представлены некоторые варианты технологических процессов, которые были исследованы на поиск минимума функции $E(\overline{Q}_n,\overline{V}_k)$. Во всех случаях в формуле (4) принято: k=7 см$^{-2}$, КПД 90 %, граничные условия – адиабатические (теплообмен отсутствует).

Таблица. *Параметры процесса сварки (численный эксперимент)*

Параметр	Режим № 1	Режим № 2	Режим № 3	Режим № 4
Ток, А	180	220	310	350
Напряжение, В	11	13	17	18
Скорость сварки, мм/с	2,0	3,6	7,8	9,4
Мощность источника нагрева, кВт	1,78	2,57	4,74	5,67
Время сварки образца, с	40,0	22,2	10,3	8,5
Затраченная энергия, кДж	71,3	57,2	48,7	48,3
Погонная энергия, 10^6 Дж/м	0,89	0,72	0,61	0,60

Термограммы в контрольных точках для всех режимов сварки приведены на рис. 4. Температура плавления низкоуглеродистой стали 1800 K.

Из рис. 4 следует, что температуры в контрольных точках примерно равны температуре плавления: условие (9) выполняется. Исключение составляет контрольная точка на поверхности при сварке на режиме № 4. Здесь температура выше на 200 K, что говорит о превышении допустимой ширины шва: условие (9) не выполняется. Допустимым режимом сварки можно считать режим № 3, который не приводит к заметному перегреву и превышению ширины шва. Рис. 5 иллюстрирует решение задачи оптимального проектирования.

Таким образом, оптимальным будет режим № 3. Ему соответствует минимальное время сварки и минимальная затраченная энергия при одновременном выполнении условий (9).

Принципиальная схема параллельного решения задачи приведена на рис. 6.

Исходные данные: материал и геометрия образца, пределы изменений параметров режима, требуемые свойства сварного шва и пр. – поступают в программу-диспетчер, которая распределяет подзадачи между узлами кластера – решателями. Подзадачи представляют собой расчет отдельных процессов, параметры режима которых выбраны из диапазона матрицы $n{\times}k$. По окончании расчета подзадачи решатель передает полученные данные диспетчеру. Конечным этапом – получением решения оптимизационной задачи – является поиск минимума функции $E(\overline{Q}_n,\overline{V}_k)$, как показано выше. Результаты решения вместе с исходными данными заносятся в базу данных для дальнейшего использования, например, для пополнения электронного регламента на обеспечение качества технологических решений.

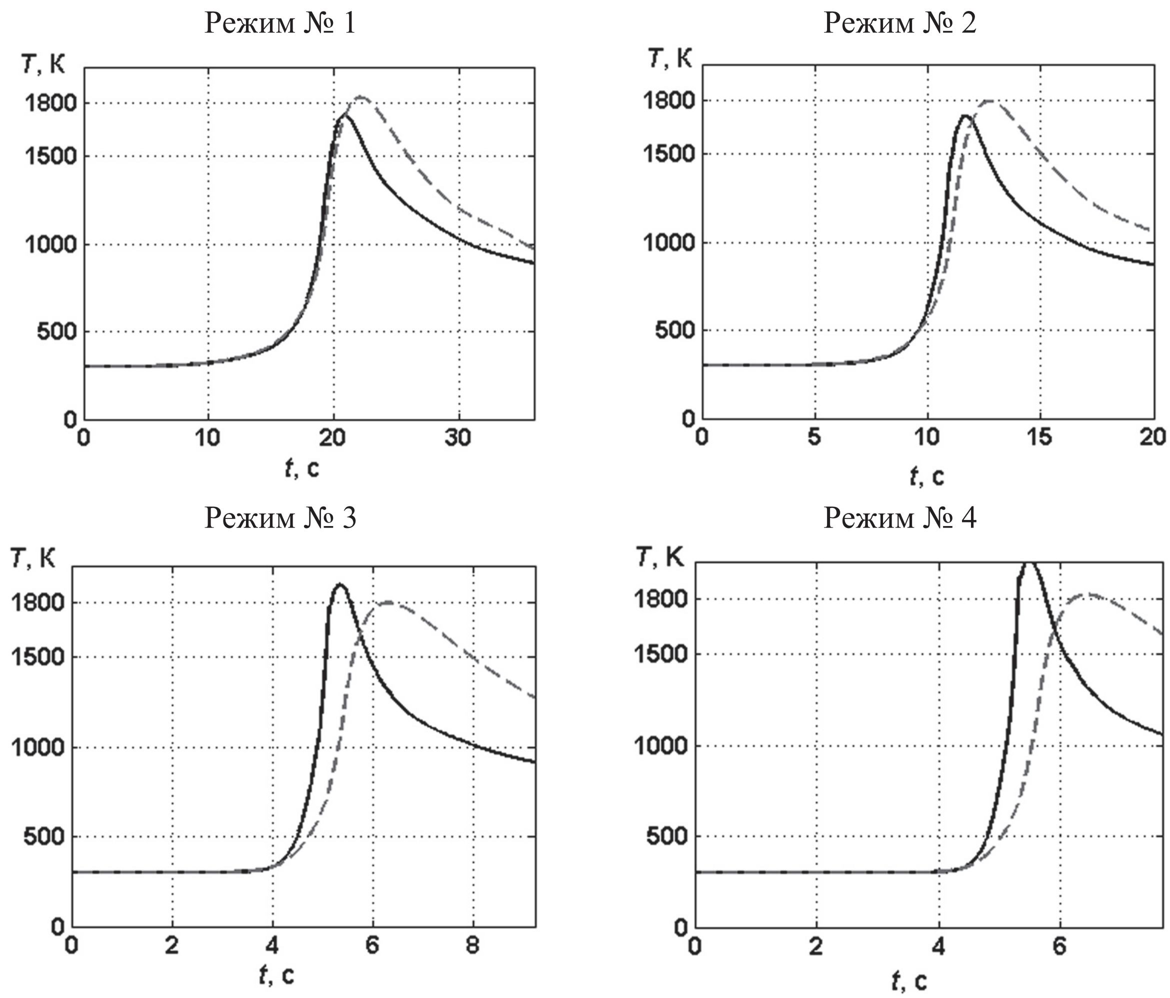


Рис. 4. Термические циклы в глубине образца (–––) и на границе шва (———)

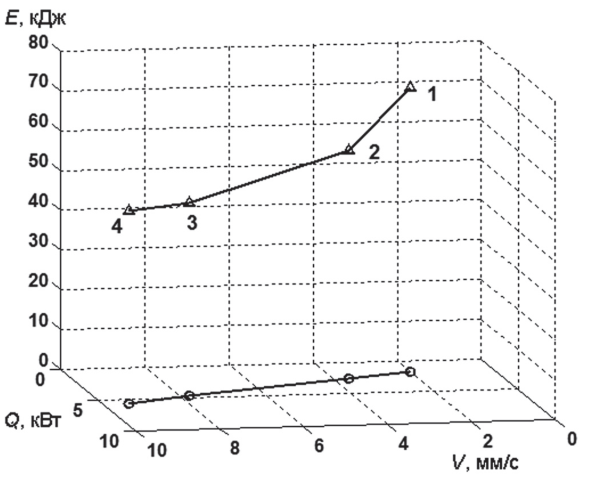


Рис. 5. Решение задачи оптимизации на основе численных экспериментов

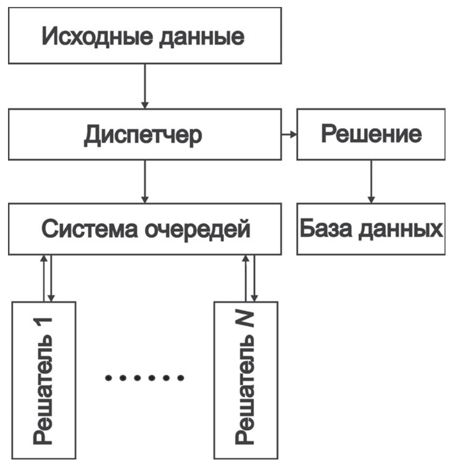


Рис. 6. Схема параллельного поиска оптимального решения

Электронный регламент

Для эффективного управления процессом решения задач оптимального проектирования с использованием кластера необходимо разработать электронный регламент, в котором отразить системный подход к существующей базе знаний в области сварочного производства, а именно:

- внести критерии качества продукции;
- отразить способ оптимизации и управления технологическими процессами;

- перечислить выбор целей по характерным параметрам, таким, как энергетические, временные и материальные затраты, себестоимость продукции и пр.

Электронный регламент должен содержать ряд строго формализованных представлений об используемой базе знаний, о структуре частных регламентов по отдельным видам работ и способам их исполнения.

В целом разрабатываемый электронный регламент должен соответствовать ГОСТ Р 52294-2004 «Информационная технология. Управление организацией. Электронный регламент административной и служебной деятельности. Основные положения».

Выводы

1. Исходя из заданных геометрических характеристик сварного соединения предложена численная реализация решения обратной задачи теплопроводности в случае сварки неплавящимся электродом.
2. Поставлена и решена задача оптимизации сварочных процессов, основанная на решении обратных задач теплопроводности.
3. Приведена схема параллельного решения задачи с использованием вычислительного кластера и разработанного программного обеспечения.

Рекомендовано к публикации Оргкомитетом V Междунар. научн-техн. конф. «Современные проблемы машиностроения», Томск, ТПУ, 23–26 ноября 2010 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Валдайцева Е.А., Туричин Г.А., Норман Е.А., Земляков Е.В., Малкин П.Е. Методика выбора режимов лазерной сварки средствами LaserCAD // Лучевые технологии и применение лазеров: Труды V Междунар. научно-техн. конф. – г. Санкт-Петербург, 23–28 сентября 2006. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2006. – С. 307–316.
2. Ерофеев В.А. Решение задач оптимизации технологии на основе компьютерного моделирования процесса сварки // Сварочное производство. – 2003. – № 7. – С. 19–26.
3. Программирование, компиляция и запуск программ с использованием вычислительного кластера «СКИФ-политех». Материалы Лаборатории мультифизического моделирования на базе вычислительного кластера «СКИФ–политех» ТПУ // Томский политехнический университет. 2011. URL: http://cluster.tpu.ru (дата обращения: 10.02.2011).
4. Батранин А.В., Кректулева Р.А., Черепанов Р.О. Виртуальное рабочее место инженера-сварщика (ВРМ). Свидетельство РФ о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010616487 (дата регистрации: 30.09.2010).
5. Кректулева Р. А., Батранин А. В. Разработка виртуального рабочего места для подготовки инженеров-сварщиков // Современные проблемы машиностроения: Матер. IV Междунар. научно-техн. конф. – г. Томск, 26–28 ноября 2008. – Томск: Изд-во ТПУ, 2008. – С. 319–323.
6. Кректулева Р.А., Никифоров Н.И., Сухинин Г.К., Бежин О.Н., Губенко Л.В. Результаты компьютерных и натурных экспериментов по высокоскоростной кислородной резке металла // Автоматическая сварка. – 2000. – № 5. – С. 21–24.
7. Кректулева Р.А., Сараев Ю.Н., Косяков В.А. Математическое моделирование технологических процессов импульсной аргонодуговой сварки неплавящимся электродом // Сварочное производство. – 1997. – № 4. – С. 2–4.
8. Кректулева Р.А., Батранин А.В., Бежин О.Н. Применение программного обеспечения Meza для оценки дефектности сварных соединений на стадии проектирования // Сварка и диагностика. – 2009. – № 2. – С. 36–42.
9. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
10. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. – М.: Высшая школа, 1990. – 207 с.
11. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Физматлит, 2008. – 264 с.
12. Акулов А.И., Бельчук Г.А., Демянцевич В.П. Технология и оборудование сварки плавлением. – М.: Машиностроение, 1977. – 432 с.

Поступила 10.02.2011 г.

УДК 53.09:621.791

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОВЫШЕНИЯ РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТИ КИСЛОРОДНОЙ РЕЗКИ МЕТАЛЛОВ

Р.А. Кректулева

Томский политехнический университет
E-mail: rakrekt@mail.ru

Рассмотрены основные особенности взаимодействия кислородной струи с металлом в зоне реза. Для их описания предложена математическая модель, включающая уравнения баланса массы, количества движения, энергии, уравнение состояния и уравнение кинетики окислительных процессов. Из решения общей системы уравнений получен ряд аналитических соотношений, указывающих на неиспользованные резервы и раскрывающих возможности повышения ресурсоэффективности технологии кислородной резки.

Ключевые слова:
Кислородная резка, моделирование, истечение, газовая струя, вязкость газа, скорость струи, окисление, плавление.
Key words:
Oxygen cutting, simulation, effusion, gas jet, viscosity, jet velocity, oxidizing, melting.

Введение

Качественное разделение металла на отдельные части заданной геометрии является актуальной технологической проблемой. В этой связи до сих пор в России и за рубежом не ослабевает интерес ученых и практиков к всестороннему изучению возможностей кислородной резки металлов [1–3]. В данном случае под кислородной резкой понимается газотермический способ резки. При этом материал в зоне реза расплавляется за счет выделения тепла при окислении в процессе взаимодействия со струей кислорода и этой же струей, подаваемой при повышенном давлении, выносится из зоны реза. Благодаря наличию надежных аппаратов кислородной резки, доступности в реализации и экономичности эта технология может быть применима не только в условиях хорошо оснащенного производства, но и в любых других условиях (на трассах нефте- и газопроводов, при разделке и утилизации крупногабаритных объектов: корпусов кораблей, колесных пар железнодорожных вагонов и тому подобное). При этом резание может осуществляться, как вручную, так и механизированными способами. По-прежнему остается высокой производительность кислородной резки по сравнению с другими методами: резкой дисковыми пилами, вырубкой пневмомолотами, электроэрозионной резкой и прочими. Особенно актуальна кислородная резка стальных образцов большой толщины (свыше 30 мм).

Среди неоспоримых достоинств данной технологии есть ряд недостатков, которые ограничивают ее применение. К ним относятся неперпендикулярность кромок реза, их шероховатость, неоднородность структуры материала кромок и, как следствие, их охрупчивание и растрескивание. Все это требует дополнительных способов обработки поверхности зоны реза (механической, ультразвуковой и других) в зависимости от последующего назначения разрезаемых образцов.

Целью настоящего исследования является разработка теоретических представлений о процессах, протекающих при взаимодействии кислородной струи с разрезаемым металлом и поиск решений по совершенствованию технологии кислородной резки.

Характеристика технологических процессов кислородной резки

В основе технологии кислородной резки лежит использование свойства некоторых металлов при окислении выделять большое количество теплоты.

$$\mathrm{Me} + 1/2\mathrm{O}_2 = \mathrm{MeO} + \mathrm{Q}, \qquad (1)$$

где Q – выделившееся тепло.

Как правило, при дополнительном начальном подогреве интенсивность окислительных процессов усиливается, поэтому технологический процесс обеспечивается двумя факторами: начальным подогревом зоны реза и подачей кислородной струи в зону реза. Когда процесс стабилизируется, подогревающее пламя убирают. Начальная температура подогрева для различных материалов разная, для железа и низколегированных сталей она составляет около 1400 K.

В технологии кислородной резки струя режущего кислорода является одним из основных инструментов, обеспечивающих качество и производительность технологического процесса. Известно [1], что характер истечения кислородной струи зависит от многих причин: размеров и конфигурации сопла, величины подаваемого давления, температуры, угла наклона к поверхности разрезаемого металла. Первоначальная конфигурация боковых стенок реза для образцов большой толщины искажается по мере заглубления струи, что сказывается и на характере ее истечения, рисунок.

На практике подбор всех перечисленных параметров осуществляется эмпирически и является приближенным. Технология кислородной резки тонколистовых сталей (толщиной до 10 мм) отработана хорошо и не вызывает нареканий. Качество реза заметно ухудшается при резке металлов толщиной свыше 30 мм. Именно на таких толщинах возникают оплавление кромок реза, отставание проплавления в нижней части по сравнению с поверхностью, образование бороздчатых стенок реза и прочее. Трудности в подборе режимов для больших толщин не устранены до сих пор. Задача строго обоснованного выбора технологических режимов и соответствующего оборудования может быть решена при более глубоком изучении проблемы. Для этого необходимо создание адекватной математической модели процесса.

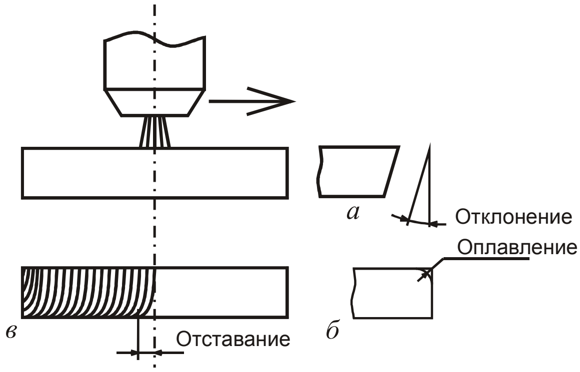


Рисунок. *Схема формирования зоны реза: а – угол отклонения стенок реза от вертикали, б – кривизна оплавления верхних кромок, в – отставание длины реза с глубиной*

Математическое описание физических процессов при взаимодействии кислородной струи с металлом

Экспериментальные исследования показали, что при выходе кислорода на срезе сопла его температура составляет T_0=137...188 K [4]. При соприкосновении струи с поверхностью металла ее температура в пограничном слое за счет адиабатического торможения повышается до значений T_1=280...320 K. По мере продвижения струи вглубь разреза температура ее поверхности увеличивается до значения T_2=1850...1900 K за счет разогрева от соприкосновения с расплавом и за счет трения. Однако из-за высокой степени турбулентности и более низкой температуры в ядре струи происходит быстрое перемешивание газа и выравнивание температуры по сечению струи, так что на выходе из нижней части реза температура струи составляет $T_{вых}$=300...420 *K*.

Отметим одну важную особенность, связанную с неравномерным разогревом кислородной струи, которая нередко игнорируется при описании технологического процесса кислородной резки. Речь идет о том, что в газах (в отличие от твердых тел и жидкостей) с повышением температуры T существенно увеличивается динамическая вязкость μ. Опыт показывает, что описание этой зависимости в широком интервале температур хорошо интерполируется формулой Сатерленда [5]:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1,5} \frac{T_0 + T_s}{T + T_s}, \qquad (2)$$

где μ_0 и T_0 – коэффициент вязкости и температура, соответствующие некоторому начальному состоянию; T_S – постоянная Сатерленда, ее значения для ряда газов приведены в таблице.

Таблица. *Значения постоянных Сатерленда для газов*

Газ	T_s, K	Газ	T_s, K
Воздух	114	Гелий	80
Азот	107	Аммиак	626
Кислород	138	Ацетилен	198
CO_2	250	Хлор	351
Водород	75	Водяной пар	673
Метан	198		

Используя табличные данные, по формуле (2) находим, что динамическая вязкость кислорода в режущей струе в зависимости от степени нагрева увеличивается в 4 и более раз. Этот фактор указывает на то, что при удалении струи от среза сопла ее размытие можно предотвратить за счет более сильного разогрева и повышения тем самым упругости струи. Поясним сказанное с помощью закона Ньютона:

$$\tau = \mu \frac{dV}{dn}. \qquad (3)$$

Согласно этому закону касательное напряжение τ (сила внутреннего трения между частицами газа, отнесенная к единице поверхности) пропорциональна изменению скорости V по нормали n к направлению движения. Поскольку в газах коэффициент динамической вязкости μ сильно зависит от температуры (и почти не зависит от давления), то это как раз и означает, что повышение температуры в кислородном потоке приведет к увеличению внутреннего трения и касательных напряжений в струе. Для стабилизации течения газовой (кислородной) струи большое значение имеет коэффициент кинематической вязкости ν, определяемый как

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \qquad (4)$$

где ρ – плотность. Учитывая, что плотность газов уменьшается обратно пропорционально росту температур (это следует из уравнения состояния идеальных газов), величина ν с ростом температуры быстро растет. Таким образом, из соотношений (2)–(4) следует, что путем повышения температуры газа увеличивается его вязкость, а это, в конечном счете, приводит к стабилизации кислородной струи.

Анализ литературных данных по газодинамике струй показал, что это не единственно возможный путь. Рассмотрим особенности газодинамического поведения кислородной струи с учетом того, что при взаимодействии струи с разогретым металлом, происходит его окисление, и выделившаяся тепловая энергия воздействует на ядро струи. Для решения поставленной задачи воспользуемся следующей системой уравнений [4], являющейся одномерным аналогом законов сохранения массы, количества движения, энергии. Дополним ее уравнением химической кинетики окисления и уравнением состояния газа [6]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho U)=0,$$

$$\rho\frac{\partial U}{\partial t}+\rho U\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial P}{\partial x}=0,$$

$$\rho C_V\frac{\partial T}{\partial t}+\rho C_V U\frac{\partial T}{\partial x}+\rho\frac{\partial U}{\partial x}=q,$$

$$\frac{dm}{dt}=\frac{R\sigma_0 S}{zF^2}(N_a+N_к)N_э\left(\frac{\partial T}{\partial h}\ln(P)+T\frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial h}\right),\quad(5)$$

$$P=\rho RT,$$

где U – скорость; T – температура; P – давление; C_V – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; q – тепловой поток от реакции окисления металла; m – масса окислислившегося металла; σ_0 – начальная проводимость оксида, S – площадь сечения оксидной пленки; z – величина заряда ионов; F – постоянная Фарадея; $N_к$ – число заряженных ионов кислорода; $N_э$ – число электронов; N_a – число заряженных ионов металла; t – время; h – переменная толщина пленки; R – универсальная газовая постоянная, отнесенная к одному молю вещества.

Отметим, что введение в математическую модель уравнения кинетики окисления позволяет более детально исследовать механизмы взаимодействия режущей струи с разрезаемым металлом в зависимости от тепловых процессов в зоне реза.

Количество теплоты, выделившейся в единицу времени в единице объема в результате химической реакции, запишем в виде:

$$q=\dot{m}Q,\quad(6)$$

где $\dot{m}$ – массовая скорость химической реакции, определяемая из уравнения химической кинетики окисления, Q – тепловыделение в процессе окисления железа, определяемое соотношением (1).

Для анализа теплового воздействия от химической реакции на общее решение системы (5) преобразуем уравнение энергии с учетом уравнения состояния газов:

$$\frac{C_V}{R}\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{C_V}{R}U\frac{\partial P}{\partial x}+\rho\frac{\partial U}{\partial x}=q.\quad(7)$$

Затем перепишем уравнение (7) в виде:

$$\frac{C_V}{R}\frac{\partial P}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{C_V}{R}U\frac{\partial P}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}+\rho\frac{\partial U}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}=q.\quad(8)$$

Используем термодинамическое тождество из работы [7]:

$$\frac{\partial P}{\partial\rho}=\rho^2\left(\frac{\partial U}{\partial\rho}\right)^2=RT.\quad(9)$$

Сделаем в уравнении (8) замену переменных с учетом (9), в результате преобразований получим:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho}{\partial x}\left(U+C_V\sqrt{\frac{R}{T}}\right)=\frac{q}{C_V T}.\quad(10)$$

В соответствии с уравнением химической кинетики массовая скорость химической реакции пропорциональна температуре $\dot{m}\sim T$. Тогда с учетом соотношения (6) можно принять, что правая часть уравнения (10) в явном виде от температуры не зависит, обозначим ее q_1.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho}{\partial x}\left(U+C_V\sqrt{\frac{R}{T}}\right)=q_1.\quad(11)$$

Уравнение (11) отражает волновой характер массопереноса в кислородной струе с учетом энергетической «подкачки». Физический смысл коэффициента перед производной $\frac{\partial\rho}{\partial x}$ по определению есть скорость переноса вдоль координаты x:

$$V=U+C_V\sqrt{\frac{R}{T}}=\left(q_1-\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)\Big/\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right).\quad(12)$$

Из соотношения (12) следует, что в зависимости от величины знака q_1, то есть от направления подкачки дополнительной энергии в волну, она будет либо ослаблять скорость фронта волны, либо усиливать ее. Этот результат указывает на еще один принципиально другой способ сохранения энергии режущей струи при ее заглублении в материал.

В технологии кислородной резки металлов применяемый диапазон истечения газа достаточно широк: от 100 до 600 м/с, то есть он охватывает как дозвуковые, так и сверхзвуковые течения для многих типов газов [8].

В газовой динамике установлено, что течение газа при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях качественно отличаются друг от друга. Рассмотрим эти особенности в приложении к технологии кислородной резки.

Запишем для некоторого интервала времени Δt уравнение массового расхода кислорода и уравнение энергии:

$$m=\rho V\pi d^2,$$

$$\Delta Q_в=\Delta H+\Delta\left(\frac{V^2}{2}\right)+\Delta A,\quad(13)$$

здесь d – диаметр сопла на выходе; $\Delta Q_в$ – изменение внутренней энергии газа за счет тепла, подводимого извне; ΔH – изменение энтальпии; $\Delta V^2/2$ – изменение кинетической энергии газа; ΔA – механическая работа, совершаемая газом за время Δt.

Проведем преобразования системы уравнений (13), продифференцируем уравнение массового расхода:

$$dm=VS\partial\rho+\rho VdS+\rho SdV,\quad(14)$$

где $S=\pi d^2$. Затем поделим уравнение (14) на первое уравнение из (13):

$$\frac{dm}{m}=\frac{d\rho}{\rho}+\frac{dV}{V}+\frac{dS}{S},\quad(15)$$

тогда уравнение состояния газов, последнее уравнение в системе (5), с учетом (15) можно преобразовать к виду:

$$\frac{dP}{\rho} = RdT + RT\left(\frac{dm}{m} - \frac{dV}{V} - \frac{dS}{S}\right). \qquad (16)$$

Воспользуемся известным из термодинамики соотношением для энтальпии:

$$H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT, \qquad (17)$$

где $\gamma = C_p / C_v$, – отношение теплоемкостей при постоянном давлении и объеме.

Традиционно скорость звука в газе определяется, как

$$c = \sqrt{\gamma RT}. \qquad (18)$$

Если учесть, что кроме механической работы в кислородной струе совершается еще и работа вязких сил, то в таком случае имеет место обобщенное уравнение Бернулли:

$$VdV + \frac{dP}{\rho} + dA_{вяз} + dA = 0. \qquad (19)$$

Уравнение (19) с учетом соотношений (16)–(18) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{1}{\gamma}(V^2 - c^2)\frac{dV}{V} =$$

$$= \frac{c^2}{\gamma}\left(\frac{dS}{S} - \frac{dm}{m}\right) - \frac{1}{\gamma} dA - \frac{\gamma - 1}{\gamma} dQ_в - dA_{вяз} = 0. \qquad (20)$$

Поделив обе части выражения (20) на c^2/γ, получим:

$$(M^2 - 1)\frac{dV}{V} =$$

$$= \frac{dS}{S} - \frac{dm}{m} - \frac{1}{c^2} dA - \frac{\gamma - 1}{c^2} dQ_в - \frac{\gamma}{c^2} dA_{вяз}, \qquad (21)$$

где $M = V/c$ – число Маха.

Уравнение (21) выражает условие обращения воздействий [9] для кислородной струи, испытывающей приток внешней энергии. Смысл этого уравнения заключается в том, что оно устанавливает связь между изменением скорости струи в процессе резки и внешним воздействием на поток. Из выражения (21) видно, что влияние внешних воздействий одного и того же знака на скорость потока при дозвуковых и сверхзвуковых режимах течения имеет противоположный знак. Например, сообщая дозвуковому потоку теплоту $dQ_в > 0$, при отсутствии других внешних воздействий ($dS = 0$, $dm = 0$, $dA = dA_{вяз} = 0$) имеем:

$$(M^2 - 1)\frac{dV}{V} = -\frac{\gamma - 1}{c^2} dQ_в. \qquad (22)$$

Из (22) видно, что при $M < 1$, то есть в дозвуковой области, скорость струи будет увеличиваться, но только до значений $M = 1$ ($V = c$). При переходе через этот барьер картина будет ровно противоположной: дополнительный приток теплоты будет замедлять скорость струи при сверхзвуковом истечении. Этот эффект экспериментально исследован в работе [10]. Следовательно, в момент перехода через границу $M = 1$, чтобы перевести дозвуковую скорость в сверхзвуковую, необходимо в закритической области изменить знак внешнего воздействия на противоположный. Аналогично устанавливается, что расширения трубки тока ($dS > 0$), отвод массы ($dm < 0$), совершение работы над газом ($dA > 0$) уменьшают скорость дозвукового потока и увеличивают скорость сверхзвукового потока.

Описанные механизмы управления скоростью кислородной струи имеют прямое отношение к увеличению производительности кислородной резки, что особенно актуально для резки металла большой толщины, когда другие способы малоэффективны [11]. Выполненный теоретический анализ расширяет средства рационального конструирования технологии газотермической резки металлов, предложенные в работах [6, 12].

Выводы

1. Предложена математическая модель и сформулированы основные принципы управления режущей силой кислородной струи при кислородной резке металлов.
2. На основе математической модели показано, что повышение ресурсоэффективности при резке металлов больших толщин может быть реализовано на сверхзвуковых скоростях. Для сохранения режущей силы струи необходимо предусмотреть расширение выходного сечения режущего сопла по мере заглубления струи внутрь металла. При резке металла на дозвуковых скоростях для повышения качества реза и уменьшения расхода газа выходное сечение следует соответственно уменьшать.
3. Показано, что увеличению скорости резки на сверхзвуковых скоростях также будет способствовать принудительный отток расплавленного металла из зоны реза, а при дозвуковой скорости – дополнительный приток тепла в режущую струю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никифоров Н.И., Нешумова С.П., Антонов И.А. Справочник газосварщика и газорезчика. – 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 1999. – 239 с.
2. Adedayo A.V. Elucidation on Reactions Thermodynamics and Kinetics of OFC-A of Steels // Journal of Minerals, Materials Characteristics, Engineering. – 2010. – V. 9. – № 7. – P. 607–619.
3. Горбач В.Д., Никифоров Н.И. Развитие и применение автоматической термической резки на предприятиях судостроения, металлургии и машиностроения Российской Федерации // Автоматическая сварка. – 2008. – № 11. – С. 120–128.
4. Пирумов У.Г. Росляков Г.С. Газовая динамика сопел. – М.: Наука, 1990. – 368с.
5. Романенко П.Н. Тепломассообмен и трение при градиентном течении жидкостей. – М.: Энергия, 1971. – 568 с.
6. Никифоров Н.И., Сухинин Г.К., Кректулева Р.А., Бежин О.Н., Губенко Л.В. Результаты компьютерных и натурных экспериментов по высокоскоростной кислородной резке металла // Автоматическая сварка. – 2000. – № 5. – С. 21–24.
7. Кректулева Р.А., Герасимов А.В. Пространственное распространение ударного импульса в конденсированных градиентных средах // Численные методы решения задач упругости и пластичности / под ред. В.М. Фомина. – Новосибирск: Изд-во ИТПМ, 1995. – С. 104–108.
8. Физические величины. Справочник / под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
9. Вахгельт А.Ф., Егоров В.М. Внутренние задачи прикладной газовой динамики. –Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1988. – 118 с.
10. Малов А.Н., Оришич А.М., Фомин В.М., Внучков Д.А., Наливайченко Д.Г., Чиркашенко В.Ф. Исследование структуры сверхзвуковых течений воздуха с подводом энергии от квазистационарного оптического разряда // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 317. – № 4. – С. 155–160.
11. Никитин А.К. Кислородная резка сталей больших толщин // РИТМ. – 2010. – № 7. – С. 42–44.
12. Никифоров Н.И., Кректулева Р.А. Математическое моделирование технологического процесса кислородной резки // Сварочное производство. – 1998. – № 4. – С. 3–6.

Поступила 07.07.2011 г.

УДК 548.55:669.015.5:539.23

К ВОПРОСУ О ПОЛУЧЕНИИ ОСОБО ЧИСТЫХ МЕТАЛЛОВ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО УРОВНЯ (СОСТОЯНИЯ)

А.Н. Порядина, А.М. Апасов

Юргинский технологический институт (филиал) ТПУ
E-mail: mchmyti@rambler.ru

Обобщены достигнутые в последнее время основные экспериментальные результаты в области получения ряда металлов в особо чистом состоянии и исследования их свойств. Кратко изложены основные принципы физических методов рафинирования металлов (дистилляция, плавка и зонная перекристаллизация) с применением вакуумной и сверхвысоковакуумной техники. Показана перспектива комплексного применения физических методов рафинирования для глубокой очистки металлов. Процессы дистилляции в вакууме позволяют конструировать особо чистые металлы нанокристаллического уровня путем регулируемой сборки из отдельных атомов и, следовательно, получать металлы с заранее заданными свойствами и структурой.

Ключевые слова:
Металлы в особо чистом состояние, физические методы рафинирования металлов, дистилляция, плавка и зонная перекристаллизация, вакуум, структура, свойства.

Key words:
Metals in a high-purity state, physical methods of metals purification, distillation, melting and zone recrystallization, vacuum, structure, properties.

Введение

На текущий момент времени достигнут высокий уровень чистоты многих полупроводниковых материалов [1, 2]. Так, суммарное содержание основных примесных элементов в лучших образцах германия, кремния не превышает 10^{11}–10^{12} ат./см^3, в арсениде галлия – 10^{14}–10^{15} ат./см^3. Несмотря на то, что для технологий глубокой очистки веществ характерны высокие науко- и капиталоемкость (причем материальные затраты растут нелинейно с повышением степени очистки [3]), повышение чистоты материалов для микроэлектроники продолжает оставаться актуальным. Высокая степень чистоты материалов предопределяет рост экономической эффективности их использования: расширяются функциональные возможности, улучшаются эксплуатационные характеристики.

Научная проблема подобного уровня стоит и перед металлами: актуальность проводимых комплексных исследований в области особо чистых металлов несомненна [4–6]. Это объясняется тем, что:

- высокочистые металлы – это «особое» фазовое состояние вещества, находящегося в экстремальных условиях, при котором кардинально изменяется поведение известных свойств и выявляются совершенно новые фундаментальные, ранее «скрытые» примесными элементами и соединениями, а также структурными дефектами различного уровня;

- особое качество может быть сформировано только при обязательном условии соблюдения высокой степени физической однородности (полное отсутствие дефектов различного структурного уровня), химической однородности (максимальный уровень диспергирования химических элементов и их соединений по всему объему при их минимальной концентрации или полном отсутствии) и структурной однородности металлов и сплавов. Это, в свою очередь, будет гарантировать реальным изделиям и конструкциям из данных металлов такие механические, физические, химические и другие свойства, информативные параметры которых будут максимально приближены к их теоретическим значениям;
- начавшееся восстановление авиакосмической, оборонной промышленности, специального машиностроения, черной и цветной металлургии, а также решение назревших проблем в микроэлектронике, атомной энергетике, вирусологии, генетике, биомедицине ставит актуальную задачу возрождения внимания к теории и практике разработки новых прецизионных технологий получения сверхчистых металлов, которые являются основой для синтеза новых материалов с заданными свойствами.

Анализ методов очистки металлов

Имеется несколько общих причин, ограничивающих глубокую очистку металлов. К первой группе причин можно отнести факторы, связанные с методами глубокой очистки веществ, с взаимодействием примесей между собой и с очищаемой основой. Вторая группа причин объясняется поступлением примесей из конструкционных материалов в процессах очистки.

Один из радикальных путей повышения эффективности очистки металлов заключается в последовательном использовании ряда методов рафинирования, имеющих различные механизмы разделения примесей. В этом случае можно ожидать более эффективного разделения различных классов примесей, чем при многократном использовании одного метода, даже весьма эффективного.

Следует отметить, что традиционные рафинировочные электротехнологические процессы, осуществляемые в вакуумных дуговых, электронно-лучевых, вакуумных индукционных и плазменных электропечах, предназначены для переплавов металлов и сплавов с удалением из расплава через паровую фазу до 0,01...1,0 % исходной массы материала. Такие электропечи не имеют паропроводов и конденсаторов из-за малого количества веществ, переводимых в пар. Конденсация паров в этих электропечах происходит на внутренних поверхностях рабочих камер и других элементах конструкции. После цикла плавок эти поверхности очищаются от конденсата механическим путем. Поэтому традиционные рафинировочные процессы являются частными случаями более общих дистилляционных процессов, когда в паровое состояние переводится от 1 до 90 % исходной массы расплавленных металлов [6].

На основе исследований поведения отдельных примесей или их групп при очистке металлов разработаны и реализованы высокоэффективные физические методы рафинирования:

- плавка и зонная перекристаллизация в сверхвысоком вакууме и контролируемых (активных) средах с применением электронно-лучевого нагрева;
- зонная плавка в сочетании с электропереносом;
- различные сочетания вышеперечисленных методов;
- вакуумная дистилляция, в том числе с конденсацией пара на колонку с градиентом температуры в замкнутом объеме, занимающая особое место среди методов рафинирования в промышленности.

Физико-химические основы дистилляционных методов основаны на разделении металлов при испарении (конденсации) за счет различия в давлениях насыщенных паров. Это различие определяется величиной относительно летучести β отделяемого компонента (применительно к процессу рафинирования эту величину называют коэффициентом разделения). В равновесных условиях

$$\beta_e = \frac{N'_A / N_A}{N'_B / N_B} = \frac{N'_A / N'_B}{N_A / N_B},$$

где N_A и N_A' – мольные доли компонента А в жидкости и в паре соответственно, N_B и N_B' – то же для компонента В. Чем дальше отстоит значение β_e от единицы, тем эффективнее разделение компонентов.

При молекулярном испарении в вакууме, когда испаряемые компоненты не возвращаются в расплав, а молярные концентрации компонентов пропорциональны их молярным скоростям испарения, степень разделения определяется выражением

$$\beta_e = \frac{P_A^0 N_A \gamma_A}{P_B^0 N_B \gamma_B} \sqrt{\frac{M_B}{M_A}},$$

где P_A^0, P_B^0, N_A, N_B, γ_A, γ_B, M_A, M_B – упругость пара, мольная доля, коэффициент активности и молярный вес основного вещества (А) и примеси (В) соответственно.

Расчет процесса вакуумной дистилляции обычно сводится к определению закономерностей изменения состава исходного сплава и конденсата со временем, т. е. к определению кинетики изменения содержания примесей в рафинируемом расплаве и конденсате. Так как сведения о коэффициентах активности и их зависимостях от концентрации элементов ограничены, расчеты можно упростить, предполагая, что для дистиллируемого сплава выполняется закон Рауля. Такое предположение вполне допустимо для сильно разбавленных растворов, т. е. в случае металлов, содержащих малое количество примесей.

Согласно основным положениям теории дистилляции металлов и с учетом малого содержания примесей в рафинированном металле получены упрощенные уравнения для оценки изменения содержания металлических примесей в исходном и конденсированном металле после вакуумной дистилляции:

$$\frac{X_1}{X_0} = \left(\frac{G_1}{G_0}\right)^{\beta_i - 1}; \quad \frac{X_к}{X_0} = \frac{1-(1-G_к/G_0)^{\beta_i}}{G_к/G_0},$$

где X_0 и X_1 – начальное и конечное содержание примеси в исходном металле, а $X_к$ – содержание ее в конденсате; G_0, G_1, $G_к$ – массы исходного металла (начальная и конечная) и конденсата соответственно; β_i – коэффициент разделения идеального двойного сплава.

В электропечах *периодического* действия весь технологический процесс происходит в одной камере: после загрузки сырья рабочий объем воздуха откачивается, а после окончания процесса в камеру напускается нейтральных газ для охлаждения тигля, дистилляционного остатка и удаления из печи конденсата – дистиллята [6].

Наиболее распространенная дистилляционная система периодического действия показана на рис. 1. В плавильном тигле исходное сырье нагревается до рабочей температуры, при которой с поверхности расплава испаряются легколетучие компоненты. Парогазовая смесь передается по паропроводу в область расположения охлаждаемого конденсатора, паровая фаза переводится в твердое или жидкое состояние и конденсируется. Технологический процесс можно осуществлять при давлениях, близких к атмосферному, при пониженном давлении в рабочем пространстве электропечей или в глубоком вакууме. В двух последних случаях дистилляционная система, изображенная на рис. 1, помещается в герметичный объем и комплектуется вакуумной системой.

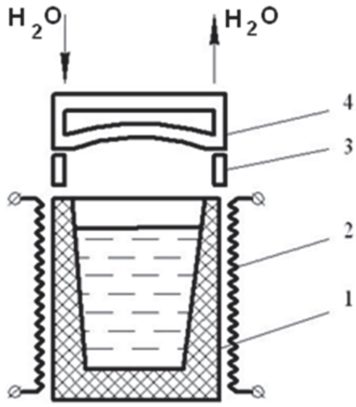


Рис. 1. *Схема простой дистилляции: 1) тигель с расплавом; 2) нагреватель; 3) паропровод; 4) водоохлаждаемый конденсатор*

Полученный конденсат называется *дистиллятом*, неиспарившийся расплав – *остатком*. В процессе дистилляции содержание низкокипящих компонентов в расплаве непрерывно падает. Поэтому уменьшается их содержание и в парах.

Фракционная дистилляция предполагает отвод в разное время паров различных составов в несколько сборников (рис. 2).

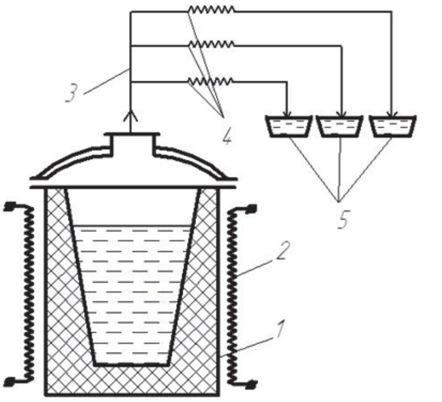


Рис. 2. *Схема фракционной дистилляции: 1) тигель с расплавом; 2) нагреватель; 3) паропровод; 4) конденсаторы; 5) сборники конденсата*

В первый конденсатор поступает первая по времени порция дистиллята, наиболее богатая низкокипящими компонентами, во второй конденсатор – менее богатый дистиллят и т. д. Конструкция электропечей имеет несколько конденсаторов и позволяет менять их в процессе работы. В каждом из полученных дистиллятов преобладает содержание одного или нескольких компонентов исходного расплава.

Дистилляционные методы использовались для рафинирования многих металлов: Be, Cr, Zn, Fe, Ni, Mg, Mn, Ga, Cd, Te, V, Sc и др. Очень широко методы дистилляции использовались для получения высокочистого бериллия.

В работе [4] представлены результаты очистки бериллия методом дистилляции: однократной – 1Д, трехкратной – 3Д, двукратной в закрытом объеме – 2Д гет, комплексными методами (двойная дистилляция + зонная плавка (2Д + 3П), а также 2Д + 3П + электроперенос). Таким образом, если исходный металл содержал бериллия ~98...99 %, то после первой дистилляции – 99,99 %, а после очистки комплексным методом – 99,999 %.

Наиболее часто в печах периодического действия конденсирующиеся пары металлов переходят в *твердое* состояние поэтапно через три стадии: нанокластеры, наноструктуры, нанокристаллическое состояние с образованием в итоге сверхчистых металлов.

Методы получения нанокластеров

В основу классификации нанокластеров и наноструктур целесообразно положить способы их получения. Это определяет также разграничения на изолированные наноструктуры и нанокластеры, объединенные в наноструктуру со слабыми или сильными межкластерными взаимодействиями или взаимодействием кластера с матрицей [7].

В группу изолированных и слабо взаимодействующих нанокластеров включены: молекулярные кластеры, газовые безлигандные кластеры

(кластеры шелочных металлов, алюминия и ртути, кластеры переходных металлов, углеродные кластеры и фуллерены, вандерваальсовы кластеры), коллоидные кластеры.

Группа нанокластеров и наноструктур состоит из твердотельных нанокластеров и наноструктур, матричных нанокластеров и супрамолекулярных наноструктур, кластерных кристаллов и фуллеритов, компактированных наносистем и нанокомпозитов, нанопленкок и нанотрубок.

Безлигандные металлические кластеры получают с помощью сверхзвукового сопла, газовой агрегации и испарением с поверхности твердого тела или жидкости. Они формируются из атомных и молекулярных пучков, когда металл испаряется в вакуум на поверхность конденсатора или какой-нибудь инертный газ. Размер кластеров может варьироваться от нескольких атомов металла до сотен и тысяч, однако линейный размер составляет, как и для молекулярных кластеров, 1...2 нм, и в расчет берется только металлическое ядро. Условия образования таких кластеров определяются газовой фазой и уже не зависят от лигандов, а стабильность и свойства определяются магическими числами образующих кластер атомов.

Тепловой поток паров металла, поступающий на охлаждаемую поверхность конденсатора в печах периодического действия, как правило, изменяется во времени.

Эта техническая особенность системы конденсации паров связана с еще одним требованием: конденсаторы с переводом пара в твердое состояние должны обеспечивать утилизацию продукта за весь технологический цикл и, следовательно, не допускать роста температуры поверхности конденсации выше температуры плавления конденсата к концу плавки, когда образуется большой слой конденсата.

Скорость конденсации в твердое состояние и структура получаемого твердого конденсата в наибольшей степени зависят от соотношения температуры конденсации $T_к$ и температуры плавления осаждаемого вещества $T_{пл}$.

При $T_к<T_{пл}$ конденсаты формируются как неравновесные системы, состоящие из беспорядочно ориентированных сверхмелких зерен размером ≤10 нм с рассеянной микропористостью. При температуре поверхности конденсации в диапазоне $<0,3T_{пл}<T_к<0,5T_{пл}$ для конденсатов характерна столбчатая структура с кристаллографической ориентацией [8]. При высокотемпературной конденсации в твердую фазу, когда $T_к>0,5T_{пл}$, формируется равновесная структура, подобная структуре рекристаллизованных металлов и сплавов.

В начале процесса металлическая водоохлаждаемая поверхность конденсатора без промежуточных слоев взаимодействует с паровым потоком. За счет разности температур в соответствии с диаграммой состояния на этой поверхности начинает образовываться конденсат.

Формирование наноструктур из атомов и молекул чистых металлов, адсорбированных на поверхности конденсаторов при дистилляции

Твердая поверхность конденсаторов представляет собой особый вид структуры, где проявляются не только особенности конденсированного состояния вещества, но также и газовой фазы. Ее свойства также определяют многие характеристики нанокластеров и наноструктур. Здесь исследуются различные свойства поверхности на микроскопическом уровне. Это атомная, электронная, магнитная структура, как в статическом плане, так и в динамическом по сравнению с характеристическими временами поверхности, измеряемые теми или иными методами [5].

Прежде всего необходимо остановиться на основных подходах, которые используются для описания структурных и электронных свойств атомов и молекул, входящих в состав поверхности или *адсорбированных* на ней. Речь идет о методе молекулярных орбиталей, позволяющем конструировать химические связи и образовывать из атомов молекулы, нанокластеры и наночастицы и тело правильной геометрической формы макроскопических размеров, находящегося в конденсированном состоянии.

Орбитали получаются при решении уравнений квантовой механики типа $H\varphi=E\varphi$, где H – оператор Гамильтона; E – энергия орбиталей; φ – атомные или молекулярные орбитали. Поиск атомных орбиталей в одноэлектронном приближении осуществляют в виде $\varphi_{n,l,m}(r,\theta,\varphi)=R_{n,l}(r)\,Y_{l,m}(\theta,\varphi)$, где r – расстояние электрона от ядра; θ и φ – углы сферической системы координат; $R_{n,l}(r)$ и $Y_{l,m}(\theta,\varphi)$ – радиальная и сферическая функции.

Поэтому при сближении атомов металлов, первыми перекрываются их внешние s-орбитали. Вначале перекрываются «хвосты» s-орбиталей, и энергия межатомной связи по мере сближения и повышения концентрации электронов между ядрами постепенно увеличивается. Сближение атомов происходит до совмещения (суперпозиции) максимумов электронной плотности Ψ s-орбиталей, что отвечает удвоению электронной плотности в зоне перекрытия.

Такая высокая концентрация электронов между ядрами соседних атомов стягивает эти атомы и представляет металлическую связь. Суперпозиции максимумов плотности s-оболочек отвечает наибольшая энергия связи между ближайшими соседями. Дальнейшего сближения атомов не происходит вследствие понижения энергии связи из-за уменьшения перекрытия s-оболочек, а также вследствие сильного возрастания отталкивания друг от друга остовных электронных оболочек и взаимного отталкивания ядер.

Число, протяженность и симметрия орбиталей атомов данного конкретного элемента полностью определяют число, длину, ориентировку и энергию межатомных связей, образующихся в результате перекрывания этих орбиталей, а следовательно, размещение атомов в пространстве, т. е. кристаллическую структуру, а также основные физико-химические свойства элемента. Геометрия кристаллической решетки любого элемента является прежде всего следствием симметрии перекрывающихся электронных орбиталей его атомов [5, 9].

Молекулярные орбитали (МО) формируются из атомных (АО) с помощью линейных комбинаций (ЛК) и, таким образом, составляется метод ЛКАО-МО, позволяющий с помощью тех или иных приближений и с учетом симметрии рассчитывать электронную плотность молекулы или нанокластера.

В качестве примера применения метода ЛКАО-МО проследим изменение МО для молекулы, включающей два фрагмента, и модельной молекулы с одним занятым уровнем при ее адсорбции на поверхность металла.

Для молекулы с двумя фрагментами и четырьмя электронами возникает связывающая МО (нижняя) и разрыхляющая орбиталь (верхняя), которая суммарно повышает энергию и обеспечивает отталкивание фрагментов. Однако в случае взаимодействия такой молекулы с поверхностью твердого тела разрыхляющая орбиталь может оказаться выше по энергии, чем уровень Ферми. Тогда электроны переходят с нее на уровень Ферми, и заполненной остается только связывающая орбиталь, что и обеспечивает связь молекулы с поверхностью. На больших расстояниях существует только отталкивание, которое растет при приближении молекулы к поверхности. Однако когда энергия разрыхляющей орбитали достигает уровня Ферми, электроны переходят на вакансии в зонах металла. В результате отталкивание сменяется *притяжением.*

С учетом вышеизложенного при достижении поверхности конденсатора происходит понижение температуры паров чистых металлов, сближение их атомов и перекрытие их внешних s-орбиталей, образование межатомных связей и, следовательно, размещение атомов в пространстве, т. е. образование упорядоченной кристаллической структуры из чистых элементов или нанокластеров, из которых впоследствие формируются сверхчистые металлы в нанокристаллическом состоянии.

Синтез новых материалов на основе дистилляционных процессов

Процессы испарения и конденсации паровой фазы в вакууме позволяют конструировать сверхчистые металлы путем регулируемой сборки из отдельных атомов и, следовательно, при выполнении программы этой сборки синтезировать материалы с заранее заданными свойствами и структурой.

Электропечи, обеспечивающие проведение таких электротехнологий, имеют много общего с дистилляционными установками для разделения и рафинирования металлов. Основные отличия новых электропечей состоят в том, что в рабочем пространстве необходимо обеспечивать не только получение чистых паров, но и их дозирование, смешение и управление конденсацией [8, 10].

Созданные вакуумные плазмотроны специальной конструкции для нагрева исходных материалов в виде порошков, в том числе ультрадисперсных [11, 12], индивидуально нагревают каждую такую отдельную частицу путем электронно-ионного взаимодействия с плазмой. Испарительные процессы переводят материал в пар, формируются интенсивные парогазовые направленные потоки ионизированных частиц. Струйные течения ионизированной парогазовой смеси позволяют управлять температурными полями на подложке, кинетической энергией направленного движения пара и легирующих твердых частиц, их температурой. Это существенно изменяет характер конденсационных процессов на подложке-конденсаторе. Вакуумные плазменные устройства позволяют совместить сам процесс синтеза сверхчистых металлов при осаждении на конденсатор-подложку с выполнением некоторых других технологических операций:

- плазменные потоки на поверхность конденсации могут удалять поверхностный слой подложки (конденсатора) и активизировать эту поверхность за счет направленной обработки ионным потоком (например, аргона). Последующая конденсация паров позволяет достичь моноатомного уровня переходного слоя, т. е. физического контакта (адгезии) на их границе или, наоборот, создать условия для отделения полученного конденсата от подложки.
- можно синтезировать материалы, нанесенные в виде тонких (10...15 мкм) металлических покрытий на готовых изделиях или толстых слоев (до 1...3 мм) на массивные конструкции, а также в виде полуфабрикатов – фольги, ленты, листа.
- возможно получать заготовки и изделия сложной формы, например, тел вращения.

Принципиально иной механизм конденсации наблюдается при реализации объемно-поверхностных процессов перевода паров в твердое состояние. В этом случае свободная пространственная конденсация зависит от температурных условий на первичной поверхности конденсации, от условий теплообмена в прилегающих объемах пространства, от температуры и давления пара.

В работах Б.А. Мовчана [8, 9] показано, что практическая и, следовательно, экономическая целесообразность применения металлов, конденсированных из паровой фазы, определяется конечным результатом: неизвестными до настоящего времени особыми свойствами синтезированных сверхчистых металлов, надежностью, долговечностью, новыми эксплуатационными параметрами деталей машин, аппаратов, иных устройств. Накопленные к настоящему времени результаты лабораторных исследований и промышленного применения сверхчистых металлов и неорганических материалов, осаждаемых из паровой фазы в вакууме, позволяют выделить несколько наиболее перспективных направлений.

1. Осаждение металлических и керамических материалов на поверхности готовых изделий в виде покрытий толщиной 10...200 мкм с заданными физико-химическими свойствами. Например, жаростойких и теплозащитных покрытий на лопатки газовых турбин различного назначения [8].
2. Осаждение толстых слоев (более 0,5 мм) в качестве:
   - конструкционных покрытий, например оболочек, выполняющих функцию несущего элемента изделия;
   - второго слоя биметаллических заготовок, предназначенных для дальнейшей обработки;
   - рабочего слоя мишеней для магнетронного распыления.
3. Получение фольги, листа, труб и изделий более сложной формы из труднообрабатываемых материалов (например, бериллия).
4. Осаждение массивных заготовок (более 100 кг) известных высокопрочных материалов для последующей термомеханической обработки с целью получения полуфабрикатов и изделий с оптимальной структурой и высокими значениями физико-механических свойств (например, высокопрочных сплавов алюминия [8]).
5. Производство новых дисперсно-упрочненных, микрослойных и микропористых материалов в виде покрытий, полуфабрикатов и изделий из них с широкой гаммой физико-химических свойств (например, Cu-Mo, Pt-ZrO_2, Cr-Al_2O_3).
6. Получение путем управляемого синтеза при осаждении интерметаллидов тугоплавких соединений, тонкой керамики, алмазоподобных структур с заданными свойствами и техническими решениями (покрытие, пленка, лист, трубка и др.). Например, магнитожестких материалов $SmCo_{17}$, Nd_2Fe_4B или высокотемпературной сверхпроводящей керамики типа $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ [7].

Успешная реализация этих технологий определяется режимами работы специальных электропечей, позволяющих получать высокоскоростные потоки различных веществ.

Выводы

Установлено, что для получения особо чистых металлов нанокристаллического уровня необходимо:

- рафинируемый металл из расплавленного состояния полностью перевести в паровую фазу;
- последовательно и избирательно в зависимости от температуры кристаллизации конденсировать остатки компонентов вредных примесей, лигатур из паровой фазы с окончательным выделением рафинируемого металла на поверхности тарелей конденсатора;
- на основе направленной кристаллизации сгруппировать из моноатомных слоев чистых элементов металлов упорядоченные кристаллические структуры уровня нанокластеров с последующим формированием сверхчистых металлов в нанокристаллическом состоянии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ажажа В.М., Ковтун Г.П., Неклюдов И.М. Комплексный подход к получению высокочистых материалов для микроэлектроники // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2002. – № 6. – С. 3–6.
2. Девятых Г.Г. Разработка высокочистых материалов // Сучасне матеріалознавство XXI сторіччя: сб. / ред. І.К. Походня [та ін]. – Київ: Наукова думка, 1998. – 658 с.
3. Нисельсон Л.А., Копецкий Ч.В. Проблема чистоты материалов в электронике // Высокочистые вещества. – 1993. – № 2. – С. 20–30.
4. Ажажа В.М., Ковтун Г.П., Тихинский Г.Ф. Получение и металлофизика особо чистых металлов // Металлофизика и новейшие технологии. – 2000. – Т. 22. – № 2. – С. 21–35.
5. Апасов А.М. Нанокристаллическое состояние металлов и сплавов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 840 с.
6. Cherednichenko V.S. Distilling electric furnaces. – Novosibirsk: NSTU Publisher, 2009. – 369 p.
7. Мовчан Б.А. Получение новых неорганических материалов путем конденсации паров фазы в вакууме // Вестник АН СССР. – 1985. – № 7. – С. 21–29.
8. Мовчан Б.А., Демчишин А.В. Исследование структуры и свойств толстых вакуумных конденсатов никеля, титана, вольфрама, окиси алюминия и двуокиси циркония // Физика металлов и металловедение. – 1969. – Вып. 28. – № 4. – С. 23–30.
9. Чередниченко В.С., Еременко Г.П., Зырянов С.А. и др. Нагрев порошковых материалов в сильноточных вакуумных дугах // Сибирский физ.-техн. журнал. – 1991. – Вып. 6. – С. 99–105.
10. Чередниченко В.С., Чередниченко М.В. Вакуумные плазменные электропечи с полными катодами. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999. – 138 с.
11. Суздалев И.П. Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов. – М.: КомКнига, 2006. – 592 с.
12. Григорович В.К. Металлическая связь и структура металлов. – М.: Наука, 1988. – 296 с.

Поступила 31.03.2010 г.

УДК 533.92+544.558

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛИЭТИЛЕНТЕРЕФТАЛАТНЫХ ТРЕКОВЫХ МЕМБРАН С НАНОСТРУКТУРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ В КАЧЕСТВЕ ЭКСПЛАНТОДРЕНАЖА

Т.В. Рязанцева, Л.И. Кравец*

Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского
E-mail: tvroko@gmail.com
*Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна

Представлены результаты исследований по применению полимерных трековых мембран с наноструктурированной поверхностью в качестве эксплантодренажа для хирургического лечения рефрактерной глаукомы. Для наноструктурирования поверхностного слоя мембран применена обработка в плазме неполимеризующихся газов. Показано, что имплантация предлагаемого эксплантодренажа позволяет добиться стойкой нормализации внутриглазного давления и длительного сохранения сформированных путей оттока внутриглазной жидкости.

Ключевые слова:
Полимерные трековые мембраны, обработка в плазме, наноструктурированная поверхность, рефрактерная глаукома.
Key words:
Polymer track membranes, plasma treatment, nanostructured surface, refractory glaucoma.

Введение

Глаукома является одним из самых тяжелых глазных заболеваний, протекающих хронически, часто бессимптомно, и приводящих к значительному снижению зрительных функций вплоть до полной и необратимой слепоты даже при соответствующем лечении. В последнее время в литературе стали выделять особую форму глаукомы под общим названием рефрактерная (невосприимчивая) глаукома (РГ), которая объединяет множество самых разнообразных клинических видов. Для РГ, являющейся наиболее трудноизлечимой нозологической формой глаукомы, характерно особое упорство течение болезни и частое отсутствие успеха от традиционного хирургического и медикаментозного лечения. Основная причина отсутствия стойкого гипотензивного эффекта при лечении РГ заключается в рубцевании вновь созданных путей оттока внутриглазной жидкости. Учитывая резистентность РГ к традиционному лечению, длительная сохранность гипотензивного эффекта обеспечивается имплантацией различного типа дренажей [1]. В практике отечественной и зарубежной офтальмологии сделаны многочисленные попытки имплантации дренажей для предупреждения блокады сформированных путей оттока внутриглазной жидкости. Ведущим направлением в хирургии рефрактерных глауком является поиск биосовместимых материалов для создания эксплантодренажей, изготовленных из различных полимерных материалов медицинского класса чистоты [2, 3].

Наибольший интерес вызывает использование в качестве эксплантодренажа небиологического типа пористых мембран на основе полимеров различной природы. Так, в работе [4] в качестве эксплантодренажа были использованы трековые мембраны из полиэтилентерефталата. Технология изготовления этих мембран такова, что позволяет получать в исходных полимерных пленках поры цилиндрической формы строго калиброванного диаметра [5], что является основным их достоинством. Кроме того, мембраны данного типа не подвергаются биодеструкции и могут находиться в интрасклеральной полости в течение нескольких лет. Однако, как показали проведенные исследования [4, 6], они имеют следующие недостатки: 1) на их поверхности адсорбируется белок, элементы крови, экссудата, которые рано или поздно приводят к закупориванию пор в дренаже; 2) вокруг дренажа образуется соединительно-тканная капсула, состоящая из плотных коллагеновых волокон; 3) в отдаленном периоде блокируется просвет между дренажом и фиброзно-измененной капсулой, окружающей его, что приводит к повышению внутриглазного давления и необходимости выполнения повторного хирургического вмешательства.

В этой связи работы по поиску новых форм эксплантодренажа для хирургического лечения рефрактерной глаукомы является весьма актуальной задачей. На наш взгляд, перспективным направлением создания биосовместимого эксплантодренажа для антиглаукоматозных операций заключается в модификации поверхности пористых полимерных материалов. Для этого могут быть использованы различные методы на основе физико-химического воздействия. Наибольшее распространение для этой цели получил метод обработки мембран в низкотемпературной плазме [7], важным преимуществом которого является возможность модификации свойств тонкого поверхностного слоя мембран, приводящего к изменению целого ряда их свойств – адсорбционных, транспортных и селективных. Основная масса матрица мембраны при этом не изменяется, что, несомненно, важно с точки зрения сохранения их механических и физико-химических свойств.

Целью настоящей работы являлось исследование процессов взаимодействия ВЧ-разряда в среде неполимеризующихся газов с поверхностью полиэтилентерефталатных трековых мембран (ПЭТФ ТМ), изучение поверхностных свойств модифицированных в плазме мембран и химической структуры их поверхностного слоя, а также проведение экспериментальных (доклинических) исследований по применению ПЭТФ ТМ с модифицированной (наноструктурированной) поверхностью в качестве эксплантодренажа для хирургического лечения рефрактерной глаукомы.

Материалы и методы

В экспериментах использовали трековые мембраны с эффективным диаметром пор 0,2 мкм (плотность пор $2 \cdot 10^8$ см$^{-2}$) и 0,4 мкм (плотность пор $5 \cdot 10^7$ см$^{-2}$), которые получали облучением пленок из полиэтилентерефталата (лавсан, Россия) толщиной 10,0 мкм ускоренными на циклотроне У-400 ионами криптона с энергией ~1 МэВ/нуклон с последующей физико-химической обработкой по стандартной методике [5]. Обработку мембран в плазме проводили на плазмохимической установке с использованием ВЧ-разряда переменного тока с частотой 13,56 МГц. Образцы мембран размерами 10×10 см, закрепленные на плоском держателе, размещали в вакуумной камере установки в зоне действия плазмы. Воздействию плазмы подвергали обе стороны мембран. В качестве плазмообразующего газа применяли азот, воздух и смесь азота с кислородом в различном соотношении. Параметры разряда (давление газа в вакуумной камере, мощность разряда) и длительность воздействия плазмы варьировали. Методика обработки и схема плазмохимической установки подробно описаны в работе [8].

Характеристики исходных мембран и мембран, модифицированных в плазме, определяли при помощи ряда взаимодополняющих методик. Изменение толщины мембран регистрировали с помощью электронного измерителя толщины «Tesa Unit» (Австрия), точность измерений составляла ±0,1 мкм. Газопроницаемость мембран (поток воздуха, прошедший через мембрану) измеряли при заданном перепаде давления с помощью поплавкового расходомера. На основании полученных значений, используя формулу Хагена-Пуазейля [9], рассчитывали эффективный диаметр пор (погрешность 3 %). Исследование микроструктуры образцов, а также определение диаметра пор на поверхности мембран проводили с помощью сканирующего электронного микроскопа «JSM-840» (JEOL) с разрешением 10 нм. Перед просмотром на образцы напыляли в вакууме тонкий слой золота.

Изменения в поверхностном слое мембран изучали с помощью метода многократного нарушенного полного внутреннего отражения ИК-спектроскопии. В эксперименте использовали призмы из Ge и стекла KRS-5 с углами 45 и 55° и числом отражений соответственно 24 и 14. Использовали спектрофотометр «Specord M-80» (Carl Zeiss Jena). Отнесение полос поглощения проводили согласно [10]. Измерение краевого угла смачивания определяли методом сидящей капли с помощью горизонтального микроскопа, снабженного гониометром, по методике [9]. Для измерений использовали воду (бидистиллят), точность измерений составляла ±1°. Водопроницаемость измеряли при заданном перепаде давления с помощью стандартной фильтрационной установки ФМО-2 (Россия) на образцах мембран площадью 254 мм^2. Использовали предварительно очищенную фильтрацией через ПЭТФ ТМ с диаметром пор 50 нм дистиллированную воду. До начала фильтрации мембраны выдерживали в водном растворе в течение 20 мин. Заряд поверхности пор мембран определяли методом потенциала течения [9] при фильтрации 10^{-3} М раствора хлорида калия под действием созданного на мембране перепада давления.

Экспериментальные исследования по применению ПЭТФ ТМ с наноструктурированной поверхностью в качестве эксплантодренажа для антиглаукоматозных операций проводили на базе клиники Саратовского государственного медицинского университета им. В.И. Разумовского. Для этого образцы мембран предварительно стерилизовали в кипящей дистиллированной воде или в автоклаве при температуре 150 °С. После этого дренаж через роговичный разрез на 12-и часах [11] размером 1×2 мм имплантировали в переднюю камеру глаз кроликов породы шиншилла и в интрасклеральный карман, сформированный в 3 мм от лимба, с последующим наложением швов на края раны. Воспалительную реакцию глаза оценивали по шкале Л.С. Чабровой [11].

В эксперименте проводили определение токсического действия эксплантодренажа на окружающие ткани. Наличие белков во влаге передней камеры при этом моделировало реакцию тканей в организме, а прозрачность тканей позволяла оценить контакт белков с поверхностью имплантата. Исследование цитотоксичности дренажей проводили на клеточной культуре фибробластов мышей линии 3Т3 клона SC-1. В качестве экстрагирующих сред использовали стерильный раствор натрия хлорида и питательную среду Игла с добавлением эмбриональной телячьей сыворотки. Клетки фибробластов высеивали в чашки Петри в концентрации 40 тыс./мл, инкубировали в течение суток при температуре 37 °С. Затем каждый экстракт вносили на монослой фибробластов. Спустя 24 ч оценивали лизис клеток, их морфологию и количество.

Морфологическое исследование тканей глаз, полученных в эксперименте, проводили на 30 кроликах породы шиншилла. Вторичную глаукому моделировали введением 1 % раствора Януса зеленого в переднюю камеру глаза. Глаукома развивалась в течение одного месяца. Средний уровень внутриглазного давления до операции составлял 35±3 мм рт.ст. Антиглаукоматозное вмешательство выполняли с имплантацией дренажа у кроликов породы шиншилла (30 глаз). При последующем гистологическом исследовании серийные срезы глаз окрашивали гематоксилин-эозином по Ван-Гизон.

Методом ретроспективного анализа в контрольной группе исследовано 42 глаза 21 кролика породы шиншилла, которым после моделирования вторичной глаукомы проводили имплантацию дренажа из ПЭТФ ТМ с немодифицированной поверхностью. Эти животные были прооперированы с 1993 по 1996 гг. Результаты исследований подробно изложены в [6].

Результаты и их обсуждение

Исследование процесса воздействия плазмы воздуха на полиэтилентерефталатные трековые мембраны обоих типов позволили установить следующий ряд закономерностей. *Во-первых*, при обработке ПЭТФ ТМ в плазме ВЧ-разряда в воздухе происходит травление как внешней поверхности мембран, так и поверхности пор, сопровождающееся уменьшением толщины мембран и увеличением их эффективного диаметра пор (табл. 1). Результат газоразрядного травления пор трековых мембран иллюстрируется рис. 1, на котором представлены микрофотографии поверхностей исходной и обработанной в плазме воздуха мембран. Можно видеть, что диаметр пор на поверхности модифицированной мембраны выше в сравнении с контрольным образцом. Как показывают эксперименты, скорость травления зависит от величины параметров разряда (давления плазмообразующего газа и мощности разряда) – при увеличении параметров разряда скорость травления возрастает (табл. 1).

На величину скорости травления также влияет изменение состава плазмообразующего газа. Так, замена воздуха на азот снижает скорость травления – эффективный диаметр пор мембран, полученных травлением в плазме азота, как правило, на 15...20 % меньше диаметра пор аналогичных мембран, образуемых в плазме воздуха. Скорость травления, оцененная из графика зависимости эффективного диаметра пор от времени травления (рис. 2), в плазме воздуха равна $2{,}9\cdot10^{-3}$ мкм/мин, в плазме азота втрое ниже – $1{,}0\cdot10^{-3}$ мкм/мин (измерения проведены при давлении газа 22,5 Па и мощности разряда 250 Вт). Варьирование соотношения азота и кислорода в составе плазмообразующего газа показывает, что при повышении концентрации кислорода происходит увеличение скорости травления. Введение кислорода в состав газа, таким образом, повышает активность плазмы. Использование в качестве плазмообразующего газа чистого кислорода позволяет значительно повысить скорость травления, что дает возможность интенсифицировать процесс газоразрядного травления (рис. 2).

Во-вторых, воздействие плазмы неполимеризующихся газов на трековые мембраны приводит к образованию асимметричных мембран – форма пор мембран, образуемых в процессе газоразрядного травления, изменяется. При этом, как показали результаты ранее проведенных исследований [8, 12], в зависимости от выбранных параметров разряда травление можно производить либо в части канала, либо по всей длине каналов пор. В обоих случаях образуются трековые мембраны, имеющие асимметричную форму пор. Наибольший интерес представляют мембраны, у которых травлению подверглась только часть каналов пор. В результате газоразрядного травления в слое таких мембран формируются конусообразные углубления, увеличивающие объемную пористость, что отражается на поведении мембран в процессе фильтрации – производительность по воде асимметричных мембран выше в сравнении с исходной мембраной (табл. 1). Незатронутый в процессе травления слой, структура которого остается без изменения, определяет селективные свойства мембран. Незначительные изменения в данном слое при обработке в плазме не вызывают заметного снижения селективности разделения.

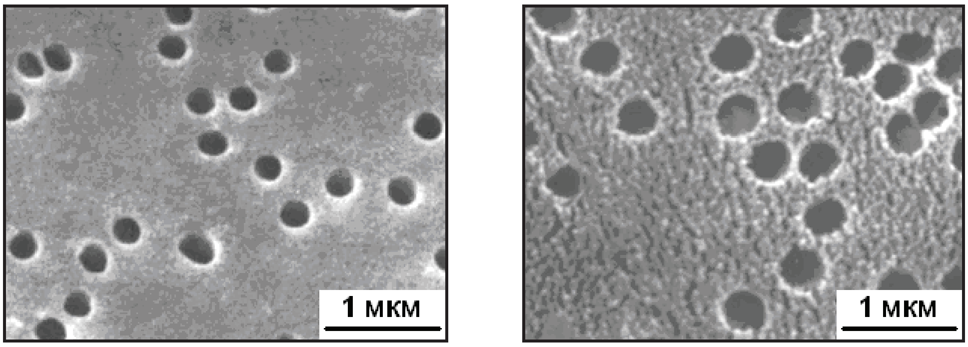
Таблица 1. *Изменение характеристик мембран* в процессе обработки в плазме воздуха. Длительность воздействия плазмы 10 мин*

Режим обработки		Толщина, мкм	Краевой угол смачивания, град	Эффективный диаметр пор, мкм		Водопроницаемость при ΔP=$4\cdot10^4$ Па, мл/мин·см^2	
Давление газа, Па	Мощность разряда, Вт			Мембрана I	Мембрана II	Мембрана I	Мембрана II
–	–	10,0	65	0,220	0,395	2,2	5,4
0,15	70	9,9	20	0,230	0,405	2,7	6,7
0,25	70	9,8	25	0,235	0,425	3,1	7,6
4,0	70	9,4	30	0,245	0,445	3,6	8,4
10,5	70	9,0	35	0,255	0,460	4,1	9,1

**Мембрана с диаметром пор: I – 0,2; II – 0,4 мкм.*

В-третьих, воздействие плазмы неполимеризующихся газов на ПЭТФ ТМ приводит к изменению свойств их поверхностного слоя. Это подтверждается данными ИК-спектроскопии обработанных в плазме образцов мембран (табл. 2). При анализе ИК-спектров обработанных в плазме воздуха образцов мембран, записанных с использованием призмы из германия, средняя глубина проникновения ИК-излучения в образец 0,69 мкм, обнаружено увеличение интенсивности полосы поглощения 1720 см$^{-1}$, связанной с валентными колебаниями карбонила (С=О) карбоксильных групп. При варьировании параметров плазменного разряда наблюдается изменение концентрации поверхностных групп: повышение мощности разряда и давления плазмообразующего газа вызывает образование большего числа функциональных групп.

Обработка в плазме воздуха, таким образом, приводит к повышению содержания в поверхностном слое мембран карбоксильных групп, образование которых может быть объяснено следующим. При воздействии активных частиц плазмы происходит деструкция полимерных цепей на поверхности, причем преимущественно в аморфной фазе, обладающей меньшей плотностью и потому более подверженной окислению [13]. Увеличение содер-



а *б*

Рис. 1. *Электронные микрофотографии поверхностей исходной ПЭТФ ТМ с эффективным диаметром пор 0,2 мкм (а) и обработанной в плазме воздуха мембраны (б); параметры разряда: давление газа в вакуумной камере 0,25 Па, мощность разряда 100 Вт, длительность воздействия 10 мин*

жания карбоксильных групп в поверхностном слое мембран приводит к повышению отрицательного заряда пор. Действительно, измерение методом потенциала течения поверхностного заряда пор мембран, обработанных в плазме воздуха, показывает, что на их поверхности в водных растворах образуется больший отрицательный заряд в сравнении с исходной мембраной. Для примера укажем следующее. Если величина заряда поверхности пор исходной ПЭТФ ТМ с диаметром пор 0,4 мкм составляет $1{,}17 \cdot 10^{-2}$ Кл/м^2, то для модифицированной в плазме воздуха (при давлении газа в вакуумной камере 13,5 Па и мощности разряда 300 Вт) мембраны эта величина составляет $1{,}62 \cdot 10^{-2}$ Кл/м^2.

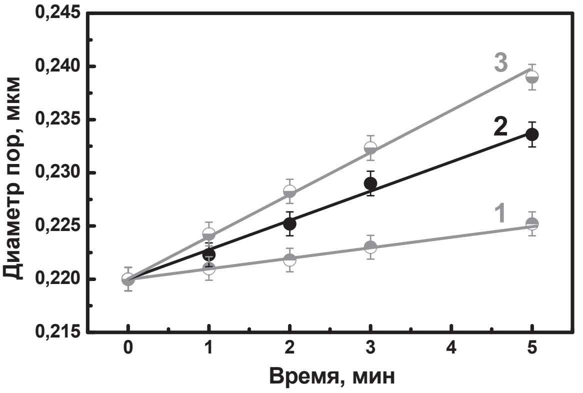


Рис. 2. *Зависимость эффективного диаметра пор ПЭТФ ТМ с диаметром пор 0,2 мкм от времени травления в плазме азота (1), воздуха (2) и кислорода (3); параметры разряда: давление газа 22,5 Па, мощность разряда 250 Вт*

Для характеристики структурных изменений, возникающих в мембранах при их обработке в плазме, были рассчитаны соотношения интенсивностей I полос поглощения при 1473 и 1455, 1343 и 1370, 973 и 1043 см$^{-1}$. Полосы поглощения при 1473 и 1343 см$^{-1}$ характеризуют деформационные колебания CH_2-групп в транс-конформации, а 1455 и 1370 см$^{-1}$ – деформационные колебания в гош-конформации. Полосы поглощения 973 и 1043 см$^{-1}$ относят к колебаниям всей цепи кристаллической и аморфной фазы соответственно. Измерения показывают (табл. 2), что в результате обработки в плазме воздуха при низких значениях давления газа в вакуумной камере разряда происходит аморфизация поверхностного слоя мембран вследствие деструкции полимерных цепей. При увеличении давления в газовой фазе наблюдается ориентация на поверхности полимера. При сравнении ИК-спектров модифицированных мембран и исходной, записанных обычным способом и с использованием призмы KRS-5 (средняя глубина проникновения ИК-излучения в образец – около 1,5 мкм), не обнаруживается каких-либо изменений – сигнал от объемного слоя образца в этом случае перекрывает слабый сигнал от поверхностного слоя. Это указывает на то, что изменения при обработке ПЭТФ мембран в плазме исследуемого газа происходят в тонком поверхностном слое, не затрагивая объема полимерной матрицы.

На основании вышеизложенного можно заключить, что обработка ПЭТФ ТМ в плазме воздуха приводит к образованию на их поверхности тонкого модифицированного слоя с нарушенной структурой, содержащего деструктированные макромолекулы с окисленными группами в местах разрыва химических связей. Воздействие плазмы вызывает, кроме того, значительные морфологические изменения поверхности. На первоначально гладкой полимерной поверхности появляются многочисленные кратеры – окисленно-деструктированные области, возникновение которых объясняется различием скоростей травления аморфных и кристаллических областей полимера [13]. Поверхность мембран становится шероховатой (рис. 1, *б*). Размеры кратеров при варьировании условий обработки и длительности воздействия разряда изменяются.

Развитие эрозии поверхности мембран и их гидрофилизация обусловливают повышение смачиваемости – величина краевого угла смачивания мембран существенно уменьшается (табл. 1). Сравнительный анализ данных табл. 1 показывает, что изменение параметров разряда влияет на величину предельного значения краевого угла смачивания. Уменьшение давления плазмообразующего газа при определенной мощности разряда и длительности обработки способствует достижению меньшего значения величины краевого угла смачивания. Проведенные аналогичные исследования позволили установить, что увеличение мощности разряда также способствует достижению предельного значения величины краевого угла смачивания за более короткое время воздействия. Увеличение содержания карбоксильных групп в поверхностном слое мембран, вызывающее повышение отрицательного заряда пор в растворе, а также развитие шероховатости поверхности и приводят к положительному результату – уменьшению адсорбции белков и других составляющих внутриглазной жидкости (их диаметр около 0,2 мкм), а также клеток крови [14]. Данный результат обусловлен отталкиванием молекул белков, имеющих в водном растворе также отрицательный заряд.

Таблица 2. *Результаты ИК-спектрофотометрического исследования модифицированных в плазме воздуха ПЭТФ ТМ с диаметром пор 0,2 мкм*

Режим обработки*		Увеличение концентрации COOH-групп, %	Соотношение интенсивностей полос			Изменения в структуре поверхности мембран
Давление воздуха, Па	Мощность разряда, Вт		I_{1473}/I_{1455}	I_{1343}/I_{1370}	I_{973}/I_{1043}	
–	–	–	4,0	5,15	2,10	–
0,15	70	4	3,85	4,95	2,00	Аморфизация
0,25	70	7	3,75	4,75	1,95	Аморфизация
4,0	70	19	3,55	4,5	1,80	Аморфизация
10,5	70	28	4,35	5,65	2,45	Кристаллизация

**Длительность воздействия плазмы 10 мин.*

Экспериментальные исследования ПЭТФ ТМ с наноструктурированной поверхностью в качестве эксплантодренажа приводят к следующим результатам. При определении токсического действия эксплатодренажа на окружающие ткани после имплантации его в переднюю камеру глаз кроликов опытной группы воспалительная реакция у животных соответствовала 0 степени воспаления в 25 случаях и в 5 случаях – 1 степени (слабо выраженная реакция), и полностью купировалась на 7 день после стандартного противовоспалительного лечения. Во всех случаях определялись плоские разлитые фильтрационные подушечки. Слизистая оболочка над фильтрационной подушкой была хорошо васкуляризирована. Не было выявлено избыточного рубцевания или формирования псевдокистозных полостей. Спустя две недели уровень внутриглазного давления составил 17,6±2,6 мм рт. ст. Эта тенденция сохранялась в течение 12 месяцев. В то же время в контрольной группе животных уровень внутриглазного давления составил 19,1±2,3 мм рт. ст., что на 8,5 % выше по сравнению с опытной группой животных.

При морфологическом исследовании ПЭТФ ТМ с наноструктурированной поверхностью было установлено, что в тканях, окружающих имплантат, отсутствовали выраженные реактивные воспалительные изменения. Вокруг дренажа формировалась тончайшая соединительно-тканная капсула с единичными фибробластами и фиброцитами. При имплантации дренажей, обработанных в плазме кислорода, между имплантатом и склерой капсула отсутствовала. Определялись лишь единичные участки нежной волокнистой соединительной ткани и свободное пространство на всем протяжении. Анализ экспериментальных данных также показал, что наибольшая бактерицидная активность выявлена у образцов, имеющих максимально развитый рельеф. Корреляция результатов исследования заряда и анализ данных позволяют утверждать, что один из механизмов, по которому протекает взаимодействие наноструктурированной поверхности имплантата с микроорганизмами связан с электростатическим взаимодействием, а интенсивность второго механизма связана со степенью дисперсности наноструктурированной поверхности.

Заключение

Воздействие плазмы ВЧ-разряда в неполимеризующихся газах на полиэтилентерефталатные трековые мембраны приводит к образованию асимметричных трековых мембран с повышенной производительностью, структура и химический состав поверхностного слоя которых изменены – наноструктурированы. Наличие наноструктурированного слоя на поверхности мембран вызывает изменение целого ряда свойств ПЭТФ ТМ. Увеличение содержания карбоксильных групп в поверхностном слое мембран приводит к повышению степени их гидрофильности. Развитие эрозии поверхности мембран и их гидрофилизация обуславливают повышение смачиваемости ПЭТФ ТМ, величина которой зависит от интенсивности разряда и длительности его воздействия.

Увеличение содержания карбоксильных групп в поверхностном слое мембран, вызывающее повышение отрицательного заряда пор в растворе, а также развитие шероховатости поверхности мембран позволяют избежать формирования вокруг них грубой соединительно-тканной капсулы и добиться длительного сохранения сформированных путей оттока внутриглазной жидкости при проведении антиглаукоматозных операциях. Разработанный дренаж не обладает местно-раздражающим, сенсибилизирующим действием и соответствует требованиям, предъявляемым к изделиям, постоянно контактирующим с внутренней средой глаза. Полученные результаты показывают, что ПЭТФ ТМ с наноструктурированной поверхностью может быть успешно использован в качестве дренажа при хирургическом лечении рефрактерной глаукомы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тахчиди Х.П., Чеглаков В.Ю. Дренажи в хирургии рефрактерной хирургии // Рефракционная хирургия и офтальмология. – 2009. – Т. 9. – № 3. – С. 11–15.
2. Чеглаков Ю.А. Эффективность глубокой склерэктомии с эксплантодренированием в лечении поствоспалительной и посттравматической глаукомы // Офтальмохирургия. – 1989. – № 3–4. – С. 34–38.
3. Паштаев Н.П., Горбунова Н.Ю. Отдаленные результаты применения сетчатого дренажа из дигеля в хирургическом лечении рефрактерных глауком // Офтальмохирургия. – 2006. – № 2. – С. 11–15.
4. Сапрыкин П.И., Рязанцева Т.В. Эксплантодренирование в хирургии вторичной глаукомы // Офтальмохирургия. – 1995. – № 3. – С. 22–25.
5. Флеров Г.Н. Синтез сверхтяжелых элементов и применение методов ядерной физики в смежных областях // Вестник АН СССР. – 1984. – № 4. – С. 35–48.
6. Рязанцева Т.В. Эксплантодренирование ядерной мембраной в хирургии некоторых форм вторичной глаукомы (клинико-экспериментальное исследование): дис. ... канд. мед. наук. – Самара, 1996. – 120 с.
7. Кравец Л.И., Дмитриев С.Н., Гильман А.Б. Модификация свойств полимерных мембран под воздействием низкотемпературной плазмы // Химия высоких энергий. – 2009. – Т. 43. – № 3. – С. 227–234.
8. Dmitriev S.N., Kravets L.I., Sleptsov V.V. Modification of track membrane structure by plasma etching // Nucl. Instr. and Meth. B. – 1998. – V. 142. – № 1–2. – P. 43–49.
9. Мулдер М. Введение в мембранную технологию / Пер. с англ. под ред. Ю.П. Ямпольского, В.П. Дубяги. – М.: Мир, 1999. – 513 с.
10. Беллами Л. Инфракрасные спектры сложных молекул. – М.: Иностр. лит-ра, 1963. – 590 с.
11. Национальное руководство по офтальмологии / под ред. С.Э. Аветисова, Е.А. Егорова, Л.К. Мошетовой, В.В. Нероева, Х.П. Тахчиди. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2008. 940 с.
12. Kravets L.I., Dmitriev S.N., Sleptsov V.V., Elinson V.M. Production of asymmetric track membranes by gas-discharge method // Surf. Coat. Technol. – 2003. – V. 174–175. – P. 821–825.
13. Чалых А.Е., Петрова И.И., Василенко Ж.Г., Герасимов В.И., Брусенцова В.Г. Применение метода газоразрядного травления для изучения структуры кристаллических полимеров // Высокомолекулярные соединения. – 1974. – Т. 16А. – № 6. – С. 1289–1295.
14. Kamath S., Bhattacharyya D., Padukudru C., Timmons R.B., Tang L. Surface chemistry influences implant-mediated host tissue responses // J. Biomed. Mater. Res. Part A. – 2008. – V. 86. – № 3. – P. 617–626.

Поступила 10.11.2011 г.

УДК 62-729.3/.-732:629.63.6:66.046.1

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПРОЦЕССОВ ОЧИСТКИ И ПОДОГРЕВА ТОПЛИВА В МОБИЛЬНЫХ МАШИНАХ

Э.И. Удлер, П.В. Исаенко, Д.В. Халтурин, А.В. Лысунец

Томский государственный архитектурно-строительный университет
E-mail: dmitriihalturin@mail.ru

Предложены методы расчета системы подогрева и очистки топлива в топливных системах машин с дизельными двигателями. Адекватность теоретических представлений показана на примере конструкции фильтра для очистки и подогрева топлива в процессе эксплуатации машины при низких температурах.

Ключевые слова:
Дизельное топливо, эффективность очистки, фильтрация, подогрев.
Key words:
Diesel fuel, efficiency of purifying, filtration, heating.

Значительная часть современных мобильных машин оснащена двигателями, работающими на дизельном топливе. Для обеспечения требуемой чистоты по ГОСТ 305-87 стандартная топливная система машины имеет двух-, а иногда и трехступенчатую очистку с помощью последовательно установленных фильтров грубой (ФГО) и тонкой (ФТО) очистки. Однако на практике работоспособность машин зачастую нарушается из-за прекращения подачи топлива, вплоть до полной остановки машины. Характерной особенностью отказов, особенно в условиях пониженных температур, является изнашивание прецизионных деталей топливной системы вследствие проникновения в зазоры трущихся пар абразивных частиц и воды, циркулирующих с топливом [1–3].

Процесс изнашивания интенсифицируется при эксплуатации машин, не имеющих в топливной системе смесителей-подогревателей (как в иных машинах северного исполнения), но работающих в условиях низких температур. В этом случае происходит парафинизация топлива и образование в нем кристаллов льда, блокирующих поровую структуру ФТО. Вывод очевиден: защита топливной системы с помощью фильтров в штатном исполнении от изнашивания недостаточно эффективна [2].

Специалисты считают, чтобы решить существующую проблему, необходимо совершенствовать топливную систему машин путем замены агрегатов очистки топлива на другие, конструктивно отличающиеся от типовых, либо модернизировать существующие. Предлагается множество образцов, защищенных патентами. Однако по ряду причин, в том числе и из-за технической сложности, ни один из них не нашел широкого применения [1, 3, 4].

Заслуживает внимания образец двухфункционального фильтра [5], имеющий стержень, на который спирально намотана фильтровальная лента и нагревательный элемент. Фильтровальная лента выполнена с краевыми U-образными выступами и уложена определённым образом, что позволяет разграничить объёмы очищенной и неочищенной жидкостей. Такая конструкция обеспечивает полное использование поверхности фильтроэлемента и позволяет получить достаточную очистку от механических примесей, а также упрощается конструкция и уменьшается материалоёмкость, что делает данную конструкцию по технической сущности наиболее близкой к рассматриваемой далее разработке. Однако его недостатком является невысокий ресурс работы по сравнению с объёмными фильтроэлементами из-за отсутствия организованного порового пространства [6].

Целью настоящей работы явилась теоретическая оценка эффективности модернизированного типового топливного фильтра-отстойника мобильной машины (рис. 1). Модернизация заключается в установке в корпусе штатного фильтра разработанного двухфункционального термостабильного фильтроэлемента объемного типа [7] с заданными размерами пор, уменьшающимися по ходу топлива в организованном поровом пространстве.

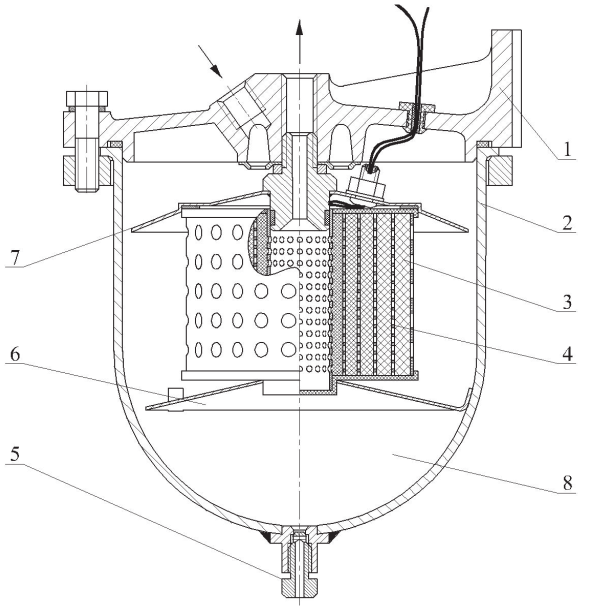


Рис. 1. *Модернизированный фильтр грубой очистки топлива: 1) крышка корпуса фильтра; 2) корпус фильтра; 3) фильтроэлемент объемного типа [7]; 4) нагревательный элемент; 5) сливная пробка; 6) успокоитель; 7) отражатель; 8) отстойная зона*

В качестве фильтрующего материала может быть применен синтетический пористый деформируемый материал, например по ТУ 8397-001-05204776-01, навиваемый вместе с электропроводной подложкой, выполняющей роль нагревателя, на перфорированную трубку.

Намотка пористой ленты с постепенным уменьшением уплотнения позволяет получить фильтрующий элемент с пористостью, увеличивающейся от $\Psi_{\min}$ (в областях прилегающих к каркасу) до Ψ_0 (на периферии элемента). В процессе очистки жидкость последовательно проходит от периферии к центру. Задержка частиц больших размеров осуществляется в областях, близких к периферии, меньших размеров – в слоях меньшей пористостью. Подобная структура фильтрующего материала позволяет обеспечить равномерную забивку частицами загрязнений и повысить ресурс его работы.

Одним из параметров, оценивающих эффективность фильтров, является тонкость фильтрации жидкости.

Исследования изменения тонкости фильтрации топлива от степени обжатия n, например, иглопробивного нетканого материала показали, что она удовлетворительно описывается эмпирической зависимостью вида [6]:

$$d_{0,95} = 5{,}134\sqrt{\frac{K_0}{n[1-(1-\Psi_0)n]}}, \qquad (1)$$

где $d_{0,95}$ – размер частиц загрязнений, 95 % которых задерживается фильтрующим элементом; K_0 – коэффициент проницаемости исходного материала фильтра; Ψ_0 – начальная пористость исходного материала.

Связь между пористостью фильтрующего материала в свободном состоянии Ψ_0 и обжатого в n раз до $\Psi_{\min}$ определяется зависимостью

$$\Psi_{\min} = 1-(1-\Psi_0)n,$$

где $\Psi_{\min}$ – минимальная требуемая пористость фильтровального материала на трубке, обеспечивающая требуемое качество очистки фильтруемой жидкости.

Длина фильтровальной ленты L определяется по формуле, полученной в [7] исходя из способа намотки ленты по закону логарифмической спирали:

$$L = \frac{\pi(r_н - r_в)^2}{\delta}\left(\frac{2-(\Psi_0+\Psi_{\min})}{2(1-\Psi_0)}\right),$$

где $r_н$, $r_в$ – соответственно, наружный и внутренний радиусы фильтроэлемента, м; δ – толщина пластины фильтроматериала.

Немаловажную роль в оценке эффективности фильтроэлементов играют их гидравлические свойства. Оценка сводится к нахождению и анализу соответствующей зависимости между гидравлическим сопротивлением материала и физическими параметрами фильтроэлемента, степенью обжатия материала и свойствами фильтрующей жидкости [6].

Пренебрегая гидравлическим сопротивлением перфорированной подложки, спиральную ленту фильтроматериала рассматриваем как цилиндрическую сплошную, с уменьшающейся к центру пористостью и проницаемостью за счет управляемого обжатия при изготовлении.

Закон Дарси для цилиндрических фильтров имеет вид

$$v = -\frac{K}{\mu}\frac{dP}{dr}, \quad v = v_{н}\frac{r_{н}}{r}, \tag{2}$$

где v – текущая по толщине скорость фильтрования в перегородке; K – коэффициент проницаемости пористого материала; μ – динамическая вязкость жидкости; P – давление; r – радиус фильтроэлемента.

Для цилиндра с постоянным коэффициентом проницаемости K решение уравнения Дарси известно [8]. В нашем случае K зависит от радиуса r.

Для деформируемых пористых материалов (пенополиуретан, войлок, минеральные волокна и др.) коэффициент проницаемости при обжатии уменьшается обратно пропорционально степени обжатия n от начального K_0:

$$K = \frac{K_0}{n}. \tag{3}$$

При технологически реальном способе формирования рассматриваемого цилиндрического фильтра переменную по радиусу условного цилиндра, степень обжатия можно аппроксимировать формулой описывающей линейное уменьшение пористости и проницаемости фильтровальной ленты через степень обжатия в каждом сечении по радиусу r:

$$n = n_{в} - x\frac{(r - r_{в})}{(r_{н} - r_{в})}, \tag{4}$$

где $n_{в}$ – требуемая степень обжатия первого (внутреннего) слоя фильтроматериала, обеспечивающая требуемую тонкость очистки и соответствующую минимальную проницаемость материала на выходе $K_{\min}$; x – коэффициент пропорциональности.

Коэффициент пропорциональности в (4) находим из граничного условия: n=1 при r=$r_{в}$, т. е. x=$n_{в}$–1. Тогда:

$$n = n_{в} - (n_{в} - 1)\frac{(r - r_{в})}{(r_{н} - r_{в})}. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (2) с учетом (3) и разделяя переменные, имеем:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{v_{н} r_{н}\mu}{r}\frac{\left[n_{в} - (n_{в} - 1)\dfrac{(r - r_{в})}{(r - r_{в})}\right]}{K_0}, \tag{6}$$

где $v_{н}$ – скорость потока на огибающей поверхности фильтра.

Интегрируя (6) в границах схемы на рис. 2, получаем формулу для расчета перепада давления топлива при прохождении через поры фильтрующего материала:

$$\Delta P = (P_{н} - P_{в}) =$$

$$= \frac{v_{н} r_{н}\mu}{K_0}\left\{n_{в}\ln\left(\frac{r_{н}}{r_{в}}\right) - (n_{в} - 1)\left[1 - \frac{r_{в}}{(r_{н} - r_{в})}\ln\left(\frac{r_{н}}{r_{в}}\right)\right]\right\}. \tag{7}$$

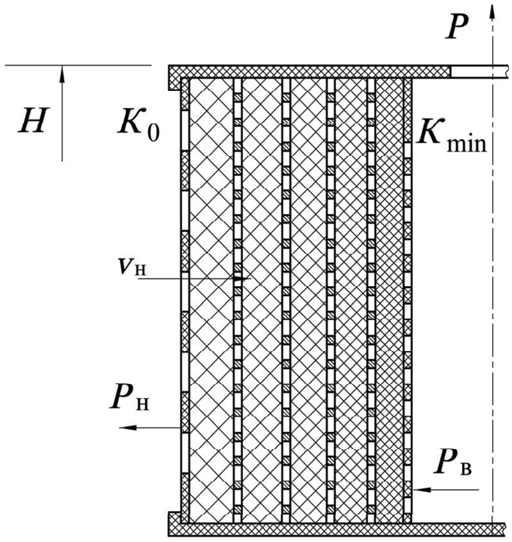


Рис. 2. *Схема фильтроэлемента для расчета параметров*

Выражая скорость потока на огибающей поверхности фильтра через расход топлива V на его высоте H:

$$v_{н} = \frac{V}{2\pi r_{н} H},$$

а также динамическую вязкость через кинематическую υ и плотность жидкости (топлива) ρ:

$$\mu = \upsilon\rho,$$

преобразуя (7), получаем формулу гидравлической характеристики фильтра с учетом конструкции и всех основных факторов:

$$\Delta P = (P_{н} - P_{в}) =$$

$$= \frac{V\upsilon\rho}{2\pi K_0 H}\left\{n_{в}\ln\left(\frac{r_{н}}{r_{в}}\right) - (n_{в} - 1)\left[1 - \frac{\ln\left(\dfrac{r_{н}}{r_{в}}\right)}{\left(\dfrac{r_{н}}{r_{в}} - 1\right)}\right]\right\}. \tag{8}$$

Теоретические предпосылки перепада давления топлива, рассчитанные по представленной математической модели, подтверждаются результатами эксплуатационных испытаний модернизированного образца ФГО при различных степенях обжатия $n_{в}$ (рис. 3).

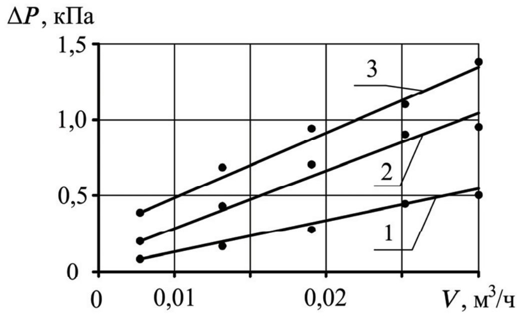


Рис. 3. *Характер изменения перепада давления топлива на фильтроэлементе от расхода топлива при $n_{в}$: 1) 2; 2) 3; 3) 3,5; точки – опытные данные; кривая – расчетные значения по формуле (8)*

Ниже представлены теоретические предпосылки процесса нагрева топлива в элементах топливной системы машин, которые сводятся к оценке изменения температур T_1 на входе в ФГО и T_2 на входе в ФТО (рис. 4).

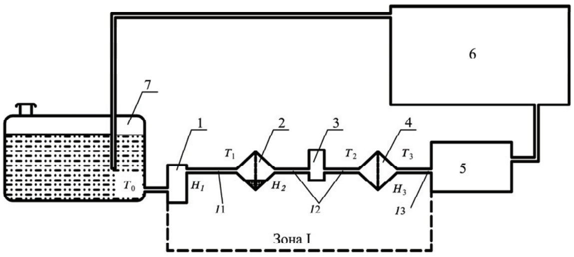


Рис. 4. *Схема модернизированной системы топливоподачи: 1) смеситель; 2) модернизированный ФГО; 3) топливоподкачивающий насос; 4) ФТО; 5) топливный насос высокого давления; 6) двигатель; 7) топливный бак; l1, l2, l3 – соединительные трубопроводы; H_1, H_2, H_3 – нагреватели*

Для машин, имеющих штатный смеситель-подогреватель на выходе из топливного бака и модернизированный ФГО, процесс нагрева топлива на участке от выхода из бака до входа в ФГО может быть представлен уравнением теплового баланса в элементарной форме:

$$dQ_1 = dQ_{T1} + dQ_{F1} + dQ_{V1}, \qquad (9)$$

где $dQ_1=P_1d\tau$ – тепло, поступившее от нагревателя H_1; P_1 – мощность нагревателя H_1; $dQ_{T_1}=dic_T(T_1-T_0)d\tau$ – тепло, отведенное с нагретым топливом; q – расход топлива; i – кратность циркуляции; T_0 – температура окружающей среды; T_1 – температура топлива, поступившего из смесителя; $dQ_{F_1}=(\alpha_1F_1+\alpha_{l1}F_{l1})(T_1-T_0)d\tau$ – тепло, отведенное внешним конвективным теплообменом; α_1, α_{l1} – коэффициенты теплоотдачи смесителя и трубопровода; F_1, F_{l1} – поверхности смесителя и трубопровода; $dQ_{V_1}=(c_1\rho_1V_1+c_{l1}\rho_{l1}M_{l1})(T_1-T_0)dT_1$ – тепло, затраченное на нагрев смесителя и трубопровода $l1$; c_T, c_1, c_{l1} – теплоемкости топлива, смесителя, трубопровода; V_1, V_{l1} – объем материалов смесителя и трубопровода; ρ_1, ρ_{l1} – плотность материалов смесителя и трубопровода.

После соответствующих подстановок и некоторых преобразований будем иметь:

$$\int_{T_0}^{T_1} b_1 d\tau = \int_{T_0}^{T_1} \frac{dT_1}{a_1 - T_1}, \text{ т. е. } T_1 = a_1 - (a_1 - T_0)e^{-b_1\tau}, \qquad (10)$$

здесь a_1, b_1 – переменные величины, зависящие от параметров, входящих в выражение (9):

$$a_1 = \left[T_0 + \frac{P_1}{\alpha_1 F_1 + \alpha_{l1} F_{l1} + qic_T} \right];$$

$$b_1 = \frac{\alpha_1 F_1 + \varepsilon_{l1} F_{l1} + qic_T}{c_1 \rho_1 V_1 + c_{l1} \rho_{l1} V_{l1}}.$$

Формула (10) описывает нестационарный процесс нагрева топлива, поступающего из смесителя по трубопроводу к ФГО.

Процесс нагрева топлива в ФГО описывается уравнением теплового баланса

$$P_2 d\tau = qic_T (T_2 - T_1) d\tau + (\alpha_2 F_2 + \alpha_{l2} F_{l2})(T_2 - T_0) d\tau + \\ + (c_2 \rho_2 V_2 + c_{l1} \rho_{l2} V_{l2}) dT_2,$$

где T_1 – температура топлива, подогретого в смесителе и поступившего в ФГО.

После соответствующих преобразований ур. (10) и применения метода конечных элементов температура T_2, характеризующая процесс нагрева топлива, поступившего в ФТО, может быть определена из выражения:

$$T_2 = T_0 + \left(\sum_{1}^{j} \Delta T_{2,j} \right), \qquad (11)$$

где j – принятое количество элементарных интервалов температур.

На рис. 5 представлены расчетные кривые и результаты экспериментальных исследований системы подогрева элементов топливной системы машины при мощности нагревателей смесителя P_1=235,2 Вт и ФГО P_2=553,2 Вт при T_0=238 K, позволяющие оптимизировать конструктивные параметры элементов, включенных в топливные системы машин по энергозатратам и, в совокупности с формулами (1), (8), (11), по фильтрационным показателям.

Для управления тепловым процессом топливной системы в электрической сети модернизированного фильтра имеется устройство, позволяющее автоматически поддерживать необходимую температуру топлива в соответствии с температурой окружающей среды.

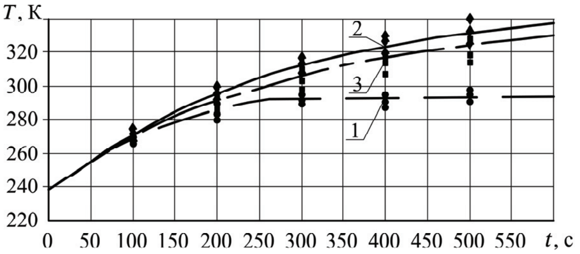


Рис. 5. *Динамика изменения топлива в элементах топливной системы: 1) только смеситель-подогреватель; 2) смеситель+подогреватель ФГО; 3) только подогреватель ФГО; точки – опытные данные; кривая расчетные значения по формулам (10) и (11)*

Сравнительные испытания тракторов МТЗ-82 в идентичных климатических условиях указали на явные преимущества модернизированного ФГО относительно штатного фильтра-отстойника. Наработка прецизионных пар топливной системы до отказа возросла в 1,2...1,3 раза, а ресурс ФТО – в 1,5...1,6 раз.

Таким образом, предлагаемый вариант ФГО с нагревателем может поддерживать необходимую температуру топлива для исключения парафинизации и образования льда, что повышает ресурс ФТО и снижает изнашивание деталей топливной аппаратуры.

Выводы

1. Разработаны методы, позволяющие на стадии проектирования многофункциональных фильтров топливных систем машин с дизельными двигателями рассчитать их стандартные параметры.
2. Предложена модернизированная топливная система подогрева топлива машины с помощью двухфункционального фильтра с управляемой пористой структурой и самоподогревом от бортового электроснабжения.
3. Получены расчетные зависимости начального гидравлического сопротивления фильтра-нагревателя со спирально навитой пористой лентой, подтвержденные экспериментально.
4. Результаты тепловых испытаний системы подогрева и фильтрации топлива подтверждают адекватность теоретических представлений и могут быть использованы для оптимизации элементов топливных систем для мобильных машин, эксплуатируемых при низких температурах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бродский Г.С., Сухоруков А.Н., Зуев В.И., Башева А.А. Результаты испытаний фильтров и фильтрующих элементов для СДМ // Строительные и дорожные машины. – 1992. – № 11–12. – С. 7–9.
2. Gustavsson J. Can we trust air filters? // Filtration & Separation. – 2000. – V. 37. – № 2 (March). – P. 16–22.
3. Бродский Г.С. Эффективность современных фильтрационных технологий при эксплуатации горных машин // Горная промышленность. – 2002. – № 5. – С. 2–6.
4. Бродский Г.С. Фильтры и системы фильтрации для мобильных машин. – М.: Гемос, 2004. – 360 с.
5. Фильтроэлемент: пат 208494 Рос. Федерация № 4816035/06; заявл. 05.03.90; опубл. 28.04.94, Бюл. № 28. – 4 с.
6. Удлер Э.И. Фильтрация нефтепродуктов. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1988. – 216 с.
7. Фильтроэлемент: пат 2186608 Рос. Федерация № 2001100255; заявл. 04.01.01; опубл. 10.08.02, Бюл. № 31. – 3 с.
8. Удлер Э.И., Зуев В.И. Фильтрующие топливно-масляные элементы из бумаги и картона. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1983. – 140 с.
9. Удлер Э.И. Фильтрация углеводородных топлив. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1981. – 152 с.

Поступила 05.09.2011 г.

УДК 544.733.422:519.87

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ЖИДКОКАПЕЛЬНЫХ АЭРОЗОЛЕЙ

О.Б. Кудряшова

Институт проблем химико-энергетических технологий СО РАН, г. Бийск
E-mail: olgakudr@inbox.ru

Математическая модель основана на уравнении Смолуховского, описывающем динамику изменения функции распределения частиц жидкокапельных аэрозолей по размерам с учетом испарения и осаждения. Применяя теорию размерностей, удалось получить критерии, характеризующие относительную эффективность процессов коагуляции и испарения. Проведен параметрический анализ уравнений в безразмерном виде. Представлены результаты экспериментального исследования дисперсных параметров аэрозоля.

Ключевые слова:
Жидкокапельный аэрозоль, распределение по размерам, испарение, коагуляция, осаждение.
Key words:
Liquid-drop aerosol, size distribution, evaporation, coagulation, sedimentation.

Несмотря на то, что эволюция аэрозольных облаков исследовалась уже много десятилетий, полного понимания процессов, происходящих в жидкокапельном аэрозоле, до сих пор нет. Особенно сложными нам представляются вопросы описания кинетики субмикронных облаков: необходимо взаимосвязанно учитывать быстрое испарение капель, обусловленное с кривизной их поверхности, процессы осаждения и коагуляции. Предложенная в работе физико-математическая модель позволяет учесть эти процессы и получить представление об изменении дисперсных параметров аэрозоля в зависимости от времени. Это представляет не только теоретический интерес, но является важным при разработке практических приложений, например, в области экологии (нейтрализация вредных выбросов, адсорбция токсичных веществ, дезинфекция помещений).

В атмосфере присутствует аэрозоль многомодальной структуры с характерными размерами от долей до десятков и сотен мкм [1]. В модельном аэрозоле, полученном в лабораторных условиях, распределение частиц по размерам можно считать одномодальным и соответствующим гамма-распределению: $f(D)=aD^{\alpha}\exp(-bD)$, где D – диаметр частицы; b, α – параметры распределения; a – нормировочный коэффициент.

Рассмотрим трансформацию распределения частиц по размерам с течением времени. Следуя [1, 2], запишем балансовое уравнение (интегральный вариант уравнения Смолуховского), описывающее изменение со временем функции распределения частиц по размерам в предположении пространственной однородности облака частиц:

$$\frac{\partial f(D,t)}{\partial t} = I_1 + I_2 + I_3, \qquad (1)$$

где I_1 описывает убыль капель с диаметром D за единицу времени в единице объема за счет столкновения капли диаметра D с любой каплей диаметра D':

$$I_1 = -f(D,t)\int_0^{\infty} K(D,D')f(D',t)dD', \qquad (2)$$

где $K(D,D')$ – вероятность столкновения капель с диаметрами D и D' в единицу времени. Примем вероятность столкновения частиц пропорциональной их массам: $K(D,D')=b_k(D^3+D'^3)$.

Член I_2 описывает возникновение частиц диаметра D за счет столкновения капель с диаметрами D' и $D-D'$:

$$I_2 = \frac{1}{2}\int_0^{D} K(D-D',D')f(D',t)f(D-D',t)dD',$$

член I_3 – уменьшение массы капель за счет их испарения.

Уравнение Максвелла описывает скорость испарения капли за счет кривизны ее поверхности и имеет вид:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{2\pi D_f M(p_{drop} - p_{pl})}{RT}, \qquad (3)$$

где m – масса капли; D_f – коэффициент диффузии; M – молекулярный вес жидкой капли; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; p_{drop} и p_{pl} – парциальное давление над каплей и плоской поверхностью.

Член I_3 описывает уменьшение массы частиц за счет их испарения и определяется уравнением Максвелла, продифференцированном по массе частицы:

$$I_3 = \frac{\partial}{\partial m}\left(\frac{dm}{dt}f(D)\right) = $$

$$= \frac{\partial}{\partial m}\left[\frac{2\pi D_f M(p_{drop} - p_{pl})f(D)}{RT}\right].$$

Учитывая формулу Томсона (Кельвина): $\ln(p_{drop}/p_{pl}) = \dfrac{4\sigma M}{\rho_w RTD}$, где σ – поверхностное натяжение; ρ_w – плотность жидкости, выражая массу частицы через ее диаметр, получим:

$$I_3 = \frac{\partial}{\partial D}\left[4\pi D_f M p_{pl}\left(\exp\left(\frac{4\sigma M}{\rho_{ж} RTD}\right) - 1\right)\frac{f(D)}{RTD\rho_{ж}}\right].$$

Начальные условия для ур. (1): при $t=t_0$ $f(D,t_0)=f_0(D)$ – начальное распределение частиц по размерам.

При моделировании процессов седиментации в эволюции аэрозолей [2, 3] обычно принято считать, что все частицы, масса которых превышает критическое значение, сразу выпадают в осадок и не принимают участие в коагуляции. На наш взгляд, это не точно отражает физическую картину процесса, т. к. никакие частицы не выпадают в осадок мгновенно, а нас интересует именно динамика процесса, в том числе, время осаждения. Поэтому необходимо учитывать зависимость критического размера от времени. Эта зависимость будет определяться с помощью выражения для скорости осаждения:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{2G\rho_w D^2}{9\eta_0}, \qquad (4)$$

где h – высота расположения частицы над землей; G – ускорение свободного падения; η_0 – кинематическая вязкость. Тогда в момент времени t все капли диаметра, больше $D_{кр}$, выпадут в осадок. Величина $D_{кр}$, как следует из ур. (4), определяется выражением: $D_{кр} = \sqrt{\dfrac{9\eta_0 H}{2G\rho_w t}}$, где H – высота облака. Уравнение (2) перепишется в виде:

$$I_1 = -f(D,t)\int_0^{D_{кр}(t)} K(D,D')f(D',t)dD'.$$

Таким образом, спектр частиц на каждый момент времени t будет обрезан справа за счет седиментации крупных частиц, причем постепенно эта граница будет смещаться в сторону все более малых частиц.

Для приведения ур. (1) к безразмерному виду необходимо выбрать характерные масштабы: диаметр и время. В качестве характерного диаметра выберем медианный: $D_0=\alpha/b$. В качестве характерного времени, если рассматривать только жидкокапельные аэрозоли, можно взять время испарения капли диаметра D_0, но для построения более общей модели, которая учитывает неиспаряемые жидкости или твердофазные аэрозоли, предпочтительнее выбрать другое характерное время, а именно: время осаждения частицы диаметра D_0. Итак, в качестве масштаба по времени введем время жизни частицы диаметра D_0 (за счет седиментации): $t_l = \dfrac{9\eta_0 H}{2GD_0^2}$ (дольше всего будет «жить» капля диаметра D_0, находящаяся на высоте H).

Обозначим безразмерный диаметр как x, а безразмерное время как θ. Тогда $D=D_0x$, $f_0(x)=a_1x^{\alpha}e^{-\alpha x}$, $a_1=aD_0^{\alpha}$, $\theta=t/t_l$. Ур. (1) в безразмерном виде запишется следующим образом:

$$\frac{df(x,\theta)}{d\theta} = I_1 + I_2 + I_3, \text{ при } \theta = 0 \;\; f(x,0) = f_0(x); \qquad (5)$$

$$I_1 = -f(x,\theta)\int_0^{x_{кр}(\theta)} K(x,x')f(x',\theta)dx',$$

$$I_2 = \frac{1}{2}\int_0^x K(x-x',x')f(x',\theta)f(x-x',\theta)dx',$$

$$K(x,x') = \overline{b_k}(x^3 + x'^3),$$

$$\overline{b_k} = b_k D_0^4 t_l = b_k D_0^2 \frac{9\eta_0 H}{2G},$$

$x_{кр}(\theta)=1/\sqrt{\theta}$. Все частицы, для которых $x>x_{кр}$ в момент θ, выпадут в осадок.

$$I_3 = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\begin{array}{l} 2\pi D_f M p_{pl}\left(\exp\left(\dfrac{4\sigma M}{\rho_w RTD_0 x}\right)-1\right)\times \\ \times\dfrac{f(x,\theta)}{RTD_0^2 x\rho_w} \end{array}\right]\frac{1}{t_l} =$$

$$= -\mathrm{Ku}\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\exp\left(\frac{\mathrm{To}}{x}\right)-1\right)\frac{f(x,\theta)}{x}\right],$$

где безразмерный комплекс Ku, характеризующий отношение скорости испарения к скорости седиментации определяется как:

$$\mathrm{Ku} = \frac{9\eta_0 HD_f M p_{pl}}{RT\rho_w GD_0^4} = \frac{t_l}{t_e};\ t_e = \frac{RT\rho_w D_0^2}{2D_f M p_{pl}}$$

– время испарения плоской поверхности.

Параметр, характеризующий испарение за счет кривизны поверхности: $\mathrm{To} = \dfrac{4\sigma M}{\rho_w RTD_0}$ – логарифм отношения парциального давления над каплей диаметром D_0 к парциальному давлению над плоской поверхностью.

Дифференцируя выражение для I_3, получим:

$$I_3 = \frac{\mathrm{Ku}}{x}\left[\begin{array}{l} \dfrac{\mathrm{To}}{x^2}\exp\left(\dfrac{\mathrm{To}}{x}\right)+ \\ +\left(\dfrac{f(x,\theta)}{x}-\dfrac{\partial f(x,\theta)}{\partial x}\right)\left(\exp\left(\dfrac{\mathrm{To}}{x}\right)-1\right) \end{array}\right].$$

Введем диаметр $x_{\min}$ – такой, меньше которого на момент времени θ все капли испарятся. Он определится из уравнения: $\theta = \dfrac{x_{\min}^2}{\mathrm{Ku}(e^{\mathrm{To}/x_{\min}}-1)}$, которое получается путем интегрирования уравнения Максвелла (3), с учетом уравнения Томсона, в безразмерном виде. В спектре частиц в следующий момент времени опять появятся капли диаметра, меньше $x_{\min}$, за счет испарения более крупных капель, поэтому обрезания спектра, как справа за счет седиментации, не будет. Знание этого диаметра поможет вычислить убыль массы капель за счет испарения. Суммарно убыль массы капель за счет испарения и седиментации на момент времени θ составит:

$$\Delta m = \int_0^\theta\left(\int_0^{x_{\min}(\theta)} f(x,\theta)dx + \int_{x_{кр}(\theta)}^\infty f(x,\theta)dx\right)d\theta.$$

Математическая модель в безразмерном виде (5), описывающая эволюцию жидкокапельного аэрозоля, имеет следующие параметры: α, To, Ku, $\overline{b}_k$. Основной параметр, определяющий соотношение процессов испарения и седиментации – Ku.

Проведем оценку времени осаждения водяных капель разных размеров под действием гравитации в воздухе (при нормальных условиях). Расчеты показывают, что быстро осаждаются лишь капли с радиусом более 1 мкм: для D=20 мкм время осаждения составит 0,69 мин, а для D=0,2 мкм – 116 ч. Таким образом, для среднедисперсных аэрозолей осаждение следует учитывать, только если нас интересует время, измеряемое часами, а не минутами. Испарение же субмикронной водяной капли происходит за доли секунды. При таких условиях критерий Ku>>1, Ku~10^9...10^{11}. Но для других условий, например, повышенной влажности, капель трудноиспаряемых жидкостей, а также для грубодисперсных жидкокапельных аэрозолей критерий Ku становится ~1. В этом случае процессы испарения и седиментации будут идти с одинаковой по порядку величины скоростью. Дальнейшее уменьшение Ku говорит о преобладании скорости седиментации перед испарением; в пределе, например, для твердофазных аэрозолей, Ku=0 и испарения не происходит.

Параметр To показывает, насколько для данного физико-химического состава капли скорость испарения зависит от кривизны поверхности. Для водяной капли при нормальных условиях To~10^{-3}. Другие параметры модели: α – параметр, характеризующий начальное распределение частиц по размерам; $\overline{b}_k$ – скорость коагуляции. Скорость коагуляции может существенно меняться при специальных воздействиях. Так, например, ультразвуковое воздействие на резонансных частотах увеличивает скорость коагуляции в десятки раз [4].

Результаты проведенных расчетов с помощью модели (5) для случая отсутствия испарения (Ku=0) приведены на рис. 1, 2. Параметры расчета: α=1, D_0=1 мкм, t_l=1E+10 с, $\overline{b}_k$=1 (рис. 1) и $\overline{b}_k$=1000 (рис. 2). Как видно из расчетов, ускорение процессов коагуляции приводит к существенному различию вида функции распределения и количества осевшего аэрозоля: 5,5 % $\overline{b}_k$=1 для и 0,13 % для $\overline{b}_k$=1000.

Результаты проведенных расчетов для случая преобладания испарения над процессами коагуляции и осаждения (Ku>>1) приведены на рис. 3, 4. Параметры расчета: α=1, D_0=1 мкм, t_l=1E+10 с, $\overline{b}_k$=1000, To=0,001, Ku=1E+10 (рис. 3) и Ku=1E+7 (рис. 4). Последняя кривая (3) на рис. 3, 4 отражает функцию распределения при почти полном испарении аэрозоля: Δm=0,99. Как видно из рисунков, функция распределения частиц по размерам в случае преобладания испарения не претерпевает значительных изменений, за исключением области малых частиц (x<0,4). Доля малых частиц со временем быстро возрастает, а распределение больших капель остается практически неизменным.

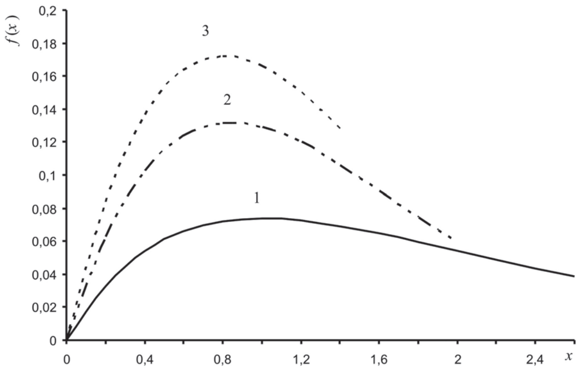


Рис. 1. *Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ=0,25 (2) и при θ=0,5 (3) – расчет для $\bar{b}_k$=1*

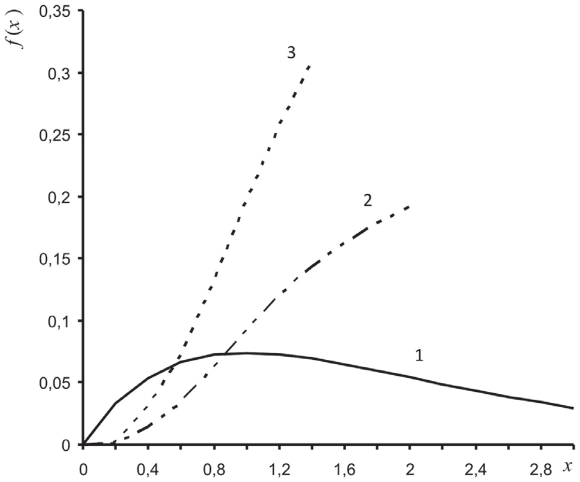


Рис. 2. *Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ=0,25 (2) и при θ=0,5 (3) – расчет для $\bar{b}_k$=1000*

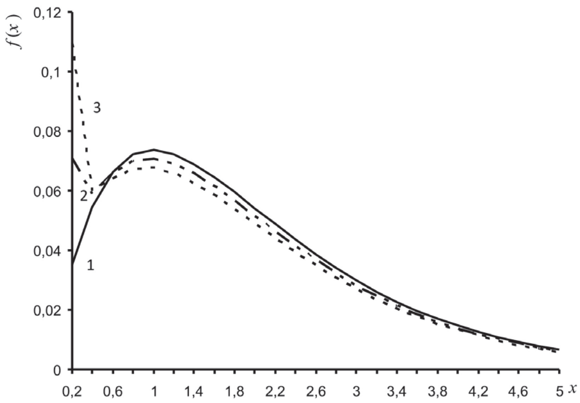


Рис. 3. *Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ=1E-9 (2) и при θ=1,5E-9 (3) – расчет для Ku=1E+10*

Расчеты для случая равноценности процессов испарения, коагуляции и осаждения (Ku=1) отображены на рис. 5. Параметры расчета: α=1, D_0=1 мкм, t_1=1E+6 с, $\bar{b}_k$=1000, To=0,001. Доля убыли массы аэрозоля за счет испарения и осаждения, соответствующая кривой 3 (θ=0,05), составляет Δm=0,0275. Сравнивая рис. 1, 2 и 5, можно заметить, что максимум функции распределения смещается со временем в сторону более малых частиц при ненулевом значении параметра Ku за счет испарения. Сравнивая рис. 3, 4 и 5, можно отметить, что процессы коагуляции и осаждения существенно изменяют со временем вид функции распределения частиц по размерам в аэрозоле. Эту функцию уже нельзя описать с помощью гамма-распределения. Кроме того, спектр обрезан в области крупных частиц за счет осаждения, и точка обрезания спектра смещается со временем в область все более малых размеров.

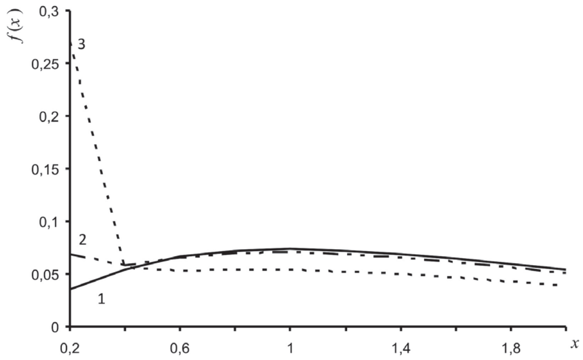


Рис. 4. *Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ=0,00001 (2) и при θ=0,000025 (3) – расчет для Ku=1E+7*

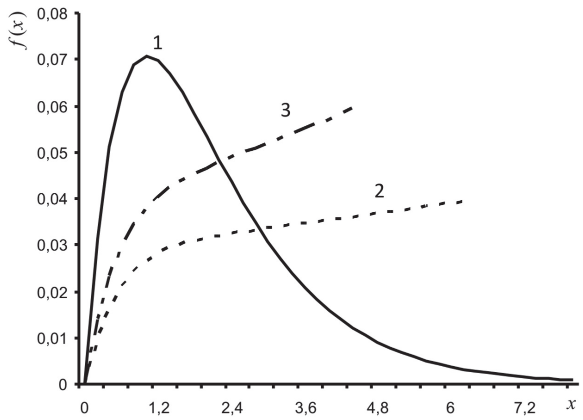


Рис. 5. *Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при θ=0,025 (2) и при θ=0,05 (3) – расчет для Ku=1*

Для проверки адекватности предложенной модели проведено сравнение с экспериментом. Измерения спектра размеров частиц проводилось с помощью модифицированного метода малоуглового рассеяния, основанного на поиске параметров функции распределения частиц по размерам путем решения серии прямых задач оптики аэрозолей [5]. Сущность метода заключается в определении спектра размеров аэрозольных частиц по измеренной малоугловой индикатрисе рассеяния путем сравнения ее с расчетными значениями. Установка позволяет определять параметры гамма-распределения (в диапазоне 1...100 мкм), а также концентрацию аэрозоля в заданном объеме.

Лазерный измерительный комплекс ЛИД-2М [5] состоит из излучателя, фотоприемного блока и блока регистрирующей аппаратуры. В качестве излучателя использовался гелий-неоновый лазер с длиной волны излучения 0,632 мкм. Установка позволяет регистрировать излучения рассеяния в диапазоне углов Θ=0...15°.

Для генерации аэрозоля использовался метод импульсного распыления [6]. Регистрация дисперсных характеристик аэрозоля производилась методом, описанным выше, в измерительном объеме 1 м^3. В эксперименте распылялась вода.

Результаты экспериментальных измерений более наглядно можно представить не счетной, а массовой функцией распределения частиц по размерам, которая связана со счетной соотношением: $g(D)=m/m_{10}f(D)$, где m_{10} – среднеарифметическая масса частиц: $m_{10}=\int_0^\infty mf(D)dD$, m – масса частицы диаметра D. В безразмерном виде $g(x)$, где $x=D/D_0$. Экспериментально измеренные в начальный момент времени параметры распределения модельного аэрозоля: α=0,38, b=0,184. Параметры расчета: α=0,38, D_0=2,1 мкм, t_1=3,5E+10 с, b_k=1000, To=0,0022, Ku=2,9E+10.

Результаты экспериментальных измерений и расчета массовой функции распределения частиц аэрозоля по размерам приведены на рис. 6. Уже через 12 с обнаруживается только 10 % от исходной массы аэрозоля, остальные 90 % массы жидкости испарятся. Это хорошо согласуется с данными расчета члена I_3 модели (86 %). Как видно из сравнения кривых 2, 3 (эксперимент) и 4, 5 (расчет), пик распределения в эксперименте и в расчете хорошо совпадает, но расчетные кривые более «размазаны» при больших диаметрах. В целом, можно говорить о хорошем совпадении модельных расчетов с экспериментальными данными. Отличия в форме кривых можно объяснить ограничениями математического аппарата метода измерений: решение подбирается в виде гамма-распределения, в то время как в процессе эволюции вид функции распределения может искажаться.

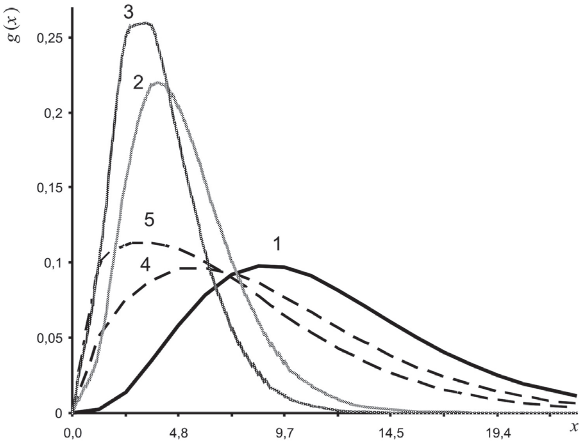


Рис. 6. *Функция распределения частиц по размерам в нулевой момент времени (1), при t=6 с (2 – эксперимент, 4 – расчет) и при t=12 с (3 – эксперимент, 5 – расчет)*

Выводы

Предложена модель эволюции жидкокапельного аэрозоля с учетом процессов испарения и коагуляции в виде варианта интегрального уравнения Смолуховского в безразмерном виде, со стоком (испарение) и обрезанием спектра (осаждение). Получены безразмерные критерии, характеризующие особенности протекания процессов. С помощью численных расчетов получено распределение частиц аэрозоля по размерам в зависимости от времени, проведены параметрические исследования. Представленные результаты сравнения экспериментальных и теоретических исследований свидетельствуют о физической адекватности предлагаемой математической модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивлев Л.С., Довгалюк Ю.А. Физика атмосферных аэрозольных систем. – СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. – 194 с.
2. Волощук В.М. Кинетическая теория коагуляции. – Л.: Гидрометеоиздат, 1984. – 284 с.
3. Лушников А.А., Пискунов В.Н. Три новые точно решаемые модели в теории коагуляции // Доклады АН СССР. – 1982. – Т. 267. – № 1. – С. 132–136.
4. Хмелев В.Н., Шалунова К.В., Цыганок С.Н., Барсуков Р.В., Сливин А.Н., Шалунов А.В. Ультразвуковая коагуляция аэрозолей. – Бийск: АлтГТУ, 2010. – 228 с.
5. Кудряшова О.Б., Ахмадеев И.Р., Павленко А.А., Архипов В.А. Лазерный метод измерений дисперсного состава и концентрации частиц облака продуктов сгорания // Сб. матер. XIV Симп. по горению и взрыву. – Черноголовка: ИПХФ РАН, 2008. – С. 105.
6. Кудряшова О.Б., Ворожцов Б.И., Муравлев Е.В., Ишматов А.Н., Павленко А.А. Ударно-волновая генерация высокодисперсных жидкокапельных аэрозолей // Ползуновский вестник. – 2010. – № 4–1. – С. 95–100.

Поступила 27.05.2010 г.

УДК 535.37

КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ПЕРЕХОДОВ ПРОИЗВОДНЫХ ТЕТРАФЕНИЛПОРФИРИНА В КОМПЛЕКСЕ С ЭТИЛЕНДИАМИНТЕТРАУКСУСНОЙ КИСЛОТОЙ

Р.Р. Валиев, Р.Т. Кузнецова, В.Н. Черепанов

Томский государственный университет
E-mail: valievrashid@mail.ru

В рамках метода функционала плотности, с функционалом B3LYP в базисе 6-31G, определена равновесная геометрия молекулы H2ATPP-EDTA основного электронного состояния. С использованием метода TDDFT смоделирован электронный спектр поглощения молекулы H2ATPP-EDTA в различных растворителях (этанол, хлороформ, диметилсульфоксид) в модели PCM в базисах 6-31G, 6-31G(d), 6-31G(d,p). Была применена Λ-диагностика для идентификации энергетически заниженных переходов с переносом заряда. Получено хорошее согласие теоретических расчетов с экспериментальными данными.

Ключевые слова:
Производные тетрафенилпорфирина, метод функционала плотности, переходы с переносом заряда.
Key words:
Tetraphenylporphyrin derivatives, density functional theory, charge transfer transitions.

Производные тетрафенилпорфирина как отдельно, так и в комплексе с редкоземельными металлами находят широкое применение в современных технологиях, в медицине и в промышленности. Они используются в качестве маркеров и сенсоров на различные аналиты. Среды на их основе применяются в качестве излучающих и зарядопереносных слоев при получении электролюминисценции [1–3]. В связи со сложностью молекулярных систем существенной проблемой на первом этапе является правильное установление геометрии, при определении которой решающая роль принадлежит теоретическим расчетам. Среди большинства современных квантовомеханических методов большую популярность приобрел метод TDDFT (*time-dependent density functional theory*) [4, 5], поскольку он не требует больших затрат компьютерных ресурсов и обеспечивает достаточно высокую точность. Кроме того, электронные энергии возбужденных состояний биомолекул, вычисленных с помощью метода TDDFT, хорошо согласуются с экспериментальными данными [6, 7]. Однако надо иметь в виду, что в рамках метода TDDFT при вычислениях энергий возбужденных электронных состояний часто появляются энергетически заниженные переходы с переносом заряда. В работе [8] предложена эффективная Λ-диагностика энергетически заниженных переходов с переносом заряда на примере функционалов PBE, B3LYP, CAMB3LYP, которая позволяет исключить эти переходы.

Недавно синтезировано новое соединение H2ATPP-EDTA – аминопроизводный тетрафенилпорфирин (H2ATPP) с этилендиаминтетрауксусной кислотой (EDTA) в качестве заместителя в одном из фенильных колец [9, 10]. В работах [9, 10] экспериментально определены частоты электронных переходов молекулы H2ATPP-EDTA видимой области спектрах поглощения и флуоресценции. Однако в данных работах не была определена равновесная геометрия молекулы H2ATPP-EDTA и в настоящее время не проводились теоретические расчеты уровней энергий электронных возбужденных состояний данной молекулы.

Вычислительные детали

Геометрическая оптимизация молекул H2TPP и EDTA в основном состоянии выполнена в рамках метода DFT с функционалом B3LYP/6-31G(d,p). Оптимизированные геометрии молекул H2TPP и EDTA были использованы при определении равновесной геометрии молекулы H2ATPP-EDTA. При этом для получения равновесной геометрии молекулы H2ATPP-EDTA использовался функционал B3LYP с базисом 6-31G. С помощью метода TDDFT с использованием функционала B3LYP и базисов 6-31G, 6-31G(d), 6-31G(d,p) были рассчитаны энергии вертикальных синглетных состояний молекулы H2ATPP-EDTA. Растворитель учитывался в рамках модели PCM (Polarizable Continuum Model) [11, 12]. Для идентификации энергетически заниженных переходов с переносом заряда использовалась Λ-диагностика. Все расчеты проводились в программе Gamess-US [13].

Результаты и их обсуждение

Для получения равновесной геометрии молекулы H2ATPP-EDTA предварительно был проведен расчет потенциальной энергии молекулы H2ATPP-EDTA в зависимости от угла вращения EDTA (с аминогруппой) вокруг оси N-C, соединяющей EDTA с H2TPP. На рис. 1 приведен график зависимости потенциальной энергии молекулы H2ATPP-EDTA от угла вращения вокруг этой оси, что позволило выбрать близкую к истинной начальную геометрию молекулы H2ATPP-EDTA. Рассчитанная равновесная геометрия была подтверждена частотным анализом (все вычисленные колебательные частоты оказались действительными). На рис. 2 приведена рассчитанная равновесная геометрия молекулы H2ATPP-EDTA.

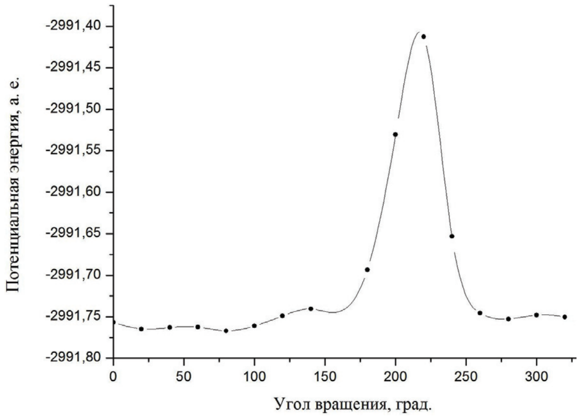


Рис. 1. *Зависимость потенциальной энергии молекулы H2ATPP-EDTA от угла вращения EDTA (с аминогруппой) вокруг оси N-C, соединяющей EDTA (с аминогруппой) с H2TPP*

В таблице приведены результаты значения энергии и сил осцилляторов вертикальных электронных переходов. Как видно из таблицы, полученные значения энергий и сил осцилляторов для поляризационных базисов 6-31G(d) и 6-31G(d,p) практически совпадают.

Расчеты проводились для трех растворителей, существенно отличающихся полярностью: неполярный растворитель хлороформ и полярные растворители этанол и диметилсульфоксид. Результаты этих расчетов показали, что значения энергий вертикальных электронных переходов и сил осцилляторов практически не зависят от природы растворителей, что согласуется с экспериментальными данными и для других производных порфиринов [14].

В этой же таблице приведены также значения коэффициентов Λ, которые позволяют идентифицировать энергетически заниженные переходы с переносом заряда. В частности, появляющиеся в расчете переходы под номерами 3 и 4 не наблюдаются в эксперименте и Λ-диагностика позволяет их выявить. Действительно, вычисленные значения коэффициентов Λ для этих переходов меньше 0,4 [8]. Это означает, что рассматриваемые переходы являются энергетически заниженными переходами с переносом заряда. Аналогичные расчеты для свободного тетрафенилпорфирина не дают энергетически заниженных переходов с переносом заряда [15], поэтому появление в расчете переходов 3 и 4 обусловлено присоединением фрагмента EDTA к H2TPP. Отметим, что появляющиеся переходы с переносом заряда имеют заниженные значения энергий, т. к. используемый в расчете функционал B3LYP содержит всего 20 % нелокального обменного взаимодействия [6, 7], что недостаточно для описания таких переходов. Тем не менее, анализ результатов расчетов энергий вертикальных синглетных переходов и их сил осцилляторов, приведенных в таблице, показывает, что метод TDDFT/B3LYP дает хорошее согласие с экспериментальными значениями.

Таблица. *Энергии (эВ) вертикальных возбужденных состояний молекулы H2ATPP-EDTA, силы осцилляторов (в скобках) и значения величин Λ, вычисленные методом TDDFT/B3LYP с использованием базисов 6-31G, 6-31G(d) и 6-31G(d,p) с учетом растворителей в модели PCM*

Номер	Состояние	6–31G	6–31G (d)	6–31G (d,p)	Эксперимент
Этанол					
1	Q_x	2,13(0,010);0,700	2,11(0,060);0,700	2,11(0,060);0,700	2,1*(0,030**)
2	Q_y	2,29(0,110);0,800	2,25(0,090);0,800	2,25(0,090);0,700	2,4*(0,080**)
3	–	2,79(0,0010);0,023	2,89(0,009);0,027	2,88(0,008);0,027	–
4	–	2,84(0,0010);0,025	2,91(0,003);0,025	2,89(0,003);0,0300	–
5	B_x	3,06(1,350);0,600	2,99(1,440);0,600	2,99(1,440);0,600	3,0*(1,300**)
6	B_y	3,12(1,350);0,640	3,05(1,440);0,700	3,05(1,440);0,700	
Хлороформ					
1	Q_x	2,12(0,090);0,700	2,10(0,060);0,700	2,10(0,600);0,700	–
2	Q_y	2,29(0,120);0,800	2,25(0,100);0,800	2,24(0,090);0,800	–
3	–	2,87(0,001);0,023	2,96(0,200);0,090	2,95(0,100);0,060	–
4	–	2,92(0,001);0,024	2,98(0,600);0,200	2,97(0,000);0,030	–
5	B_x	3,05(1,500);0,600	2,98(0,800);0,400	2,98(1,700);0,600	–
6	B_y	3,1(1,600);0,700	3,1(1,600);0,700	3,03(1,600);0,700	–
Диметилсульфоксид					
1	Q_x	2,12(0,110);0,700	2,1(0,070);0,700	2,10(0,070);0,700	–
2	Q_y	2,29(0,120);0,800	2,25(0,100);0,800	2,24(0,100);0,800	–
3	–	2,78(0,001);0,020	2,88(0,012);0,030	2,87(0,010);0,030	–
4	–	2,83(0,010);0,030	2,89(0,004);0,026	2,89(0,004);0,027	–
5	B_x	3,03(1,460);0,600	2,97(1,530);0,600	2,97(1,530);0,600	–
6	B_y	3,09(1,490);0,700	3,03(1,540);0,700	3,03(1,540);0,700	–

**Экспериментальные положения полос поглощения в этаноле [9].*
***Силы осцилляторов [15].*

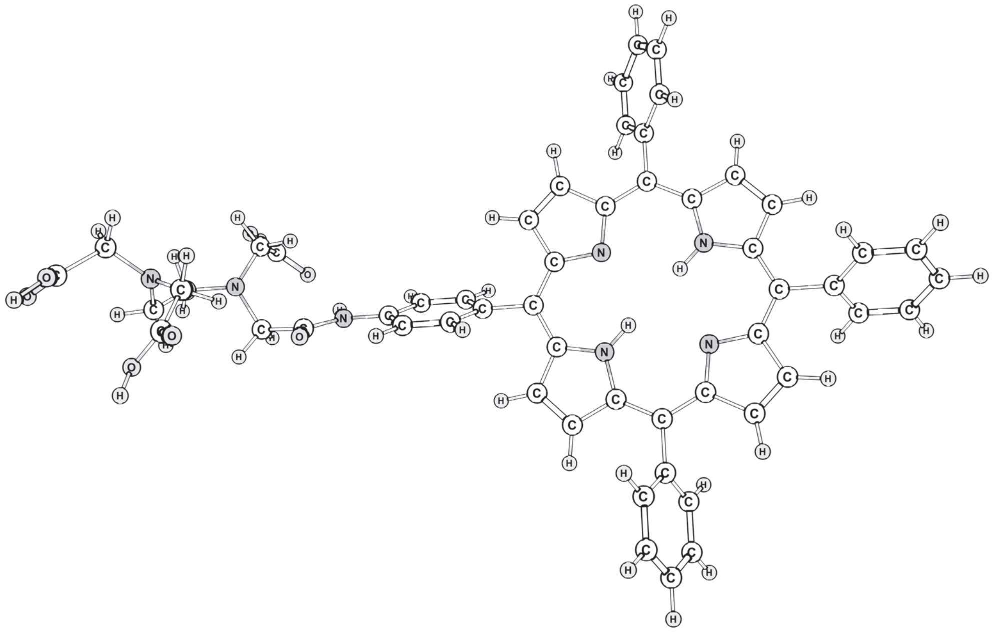


Рис. 2. *Равновесная геометрия молекулы H2ATPP-EDTA, рассчитанная в рамках метода DFT, с использованием функционала B3LYP в базисе 6-31G*

Выводы

На основе метода функционала плотности определена равновесная геометрия молекулы H2ATPP-EDTA основного электронного состояния. Смоделирован электронный спектр поглощения этой молекулы в растворителях органической природы. Для идентификации заниженных переходов с переносом заряда применена Λ-диагностика.

Сравнение экспериментальных значений частот вертикальных переходов и сил осцилляторов с полученными значениями этих величин в расчете PCM/TDDFT/B3LYP показало эффективность данного метода для описания электронного спектра поглощения производных тетрафенилпорфирина в различных полярных и неполярных растворителях. Расчетным путем показано, что использование базисных наборов с поляризационными функциями приводит к лучшему согласию рассматриваемых величин с экспериментальными данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gunes S., Neugebauer H., Sariciftci N.S. Conjugated Polymer-Based Organic Solar Cells // Chem. Rev. – 2007. – V. 107. – № 4. – P. 1324–1338.
2. Evans R., Douglas P. Design and Color Response of Colorimetric Multilumophore Oxygen Sensors // Applied Materials & Interfaces. – 2009. – V. 1. – № 5. – P. 1023–1030.
3. Evans R., Douglas P., Winscom Ch. Coordination complexes exhibiting room-temperature phosphorescence: Evaluation of their suitability as triplet emitters in organic light emitting diodes // Coord. Chem. Rev. – 2006. – V. 250. – № 15–16. – P. 2093–2100.
4. Neese F. Prediction of molecular properties and molecular spectroscopy with density functional theory: From fundamental theory to exchange-coupling // Coord. Chem. Rev. – 2009. – V. 253. – № 5–6. – P. 526–563.
5. Rosenthal J., Young E.R., Nocera D. G. Structurally Homologous β- and meso-Alkynyl Amidinium Porphyrins // Inorg. Chem. – 2007. – V. 46. – № 21. – P. 8668–8675.
6. Grimme S., Neese F. Double-hybrid density functional theory for excited electronic states of molecules // J. Chem. Phys. – 2007. – V. 127. – 154116.
7. Ray K., Petrenko T., Wieghardt K., Neese F. Joint spectroscopic and theoretical investigations of transition metal complexes involving non-innocent ligands // Dalton Trans. – 2007. – V. 16. – № 21. – P. 1552–1566.
8. Tozer. D.J. Relationship between long-range charge-transfer excitation energy error and integer discontinuity in Kohn–Sham theory // J. Chem. Phys. – 2003. – V. 119. – № 24. – P. 12697–12700.
9. Ермолина Е.Г., Кузнецова Р.Т., Гадиров, Р.М., Майер Г.В., Семенишин Н.Н., Русакова Н.В., Коровин Ю.В. Люминисценция свободных оснований комплексонатзамещенных производных тетрафенилпорфирина и их комплексов с лютецием // Химия высоких энергий. – 2010. – Т. 44. – № 5. – С. 419–424.
10. Семенишин Н. Н., Русакова Н. В., Мазепа А.В., Коровин Ю.В. Синтез дитопных порфиринов и лантанидных комплексов на их основе. Люминесцентные особенности // Макрогетероциклы. – 2009. – Т. 2. – № 1. – С. 57–59.
11. Miertus S., Scrocco E., Tomasi J. Electrostatic interaction of a solute with a continuum. A direct utilizaion of AB initio molecular potentials for the prevision of solvent effects // Chem. Phys. – 1981. – V. 55. – № 1. – P. 117–129.
12. Tomasi J., Mennucci B., Cammi R. Quantum Mechanical Continuum Solvation Models // Chem. Rev. – 2005. – V. 105. – № 8. – P. 2999–3094.
13. GAMESS version 1 oct. 2010 (r1). M.W. Schmidt, K.K. Baldridge, J.A. Boatz, S.T. Elbert, M.S. Gordon, J.H. Jensen, S. Koseki, N. Matsunaga, K.A. Nguyen, S. Su, T.L. Windus, M. Dupuis, J.A. Montgomery // J. Comput. Chem. – 1993. – V. 14. – P. 1347–1363.
14. Гуринович Г.П., Севченко А.И., Соловьев К.Н. Спектроскопия порфиринов // Успехи физических наук. – 1963. – Т. 79. – № 8. – С. 67–105.
15. Improta R., Ferrante C., Bozio R., Barone V. The polarizability in solution of tetra-phenyl-porphyrin derivatives in their excited electronic states: a PCM/TD-DFT study // Phys. Chem. Chem. Phys. – 2009. – V. 11. – № 22. – P. 4664–4673.

Поступила 19.12.2011 г.

УДК 534.2:539

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПУАССОНА ЩЕЛОЧНО-ГАЛОИДНЫХ КРИСТАЛЛОВ. Ч. I. ГАЛОГЕНИДЫ ЛИТИЯ

В.Н. Беломестных, Э.Г. Соболева

Юргинский технологический институт (филиал) ТПУ
E-mail: sobolevaeno@mail.ru

Исследованы коэффициенты Пуассона кристаллов галогенидов лития при стандартных условиях и с изменением температуры. Установлено, что кристалл LiF имеет отрицательные значения коэффициентов Пуассона в направлениях $\langle 110, 1\bar{1}0\rangle$, $\langle 111\rangle$ и в изотропном состоянии в интервалах соответственно от 260 K, 800 K, 1065 K до плавления.

***Ключевые слова**:*
Коэффициент Пуассона, кристалл, упругие свойства.
Key words:
Poisson's ratio, crystal, elastic properties.

Упругие свойства щелочно-галоидных кристаллов сравнительно детально изучены [1] за исключением анизотропных коэффициентов Пуассона $\sigma_{\langle hk\ell\rangle}$. Настоящей работой мы открываем серию публикаций по коэффициентам Пуассона этой важной группы ионных кристаллов исследованием $\sigma_{\langle hk\ell\rangle}$ и σ (поликристалл) галогенидов лития. Галогениды лития с общей формулой LiX (где X – F, Cl, Br, I) представляют собой кристаллические вещества с кубической гранецентрированной решеткой типа NaCl (рис. 1). В табл. 1 приведены некоторые физические свойства галогенидов лития.

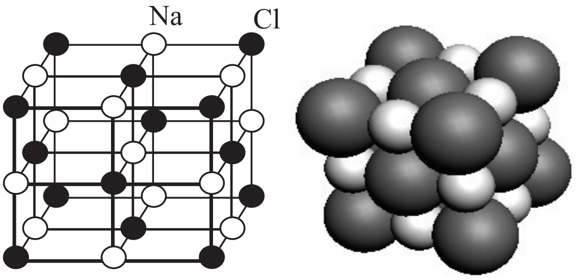


***Рис. 1.** Структура решетки кубических кристаллов типа NaCl [2]*

Из приведенной таблицы видно, что кристалл LiF по сравнению с другими галогенидами лития обладает повышенной нецентральностью сил межатомного взаимодействия (Δ<<1). Анизотропия упругих свойств изучаемых кристаллов примерно одинакова и выше единицы.

Начиная с последней четверти прошлого века и по настоящее время мы являемся свидетелями все возрастающего интереса к одному из основных физико-механических параметров твердого тела, введенного С.Д. Пуассоном 200 лет назад и названного в его честь [4–6]. Коэффициент Пуассона служит относительной мерой поперечной деформации и наиболее информативным параметром теории упругости.

Коэффициенты Пуассона в особых кристаллографических направлениях $\langle 100\rangle$, $\langle 110\rangle$ и $\langle 111\rangle$ кубических монокристаллов находили по известным соотношениям

$$\sigma_{\langle 100,001\rangle}=\frac{c_{12}}{c_{11}+c_{12}},\quad \sigma_{\langle 110,001\rangle}=\frac{2c_{12}}{c_{11}+3Bc_s/c_{44}},$$
$$\sigma_{\langle 110,1\bar{1}0\rangle}=\frac{2Bc_s-c_{11}c_{44}}{3Bc_s+c_{11}c_{44}},\quad \sigma_{\langle 111,111\rangle}=\frac{3B-2c_{44}}{6B+2c_{44}},$$

где $B=\frac{1}{3}(c_{11}+2c_{12}),\quad c_s=\frac{1}{2}(c_{11}-c_{12})$.

***Таблица 1.** Некоторые физические свойства галогенидов лития (300 K) [3]*

Свойство	LiF	LiCl	LiBr	LiI
1. Плотность, 10^3 кг/м^3	2,601	2,075	3,470	4,061
2. Период решетки, Å	4,0297	5,1398	5,501	6,012
3. Компоненты тензора упругой жесткости c_{ij}, ГПа				
c_{11}	106,77	49,40	39,40	28,50
c_{12}	39,38	22,60	18,70	14,00
c_{44}	63,33	24,90	17,30	13,50
4. Температура плавления, K	1122	883	823	742
5. Температура Дебая, K	701	398	244	166
6. Энергия решетки, кДж/моль	1010	841	798	742
7. Молярная теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(моль·K)	41,8	48,0	49,8	51,0
8. Соотношение Коши $\Delta=c_{12}/c_{44}$	0,622	0,908	1,081	1,037
9. Фактор упругой анизотропии $A=2c_{44}/(c_{11}-c_{12})$	1,880	1,858	1,672	1,862

Для поиска средних значений коэффициента Пуассона σ (коэффициента Пуассона поликристаллов) использовали связь этого параметра с модулем объемной упругости (модулем всестороннего сжатия) B и модулем сдвига G:

$$\sigma=\frac{3B-2G}{2(3B+G)}.$$

Модуль сдвига находили как среднее арифметическое значение из трех приближений – Фохт-Ройс-Хилла [7] $G_{ФРХ}$, G. Peresada [8] G_{Per} и К.С. Александрова [9] G_{Al}:

$$G = \frac{G_{\Phi PX} + G_{Per} + G_{Ал}}{3},$$

$$G_{\Phi PX} = \frac{G_{\Phi} + G_{P}}{2}, \quad G_{\Phi} = \frac{1}{5}(c_{11} - c_{12} + 3c_{44}),$$

$$G_{P} = \frac{5c_{44}(c_{11} - c_{12})}{[4c_{44} + 3(c_{11} - c_{12})]},$$

$$G_{Per} = \left[\frac{1}{4}c_{44}^{3}(c_{11} - c_{12})^{2}\right]^{1/5},$$

$$G_{Ал}^{3} + \frac{1}{8}(9B + 4c_{s})G_{Ал}^{2} -$$

$$-\frac{3}{8}[(B + 4c_{s})c_{44}G_{Ал} + 2Bc_{s}c_{44}] = 0.$$

В работе использовались справочные сведения по упругим постоянным монокристаллов галогенидов лития [7]. При этом диагональные компоненты матрицы постоянных жесткости c_{11} и c_{44} в современных условиях измеряются с высокой точностью (относительная погрешность десятые доли процента). Недиагональная компонента c_{12} не определяется непосредственно ни одним из известных методов, а ее значение получают как малую разность больших величин. Погрешность c_{12} составляет проценты и даже десятки процентов. В связи с этим представленные в работе значения коэффициентов Пуассона как результат комбинаций постоянных жесткости c_{11}, c_{12} и c_{44} следует считать выполненными с погрешностью не хуже ±10 %.

Таблица 2. *Коэффициенты Пуассона и параметр Грюнайзена кристаллов галогенидов лития (300 K)*

Кристалл	$\sigma_{\langle 100\rangle}$	$\sigma_{\langle 110,001\rangle}$	$\sigma_{\langle 110,1\bar{1}0\rangle}$	$\sigma_{\langle 111\rangle}$	σ	γ
LiF	0,270	0,383	−0,039	0,118	0,185	1,271
LiCl	0,314	0,450	0,015	0,187	0,244	1,349
LiBr	0,322	0,438	0,077	0,224	0,267	1,544
LiI	0,329	0,476	0,031	0,211	0,264	1,617

Значения коэффициентов Пуассона моно- и поликристаллов галогенидов лития при стандартных условиях (табл. 2) демонстрируют две закономерности:

1. Коэффициенты Пуассона возрастают по ряду LiF→LiCl→LiBr→LiI (т. е. при переходе к более тяжелым галогенам).
2. Анизотропные коэффициенты Пуассона образуют неравенство $\sigma_{\langle 110,001\rangle} > \sigma_{\langle 100\rangle} > \sigma_{\langle 111\rangle} > \sigma_{\langle 110,1\bar{1}0\rangle}$. Среди минимальных коэффициентов Пуассона один имеет отрицательное значение (LiF, $\sigma_{\langle 110,1\bar{1}0\rangle}$=–0,039, кристалл обладает аномальными деформационными свойствами).

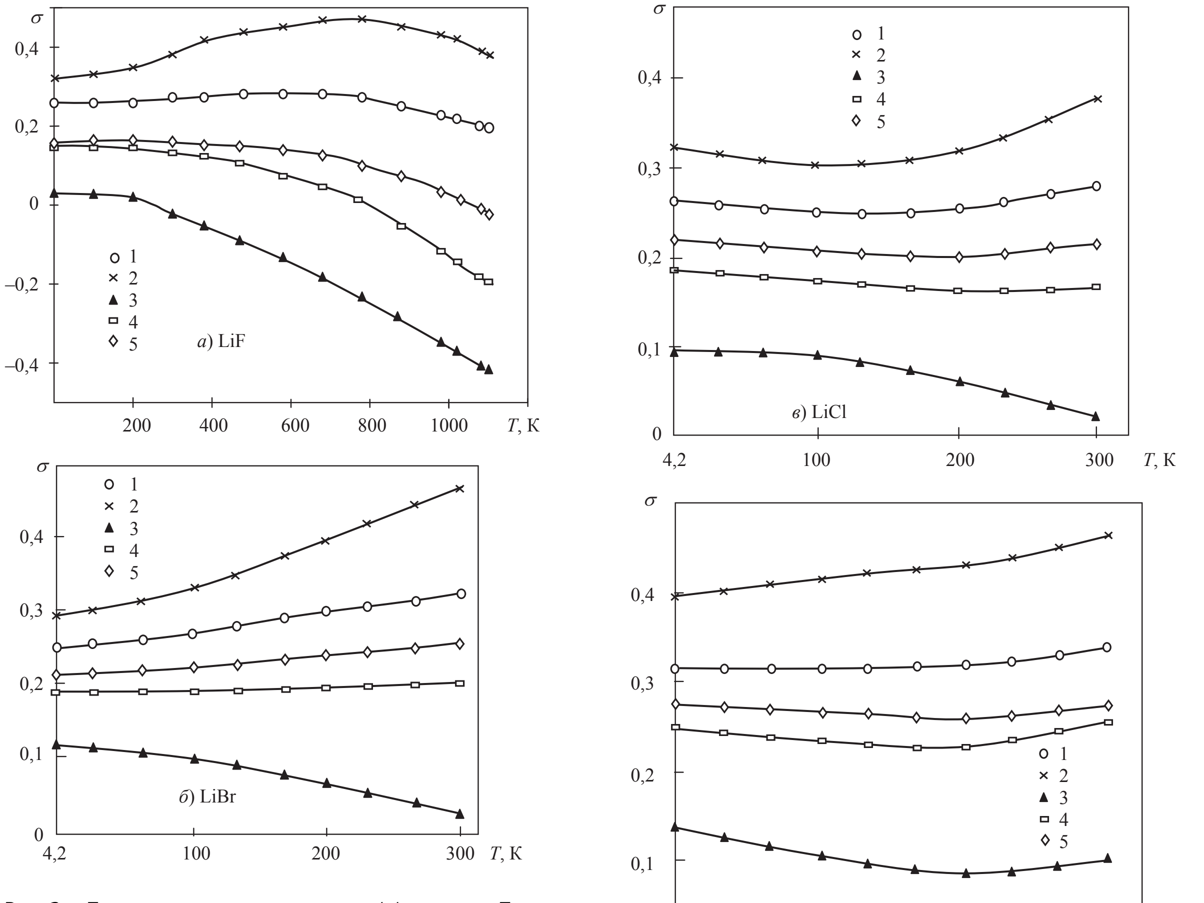


Рис. 2. *Температурные изменения коэффициентов Пуассона кристалла LiX: 1) $\sigma_{\langle 100\rangle}$; 2) $\sigma_{\langle 110,001\rangle}$; 3) $\sigma_{\langle 110,1\bar{1}0\rangle}$; 4) $\sigma_{\langle 111\rangle}$; 5) σ (поликристалл)*

Известна взаимосвязь параметра Грюнайзена γ и коэффициента Пуассона σ [2]:

$$\gamma = \frac{3}{2}\left(\frac{1+\sigma}{2-3\sigma}\right),$$

позволяющая оценить по значениям σ меру ангармонизма межатомных колебаний и нелинейности сил межатомных взаимодействий. Как видно из табл. 2, эта мера является типичной для ионных кристаллов и закономерно возрастает от LiF к LiI.

Температурные зависимости коэффициентов Пуассона кристаллов LiX представлены на рис. 2. Рис. 2, *а*, демонстрирует примерно одинаковый характер температурных изменений для всех пяти коэффициентов Пуассона кристалла LiF – плавное слегка нелинейное вначале увеличение сменяется уменьшением с ростом температуры, скорость которого возрастает в области предплавления. Значения трех коэффициентов Пуассона – $\sigma_{\langle 110,1\bar{1}0\rangle}$, $\sigma_{\langle 111\rangle}$, σ – при повышении температуры последовательно переходят из положительной области в отрицательную соответственно при температурах 260, 800 и 1065 K. Таким образом, обнаружен замечательный факт: кристалл LiF в состоянии предплавления становится ауксетиком (при продольном растяжении/сжатии он аномально расширяется/сужается в перпендикулярном направлении).

Для других галогенидов лития (рис. 2, *б–г*) температурные изменения коэффициентов Пуассона в области температур ниже 300 K сходны с начальными участками кривой для LiF. Можно ожидать, что при T>300 K значения $\sigma_{\langle 110,1\bar{1}0\rangle}$ кристаллов LiCl и LiBr станут отрицательными.

Представляло интерес рассмотреть также зависимость от γ критерия хрупкости-пластичности в виде отношения двух модулей B/G для исследованной группы кристаллов. Данная зависимость представлена на рис. 3. Галогениды лития находятся вблизи условной границы перехода хрупкости-пластичности (B/G≈1,75), при этом LiF более склонен к проявлению хрупкости.

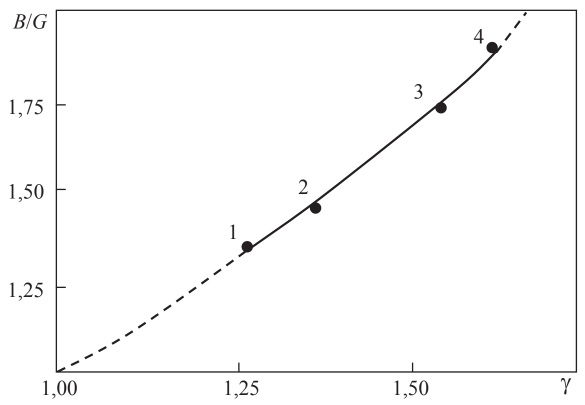


Рис. 3. *Отношение упругих модулей как функция параметра Грюнайзена: 1) LiF; 2) LiCl; 3) LiBr; 4) LiI*

Выводы

1. Исследованы анизотропия и температурные зависимости коэффициентов Пуассона четырех кристаллов соединений лития: LiF, LiBr, LiCl, LiI. Установлено, что при стандартных условиях анизотропные коэффициенты Пуассона в галогенидах лития подчиняются закономерности: $\sigma_{\langle 110,001\rangle}>\sigma_{\langle 100\rangle}>\sigma_{\langle 111\rangle}>\sigma_{\langle 110,1\bar{1}0\rangle}$.
2. Обнаружено, что в кристаллах LiF три коэффициента Пуассона в направлениях $\langle 110,\ 1\bar{1}0\rangle$, $\langle 111\rangle$ и в изотропном состоянии становятся отрицательными в температурных интервалах соответственно от 260, 800, 1065 K до точки плавления. Таким образом, кристалл LiF вблизи температуры точки плавления приобретает аномальные деформационные свойства (становится ауксетиком).
3. Установлено, что галогениды лития находятся у границы перехода «хрупкий-пластичный» (отношение объемного модуля к модулю сдвига ≈1,75), причем LiF более склонен к проявлению хрупкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беломестных В.Н., Похолков Ю.П., Ульянов В.Л., Хасанов О.Л. Упругие и акустические свойства ионных, керамических диэлектриков и высокотемпературных сверхпроводников. – Томск: STT, 2001. – 226 с.
2. Беломестных В.Н., Соболева Э.Г. Акустические, упругие и неупругие свойства кристаллов галогенатов натрия. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 276 с.
3. Беломестных В.Н., Теслева Е.П. Ангармоническое эффекты в твердых телах (акустические аспекты). – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 151 с.
4. Конек Д.А., Войцеховски К.В., Плескачевский Ю.М., Шилько С.В. Материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона. (Обзор) // Механика композитных материалов и конструкций. – 2004. – Т. 10. – № 1. – С. 35–69.
5. Светлов И.Л., Епишин А.И., Кривко А.И., Самойлов А.И., Одинцев И.Н., Андреев А.П. Анизотропия коэффициента Пуассона монокристаллов никелевого сплава // Доклады АН СССР. – 1988. – Т. 302. – № 6. – С. 1372–1375.
6. Baughman R.H., Shacklette J.M., Zakhidov A.A., Stafstrom S. Negative Poisson's ratio as a common feature of cubic metals // Nature. – 1998. – V. 392. – № 6674. – P. 362–365.
7. Францевич И.Н., Воронов Ф.Ф., Бакута С.А. Упругие постоянные и модули упругости металлов и неметаллов. Справочник. – Киев: Наукова думка, 1982. – 286 с.
8. Peresada G.L. On the calculation of elastic moduli of polycrystalls systems from single crystal data // Phys. Status Solidi. – 1971. – V. A4. – № 1. – P. K23–K27.
9. Александров К.С. К вычислению упругих констант квазиизотропных поликристаллических материалов // Доклады АН СССР. – 1967. – Т. 176. – № 2. – С. 295–297.

Поступила 16.07.2011 г.

УДК 621.315.592:536.24

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ МАССОПЕРЕНОСА ПРИ ПОЛУЧЕНИИ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ МЕТОДОМ БРИДЖМЕНА

Ю.С. Цивинская, В.Н. Попов

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск
E-mail: popov@itam.nsc.ru

С использованием численного моделирования исследовано распределение некогерентных примесей в расплаве при получении поликристаллического кремния методом Бриджмена. Анализировалось влияние азимутально-неоднородного нагрева боковой стенки тигля на распределение вытесняемого вещества вблизи фронта кристаллизации. Процессы рассматривались в диапазоне параметров, соответствующих реальным температурам в ростовой печи и расплаве, размерам и форме тигля. Из полученных результатов следует, что неоднородный разогрев расплава изменяет структуру конвективных течений, которые в случаях плоского или выпуклого фронтов кристаллизации способствуют оттеснению растворенной примеси к стенкам тигля.

Ключевые слова:
Моделирование, тепломассоперенос, конвекция, поликристаллический кремний.

Key words:
Simulation, heat and mass transfer, convection, polycrystalline silicon.

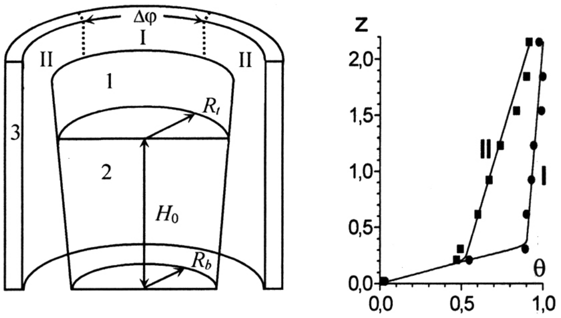
Во всём мире растет интерес к возобновляемым источникам энергии, и одним из наиболее перспективных направлений является создание фотоэлектрических станций с солнечными элементами. В качестве основного сырья для компонентов в солнечных батареях используется поликристаллический кремний (поликремний). Применение монокристаллического кремния более эффективно, однако низкая цена получения поликристаллического кремния дает ему преимущество. Для выращивания поликремния широко используется вертикальный метод Бриджмена, а повышение качества получаемого материала остается актуальной проблемой, для решения которой необходимо совершенствовать существующую технологию, добиваясь избавления от включений, повышения однородности, оптимизации размера поликристаллитов и их ориентации [1].

Причины образования дефектов в слитках поликристаллического кремния ясны не до конца. Одним из факторов неравномерного распределения вытесняемых компонентов в затвердевающем слитке является конфигурация потоков в расплаве. Известно, что в реальной установке для получения слитков методом Бриджмена, осесимметричная конфигурация теплового поля, которая формируется идеальным расположением тигля строго по центру печи и абсолютно однородным разогревом его боковых стенок, трудно реализуема. Для создания несимметричной структуры течения в расплаве, которая приводит к неоднородному распределению компонентов в растущем слитке, достаточно смещения оси тигля от центра печи на 0,5 % [2, 3].

Управление конвективными течениями заключается либо в их подавлении, либо в придании потокам желаемой конфигурации и интенсивности для поддержания гомогенности расплава. Обычно для перемешивания жидкости используют вращение тигля. Это способствует регулированию конвективных потоков и устраняет сегрегационные неоднородности в слитке, обусловленные изменением объема расплава в процессе его затвердевания. Наряду с этим был предложен метод, позволяющий формировать на структуру течения в жидкости за счет неоднородного разогрева боковых стенок тигля [4]. Управляющими параметрами в этой технологии являются геометрические размеры перегретого сектора и скорость вращения тигля. Таким образом, появляется возможность влиять на конвективные течения и распределение вытесняемых компонентов при кристаллизации. В результате применения такого подхода были получены слитки поликристаллического кремния с улучшенными структурными и электрофизическими характеристиками [5].

В настоящей работе предлагается трехмерная модель получения поликристаллического кремния методом Бриджмена в условиях азимутально-неоднородного нагрева боковых стенок вращающегося тигля и проводится численное исследование распределения некогерентных примесей в расплаве для более полного понимания механизмов, способствующих получению слитков с улучшенными характеристиками [5]. Анализировалось влияние конфигурации границы фазового перехода на распределение вытесняемого вещества вблизи неё и повышение доли однородного материала в затвердевшем материале. Процессы рассматривались в диапазоне параметров соответствующих реальным температурам в ростовой печи и расплаве, размерам и форме тигля.

Рис. 1 иллюстрирует схему выращивания поликристаллического кремния методом Бриджмена в условиях неоднородного нагрева боковых стенок сосуда. Расплавленный материал заполняет тигель конической формы до уровня H_0, которому соответствует внутренний радиус R_t (рис. 1, *а*). В основании сосуд имеет радиус R_b. Тигель опускается на пьедестале и вращается вокруг своей оси. Разогрев жидкости происходит в результате теплообмена между боковыми стенками сосуда и графитовыми нагревателями, а отвод тепла осуществляется через фронт кристаллизации. Распределение температуры по высоте графитового нагревателя определено на опытной установке и представлено на рис. 1, *б*. Область повышенного разогрева находится в секторе шириной $\Delta\varphi$. Так как рассматриваются только конвективные процессы в расплаве, то фронт кристаллизации моделируется поверхностью, имеющей плоскую, выпуклую или вогнутую форму.



а *б*

Рис. 1. *Схема ростовой установки (а) и распределение температуры θ по высоте тигля в зонах разогрева I, II на поверхности нагревателя (б): 1) тигель; 2) расплав; 3) графитовый нагреватель;* ●, ■ *– экспериментальные данные*

Математическое моделирование основано на численном решении трехмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска и конвективного теплопереноса, записываемых в цилиндрической системе координат в безразмерном виде

$$\mathbf{u}_t + (\nabla\cdot\mathbf{u})\mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{k}\frac{Gr}{\mathrm{Re}^2}\theta, \qquad (1)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{u} = 0, \qquad (2)$$

$$\theta_t + (\nabla\cdot\mathbf{u})\theta = \frac{1}{\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}}\nabla^2\theta,\ \theta = (T - T_s)/\Delta T_0. \qquad (3)$$

Здесь $\mathbf{u}$ вектор скорости с компонентами u, v, w в радиальном (r), азимутальном (φ) и вертикальном (z) направлениях соответственно, $\mathbf{k}$ – единичный вектор вдоль координатной оси z, p – давление, θ – температура, Re – число Рейнольдса, Pr – число Прандтля, Gr – число Грасгофа, Bi – число Био, где

$$\mathrm{Pr} = \nu / a,\ \mathrm{Gr} = \beta g R_t^3 \Delta T_0 / \nu^2,$$
$$\mathrm{Re} = v_0 R_t / \nu,\ \mathrm{Bi} = \alpha R_t / \lambda.$$

Безразмерные параметры определяются с помощью характерного размера R_t, времени $t_0=R_t/v_0$, скорости v_0 движения стенки сосуда в азимутальном направлении на уровне $z=H_0$, давления $p_0=\rho v_0^2$, температурного интервала $\Delta T_0=T_0-T_s$, где T_S – температура затвердевания жидкости, T_0 – температура поверхности графитового нагревателя при $z=H_0$, ν – кинематическая вязкость, ρ – плотность, g – ускорение свободного падения, β – коэффициент объемного теплового расширения, λ – теплопроводность, a – температуропроводность, α – коэффициент теплоотдачи.

Уравнения (1)–(3) рассматриваются в расчетной области, где жидкость заполняет сосуд конической формы до уровня $H=H_0/R_t$, которому соответствует внутренний радиус, равный 1. В основании тигель имеет радиус $r_0=R_b/R_t$. Боковая стенка сосуда описывается функцией $f_1(z)=kz+r_0$, где $k=(1-r_0)/H$. Фронт кристаллизации моделируется поверхностью, образованной вращением кривой $f_2(r)=\delta(1-r^2/r_0^2)$ вокруг оси $0z$ и может в зависимости от δ иметь плоскую, выпуклую или вогнутую форму.

Для жидкости используются условия прилипания к стенкам сосуда и фронту кристаллизации. Предполагается, что небольшие величины конвективных скоростей при исследуемых режимах нагрева обуславливает плоскую форму свободной поверхности в отсутствии вязких напряжений. Теплообмен между расплавом в тигле и средой в ростовой печи описывается законом Ньютона. На границе раздела фаз температура постоянная. В начальный момент времени температура в жидкости от поверхности фронта кристаллизации до ее свободной поверхности определена согласно экспериментальным данным при условии отсутствия дополнительного бокового подогрева.

Таким образом, граничные условия формулируются в следующем виде. На боковой стенке сосуда $0<z\le H$, $r=f_1(z)$, $0\le\varphi\le 2\pi$:

$$\partial\theta/\partial\mathbf{n} = \mathrm{Bi}[\theta_H(\varphi,z)-\theta],\ u=0,\ v=r,\ w=0. \qquad (4)$$

где $\mathbf{n}$ – нормальная составляющая к рассматриваемой поверхности. Зона интенсивного разогрева определяется областью $(-\Delta\varphi/2,\Delta\varphi/2)$, $\theta_H(\varphi,z)$ – распределение температуры на поверхности графитового нагревателя.

На границе фазового перехода $0\le r\le 1$, $z=f_2(r)$, $0\le\varphi\le 2\pi$:

$$\theta = 0,\ u = 0,\ v = r,\ w = 0. \qquad (5)$$

На свободной поверхности жидкости $0\le r<1$, $z=H$, $0\le\varphi\le 2\pi$:

$$\partial\theta/\partial\mathbf{n} = 0,\ \partial u/\partial\mathbf{n} = 0,\ \partial v/\partial\mathbf{n} = 0,\ w = 0. \qquad (6)$$

Начальные условия:

$$\theta=\theta_H(0,z),\ \mathbf{u}=0,\ 0\le r\le 1,\ 0\le z\le H,\ 0\le\varphi\le 2\pi,\ t=0, \qquad (7)$$

где $\theta_H(0,z)$ соответствует кривой I на рис. 1, *б*.

Таким образом, структура течения определяется в ходе решения системы (1)–(3) с граничными условиями (4)–(7).

Распределение растворенной в жидкости примеси описывается уравнением диффузии

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)C = \frac{1}{\mathrm{Re}\,Sc}\nabla\cdot(\nabla C),$$
$$C = (C - C_0)/\Delta C_0, \qquad (8)$$

где Sc – число Шмидта ($Sc=\nu/D$), $\Delta C_0=C_m-C_0$, где C_m – средняя концентрация растворенного вещества в жидкости, а C_0 – концентрация насыщения, D – коэффициент диффузии.

Граничные условия для (8) запишем в следующем виде. На боковой стенке сосуда и свободной поверхности жидкости:

$$\partial C / \partial \mathbf{n} = 0. \qquad (9)$$

На границе фазового перехода:

$$-\mathrm{Sc}^{-1}\partial C / \partial \mathbf{n} = \mathrm{Bi}_D C, \qquad (10)$$

где $\mathrm{Bi}_D=w_0(1-k_0)\ R_t/\nu$, w_0 – скорость роста твердой фазы, k_0 – равновесный коэффициент распределения примеси.

Начальное распределение растворенного вещества при $t=0$, определено как $C=1$.

При решении задачи уравнения (1)–(3), (8) были переписаны в дивергентной форме таким образом, чтобы система совместно с (2) могла быть представлена в векторном виде

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{F}_r + \mathbf{H}_\varphi + \mathbf{G}_z = \mathbf{f}. \qquad (11)$$

Использование цилиндрической системы координат при описании течений в области, имеющей сложную форму, является непростой задачей ввиду необходимости построения расчетной сетки, не являющейся ортогональной, а также выполнения интерполяционных процедур при определении граничных условий. Поэтому с учетом формы сосуда и границы фазового перехода использовалось преобразование координат

$$x(r,z) = \frac{r}{kz + r_0}, \ \omega(\varphi) = \varphi,$$

$$y(r,z) = \frac{z - \delta\{1 - [r/(kz + r_0)]^2\}}{H - \delta\{1 - [r/(kz + r_0)]^2\}} H, \qquad (12)$$

которое позволяет отобразить расчетную область в цилиндр.

В новой системе координат систему (11) можно представить в виде

$$\mathbf{q}_t^* + \mathbf{F}_x^* + \mathbf{H}_\omega^* + \mathbf{G}_y^* = \mathbf{f}^*, \qquad (13)$$

где

$$\mathbf{F}^* = (x_r\mathbf{F} + x_z\mathbf{G})/J, \ \mathbf{H}^* = \omega_\varphi \mathbf{H}/J,$$

$$\mathbf{G}^* = (y_r\mathbf{F} + y_z\mathbf{G})/J, \ \mathbf{q}^* = \mathbf{q}/J, \ \mathbf{f}^* = \mathbf{f}/J,$$

а для якобиана преобразования используется выражение $J=(x_r y_z - x_z y_r)\omega_\varphi$. При записи уравнений (13) предполагается, что частные производные в членах с вязкостью и диффузией преобразуются в соответствии с правилами дифференцирования сложных функций.

Для решения уравнений Навье–Стокса и конвективного тепло- и массопереноса применялся конечно-разностный алгоритм. Использование преобразования (12) позволяет использовать равномерную пространственную сетку, которая разбивает расчетную область на $I\times M\times K$ ячеек, где I, M, K – количество узлов в радиальном, азимутальном и вертикальном направлениях соответственно.

По аналогии с методами типа *MAC* и *SIMPLE* [6, 7], составляющие скоростей u, v, w определялись в серединах боковых граней ячеек, а давление P рассчитывалось в центрах ячеек. Распределение температуры и концентрации растворенного вещества в расчетной области описывается их значениями в узлах сетки. Вдоль временной переменной используется постоянный шаг τ. Разностные уравнения строились посредством аппроксимации балансных соотношений, получаемых интегрированием преобразованных уравнений (1)–(3), (8) и граничных условий (4)–(7), (9), (10).

Порядок проведения расчетов на каждом временном шаге следующий. Первоначально вычисляется температурное и концентрационное поля в жидкости. Подстановка рассчитанных значений температуры в уравнения количества движения делает возможным определение составляющих поля скоростей. Далее с использованием метода искусственной сжимаемости [8] вычисляется давление. Проводится несколько итераций по согласованию распределения давления и скоростей. Условием прекращения расчетов является выполнение $\max|\nabla\cdot\mathbf{u}|\le\varepsilon$, где ε – заданное малое число. Решение алгебраических систем, получаемых при неявной аппроксимации уравнений движения и тепломассопереноса, осуществляется итерационным методом блочной последовательной верхней релаксации [9].

При проведении численных экспериментов рассматривалась структура течений в расплаве со свойствами кремния при его разогреве в сосуде высотой 70 мм, с диаметрами в основании – 50 мм и в верхней части – 65 мм. Материал тигля – стеклографит, толщина стенок – 2 мм. Физические свойства рассматриваемых материалов согласно [10]. Равновесный коэффициент распределения k_0 принимался равным 0,5, скорость роста твердой фазы w_0 согласно экспериментальным данным была оценена как $3{,}36\cdot10^{-6}$ м/с. Ширина сектора боковой стенки тигля в области более интенсивного разогрева $\Delta\varphi=120°$. Распределение температуры на стенках ростовой установки были определены экспериментально (рис. 1, *б*). Скорость вращения сосуда – 1 об/мин. Величины параметров, используемых при расчетах, следующие: $\mathrm{Gr}=2{,}3\cdot10^7$, $\mathrm{Re}=300$, $\mathrm{Bi}=0{,}3$, $\mathrm{Pr}=0{,}015$, $\mathrm{Sc}=5$, $\mathrm{Bi}_D=0{,}015$, $\varepsilon=10^{-4}$.

Расчеты проводились на пространственных сетках $I\times M\times K$ от $32\times36\times50$ до $64\times72\times100$, различие получаемых результатов не превышало 4 %. При дальнейшем сгущении пространственной сетки результаты при визуализации фактически совпадали. В случае цилиндрической формы тигля и плоской границы фазового перехода результаты соответствовали данным, представленным в [4]. Значение временного шага $\tau=2{,}5\cdot10^{-4}$ выбрано из условий устойчивости численного счета и минимизации количества итераций.

Процесс получения поликристаллического кремния вертикальным методом Бриджмена является достаточно медленным, поэтому на некотором временном интервале его можно считать квазистационарным и анализировать поля температуры и структуру течения при заданной высоте затвердевшей фазы. Ниже представлены результаты, полученные для уровня незатвердевшего расплава в тигле $H/2+f_2(\kappa)\le z\le H$ для различных форм границы фазового перехода (плоская, выпуклая, вогнутая – δ=0; 0,2, –0,2). Ввиду того, что тигель опустился относительно первоначального положения на расстояние $H/2$, теплообмен происходит между расплавом и поверхностью графитового нагревателя в зоне $0\le z\le H/2$ (рис. 1, *б*). При неоднородном разогреве жидкости стенки графитового нагревателя имеют распределение температуры в области $-\Delta\varphi/2\le\varphi\le\Delta\varphi/2$ согласно значений I, а при $\Delta\varphi/2<\varphi<2\pi-\Delta\varphi/2$ согласно II (рис. 1, *б*). При проведении сравнительных расчетов для случаев осесимметричного разогрева тигля использовалось распределение температуры I на поверхности нагревателя.

Рисунки 2–4 иллюстрируют распределение температурного поля и структуру течений в расплаве при различных условиях затвердевания слитка в плоскости rz при φ=0 (рис. 2–4, I), на свободной поверхности расплава (рис. 2–4, II) и на расстоянии $H/100$ от границы фазового перехода (рис. 2–4, III). Стрелки на рисунках указывают направление, а их длина характеризует интенсивность потока.

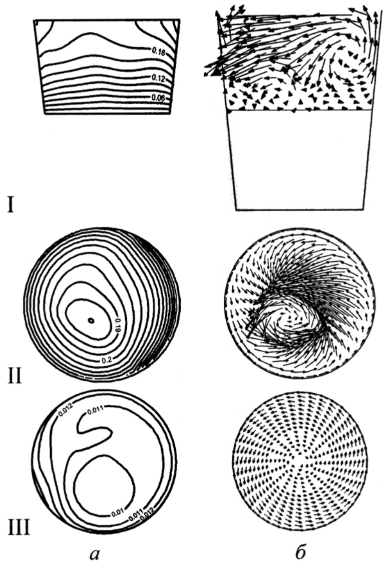


Рис. 2. *Изотермы (а) и поле скоростей (б) в расплаве при плоской границе фазового перехода*

По результатам расчетов определено, что неоднородный нагрев боковых стенок вращающегося тигля оказывает влияние, как на температурное поле (рис. 2, *а*–4, *а*), так и на течения в расплаве (рис. 2, *б*–4, *б*), которые отличаются от существующих при осесимметричном температурном поле в сосуде. Согласно представленным данным, интенсивные потоки, формирующиеся у свободной поверхности жидкости, проникая вглубь, способствуют образованию расходящихся от центра течений вблизи плоского и выпуклого фронтов затвердевания (рис. 2, *б*, 3, *б*). В случае вогнутой границы фазового перехода движение жидкости вблизи нее определяется вращением сосуда при наличии центростремительной составляющей (рис. 4, *б*).

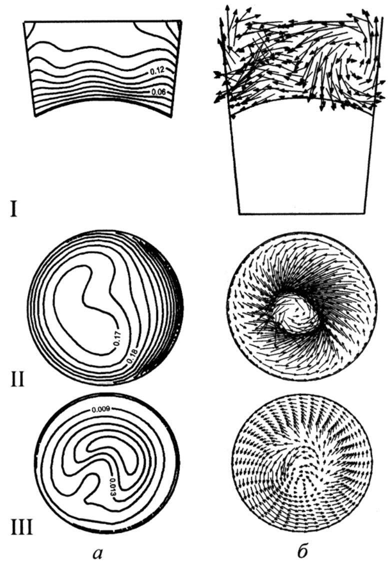


Рис. 3. *Изотермы (а) и поле скоростей (б) в расплаве при выпуклой границе фазового перехода*

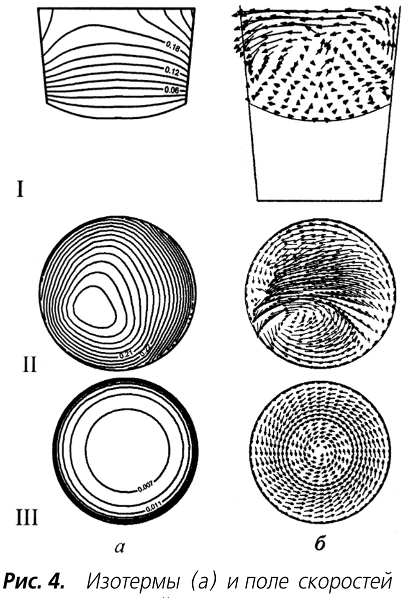


Рис. 4. *Изотермы (а) и поле скоростей (б) в расплаве при вогнутой границе фазового перехода*

Рис. 5, *а*, иллюстрирует распределение вытесняемой в расплав примеси на границе фазового перехода при осесимметричном разогреве вращающегося тигля. Из представленных данных следует, что значительная часть примеси, скапливается в центральной области сосуда. Наряду с этим, в случаях плоского или выпуклого фронтов затвердевания часть вытесняемого в жидкость вещества переносится к боковым стенкам сосуда (рис. 5, *а*, I, II).

Рис. 5, *б*, отображает распределение примеси на поверхности фронта кристаллизации при азимутально-неоднородном нагреве боковых стенок. Из представленных результатов следует, что в случаях плоской и выпуклой границ фазового перехода распределение вытесняемого вещества в цен-

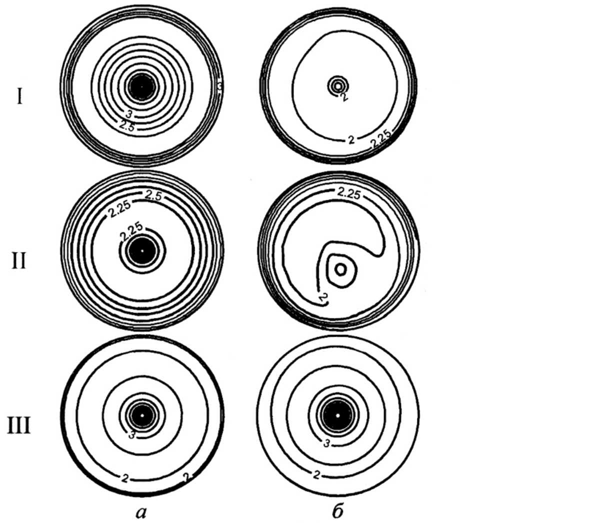


Рис. 5. *Изоконцентраты на поверхности фронта кристаллизации, имеющего плоскую (I), выпуклую (II) и вогнутую (III) форму при осесимметричном (а) и неоднородном в азимутальном направлении (б) распределении температуры*

тральной части слитка становится более однородным, а его максимальная концентрация наблюдается у боковых стенок сосуда (рис. 5, *б*, I, II). При вогнутой границе фазового перехода изменения в распределение примеси не происходит, и ее максимальная концентрация наблюдается в центральной области получаемого слитка (рис. 5, *б*, III).

Выводы

С использованием трехмерного моделирования рассмотрены конвективные процессы в расплаве при выращивании поликристаллического кремния методом Бриджмена в неосесимметричном тепловом поле. В результате вычислительных экспериментов определено, что режим неоднородного разогрева боковых стенок вращающегося тигля может изменять структуру конвективных течений и наряду с формой границы фазового перехода позволяет управлять распределением примеси в ходе кристаллизации. Случаи выпуклой или плоской формы границы фазового перехода, оптимизируют распределение вытесняемой в жидкость примеси, увеличивая в центральной части получаемого слитка долю однородного материала. Полученные результаты могут способствовать совершенствованию процесса получения поликристаллического кремния с улучшенными структурными и электрофизическими характеристиками.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 10-01-00575-а и интеграционного проекта СО РАН № 26 с УрО, ДВО РАН.

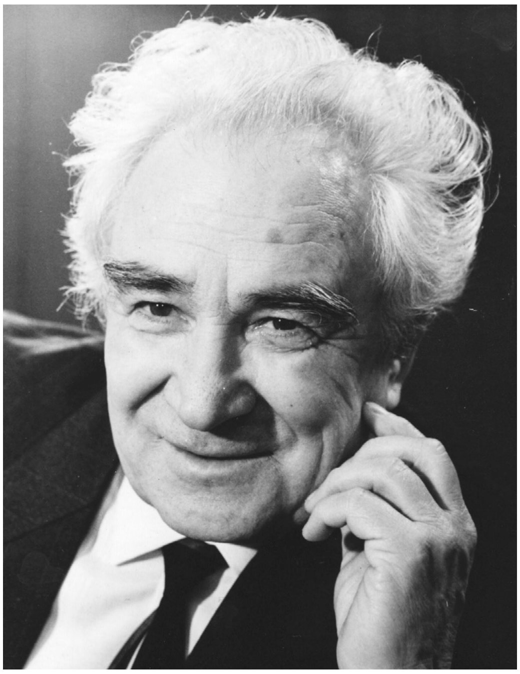
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fujiwara K., Obinata Y., Ujihara T., et al. Grain growth behaviors of polycrystalline silicon during melt growth processes // J. Crystal Growth. – 2004. – V. 266. – P. 441–448.
2. Yeckel A., Compere J., Pandy A., et al. Three-dimensional imperfections in a model vertical Bridgman system for cadmium zinc telluride // J. Crystal Growth. – 2004. – V. 263. – P. 629–624.
3. Bachran A., Reinshaus P., Seifert W. Influence of thermal processing parameters and material properties on velocity configurations in semiconductor melts during the vertical Bridgman growth technique // Cryst. Res. Technol. – 1998. – V. 33. – № 1. – P. 27–36.
4. Kokh K.A., Popov V.N., Kokh A.E., et al. Numerical modeling of melt flows in vertical Bridgman configuration affected by rotating heat field // J. Crystal Growth. – 2007. V. 303. – P. 253–257.
5. Бельский С.С., Немчинова Н.В., Красин Б.А. Изучение влияния параметров кристаллизации на свойства и структуру мультикремния // Современные наукоемкие технологии. – 2006. – № 8. – С. 21–25.
6. Harlow F.H., Welch J.E. Numerical calculation of time-depend viscous incompressible flow of fluid with free surface // Phys. Fluids. – 1965. – V. 8. – P. 2182–2189.
7. Patankar S.V., Spalding D.B. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows // Int. J. Heat Mass Trans. – 1972. – V. 15. – P. 1787–1806.
8. Chorin A.J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems // J. Comput. Phys. – 1967. – V. 2. – P. 12–26.
9. Самарский А.А., Николаев Т.С. Методы решений сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 592 с.
10. Басин А.С., Шишкин А.В. Получение кремневых пластин для солнечной энергетики. Методы и технологии. – Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2000. – 196 с.
11. Попов В.Н. Моделирование конвективных процессов при получении поликремния методом Бриджмена // Теплофизика и аэромеханика. – 2009. – Т. 16. – № 3. – С. 497–506.

Поступила 17.05.2011 г.

Наши юбиляры

ПРОФЕССОРУ В.А. МОСКАЛЕВУ – 85 ЛЕТ



Исполнилось 85 лет со дня рождения и 62 года научной, инженерной, научно-методической и педагогической деятельности доктора технических наук, профессора кафедры теоретической и экспериментальной физики Томского политехнического университета, Заслуженного деятеля науки РФ, Заслуженного работника высшей школы, члена-корреспондента Российской академии естествознания, кавалера ордена Трудового Красного Знамени, Заслуженного профессора ТПУ Владилена Александровича Москалева.

Владилен Александрович родился 10 февраля 1927 г. в с. Менза Красночикойского района Читинской области. После окончания 9 классов средней школы Владилен Александрович летом 1944 г. посещает подготовительные курсы по прохождению программы за 10-й класс и затем поступает в Томский индустриальный (в то время) институт, а в 1950 г. заканчивает электрофизический факультет.

Вся трудовая биография профессора В.А. Москалева связана с Томским политехническим институтом (университетом). Аспирант (1950–1953), кандидат технических наук (1953), доктор технических наук (1967) по теме «Разработка и исследование сильноточных бетатронов для промышленных целей», старший научный сотрудник ФТФ (1954), ассистент (1953–1954), старший преподаватель, доцент (1955) кафедры общей электротехники, заведующий кафедрой экспериментальной ядерной физики (1956–1958). С 1958 г. – заместитель директора по научной работе НИИ ЯФ при ТПИ и руководитель сектора разработки ускорителей на малые энергии НИИ ЯФ. 1964–1965 гг. – эксперт ЮНЕСКО по физике в Делийском университете (Индия), докторант ТПИ (1966), с 1967 по 1981 гг. – проректор ТПИ по научной работе. Профессор (с 1968 г.). С 1981 по 1999 гг. заведующий кафедрой теоретической и экспериментальной физики, с 1999 г. – профессор этой кафедры.

Основные направления научной работы В.А. Москалева – ускорители заряженных частиц и методы неразрушающего контроля. Владилен Александрович является одним из создателей Томской научной школы по разработке методов ускорения электронных пучков, получившей известность в стране и за рубежом. Еще вначале 50-х гг. впервые в СССР им были обоснованы физические основы применения жесткого тормозного излучения бетатрона в медицинских целях, разработан и практически осуществлен первый в стране экземпляр медицинского бетатрона на 15 МэВ. Предложена и реализована на практике оригинальная идея двухкамерного стереобетатрона, значительно расширившая возможности и области применения бетатронов в промышленности и медицине. Первый в мире двухкамерный стереобетатрон на 10 МэВ был запущен в г. Томске в 1958 г.

В.А. Москалевым предложена концепция нового класса индукционных ускорителей – сильноточного бетатрона. По мощности генерируемого излучения сильноточные бетатроны сравнимы с микротронами и линейными ускорителями на ту же энергию. Совместно с сотрудниками Владиленом Александровичем разработана теория, конструктивные решения и технология производства таких ускорителей. Идея реализована в сооружении и сдаче в эксплуатацию в 1961 г. двухкамерного сильноточного стереобетатрона на 25 МэВ для целей исследования динамики быстропротекающих процессов в изделиях предприятий атомной промышленности.

Для целей радиоактивационного анализа элементов сконструирована и изготовлена сильноточная бетатронная установка на 50 МэВ, введенная в эксплуатацию в 1979 г. На базе этой установки в Ташкенте создана региональная (Среднеазиатская) лаборатория активационного анализа. Разработан, спроектирован, изготовлен и в 1996–1997 гг. прошел лабораторные испытания новый тип индукционного ускорителя – цилиндрический бетатрон на 30 МэВ, в котором ускоряемые электроны образуют конфигурацию цилиндрической формы, что приводит к многократному возрастанию числа электронов, захватываемых в ускорение, и открывает дополнительные возможности использования ускорителя в науке и технике. Известно, что максимальная энергия, достигаемая в бетатроне, ограничивается наличием потерь энергии на синхронное излучение и составляет около 300 МэВ. В 1997 г. Владиленом Александровичем с сотрудниками был предложен метод компенсации потерь энергии электронного пучка на синхротронное излучение, позволяющий сдвинуть границу достижимой в бетатроне энергии до сотен МэВ.

Сильноточные бетатроны и стереобетатроны много раз демонстрировались на выставках разного уровня, в том числе в США, Чехословакии, Корее, на ВДНХ СССР.

Владилен Александрович вложил много сил в организацию подготовки научных кадров, организацию и становление НИИ при ТПУ. Под его руководством подготовлено более 30 кандидатов наук. Список научных и учебно-методических трудов В.А. Москалева включает свыше 300 научных работ, в том числе восемь монографий и свыше 30 изобретений и патентов. В.А. Москалев неоднократно выступал с научными сообщениями по физике ускорителей заряженных частиц в научных центрах и университетах многих стран: Индии, Болгарии, Чехословакии, Польши, Франции и др. Участвовал в научных международных конференциях по ускорителям и неразрушающим методам контроля в России и за рубежом. В последние годы выполнялась совместная работа по созданию бетатрона – источника параметрического излучения с американской фирмой Adelphi Technology, Inc., г. Сан-Карлос (США).

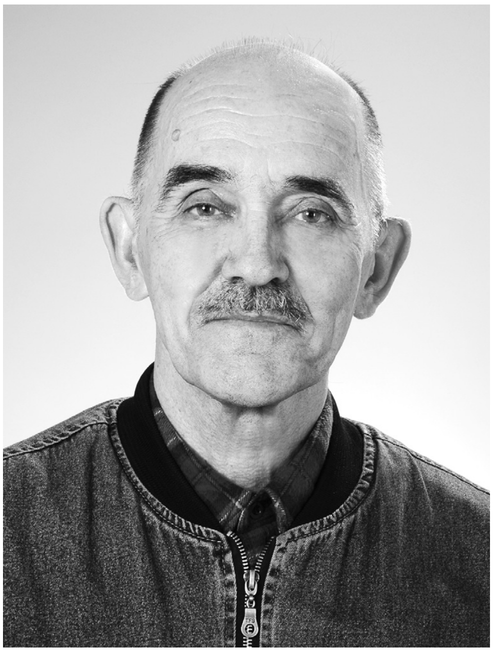
В.А. Москалев активно занимается педагогической деятельностью. Читает курс физики студентам первого и второго курсов ТПУ, ведет научно-методическую работу.

За высокие достижения в сфере образования и науки В.А. Москалев награжден орденом Трудового Красного Знамени (1971), медалями «За доблестный труд» (1970), «Ветеран труда» (1988), «Заслуженный деятель науки РФ» (2000), удостоен знаков «Почетный работник высшего образования России», «Высшая школа СССР. За отличные успехи в работе», «Изобретатель СССР», «Отличник энергетики и электрификации СССР», «Отличник МЭТП СССР» и нескольких знаков «Ударник пятилетки» и «Победитель соцсоревнования». За научные разработки и организацию научной работы в вузе награжден девятью медалями разного достоинства и дипломом Почета ВДНХ СССР, медалью «За заслуги перед городом Томском», золотой медалью «За заслуги перед Томским политехническим университетом», званием «Заслуженный профессор ТПУ», Почетной грамотой Томской областной думы.

В.А. Москалев активно работает со студентами и преподавателями. Они высоко ценят общение с ним. Его советы и консультации всегда своевременны и полезны. В личности Владилена Александровича сконцентрированы высокие человеческие достоинства – доброжелательность, внимательность, требовательность, целеустремлённость, эрудиция. Это человек, обладающий высоким созидательным потенциалом. Нужно отметить, что члены семьи В.А. Москалёва работали и продолжают работать в ТПУ: его отец Александр Николаевич работал в хозуправлении, жена Александра Сергеевна, доцент, преподавала на кафедре ПМЭ ЭФФ, старший сын Алексей – работал в ФТИ ТПУ, средний сын Николай, доцент, ряд лет работал на ХТФ ТПУ (сейчас работает в химической компании за рубежом), дочь Маргарита трудится в информационно-аналитическом управлении, внук Владимир окончил ТПУ, а его сестра Евгения – студент 4-го курса.

По случаю юбилея коллеги, друзья, ученики желают ему крепкого здоровья, новых достижений в творческом труде и всех благ.

ПРОФЕССОРУ Ю.П. УСОВУ – 75 ЛЕТ



Юрий Петрович Усов родился 16 января 1937 г. в г. Томске. В 1954 г. окончил мужскую среднюю школу № 8 с серебряной медалью и в этом же году поступил в Томский политехнический институт на электроэнергетический факультет (специальность «Электрические станции, сети и системы»). В 1959 г. с отличием окончил ТПУ и был рекомендован ГЭК на научно-исследовательскую и инженерную работу.

Практическую деятельность после окончания института Юрий Петрович начал инженером, затем старшим инженером в НИИ ЯФ при ТПИ. В 1961–1964 гг. обучался в аспирантуре, в1964–1965 гг. проходил стажировку в физико-техническом институте Немецкой академии наук (г. Берлин).

В 1965–1971 гг. Ю.П. Усов руководил группой физиков-экспериментаторов синхротрона «Сириус» НИИ ЯФ при ТПИ. Результаты одной из работ этого периода – «Время жизни нейтрального пиона» – были оценены академиком-секретарем Отделения ядерной физики АН СССР М.А. Марковым как уникальные и до сих пор цитируются в литературе по фотомезонной физике. В 1970 г. становится Лауреатом премии Ленинского комсомола.

Создание под руководством Ю.П. Усова ускорителя «Тонус» в начале 70-х гг. прошлого века и выполненные на нем эксперименты были отмечены в итоговом докладе президента АН СССР М.В. Келдыша как существенное достижение отечественной науки. Результатом научных исследований явилась защита кандидатской диссертации (1964 г.), написание монографии, а также успешное выполнение хоздоговоров в интересах обороны страны.

В 1979 г. в Объединенном институте ядерных исследований (г. Дубна) Ю.П. Усов защитил докторскую диссертацию, а в апреле 1981 г. был избран профессором, заведующим кафедрой «Теоретические основы электротехники». С приходом Юрия Петровича на кафедре появилось новое научное направление – создание мощных компрессионных электромагнитных генераторов. Под его руководством было подготовлено 11 кандидатов и 6 докторов наук.

В 1988 г. Ю.П. Усов избирается коллективом НИИ ЯФ при ТПИ на должность директора. Резкое сокращение бюджетного финансирования, практически полное отсутствие заказов по оборонной тематике, наличие в «хозяйстве» НИИ ЯФ атомного реактора с поселком-спутником, ускорителей заряженных частиц, включая синхротрон «Сириус», потребовали от всего коллектива НИИ ЯФ и его директора огромных усилий по спасению института. Юрий Петрович, опираясь на коллектив, сумел удержать институт на плаву, а затем и придать движение в направлении развития. Традиционными для НИИ ЯФ стали научные и деловые связи с университетами и фирмами Франции, Японии, Китая, США.

Ныне Ю.П. Усов – доктор технических наук, профессор кафедры электрических сетей и электротехники Энергетического института ТПУ, член трех докторских Спецсоветов, Заслуженный деятель науки РФ. Юрий Петрович – автор 186 научных работ, 32 патентов и авторских свидетельств на изобретения по проблемам импульсной техники и разработкам электрофизических устройств, соавтор монографий. Ю.П. Усов – член Редакционной коллегии журнала «Известия Томского политехнического университета».

Коллеги по работе, друзья и ученики поздравляют Юрия Петровича с юбилеем и желают ему здоровья, удачи и дальнейших творческих успехов в науке и преподавательской деятельности.

ПРОФЕССОРУ В.А. ТРЯСУЧЕВУ – 65 ЛЕТ

Владимир Андреевич Трясучёв родился 9 февраля 1947 г. в самой глубинке европейской России, в г. Бугуруслане Оренбургской области в семье рабочих и служащих. Интерес к ядерной физике у Володи появился в последние годы учебы в средней школе, а потому сразу после окончания школы он поехал поступать на физический факультет Московского госуниверситета, где была кафедра ядерной физики. Надо сказать, что многие его сверстники бредили физикой ядра и элементарных частиц и стремились учиться на «ядерщиков». На физическом факультете МГУ конкурс был огромным (14 человек на место). В.А. Трясучёв часто рассказывал, что после письменной математики физический корпус Московского университета был обклеен по периметру листами с «неудами». Себя он там не нашёл, но и сдать все экзамены на «отлично» ему не удалось. И началась нервотрёпка «зачислят, не зачислят», так как жить в Москве было негде. Перед самым зачислением нервы его сдали, и он передал экзаменационный лист представителю Томского госуниверситета с гарантией зачисления (оценки были высокими).

Так в конце августа 1965 г. Владимир Андреевич появился в г. Томске с парой рубашек и телогрейкой для сельхозработ. Годы учёбы в Томском университете вспоминаются им как светлая полоса, несмотря на то, что в комнатах тогда жило по 9 человек. В комнате с ним жили В.Л. Аксёнов, ныне член-корр. РАН, Г.Г. Матвиенко – директор Института оптики атмосферы, г. Томск, и другие не менее, а может быть и более интересные личности. Свалившись утром с кроватей второго этажа, они бежали на лекции своих любимых преподавателей: В.В. Черникова – математика, М.А. Большаниной – физика. Однако в ТГУ в ту пору не готовили специалистов по ядерной физике, и студент Трясучёв с последнего курса обучения в ТГУ ушёл на дипломирование в НИИ ЯФ ТПИ к профессору В.А. Филимонову, учёному с мировым именем, основоположнику гиперядерной физики.

Руководителем дипломной работы В.А. Трясучёва «Слабый радиационный распад гиперядер» стал аспирант В.А. Филимонова А.Г. Поташёв. После защиты диплома и окончания ТГУ (1970 г.) Владимир Андреевич пришёл на работу в НИИ ЯФ ТПИ, но не по распределению, а как частное лицо, едва отвертевшись от средней школы № 31, где он проработал полгода по распределению. С этих пор вся его деятельность была связана только с Томским политехническим. В ТПИ он начал с должности инженера, потом – младший научный сотрудник, затем стажёр-исследователь в Физическом институте им. П.Н. Лебедева АН СССР, г. Москва, и, наконец, аспирант ТПИ. Руководителем его стажировки, а затем и соруководителем аспирантуры стал старший научный сотрудник ФИАН А.И. Лебедев, которому он благодарен и по сей день, как учителю и учёному.

Соруководителем аспирантуры В.А. Трясучёва был В.Н. Епонешников заместитель директора НИИ ЯФ по науке. В эти годы Владимиром Андреевичем с сотрудниками ФИАН в результате совместной работы были заложены основы теории реакций фоторождения мезонов на ядрах, когда конечные ядра оставались в возбуждённых стационарных состояниях. Совсем новым было теоретическое исследование угловых распределений гамма-квантов распада таких возбуждённых ядер. Это были пионерские работы. До сих пор его теория-модель парциальных реакций фоторождения мезонов на ядрах с последующим испусканием гамма-квантов возбуждёнными ядрами не устарела и привлекает экспериментаторов и теоретиков как метод получения уникальных сведений о фоторождении мезонов и о строении ядра.

В 1980 г. В.А. Трясучёв защитил кандидатскую диссертацию в Физическом институте им. П.Н. Лебедева. По результатам научно-исследовательской работы после защиты диссертации в 1983 г. ему присвоили учёное звание старшего научного сотрудника. Перед угрозой смены темы исследований в НИИ ЯФ Владимир Андреевич вынужден был уйти на кафедру высшей математики ТПИ. Работал ассистентом, затем доцентом на кафедре, но исследований ядерных реакций не прекращал. В этот период В.А. Трясучёв много и плодотворно работает над своей выбранной темой. Многие помнят его любимый афоризм: «что бы в мире ни случилось, а пахарь должен пахать!».

В период с 1974 по 1990 гг. В.А. Трясучёв работал в тесном сотрудничестве с учёными Физического института АН над созданием теории парциальных реакций фоторождения мезонов на лёгких ядрах и методов их регистрации по гамма-квантам распада конечного ядра. В этот же период им впервые проделаны расчёты по вычислению сечений фотообразования лёгких ?-ядер и предложены способы их регистрации. В 1991 г. не «благодаря, а вопреки» он защищает докторскую диссертацию «Импульсное приближение и фоторождение мезонов на ядрах». Оппонентами по диссертации были Р.А. Эрамжян (ОИЯИ), О.Д. Далькаров (ФИАН) и П.А. Черданцев (НИИ ЯФ ТПУ).

С 1992 г. Владимир Андреевич руководит студентами, обучающимися по индивидуальному плану, дипломниками ТГУ и ТПУ, а также готовит аспирантов ТПУ А.В. Колчина и А.И. Фикса по физике ядра и элементарным частицам. В.А. Трясучёвым опубликовано 13 научно-методических работ по математике и физике. В 1995 г. он становится профессором кафедры высшей математики и математической физики ТПУ. Многие его ученики рассеяны по просторам бывшего СССР. Похвальные отзывы бывших учеников о профессоре В.А. Трясучёве просачивались и в периодическую печать. Если учесть, какими были девяностые годы для академической науки в России, то с пониманием относишься к трудностям создания теоретической научной школы. Но одним своим воспитанником Владимир Андреевич гордится. Это профессор ТПУ Александр Иванович Фиксом.

В эти же годы В.А. Трясучёв работает по грантам РФФИ по теоретическому обоснованию существования и экспериментальному обнаружению η-мзонных ядер. В 1998 г. становится призёром конкурса на лучшую научную работу ТПУ, активно работает в двух специализированных советах по защите кандидатских и докторских диссертаций.

В 2004 г. В.А. Трясучёва приглашают на должность профессора кафедры «Прикладная физика» физико-технического факультета ТПУ для чтения курсов лекций по теоретической физике. Он и здесь продолжает работать над созданием динамических моделей по фоторождению η- и $\acute{\eta}$-мезонов на протонах и нейтронах для выявления новых и уточнения известных нуклонных резонансов. Однако круг научных интересов профессора В.А. Трясучёва несколько расширяется. Он, с присущей ему страстностью, занимается космологией. В 2004 г. Владимир Андреевич делает доклад и публикует брошюру «Современная космология». В 2007 г. выходит его учебное пособие «Астрофизика и термоядерный синтез» в соавторстве с Г.Н. Дудкиным. Всего В.А. Трясучёвым опубликовано 115 научных и научно-методических работ, большая часть из которых без соавторов, учитывая специфику его работы.

В 2011 г. Владимира Андреевича приглашают в Шотландию в Эдинбургский университет прочесть цикл лекций по парциальным реакциям фоторождения мезонов на ядрах с последующим их гамма-распадом. Приглашение было неожиданным, и он пошёл на курсы английского языка.

Профессор В.А. Трясучёв удостоен (в соавторстве) первой премии в конкурсе за лучшую научно-исследовательскую работу в НИИ ЯФ ТПИ (1976 г.), был лауреатом премии «Научно-технического творчества молодёжи» 1977 г. В 1993 г. получил личную премию Дж. Сороса за проводимую научно-исследовательскую работу. За «значительный вклад в мировую науку и образование» в 2000 г. ему присвоено почётное звание «Соросовский профессор». Награжден медалью «100 лет ТПУ» (2000 г.). Международным биографическим центром (Cambridge, England) назван победителем в номинации «Лучшие учёные мира 2007 года». Имеет почётную грамоту Министерства Рособрнауки (2008 г.).

Общественная работа В.А. Трясучёва всегда была связана с профсоюзом. Был и профоргом, и членом профбюро как в НИИ ЯФ, так и на ФТФ ТПУ. Владимир Андреевич серьёзно занимался альпинизмом и горными лыжами. Побывал на вершинах Алтая, Тянь-Шаня, Памира. Сейчас любит путешествия. Спускался в гробницы царей (Египет), объехал Марокко, походил по руинам Малой Азии. Страстный рыбак-удильщик, грибник, филателист. Любит творчество бардов – Б.Ш. Окуджавы, В.С. Высоцкого, Ю.И. Визбора, А.М. Городницкого и, при случае, поёт их песни. Интересуется поэзией. Любимым поэтом серебряного века является О.Э. Мандельштам, из современных поэтов – А.А. Вознесенский.

Жена В.А. Трясучёва – Татьяна Петровна Алексеева, кандидат химических наук, ведущий научный сотрудник Института торфа. Сын – Петр Владимирович Трясучёв после окончания ТГУ работает в ТПУ ассистентом на кафедре высшей математики и математической физики.

ПРОФЕССОРУ Г.С. ЕВТУШЕНКО – 65 ЛЕТ

Геннадий Сергеевич Евтушенко родился в с. Троицкое Ханкайского района, Приморского края в семье военнослужащего. В 1965 г. окончил среднюю школу № 6 в г. Уссурийске. Свою трудовую деятельность начал сразу после окончания школы – слесарем-трубопроводчиком на Ордена Ленина Дальзаводе в г. Владивостоке. Высшее образование по специальности «физик» получил в Дальневосточном государственном университете, г. Владивосток, который закончил в 1970 г.

С 1970 по 1980 гг. Геннадий Сергеевич работал научным сотрудником в Томском государственном университете и Сибирском физико-техническом институте при ТГУ, учился в аспирантуре ТГУ. Защитив диссертацию на соискание ученой степени к.ф.-м.н. в 1979 г., перешел на работу в Томский научный центр СО РАН. С 1980 по 1990 гг. заведовал лабораторией Специального конструкторского бюро научного приборостроения «Оптика» СО РАН. С 1990 по 2001 гг. в связи с переводом лаборатории в штат Института оптики атмосферы СО РАН СО РАН заведовал лабораторией института. Ученое звание «старший научный сотрудник» по специальности «оптика» присвоено Г.С. Евтушенко в 1991 г. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук защищена в 1994 г.

Дальнейшая деятельность Геннадия Сергеевича связана с ТПУ. С 1995 по 2001 гг. он работал доцентом, затем по совместительству – профессором кафедры промышленной и медицинской электроники (ПМЭ) ТПУ, а с 2001 г. по настоящее время – заведующий кафедрой ПМЭ ТПУ. С 2002 по 2010 гг. одновременно исполнял обязанности декана ЭФФ, зам. директора Института неразрушающего контроля по учебной работе (2010 г.). Ученое звание «профессор» присвоено Г.С. Евтушенко в 2002 г.

Г.С. Евтушенко читает лекционные курсы и ведет практические занятия по дисциплинам: «Квантовая и оптическая электроника» и «Лазерные системы в медицине», а с 1995 г. и «Современные проблемы электроники». С 2009 г. проводит занятия по профессиональному английскому языку по дисциплине «Optoelectronics». Имеет опыт чтения лекций студентам и аспирантам за рубежом.

Геннадий Сергеевич успешно сочетает преподавательскую деятельность с научной. Им опубликовано более 200 статей (из них 100 в рецензируемых изданиях), 7 учебных пособий (четыре из них с грифами УМО), 7 патентов, 2 монографии. Под научным руководством Г.С. Евтушенко подготовлено 9 кандидатов и один доктор наук, в настоящее время он осуществляет руководство 5 аспирантами и 2 магистрами. Геннадий Сергеевич является руководителем (исполнителем) грантов РФФИ № 99-02-17016-а, 00-02-26801-з, 02-02-27130-з, 03-02-27135-з, 05-02-27310-з, 10-02-07014-д, Американского Института Физики (1993 г.), Международного научного фонда Сороса, JDR 100 (1995 г.), Минобрнауки РФ: «Интеграция науки и высшей школы» (2001–2003), «Университеты России» (2005 г.), АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» РНП 2.1.1/5450 (2006–2008 гг.), РНП 2.1.2/1435 (2009–2010 гг.) и РНП 2.1.2/13145 (2011 г.).

Г.С. Евтушенко регулярно участвует в национальных и Международных симпозиумах и конференциях, съездах (свыше 30). Был членом Оргкомитетов трех конференций: «Atomic and Molecular

Pulsed Lasers» (с первой по десятую, Томск, 1992–2011 гг.), «Лазеры на парах металлов и их применение» (Ростов-на-Дону – Сочи, 2000–2010 гг.), «Современные техника и технологии – СТТ» (Томск, 2001–2011 гг.). Геннадий Сергеевич – член редколлегии журнала «Биотехносфера» (г. Санкт-Петербург), включенного в Перечень ВАК. Является редактором ряда тематических выпусков журналов «Известия ТПУ», «Оптика атмосферы и океана», «Биотехносфера».

На протяжении ряда лет Г.С. Евтушенко является членом Ученых советов Института неразрушающего контроля и ТПУ, членом 3-х диссертационных советов по присуждению ученой степени доктора наук при ТПУ и ИОА СО РАН, членом Коллегии национальных экспертов по лазерам и лазерным технологиям (при Лазерной Ассоциации России), действительным членом Международного Оптического общества им. Д.С. Рождественского, действительным членом Американского оптического общества. Он также является членом учебно-методических советов по направлениям «Электроника и наноэлектроника» и «Биотехнические системы и технологии» УМО при СПбГЭТУ (ЛЭТИ).

Многолетний труд в Г.С. Евтушенко в научно-образовательной сфере неоднократно отмечался руководством. Он является Лауреатом конкурса прикладных работ СО РАН, 1986 г. (диплом 3 степени), Лауреат конкурса Томской областной администрации в сфере образования и науки (1997 г., в составе коллектива), победитель конкурса «профессор ТПУ» 2010 г.

Геннадий Сергеевич награжден медалями «400 лет городу Томску», «100 лет профсоюзам», медалью им. К.Э. Циолковского Федерации космонавтики, Почетным знаком «Ветеран СО РАН», грамотами РАН, СО РАН, областной, городской администраций г. Томска, ТПУ, ТГУ, СКБ НП «Оптика» и ИОА СО РАН.

С женой, Н.В. Евтушенко, д.т.н., профессором, зав. кафедрой ТГУ, имеют трех дочерей, трех внуков и внучку. Хобби у Геннадия Сергеевича – волейбол. Им увлекаются жена, дочки, зятья, внуки. Играют везде: во дворах, в спортивных залах, на спортплощадках баз отдыха на Оби и Алтая, но с особым рвением на песчаных пляжах города-курорта Анапа.

Коллеги и подчиненные отзываются о нём как о добром и отзывчивом человеке, уважают за внимательное отношение, считают авторитетным экспертом в вопросах науки, мудрым руководителем и талантливым ученым. И желают ему здоровья и дальнейших успехов на благо кафедры, института, университета.

УЧЕНОМУ СЕКРЕТАРЮ РЕДКОЛЛЕГИИ ЖУРНАЛА «ИЗВЕСТИЯ ТПУ» ДОЦЕНТУ С.Б. МОГИЛЬНИЦКОМУ – 60 ЛЕТ

Сергей Борисович Могильницкий родился 1 августа 1951 г. в г. Барнауле. В 1969 г. поступил в Томский государственный университет на физический факультет, который окончил в 1974 г. После окончания ТГУ работал в Институте оптики атмосферы СО АН СССР (СО РАН). С 1977 г. начал работать в Томском политехническом университете, где прошел путь от младшего научного сотрудника до начальника управления. В 1987 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование коэффициентов пропускания, отражения и поглощения излучения в пространственно-ограниченной рассеивающей среде», и получил ученую степень кандидата физико-математических наук. В 1989 г. С.Б. Могильницкому присвоено ученое звание старшего научного сотрудника по специальности «Оптика».

Научные интересы Сергея Борисовича лежат в области оптики дисперсных сред, а также обеспечения качества высшего профессионального образования. Он является автором свыше 250 публикаций, из них – 5 авторских свидетельств на изобретения, 4 монографии, 2 учебных пособия.

С первых лет трудовой деятельности у С.Б. Могильницкого проявились организаторские способности. Он возглавлял Комитет комсомола Института оптики атмосферы и участвовал в работе областного Совета молодых ученых, был членом Организационных комитетов многочисленных Международных и Всероссийских конференций по проблемам инженерного образования.

С конца 90-х прошлого века Сергей Борисович активно занимается вопросами обеспечения качества высшего профессионального образования. Он является одним из разработчиков системы менеджмента качества университета на основе международных стандартов серии ISO 9000. В 2005 г. университет стал лауреатом премии Правительства в области качества.

С.Б. Могильницкий стоит у истоков создания российской международно признанной системы общественно-профессиональной аккредитации образовательных программ в области техники и технологии. С 2002 по 2010 гг. он возглавлял Аккредитационный центр Ассоциации инженерного образования России (АИОР), с 2002 по 2011 гг. был директором Томского филиала Фонда содействия международной аккредитации и сертификации в области наукоемких технологий. В настоящее время – член Аккредитационного Совета АИОР.

Сергей Борисович обладает богатым опытом организационной и профессиональной подготовки: занимал должности заведующего научно-исследовательской лабораторией кафедры общей физики, заведующего информационно-аналитической лабораторией, зам. председателя и председателя комиссии Научно-методического совета ТПУ по аттестации и аккредитации. В 1998–2000 гг. принимал участие в выполнении проекта по программе TEMPUS по разработке «Справочника управления вузом» в качестве ответственного за ряд разделов Справочника, консультанта по контракту «Проведение прикладных исследований и разработок по программно-целевому управлению вузом, подготовка организационно-методических документов, реализация перестройки структуры управления университетом». Принимал непосредственное участие и возглавлял разработку и актуализацию расчета рейтинга ППС и структурных подразделений университета. С 1995 г. является членом рабочей группы и Координационного совета по управлению Комплексной программой развития ТПУ и Программой развития ТПУ как НИУ, ежегодно участвует в формировании и подведении итогов выполнения Комплексной программы. Является членом Ученого Совета ТПУ. В 2010 и 2011 гг. возглавлял разработку КПР на 2010 г. и КПР 2011–2015 гг. В 2009 г. возглавил рабочую группу по подготовке заявки ТПУ в конкурсе программ развития вузов, в отношении которых устанавливается категория «Национальный исследовательский университет». Университет стал одним из 12 победителей 1 тура конкурса, а С.Б. Могильницкий назначен руководителем «Программы развития ГОУ ВПО Томский политехнический университет на 2009–2018 годы».

Трудно переоценить вклад С.Б. Могильницкого в возрождение нашего журнала. Во многом благодаря его усилиям с 2000 г. был возобновлен прерванный в 70-е гг. минувшего века выпуск «Известий ТПУ». В настоящее время журнал завоевал достойное место в российской научной периодике, включен в список журналов, рекомендованных ВАК для публикации в нем основных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук. Продолжением деятельности Сергея Борисовича в этом направлении служит организация нового научного, теперь электронного, журнала «Вестник науки Сибири». В том и другом журналах Сергей Борисович – ученый секретарь Редакционной коллегии.

С.Б. Могильницкий постоянно повышает свой профессиональный уровень: в 2002 г. стажировался в университетах и колледжах штата Аризона США, в 2002 г. обучался в Немецкой академии менеджмента по программе «Система управления вузом. Система менеджмента качества», в 2007 г. повышал квалификацию в Техническом университете г. Дельфте (Нидерланды), в 2008 г. в рамках Российско-Французского коллоквиума «Подготовка элитных специалистов для ведущих отраслей промышленности будущего» (Париж, Франция), в 2010 г. – в рамках Международного научно-практического семинара «Перспективы развития инновационной деятельности университетов (опыт России и Норвегии)» Москва – Осло – Берген. В 2011 г. возглавлял делегацию топ-менеджеров ТПУ по изучению опыта работы ведущих университетов Великобритании.

В последние годы Сергей Борисович занимается исследованиями в области распространения излучения в пространственно ограниченных рассеивающих средах; преподаванием курса физики на кафедре общей физики ТПУ, разработкой методических материалов по проблеме преподавания курса физики и подготовкой информационно-аналитических материалов по проблемам высшего образования в России и за рубежом, в том числе, ТПУ; анализом информации и созданием автоматизированного банка данных о результатах деятельности ТПУ и проведением мероприятий по распространению информационно-аналитических материалов по проблемам высшего образования; вопросами, связанными с разработкой и реализацией Программы развития ТПУ на 2009–2018 гг. и Комплексных программ развития ТПУ; позиционированием ТПУ в международных и национальных рейтингах; подготовкой университета к очередным государственным аккредитациям университета и его образовательных программ; организацией и проведением социально-психологических исследований; сертификацией и ресертификацией Системы менеджмента качества ТПУ в международном агентстве NQA.

Коллектив Информационно-аналитического управления, возглавляемый С.Б. Могильницким, характеризует доброжелательная творческая атмосфера. Можно сказать о, своего рода, школе административного резерва. Из его стен вышли два проректора-директора НОИ, заместитель проректора и начальник управления.

За плодотворную научно-педагогическую деятельность Сергей Борисович награжден Серебряной и Юбилейной медалями ТПУ, медалью «400 лет г. Томску», Почетной грамотой Президиума СО АН СССР и Почетной грамотой Министерства образования РФ, удостоен звания «Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации», медалью «За заслуги в развитии инженерного образования России».

Summaries

UDC 514.76

Ivlev E.T., Moldovanova E.A.
DISTRIBUTION OF TWO-DIMENSIONAL AREAS IN EUCLIDEAN SPACE

The field of two-dimensional areas associated with the indicated distribution is formed invariantly analytically and geometrically. The authors prove the existence of the finite number of two-dimensional areas connected with Cauchy–Riemann mapping in each point. The article introduces geometric characteristic of space dimension cases n=6 and n=8.

UDC 514.76

Ivlev E.T., Luchinin A.A., Moldovanova E.A.
CAUCHY–RIEMANN MAPPINGS OF TWO-DIMENSIONAL AREAS OF SURFACE TANGENT AND NORMAL FIBRATION IN EUCLIDEAN SPACE

The authors study two-dimensional areas of tangent and normal space of m-surface $S_m \in E_n$ and these areas mappings corresponding to each direction in tangent plane.

UDC 517

Churikov V.A.
EXTERIOR ALGEBRA OF *d*-OPERATOR IN FRACTIONAL ANALYSIS OF INTEGRAL ORDER

The article considers the algebraic properties of d-operator at its action on functions (exterior algebra). In particular the commutative property is considered.

UDC 517

Churikov V.A.
THE EXPONENTS IN FRACTIONAL ANALYSIS OF INTEGRAL ORDERS BASED ON *d*-OPERATOR

The article introduces and considers the exponent properties in fractional analysis of integral orders. It is shown that the occurrence of more than one exponent is typical for d-operators of integral orders exceeding 1. The exponent properties for even and odd orders differ considerably.

UDC 621.52+511.52

Simonyan S.O., Vasilyan A.K., Tamazyan M.D.
DETERMINING CHARACTERISTIC EXPONENTS OF MONODROMY MATRIX USING DT-ANALOGUE OF $L(t)R(t)$-ALGORITHM

The simple numerical-analytic method is proposed. It is used for easy determining the characteristic exponents of monodromy matrix.

UDC 519.6

Orlov V.A., Reyzlin V.I.
NEW FAMILY OF QUASI-RANDOM SEQUENCES

The authors consider the family of uniformly distributed sequences generalizing the analogue constructions of Roth, Faure, Sobol. It is proved that all their sequent segments of a certain length have good distribution. The constructed sequences may be used in global search algorithms and other ones as the alternative to the popular AS_τ-sequences.

UDC 530.3:621.826.2

Aistov I.P., Smirnov V.D.
MATHEMATICAL MODEL OF SLIDER-CRANK MECHANISM ROD IN SMALL-SIZED PISTON MACHINES MADE IN THE FORM OF SPRING WITH INTERTURN PRESSURE

The article introduces the mathematical model of slider-crank mechanism rod in small-sized piston machines made in the form of spring with interturn pressure. It may be distributed to the other spring mechanisms with the helical coil springs including those with the open loop.

UDC 621.87:621.865.8

Korytov M.S.
THE TECHNIQUE FOR OPTIMIZING THE PROCESS PARAMETERS OF THE COMBINED WORKFLOW OF TWO CRANES SHIFTING COMMON CARGO

The author describes the technique and algorithm for optimizing process parameters of the combined workflow of two cranes shifting common cargo in the space with obstructions by the proposed complex efficiency estimation criteria.

UDC 539.1.03

Gogolev A.S., Cherepennikov Yu.M.
DETERMINING OPTIMAL PARAMETERS OF X-RAY EMISSION SOURCE BASED ON COMPACT ELECTRON ACCELERATOR

The authors simulated spectra of X-ray emission generated by electrons with energy of 4...10 MeV in targets of different materials and thickness. Optimal parameters of a target-converter were determined to use it in medical sources of monochromatic X-ray emission based on compact electron accelerators. The emission intensity was estimated and the sources based on different accelerators were compared.

UDC 537.862

Koval T.V., Marchenko A.L.
SPONTANEOUS RADIATION IN A REFLEX TRIODE WITH VIRTUAL CATHODE

The article considers the interaction of virtual cathode oscillation with electromagnetic field of resonance multiply connected structure of a reflex triode with radiate divergent beam. The authors study the dependence of spontaneous radiation level on system and beam geometry, the excited wave type. The conditions of the most efficient interaction with the lowest wave type are determined.

UDC 537.533.9

Koval T.V., Le Hu Zung
INFLUENCE OF CURRENT NEUTRALIZATION AND RETURN CURRENT DISTRIBUTOR GEOMETRY ON TRANSFORMATION OF LOW-ENERGY HIGH-CURRENT BEAM IN PLASMA CHANNEL

The authors study theoretically the influence of system and beam parameters on beam cross section transformation in axial-inhomogeneous magnetic field of the return current distributor. It is shown that transformation of a section of weakly relativistic charged compensated electron beam depends on current distributor geometry, current neutralization level and initial distribution of electron density.

UDC 621.384.647.001.5

Sivkov A.A., Isaev Yu.N., Vasilyeva O.V., Kuptsov A.M.
DYNAMICS IN CHANGING CHARGED PARTICLE PATH IN ELECTROMAGNETIC FIELD IN COAXIAL MAGNETO-PLASMA ACCELERATOR

The authors study the change of plasma bunch velocity and mass depending on coordinate in coaxial magneto-plasma accelerator. This change is determined both by energy characteristics and gas dynamic laws of hypersonic jet flows in cylindrical channel. The dynamics of charged particle distribution in electromagnetic field is determined; energy balance subject to the channel wall erosion is plotted. The theoretical model adequacy to the experimental data is introduced.

UDC 621.384.647.001.5

Sivkov A.A., Isaev Yu.N., Vasilyeva O.V., Kuptsov A.M.
MODELING GAS-DYNAMIC PROCESSES AND ESTIMATING THERMODYNAMIC PARAMETERS OF PLASMA GAS SHOCK WAVE IN COAXIAL MAGNETO-PLASMA ACCELERATOR

The article is devoted to solution of one-dimensional hydraulic gas dynamics equation for coaxial magneto-plasma accelerator by the modified Lax–Wandroff algorithm with optimal selection of regularization parameter – artificial viscosity. The shock wave thermodynamic parameters before plasma piston at its escape from coaxial magneto-plasma accelerator are calculated in MathCAD based on the proposed algorithm.

UDC 621.762.4.04.016.2

Khasanov O.L., Dvilis E.S., Khasanov A.O., Bikbaeva Z.G., Polisadova V.V., Sokolov V.M., Kachaev A.A., Valova Ya.V.
DETERMINING OPTIMAL MODES FOR PRODUCING HIGH-DENSITY CERAMICS FROM BORON CARBIDE POWDER BY SINTERING IN SPARK DISCHARGE PLASMA

The article introduces the experimental results in sintering ceramics of boron carbide industrial powder in spark discharge plasma at Spark Plasma Sintering System SPS-515S. The sintering modes: temperature, time and compacting pressure are selected. It is shown that at optimal operating mode (sintering temperature 1900...1950 °C, compacting pressure 45...90 MPa, sintering time 10 min) ceramics microhardness reaches the value H_v=35,45...36,50 GPa at crack growth resistance K_{Ic}=4,22...5,62 MPa·m$^{1/2}$ and relative density $\rho_{отн}$=98,4...98,8 %. SPS-sintering simulates the decrease of sintering temperature and time of ceramics from boron carbide powder in comparison with the hot-pressing technique and forms isotropic grain structure with well-formed intergranular boundaries.

UDC 621.9.048.4

Egorov Yu.P., Zhuravlev M.V., Remnev G.E., Slobodyan M.S., Strelkova I.L., Shubin B.G.
SPARK PROCESSING OF 08G2S STEEL SURFACE

Spark processing of 08G2S steel surface is studied. It is shown that due to this processing the oxide layer is removed and contact resistance decreases. The intensity of crater formation influencing the roughness value depends mainly on the degree of metal overheating because of crater density increase. The surface cracks at its multiple-pass operation. The most rational mode parameters are determined based on the results obtained.

UDC 621.785.5;621.793

Mishustin N.M., Ivanaysky V.V., Ishkov A.V.
COMPOSITION, STRUCTURE AND PROPERTIES OF WEAR-RESISTANT COATINGS OBTAINED AT 65G AND 50HGA STEELS AT HIGH-SPEED RFC-BORATING PROCESS

The authors carried out the high-speed borating process (1...2 min) of the surfaces of 65G and 50HGA steels to the depth up to 800 mμm at RFC-heating of samples covered with the compositions based on molten borate flux for induction welding of P–0,66, boron carbide, amorphous boron and different activators. The composition and structure of the coatings obtained were determined by the methods of X-ray phase and X-ray spectrum analyses and metallographic studies. Coating microhardness distribution over the depth was studied and their wear resistance was determined.

UDC 621.793:615.461–089.819.843

Tverdokhlebov S.I., Shesterikov E.V., Malchikhina A.I.
FEATURES OF FORMING CALCIUM-PHOSPHATE COATINGS BY HF MAGNETRON SPUTTERING ON IMPLANTS

Thin calcium-phosphate coatings are formed on titanium models of medical items by higth-frequency magnetron sputtering. Microscopic analysis of the coatings shows that they are visually dence without apparent pores and microcracks. It is proved that nanohardness and Young modulus of magnetron calcium-phosphate coatings applied to the surface with high initial roughness equal 10 and 113 GPa respectively. The features of forming coatings on implants are determined; the recommendations for developing tooling are worked out.

UDC 621.793.794.357.7

Durakov V.G., Gnyusov S.F., Dampilon B.V., Dekhonova S.Z.
THE INFLUENCE OF PROCESS PARAMETERS OF ELECTRON BEAM FACING ON THE STRUCTURE OF COPPER-CHROMIUM COMPOSITES

The article is devoted to the influence of base metal heating temperature and its temperature after the electron beam facing by composite mixture of Cu-Cr powders on coating structure phase state. The authors determine temperature influence on chromium particle size in the coating, their distribution homogeneity over the volume and possibility to form a bimodal structure.

UDC 621.793.794.357.7

Degterev A.S., Gnyusov S.F.
THE INFLUENCE OF PROCESS PARAMETERS OF PLASMA POWDER DEPOSITION BY DIRECT POLARITY CURRENT ON THE FORMED STRUCTURE OF Fe–Cr–V–Mo–C COATINGS

The authors determined the rational deposition modes supporting the formation of uniform composite structure over the whole volume of hardened layer based on the detailed analysis of the coating structure of Fe–Cr–V–Mo–C system. These coatings are obtained by plasma powder deposition on direct polarity continuous current with and without lateral oscillations of plasmatron in variation interval of current 160...250 A and velocity 4,5...10 m/h.

UDC 621.791.927.55

Khaydarova A.A., Degterev A.S.
STRUCTURE AND PROPERTIES OF THE COATINGS ON THE BASE OF P6M5 STEEL OBTAINED BY PLASMA-POWDER SURFACING

Using various modes of plasma-powder surfacing the coatings based on P6M5 steel were obtained. The authors studied the influence of surfacing mode parameters on the structure and microhardness of the deposited metal. It was shown that the increase of heat input at plasma-powder surfacing stimulates the decrease in volume ratio of eutectic and carbides of MS type.

UDC 519.635.8:53.09

Krektuleva R.A.
THE EXACT SOLUTION OF THE PROBLEM ON ISENTROPIC FLOWER OF NONLINEAR GRADED MEDIUM

The author obtained the analytic solution of hyperbolic-type equation system including equations of mass balance, quantity of motion, energy and nonlinear state equation. The problem is solved in hydrodynamic statement for a case of weak shock-wave loading of the condensed solid body with gradient coordinate change of properties.

UDC 53.09:621.791

Krektuleva R.A., Batranin A.V.
SIMULTANEOUS SOLUTION OF INVERSE HEAT TRANSFER PROBLEM AND OPTIMAL DESIGN PROBLEM IN THE TECHNIQUE OF NONCONSUMABLE ELECTRODE WELDING

The article considers the problems of optimal design in welding technique based on solution of the inverse heat transfer problems applying parallel computing and development of digital regulations for maintaining quality of the obtained process solutions. The authors introduce the solution technique and diagram of parallel search for welding mode optimal parameters. The results obtained by the program «Virtual workplace for welding engineer» developed by the authors are used in the article.

UDC 53.09:621.791

Krektuleva R.A.
THEORETICAL ANALYSIS OF INCREASING RESOURCE EFFICIENCY OF METAL OXYGEN CUTTING

The article considers the main features of oxygen jet interaction with metal in a cut zone. The mathematical model is proposed for their description. It includes the equations of mass balance, quantity of motion, energy, state equation and the equation of oxidation process kinetics. The author obtains a number of analytical relations solving the total equation system. These relations indicate the untapped reserves and reveal the opportunities of increasing resource efficiency of oxygen cutting technique.

UDC 548.55: 669.015.5:539.23

Poryadina A.N., Apasov A.M.
ON THE ISSUE OF THE OBTAINING A HIGH-PURITY METALS OF NANOCRISTALLINE LEVEL

The article generalizes the main experimental results recently achieved in obtaining a number of metals in a high-purity state and researching their properties. The basic principles of physical methods of metals purification (distillation, melting and zone recrystallization) applying vacuum and super-high-vacuum engineering are briefly stated. The perspective of a complex application of physical purification methods for a deep metal refining is shown. Distillation processes in vacuum allow constructing high-purity metals of nanocristalline level by regular assembling from individual atoms and get metals with predetermined properties and structures.

UDC 533.92+544.558

Ryazantseva T.V., Kravets L.I.
EXPERIMENTAL RESEARCH OF POLY ETHYLENE TEREPHTHALATE TRACK MEMBRANES WITH NANOSTRUCTURED SURFACE AS EXPLANTO-DRAINAGE

The article introduces the results of experimental research of nanostructured track membranes implantation as explato-drainage for refractory glaucoma surgery. The treatment of non-polymerizing gases in plasma is applied for nanostructuring the membrane surface. It is demonstrated that the implantation of the proposed explanto-drainage allows achieving a stable normalization of intraocular pressure and long preservation of generated ways of intraocular liquid outflow.

UDC 62–729.3/.-732:629.63.6:66.046.1

Udler E.I., Isaenko P.V., Khalturin D.V., Lysunets A.V.
THEORETICAL ESTIMATION OF FUEL PURIFICATION AND HEATING IN MOBILE MACHINES

The authors propose the techniques for calculating fuel purification and heating systems in diesel motor cars. The adequacy of theoretical concepts is shown by the example of filter construction for purifying and heating fuel at car operation at low temperatures.

UDC 544.733.422:519.87

Kudryashova O.B.
MATHEMATICAL MODEL OF LIQUID-DROP AEROSOL EVOLUTION

The mathematical model is based on the equation of Smolukhovsky describing the dynamics in changing the function of size distribution of liquid-drop aerosol particles considering evaporation and sedimentation. Applying the dimensional theory the author managed to obtain the criteria characterizing relative efficiency of coagulation and evaporation processes. The parametric analysis of the equations in dimensionless form is carried out. The article introduces the results of experimental research of aerosol disperse parameters.

UDC 535.37

Valiev R.R., Kuznetsova R.T., Cherepanov V.N.
QUANTUM MECHANICAL COMPUTATIONS FOR ELECTRON TRANSITIONS OF TETRAPHENYLPORPHYRIN DERIVATIVES TOGETHER WITH ETHYLENEDIAMINE TETRA-ACETIC ACID

Within the density functional theory with functional B3LYP in base 6-31G the equilibrium geometries of H2ATPP-EDTA molecule of the principle electron state was determined. Using the TDDFT technique the authors modeled the electronic spectrum of absorbing H2ATPP-EDTA molecule in different solvents (ethanol, chlorophorm, dimethylsulfoxide) in PCM model in bases 6-31G, 6-31G(d), 6-31G(d,p). L-diagnostics was applied for identifying energy understated charge transfer transitions. Good fit of theoretical calculations to the experimental data was obtained.

UDC 534.2:539

Belomestnykh V.N., Soboleva E.G.
POISSON'S RATIOS OF ALKALI HALIDE CRYSTALS. P. I. LITHIUM HALOGENIDES

The authors studied the Poisson's ratios of lithium halogenide crystals at standard conditions and temperature change. It is ascertained that LiF crystal has negative values of Poisson's ratios in the directions <110, 110>, <111> and in isotropic state in the range from 260 K, 800 K, 1065 K to melting respectively.

UDC 621.315.592:536.24

Tsivinskaya Yu.S., Popov V.N.
CONTROL OF MASS TRANSFER PROCESSES WHEN OBTAINING POLYCRYSTALLINE SILICON BY BRIDGMAN METHOD

Using numerical simulation the authors study incoherent admixture distribution in a melt when obtaining polycrystalline silicon by Bridgman method. The article analyses the influence of azimuth-inhomogeneous heating of a cup side wall on the displaced substance distribution near crystallization front. The processes were considered in the range of parameters corresponding to real temperatures in growth furnace and melt, sizes and form of a cup. It follows from the results obtained that inhomogeneous melt heating changes the structure of convective currents which stimulate dissolved impurity edging to the cup walls in cases of plane or convex crystallization front.

Сведения об авторах

Аистов Игорь Петрович, 1959 г.р., д-р техн. наук, профессор кафедры «Промышленная экология и безопасность», факультет транспорта нефти и газа Омского государственного технического университета. Р.т. 8-(381-2)-23-06-51. E-mail: aistov_i@mail.ru. Область научных интересов: динамика и прочность механизмов с упругими звеньями; динамика и прочность винтовых цилиндрических пружин; динамика и точность зубчатых передач и приводов на их основе.

Апасов Александр Михайлович, 1950 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры «Металлургия черных металлов» Юргинского технологического института (филиала) ТПУ. Р.т. 8-(384-51)-5-31-99. E-mail: mchmyti@rambler.ru. Область научных интересов: неразрушающий контроль и техническая диагностика, история металлургии, специальная электрометаллургия, материаловедение, наноструктуры и нанотехнологии.

Батранин Андрей Викторович, 1980 г.р., аспирант кафедры оборудования и технологии сварочного производства Института неразрушающего контроля ТПУ. Р.т. 41-95-41. E-mail: batranin@tpu.ru. Область научных интересов: моделирование процессов сварки, тепловые задачи, численные решения, создание программного обеспечения для инженеров.

Беломестных Владимир Николаевич, 1939 г.р., д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры естественно-научного образования Юргинского технологического института (филиала) ТПУ. Р.т. 8-(384-51)-5-35-90. E-mail: bvnilat@yandex.ru. Область научных интересов: физико-химическая акустика кристаллов.

Бикбаева Зульфа Гадильзановна, канд. физ.-мат. наук, с.н.с. НОИЦ «Наноматериалы и нанотехнологии» Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 42-73-80. E-mail: bikbaeva@tpu.ru. Область научных интересов: нанокерамика, фазовый состав, структура, механические свойства.

Валиев Рашид Ринатович, 1983 г.р., аспирант кафедры оптики и спектроскопии физического факультета Томского государственного университета. Р.т. 52-96-40. E-mail: valievrashid@mail.ru. Область научных интересов: квантовая химия, спектроскопия.

Валова Яна Витальевна, 1988 г.р., магистрант кафедры наноматериалов и нанотехнологий Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 42-69-36. E-mail: valova@mail2000.ru. Область научных интересов: нанокерамика, фазовый состав, структура, механические свойства.

Васильева Ольга Владимировна, ст. преподаватель кафедры теоретической и общей электротехники Энергетического института ТПУ. Р.т. 56-34-33. E-mail: vasileva.o.v@mail.ru. Область научных интересов: математическое моделирование, исследование физических явлений методами вычислительного эксперимента.

Василян Арам Каренович, 1986 г.р., аспирант Государственного инженерного университета Армении, г. Ереван. Р.т. +(37-410)-27-80-42. E-mail: aram028@yahoo.com. Область научных интересов: автоматизация, дифференциальные преобразования, системы управления.

Гнюсов Сергей Федорович, 1960 г.р., д-р техн. наук, профессор кафедры «Оборудование и технология сварочного производства» Института неразрушающего контроля ТПУ, в.н.с. Института физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск. Р.т. 41-95-41. E-mail: gnusov@rambler.ru. Область научных интересов: использование фазового превращения и эффекта сверхпластичности при формировании композиционных материалов, износостойких покрытий и сварке биметаллического инструмента.

Гоголев Алексей Сергеевич, 1983 г.р., канд. физ.-мат.наук, н.с. кафедры прикладной физики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 70-18-28. E-mail: alextpuftf@tpu.ru. Область научных интересов: рентгеновская оптика, взаимодействие излучений с веществом.

Дампилон Баир Вячеславович, 1977 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры «Материаловедение в машиностроении» Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 28-69-13. E-mail: dampilon@ispms.tsc.ru. Область научных интересов: электронно-лучевая наплавка и сварка.

Двилис Эдгар Сергеевич, 1969 г.р., канд. физ.-мат. наук, с.н.с. НОИЦ «Наноматериалы и нанотехнологии», доцент кафедры наноматериалов и нанотехнологий Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 42-69-36. E-mail: dvilis@tpu.ru. Область научных интересов: нанопорошки, компактирование, рентгенофазовый и микроструктурный анализы.

Дегтерев Александр Сергеевич, 1984 г.р., ассистент кафедры «Оборудование и технология сварочного производства» Института неразрушающего контроля ТПУ. Р.т. 41-95-41. E-mail: Degterev@tpu.ru. Область научных интересов: наплавка износостойких и коррозионностойких покрытий.

Дехонова Светлана Зиновьевна, 1963 г.р., инженер кафедры «Оборудование и технология сварочного производства» Института неразрушающего контроля ТПУ. Р.т. 41-95-41. E-mail: dana0863@mail.ru. Область научных интересов: электронно-лучевая наплавка и сварка.

Дураков Василий Григорьевич, 1963 г.р., канд. техн. наук, с.н.с. Института физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск. Р.т. 28-69-13. E-mail: electron@ispms.tsc.ru. Область научных интересов: электронно-лучевая наплавка и сварка.

Егоров Юрий Петрович, 1948 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры «Материаловедение и технология металлов» Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 41-95-59. E-mail: egorrovv@mail.ru. Область научных интересов: состав, структура и свойства металлов и сплавов.

Журавлев Михаил Валерьевич, 1986 г.р., магистр, инженер-исследователь лаборатории № 1 Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 41-91-51. E-mail: zhravlevmisha@mail.ru. Область научных интересов: физика газового разряда.

Иванайский Виктор Васильевич, 1951 г.р., канд. техн. наук, ст. научн. сотр., доцент кафедры технологии конструкционных материалов и ремонта машин института техники и агроинженерных исследований Алтайского государственного аграрного университета, г. Барнаул. Р.т. 8-(385-2)-62-83-80. E-mail: ivanaisky_vv@asau.ru. Область научных интересов: индукционная наплавка, сварка, материаловедение, сельхозмашиностроение.

Ивлев Евгений Тихонович, 1935 г.р., канд. физ.-мат. наук, профессор кафедры высшей математики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 56-37-29. E-mail: iet@tpu.ru. Область научных интересов: локальная дифференциальная геометрия.

Исаев Юсуп Ниязбекович, 1960 г.р., д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры теоретической и общей электротехники Энергетического института ТПУ. Р.т. 56-34-33. E-mail: isaev_yusup@mail.ru. Область научных интересов: электродинамика, математическая физика, обработка изображений.

Исаенко Павел Викторович, 1977 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры автомобилей и тракторов механического факультета Томского государственного архитектурно-строительного университета. Р.т. 65-49-00. E-mail: expert@mail2000.ru. Область научных интересов: изучение процессов изменения физико-химических свойств нефтепродуктов, обеспечение чистоты рабочих жидкостей, применяемых в машинах автотранспортного комплекса.

Ишков Алексей Владимирович, 1973 г.р., канд. хим. наук, д-р техн. наук, профессор кафедры технологии конструкционных материалов и ремонта машин института техники и агроинженерных исследований Алтайского государственного аграрного университета, г. Барнаул. Р.т. 8-(385-2)-62-83-80. E-mail: olg168@rambler.ru. Область научных интересов: материаловедение, композиционные материалы, нестехиометрические соединения, физико-химические методы исследования, приборостроение.

Качаев Артём Алексеевич, 1982 г.р., инженер кафедры наноматериалов и нанотехнологий Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 42-69-36. E-mail: kachaev@tpu.ru. Область научных интересов: нанопорошки, компактирование, рентгенофазовый анализ.

Коваль Тамара Васильевна, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры прикладной математики Института кибернетики ТПУ. Р.т. 42-04-00. E-mail: tvkoval@mail.ru. Область научных интересов: коллективное взаимодействие пучков заряженных частиц с электромагнитными полями и веществом.

Корытов Михаил Сергеевич, 1973 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры «Конструкционные материалы и специальные технологии» Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии, г. Омск. Р.т. 8-(381-2)-65-03-18. E-mail: kms142@mail.ru. Область научных интересов: автоматизация планирования рабочих процессов мобильных грузоподъемных машин.

Кравец Любовь Ивановна, канд. техн. наук, с.н.с. лаборатории ядерных реакций им. Г.Н. Флерова Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна. Р.т. 8-(496-21)-6-24-48. E-mail: kravets@lnr.jinr.ru. Область научных интересов: разработка методов получения трековых мембран, модификация поверхностных свойств мембран в плазме.

Кректулева Раиса Алексеевна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры оборудования и технологии сварочного производства Института неразрушающего контроля ТПУ. Р.т. 41-95-41. E-mail: rakrekt@mail.ru. Область научных интересов: создание материалов с заданными термомеханическими свойствами и разработка технологий их получения с помощью компьютерных методов.

Кудряшова Ольга Борисовна, 1962 г.р., канд. физ.-мат. наук, с.н.с. Института проблем химико-энергетических технологий СО РАН, г. Бийск. Р.т. 8-(385-4)-30-18-69. E-mail: olgakudr@inbox.ru. Область научных интересов: теория горения и взрыва, кинетика аэрозолей, оптические измерения дисперсных сред.

Кузнецова Римма Тимофеевна, д-р физ.-мат. наук, доцент кафедры оптики и спектроскопии физического факультета Томского государственного университета. Р.т. 52-96-40. E-mail: kuznetrt@phys.tsu.ru. Область научных интересов: лазерная физика, фотоника.

Купцов Анатолий Михайлович, 1940 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры теоретической и общей электротехники Энергетического института ТПУ. Р.т. 56-34-33. E-mail: kuptzov_am@mail.ru. Область научных интересов: электродинамика, математическая физика, обработка изображений.

Купцов Анатолий Михайлович, 1940 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры теоретической и общей электротехники Энергетического института ТПУ. Р.т. 56-34-33. E-mail: kuptzov_am@mail.ru. Область научных интересов: электродинамика, математическая физика, обработка изображений.

Ле Ху Зунг, 1984 г.р., аспирант кафедры прикладной математики Института кибернетики ТПУ. Р.т. 42-04-00. E-mail: lehuydungvn@gmail.com. Область научных интересов: транспортировка электронных пучков в плазмонаполненных каналах.

Лучинин Анатолий Алексеевич, 1934 г.р., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 56-37-29. E-mail: luchinin@tpu.ru. Область научных интересов: локальная дифференциальная геометрия.

Лысунец Александр Васильевич, 1976 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры автомобилей и тракторов механического факультета Томского государственного архитектурно-строительного университета. Р.т. 65-31-16. E-mail: lysalex@mail.ru. Область научных интересов: изучение процессов изменения физико-химических свойств нефтепродуктов, математическое моделирование процессов фильтрации нефтепродуктов.

Мальчихина Алена Игоревна, 1990 г.р., техник-проектировщик кафедры теоретической и экспериментальной физики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 56-34-37. E-mail: lava1@sibmail.com. Область научных интересов: биопокрытия, тонкие плёнки.

Марченко Александр Леонидович, 1986 г.р., аспирант кафедры прикладной математики Института кибернетики ТПУ. Р.т. 42-61-00. E-mail: tenorasp@mail.ru. Область научных интересов: моделирование взаимодействия пучков заряженных частиц с электромагнитными полями.

Мишустин Никита Михайлович, 1982 г.р., аспирант кафедры технологии конструкционных материалов и ремонта машин института техники и агроинженерных исследований Алтайского государственного аграрного университета, г. Барнаул. Р.т. 8-(385-2)-62-83-80. E-mail: artificer@rambler.ru. Область научных интересов: химико-термическая обработка, борирование, сельхозмашиностроение.

Молдованова Евгения Александровна, ст. преподаватель кафедры высшей математики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 56-37-29. E-mail: eam@tpu.ru. Область научных интересов: локальная дифференциальная геометрия.

Орлов Владимир Анатольевич, 1953–2009 гг., ст. преподаватель кафедры информатики и проектирования систем Института кибернетики ТПУ. Область научных интересов: моделирование, численные методы и абстрактная алгебра.

Полисадова Валентина Валентиновна, канд. техн. наук, с.н.с. НОИЦ «Наноматериалы и нанотехнологии» Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 42-73-80. E-mail: polis@tpu.ru. Область научных интересов: нанокерамика, фазовый состав, структура, механические свойства.

Попов Владимир Николаевич, 1956 г.р., д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск. Р.т. 8-(383)-330-27-13. E-mail: popov@itam.nsc.ru. Область научных интересов: математическое моделирование, механика жидкости, вычислительная математика.

Порядина Анна Николаевна, 1990 г.р., студент кафедры «Металлургия черных металлов» Юргинского технологического института (филиала) ТПУ Р.т. 8-(384-51)-5-31-99. E-mail: mchmyti@rambler.ru. Область научных интересов: материаловедение, нанонаука.

Рейзлин Валерий Израилевич, 1948 г.р., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информатики и проектирования систем Института кибернетики ТПУ. Р.т. 42-63-34. E-mail: vir@tpu.ru. Область научных интересов: моделирование, численные методы и методы оптимизации, теория гравитации, ядерная физика.

Ремнев Геннадий Ефимович, 1948 г.р., д-р техн. наук, зав. лабораторией № 1 Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 41-91-58. E-mail: remnev@hvd.tpu.ru. Область научных интересов: пучки заряженных частиц, импульсные ускорители заряженных частиц, низкотемпературная плазма, модифицирование материалов, тонкие пленки.

Рязанцева Татьяна Владимировна, канд. мед. наук, доцент кафедры офтальмологии Саратовского государственного медицинского университета им. В.И. Разумовского. Р.т. 8-(845-2)-66-97-00. E-mail: tvroko@gmail.com. Область научных интересов: офтальмология, хирургия глаукомы, патология сетчатки глаза и зрительного нерва, аллергические заболевания глаз.

Сивков Александр Анатольевич, 1951 г.р., д-р техн. наук, профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий Энергетического института ТПУ. Р.т. 56-36-82. E-mail: SivkovAA@mail.ru. Область научных интересов: взрывная коммутация больших токов, электромагнитное ускорение, сверхтвердые материалы, ультрадисперсные материалы.

Симонян Саркис Оганесович, 1946 г.р., академик Инженерной Академии Армении, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой информационных технологий и автоматизации Государственного инженерного университета Армении, г. Ереван. Р.т. +(37-410)-58-27-67. E-mail: ssimonyan@seua.am. Область научных интересов: системный анализ, моделирование, оптимизация, управление, дифференциальные преобразования.

Слободян Михаил Степанович, 1978 г.р., канд. техн. наук, с.н.с. лаборатории № 1 Института физики высоких технологий ТПУ, ст. преподаватель кафедры экономики природных ресурсов Института природных ресурсов ТПУ. Р.т. 41-75-98. E-mail: mss@tpu.ru. Область научных интересов: контактные взаимодействия материалов, неравновесная динамика физических процессов и систем.

Смирнов Вадим Дмитриевич, 1958 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры «Безопасность жизнедеятельности» факультет транспорта нефти и газа Омского государственного технического университета. Р.т. 8-(381-2)-23-04-31. Область научных интересов: динамика и прочность винтовых цилиндрических пружин; динамика и точность зубчатых передач и приводов на их основе.

Соболева Эльвира Гомеровна, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры естественно-научного образования Юргинского технологического института (филиала) ТПУ. Р.т. 8-(384-51)-5-35-90. E-mail: sobolevaeno@mail.ru. Область научных интересов: физико-химическая акустика кристаллов.

Соколов Виталий Михайлович, 1938 г.р., канд. техн. наук, с.н.с. НОИЦ «Наноматериалы и нанотехнологии» Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 42-69-36. E-mail: sokolov@tpu.ru. Область научных интересов: нанопорошки, нанокерамика, ультразвуковое прессование.

Стрелкова Ирина Леонидовна, 1976 г.р., канд. техн. наук, доцент кафедры «Материаловедение и технология металлов» Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 41-95-59. E-mail: strelkova@tpu.ru. Область научных интересов: состав, структура и свойства металлов и сплавов.

Тамазян Мгер Джоржович, 1986 г.р., аспирант Государственного инженерного университета Армении, г. Ереван. Р.т. +(37-410)-24-15-76. E-mail: mher.tamazyan@gmail.com. Область научных интересов: автоматизация, дифференциальные преобразования, системы управления.

Твердохлебов Сергей Иванович, 1961 г.р., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической и экспериментальной физики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 56-34-37. E-mail: tverd@tpu.ru. Область научных интересов: тонкие плёнки, биопокрытия, новые медицинские изделия.

Удлер Эдуард Исаакович, 1939 г.р., д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой автомобилей и тракторов механического факультета Томского государственного архитектурно-строительного университета. Р.т. 65-98-02. E-mail: Udler1@rambler.ru. Область научных интересов: математическое моделирование процессов фильтрации нефтепродуктов, обеспечение чистоты рабочих жидкостей, применяемых в машинах автотранспортного комплекса.

Хайдарова Анна Александровна, канд. техн. наук, ассистент кафедры «Оборудование и технология сварочного производства» Института неразрушающего контроля ТПУ. Р.т. 41-95-41. E-mail: haydarova@tpu.ru. Область научных интересов: исследование структуры и свойств металла, наплавленного с использованием высококонцентрированных источников энергии.

Халтурин Дмитрий Владимирович, 1976 г.р., доцент кафедры автомобилей и тракторов механического факультета Томского государственного архитектурно-строительного университета. Р.т. 65-11-05. E-mail: dmitriihalturin@mail.ru. Область научных интересов: изучение процессов изменения физико-химических свойств нефтепродуктов, обеспечение чистоты рабочих жидкостей, применяемых в машинах автотранспортного комплекса.

Хасанов Алексей Олегович, 1987 г.р., аспирант кафедры наноматериалов и нанотехнологий Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 42-69-36. E-mail: aokhasanov@tpu.ru. Область научных интересов: нанопорошки, компактирование, SPS-синтез, нанокерамика, наноструктура.

Хасанов Олег Леонидович, 1958 г.р., д-р техн. наук, директор НОИЦ «Наноматериалы и нанотехнологии», профессор, зав. кафедрой наноматериалов и нанотехнологий Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 42-72-42. E-mail: khasanov@tpu.ru. Область научных интересов: нанопорошки, компактирование, нанокерамика, наноструктура.

Цивинская Юлия Сергеевна, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск. Р.т. 8-(383)-330-27-13. E-mail: jtsiv@itam.nsc.ru. Область научных интересов: вычислительная математика, механика жидкости, математической моделирование.

Черепанов Виктор Николаевич, 1951 г.р., д-р физ.-мат. наук, доцент, зав. кафедрой оптики и спектроскопии физического факультета Томского государственного университета. Р.т. 52-96-40. E-mail: vnch@phys.tsu.ru. Область научных интересов: физика и спектроскопия атомов и молекул.

Черепенников Юрий Михайлович, 1989 г.р., студент кафедры прикладной физики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 70-18-28. E-mail: che@scalpnet.ru. Область научных интересов: ускорительная техника, взаимодействие излучений с веществом.

Чуриков Виктор Анатольевич, 1960 г.р., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры высшей математики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 55-37-29. E-mail: vachurikov@list.ru. Область научных интересов: дробный анализ, математические модели в психологии, рентгеновская и нейтронная оптика, гамма-лазеры, квантовая теория поля.

Шестериков Евгений Викторович, 1979 г.р., н.с. кафедры теоретической и экспериментальной физики Физико-технического института ТПУ. Р.т. 56-34-37. E-mail: shesterikov_e@mail.ru. Область научных интересов: микроэлектроника, тонкие плёнки, биопокрытия.

Шубин Борис Григорьевич, 1944 г.р., канд. физ.-мат. наук, с.н.с. лаборатории № 1 Института физики высоких технологий ТПУ. Р.т. 41-91-51. E-mail: 777vbif777@sibmail.ru. Область научных интересов: физика газового разряда.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

Принимаются статьи, подготовленные в MS Word-2003 (файл и распечатка). Статья должна быть подписана авторами и иметь сопроводительное письмо на бланке организации.

Объем статьи до 8 стр., включая рисунки и таблицы, размещенные в тексте по упоминанию. Размер бумаги А4, поля по 25 мм. Текст в 1 интервал **без переносов, лишних пробелов и абзацных интервалов**, шрифт Times New Roman, 12 пунктов. Файлы рисунков (в градациях серого) в jpg, tif, cdr или иных форматах редакторов Photoshop, Corel Draw с разрешением 300 dpi прилагаются к статье. Рисунки и таблицы: **Рис. 1.** Название; **Таблица.** Название. Кавычки вида «…». Интервалы – 1,2…1,8 мм или 5–7 шт. Формулы – в MathType, настройка по умолчанию. Нумеруются только те формулы, на которые есть ссылка в тексте.

Курсивом – буквы латинского алфавита, кроме входящих в имена собственные, обозначения стандартных математических функций и химических элементов ($U_{\text{пр.}}$, $Ф_i$, но Al_2O_3, $\cos\alpha_i$, max, lg, «BASF»). Векторы – полужирным курсивом. Список литературы – по ГОСТ Р 7.0.5-2008 (см. пример). Литература – по упоминанию: [1, 2], [2. С. 245], [3–7].

УДК 621.37 (Пример оформления статьи)

АНАЛИЗ РАБОТЫ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ РЕГУЛИРОВКИ

И.И. Иванов, П.П. Петров*

Томский политехнический университет
*ОАО «Центр», г. Москва
E-mail: ivanov@tpu.ru

Показана возможность расчета … Установлено, что … Сделан вывод о том, что … (Аннотация, 10 кегль).

Ключевые слова (ниже ключевые слова на английском языке):
Усилительный каскад, регулировка тока.

В [1, 2] показано, что усилительный каскад с автоматической регулировкой потребляемого тока (АРПТ) позволяет получить ...

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фамилия И.О. Название книги. – М.: Издательство, 2012. – 123 с.
2. Название книги / под ред. И.О. Фамилия. – М.: Издательство, 2012. – 123 с.
3. Фамилия И.О. Название статьи // Журнал. – 2012. – Т. 316. – № 4. – С. 71–77.
4. Фамилия И.О. Название диссертации: автореф. дис. … канд. физ.-мат. наук. – Томск, 2008. – 19 с.
5. Название изобретения: пат. 2000000 Рос. Федерация. № 2009129009/10; заявл. 27.07.10; опубл. 10.10.12, Бюл. № 4. – 3 с.
6. Фамилия И.О. Название статьи // Наименование конференции: Труды VII Междунар. научно-практ. конф. молодых ученых. – Томск, 2012. – Т. 1. – С. 226–228.
7. Фамилия И.О. Название статьи // Наименование ресурса. 2012. URL: http://www.tpu.ru/html/izvestia.htm (дата обращения: 25.09.2012).

Поступила 25.04.2012 г.

Сведения об авторах:
Иванов Иван Иванович, 1975 г.р., канд. техн. наук, ст. науч. сотр. кафедры автоматики и компьютерных систем Института кибернетики ТПУ. Р.т. 22-22-22. E-mail: ivanov@tpu.ru. Область научных интересов: анализ…

Редактирование и корректура *М.А. Шустов*

Компьютерная верстка *О.Ю. Аршинова*

Перевод на англ. язык *С.В. Жаркова*

Подписано к печати 02.03.2012. Формат 60x84/8. Бумага «Снегурочка».
Печать XEROX. Усл. печ. л. 18,4. Уч.-изд. л. 17,0.
Заказ 230-12. Тираж 500 экз.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008

nqa. ISO 9001 Registered

UKAS QUALITY MANAGEMENT 015

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30. Тел./факс: 8(3822) 563-291, www.tpu.ru, shustov@tpu.ru