СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рожкова С.В. Оптимальная непрерывно-дискретная передача сигнала по каналам с памятью при наличии бесшумной обратной связи // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. – № 5. – С. 6–10.
2. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974. – 696 с.
3. Демин Н.С., Рожкова С.В., Рожкова О.В. Обобщенная скользящая экстраполяция стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 4. – С. 39–51.
4. Gallager R.G. Information theory and reliable communication. – New York: Wiley, 1968 – 346 p.

Поступила 03.10.2012 г.

УДК 681.51

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ СОПРЯЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В СТРОГО-ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ

С.Ш. Баласанян

Государственный инженерный университет Армении, г. Капан, Армения
E-mail: suni-com@syunik.am

Разработана компьютерная модель сопряжения элементов в строго-иерархической стратифицированной системе, позволяющая свести имитацию сопряжения элементов смежных страт, т. е. формирование входного сигнала каждой страты на основании выходного сигнала предыдущей страты, к стандартной операции умножения матриц. Показано, что предложенная модель допускает распараллеливание процесса имитации передачи сигналов от элементов каждой страты элементам последующей страты, что предоставляет возможность при использовании многопроцессорных компьютеров значительно ускорить процесс имитации. Применение предложенной модели сопряжения позволяет при проведении компьютерных экспериментов ввести необходимые изменения в матрицы сопряжения смежных страт в соответствии с конкурирующими вариантами структур исследуемой системы в процессе экспериментов, без изменения базовой имитационной программы.

Ключевые слова:
Страта, стратифицированный, контакт, имитация, эксперимент, сопряжение, структура, канал.
Key words:
Strata, stratified, contact, simulation, experiment, link, structure, channel.

Одной из основных проблем, возникающих при программной реализации компьютерных стратифицированных моделей сложных технологических систем со многими состояниями [1], ориентированных на исследование эффективности их функционирования с учетом надежности элементов, является разработка процедуры имитации сопряжения элементов смежных страт в системе, позволяющей обеспечить удобство и простоту проведения компьютерных экспериментов и уменьшить при этом объем перепрограммирования.

Суть этой проблемы заключается в том, что при рассмотрении на компьютерной модели конкурирующих вариантов структуры исследуемой системы возникает необходимость в модификации исходной (базовой) имитационной программы, обусловленной изменением структуры связей между элементами смежных страт.

В настоящей работе предлагается компьютерная модель сопряжения элементов смежных страт в строго-иерархической стратифицированной системе (СИСС) [1], позволяющая успешно решить указанную выше проблему.

Предлагаемая модель базируется на математической модели сопряжения элементов в СИСС [1, 2], рассматривающей взаимодействие между элементами в рамках механизма обмена сигналами [3, 4], который включает следующие составляющие:

1) процесс формирования выходного сигнала элементом, выдающим сигнал;
2) определение адреса передачи для каждой характеристики выходного сигнала;
3) прохождение сигналов по каналам связи и компоновка (формирование) входных сигналов элементов;
4) функционирование элемента, принимающего входной сигнал.

Первая и четвертая составляющие не рассматриваются в рамках модели взаимодействия, поскольку относятся к построению моделей функционирования элементов системы.

Третья составляющая механизма обмена сигналами связана с прохождением сигналов через реальные (неидеальные) каналы связи, формально рассматриваемые как самостоятельные элементы системы, функционирование которых сводится к соответствующим задержкам и искажениям сигналов. В этом случае фиктивные каналы, соединяющие элементы, передают сигналы мгновенно и без искажений, т. е. формально являются идеальными.

Адресация характеристик выходных сигналов и их компоновка во входные сигналы элементов осуществляется схемой сопряжения, формальное описание которой опирается на следующие предположения, вытекающие из наблюдений над формализованными в виде СИСС реальными сложными системами.

1. Взаимное влияние элементов внутри СИСС, а также взаимодействие между СИСС и внешней средой реализуется только посредством обмена сигналами.
2. Входной сигнал $x^{\mu}(t)\in X^{\mu}$ (X^{μ} – множество входных сигналов страты S^{μ}), поступающий к страте S^{μ} в момент времени t, можно рассматривать как упорядоченную совокупность сигналов $x_i^{\mu}(t)$, $i\in I^{\mu}=\{1,2,...p_{\mu}\}$, одновременно поступающих на входы ее элементов S_i^{μ}, $i\in I^{\mu}$:

$$x^{\mu}(t)=(x_1^{\mu}(t),x_2^{\mu}(t),...,x_{p_{\mu}}^{\mu}(t)).$$

В свою очередь, входной сигнал $x_i^{\mu}(t)$, поступающий к элементу S_i^{μ} в момент времени t, можно представить в виде упорядоченной совокупности элементарных сигналов $x_{in}^{\mu}(t)$, $n\in N_i^{\mu}=\{1,2,...,n^{\mu}\}$, одновременно поступающих на его вход:

$$x_i^{\mu}(t)=(x_{i,1}^{\mu}(t),x_{i,2}^{\mu}(t),...,x_{i\,n_i}^{\mu}(t)).$$

Аналогично выходной сигнал $y^{\mu}(t)\in Y^{\mu}$ (Y^{μ} – множество выходных сигналов страты S^{μ}), выдаваемый стратой S^{μ} в момент времени t, можно рассматривать как упорядоченную совокупность сигналов $y_i^{\mu}(t)$, $i\in I^{\mu}$, одновременно выдаваемых элементами страты S^{μ}, а выходной сигнал $y_i^{\mu}(t)$ элемента S_i^{μ} – как упорядоченную совокупность элементарных сигналов $y_{il}^{\mu}(t)$, $l\in L_i^{\mu}=\{1,2,...,l^{\mu}\}$, одновременно выдаваемых элементом S_i^{μ}.

Предположения 1 и 2 основываются на том, что взаимодействие элементов в процессе функционирования реальной системы рассматриваются как результат совокупности воздействий (сигналов) каждого элемента на другие элементы. Сигнал представляет собой воздействие, представленное набором характеристик.

Для общности описания внешняя среда представлена в виде совокупности фиктивных страт S^0 и S^{k+1}, причем страта S^0 состоит из элементов S_i^0, $i\in I^0=\{1,2,...p_0\}$. Таким образом, описание взаимодействия СИСС с внешней средой включает лишь формальное описание структуры связей между стратой S^1 СИСС и фиктивной стратой S^0. Сигнал $y^0(t)\in Y^0$ (Y^0 – множество выходных сигналов внешней среды), поступающий в СИСС из внешней среды, является выходным сигналом страты S^0 и представляет собой упорядоченную совокупность выходных элементарных сигналов $y_{il}^0=y_i^0(t)\in Y_i^0$ элементов S_i^0, $i\in I^0$.

3. Элементарные сигналы передаются в СИСС независимо друг от друга по элементарным каналам связи, причем каждый элементарный канал, подключенный к выходу элемента S_i^{μ}, способен передавать только элементарные сигналы, принадлежащие одному из множеств Y_{in}^{μ}, $n\in N_i^{\mu}$.

Предположение 3 сформулировано на основе того, что для функционирования реальной системы существенно лишь наличие на входе каждого элемента в данный момент времени соответствующего набора характеристик, описывающих сигнал. Данное предположение допускает следующую интерпретацию.

Вход каждого элемента СИСС представляет собой упорядоченную совокупность элементарных входов или входных контактов. Множество входных контактов элемента S_i^{μ} обозначено K_i^{μ}. Каждый входной контакт $k_{in}^{\mu}\in K_i^{\mu}$ предназначен для приема только элементарных сигналов $x_{in}^{\mu}\in X_i^{\mu}$. Аналогично выход каждого элемента СИСС представляет собой упорядоченную совокупность выходных контактов. Каждый выходной контакт $c_{il}^{\mu}\in C_i^{\mu}$ (C_i^{μ} – множество выходных контактов элемента S_i^{μ}) элемента S_i^{μ} предназначен только для выдачи элементарных сигналов $y_{il}^{\mu}\in Y_{il}^{\mu}$.

Вход каждой страты S^{μ} представляет собой упорядоченную совокупность K^{μ} входных контактов всех элементов S_i^{μ}, $i\in I^{\mu}$ данной страты:

$$K^{\mu}=\bigcup_{i\in I^{\mu}}K_i^{\mu}.$$

Соответственно выход страты S^{μ} представляет собой упорядоченную совокупность C^{μ} выходных контактов всех элементов S_i^{μ}, $i\in I^{\mu}$:

$$C^{\mu}=\bigcup_{i\in I^{\mu}}C_i^{\mu}.$$

Элементарные сигналы, выдаваемые данным выходным контактом страты $S^{\mu-1}$, передаются некоторому входному контакту страты S^{μ} лишь в том случае, если эти контакты соединены между собой элементарным каналом связи.

4. К каждому входному контакту элемента или страты подключается не более одного элементарного канала связи; к каждому выходному контакту страты $S^{\mu-1}$ может быть подключено конечное число элементарных каналов при условии, что к входу одного и того же элемента страты S^{μ} подключается лишь один из этих каналов. Следовательно, число элементарных каналов, подключенных к любому выходному контакту страты $S^{\mu-1}$, не может превышать числа элементов страты S^{μ}, а число выходных контактов страты $S^{\mu-1}$ не может быть больше числа входных контактов страты S^{μ}.

Данное предположение сформулированно с целью исключения неоднозначности входного сигнала за счет возможного появления на его входе в данный момент времени нескольких (несовпадающих) сигналов, поступающих из разных источников.

5. Элементы страты S^{μ} могут принять только сигналы, выдаваемые элементами страты $S^{\mu-1}$.

Предположение 5 вытекает из строго-иерархической конфигурации реальных систем, формализованных в виде СИСС.

Предположения 4 и 5 следует рассматривать как ограничение на структуру сети элементарных каналов связи в СИСС.

6. Сигналы передаются по элементарным каналам связи мгновенно и без искажений.

Данное предположение вытекает из сути третьей составляющей механизма обмена сигналами, допускающей рассмотрение реального канала связи как совокупности самостаятельного элемента системы, функционирование которой сводится к соответствующим задержкам и искажениям сигналов, и фиктивного (идеализированного) канала, передающего сигналы мгновенно и без искажений.

Необходимо заметить, что аналогичные предположения лежат в основе математической модели сопряжения элементов в сложной системе, разработанной Н.П. Бусленко [3], широкое практическое применение которой свидетельствует об ее адекватности исследуемым системам.

Математическая модель сопряжения любых двух элементов $S_i^\mu \in S^\mu$ и $S_j^{\mu-1} \in S^{\mu-1}$ представляет собой пару множеств K_i^μ, $C_j^{\mu-1}$ и однозначный оператор R_{ij}^μ, реализующий отображение

$$c_{jl}^{\mu-1} = R_{ij}^\mu (k_{in}^\mu), \;\; l \in L_j^{\mu-1}, \;\; n \in N_i^\mu .$$

Оператор сопряжения R_{ij}^μ данному входному контакту $k_{in}^\mu \in K_i^\mu$ элемента S_i^μ страты S^μ ставит в соответствие единственный выходной контакт $c_{jl}^{\mu-1} \to C_j^{\mu-1}$ элемента $C_j^{\mu-1}$ страты $S^{\mu-1}$, связанный с ним элементарным каналом связи. Следовательно в область определения оператора R_{ij}^μ входят лишь те входные контакты элемента S_i^μ, которые связаны с выходными контактами элемента $C_j^{\mu-1}$ элементарными каналами связи.

Оператор R_{ij}^μ задается в виде бинарной матрицы A_{ij}^μ размера $(l_j^{\mu-1} \times n_i^\mu)$, столбцы и строки которой соответствуют входным и выходным контактам элементов S_i^μ и $C_j^{\mu-1}$.

Структура связей между каждым элементом S_i^μ и стратой $S^{\mu-1}$ описывается оператором сопряжения R_i^μ:

$$c_{jl}^{\mu-1} = R_i^\mu (k_{in}^\mu), \quad j \in I^{\mu-1}, \;\; l \in L_j^{\mu-1}, \;\; n \in N_i^\mu ,$$

реализующим отображение (инъекцию) $K_i^\mu \to C^{\mu-1}$, ставящим в соответствие каждому входному контакту $k_{in}^\mu \in K_i^\mu$ элемента S_i^μ страты S^μ единственный выходной контакт $c_{jl}^{\mu-1} \to C^{\mu-1}$ страты $S^{\mu-1}$, соединенный с контактом k_{in}^μ элементарным каналом связи.

В отличии от оператора R_{ij}^μ, реализующий функцию $K_i^\mu \to C_j^{\mu-1}$ оператор R_i^μ всюду определен на множестве контактов элемента S_i^μ. Область значений оператора R_i^μ представляет собой совокупность всех тех выходных контактов страты $S^{\mu-1}$, которые соединены с входными контактами элемента S_i^μ.

Оператор R_i^μ задается бинарной матрицей $A_i^\mu = |A_{i1}^\mu, A_{i2}^\mu, ..., A_{ip_m}^\mu|^T$ размера $\left(\sum\limits_{j \in I^{\mu-1}} l_j^{\mu-1} \times n_i^\mu \right)$.

Для описания структуры связей между смежными стратами S^μ и $S^{\mu-1}$ введен оператор сопряжения R^μ:

$$c_{jl}^{\mu-1} = R^\mu (k_{in}^\mu), \;\; i \in I^\mu, \; j \in I^{\mu-1}, \; l \in L_j^{\mu-1}, \;\; n \in N_i^\mu ,$$

реализующий отображение (сюрьекцию) $K^\mu \to C^{\mu-1}$.

В силу предположения 5 область значений оператора R^μ совпадает с множеством выходных контактов $C^{\mu-1}$ страты $S^{\mu-1}$. Оператор R^μ задается матрицей $A^\mu = |A_1^\mu, A_2^\mu, ..., A_{p_m}^\mu|$ размера $\left(\sum\limits_{j \in I^{\mu-1}} l_j^{\mu-1} \times \sum\limits_{i \in I^\mu} n_i^\mu \right)$.

Необходимо отметить, что, несмотря на громоздкость матрицы A^μ, она обладает тем преимуществом, по сравнению с более компактной таблицей сопряжения [3, 4], что позволяет применять методы теории матриц и теории графов при изучении структуры сопряжения в СИСС, а также существенно упрощает процедуру имитации сопряжения смежных страт.

Контактная модель сопряжения элементов в СИСС

Формально сопряжение любых смежных страт $S^{\mu-1}$ и S^μ, т. е. формирование входного сигнала $x^\mu(t)$ страты S^μ на основе выходного сигнала $y^{\mu-1}(t)$ страты $S^{\mu-1}$ с использованием модели сопряжения $\langle K^\mu, C^\mu, R^\mu \rangle$, можно описать с помощью фиктивной страты S^μ следующим образом.

Согласно принятым предположениям 2 и 5, входной сигнал любой страты формируется исключительно из выходных элементарных сигналов страты $S^{\mu-1}$. Следовательно, в силу предположения 6, каждому выходному сигналу $y^{\mu-1}(t) \in Y^{\mu-1}$ страты $S^{\mu-1}$ можно ставить в соответствие единственный,

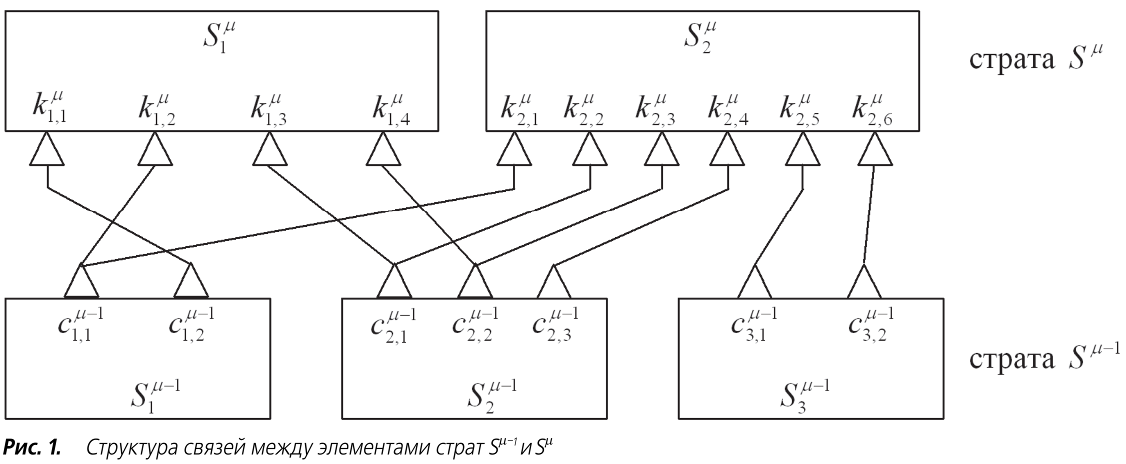

Рис. 1. *Структура связей между элементами страт $S^{\mu-1}$ и S^μ*

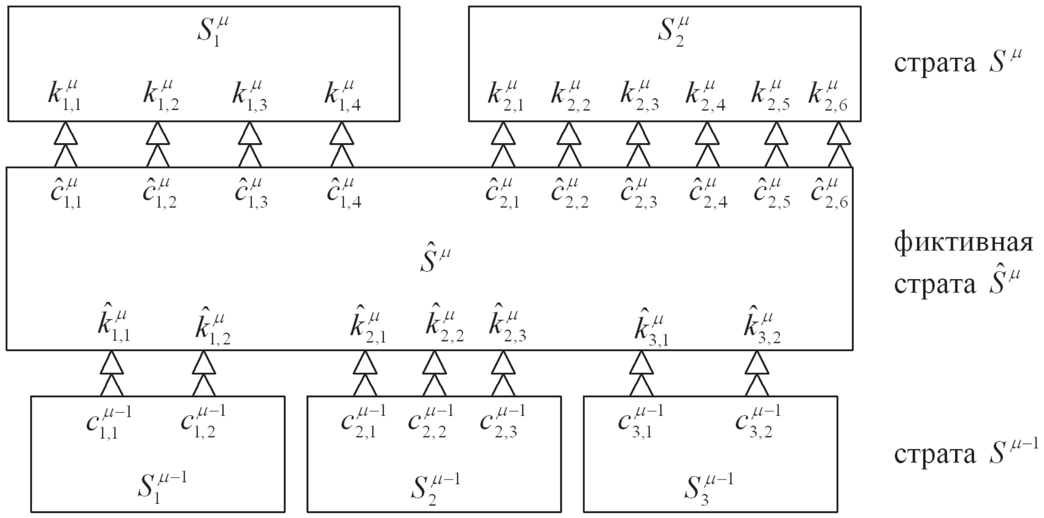

Рис. 2. *Сопряжение страт $S^{\mu-1}$ и S^μ с помощью фиктивной страты $\hat{S}^\mu$*

вполне определенный входной сигнал $x^\mu(t)\in X^\mu$ страты S^μ, и наоборот. Тогда, с формальной точки зрения можно считать, что между любыми смежными стратами $S^{\mu-1}$ и S^μ расположена некоторая фиктивная страта $\hat{S}^\mu$, преобразующая выходные сигналы страты $S^{\mu-1}$ в соответствующие им входные сигналы страты S^μ в соответствие с матрицей A^μ.

Введение фиктивных страт $\hat{S}^\mu$, $\mu\in I=\{1,2,...,k\}$ позволяет из рассмотренных моделей сопряжения элементов и страт в СИСС перейти к эквивалентной, более удобной в теоретическом и прикладном отношениях контактной модели сопряжения, которая предполагает передачу и прием сигналов страт непосредственно через их контакты, без элементарных каналов связи.

В рамках механизма обмена сигналами каждая фиктивная страта $\hat{S}^\mu$ описывается множествами входных контактов $\hat{K}^\mu=C^{\mu-1}$ и выходных контактов $\hat{S}^\mu=K^\mu$.

Функционирование каждой фиктивной страты $\hat{S}^\mu$, как временной статической системы без памяти [5], детерминировано и описывается оператором V^μ:

$$x^\mu(t)=V^\mu(y^{\mu-1}(t)),$$

реализующим однозначное отображение $Y^{\mu-1}\to X^\mu$.

С целью выяснения сути оператора V^μ и выявления его аналитического вида рассмотрим следующий пример.

Пусть структура связей между элементами страт S^μ и $S^{\mu-1}$ имеет конфигурацию, изображенную на рис. 1. Путем введения фиктивной страты $\hat{S}^\mu$ рассмотренную структуру представим в виде, показанном на рис. 2.

В силу предположения 3, каждый входной контакт $k_{in}^\mu\in K^\mu$ может принимать только входной элементарный сигнал $x_{in}^\mu(t)\in X_{in}^\mu$ страты S^μ, а каждый выходной контакт $c_{jl}^{\mu-1}\in C^{\mu-1}$ может выдавать только выходной элементарный сигнал $y_{jl}^{\mu-1}(t)\in Y_{jl}^{\mu-1}$ страты $S^{\mu-1}$. Следовательно, данный входной элементарный сигнал $x_{in}^\mu(t)$ представляет собой некоторый выходной элементарный сигнал $y_{jl}^{\mu-1}(t)$, если контакт k_{in}^μ соединен с контактом $c_{jl}^{\mu-1}$ элементарным каналом, т. е. на пересечении соответствующего столбца и строки матрицы A^μ стоит единица. Учитывая это, с помощью матрицы A^μ для рассмотренной структуры сопряжения получим (t упущено):

$$x_{1,1}^\mu=y_{1,2}^{\mu-1};\ x_{1,2}^\mu=y_{1,1}^{\mu-1};\ x_{1,3}^\mu=y_{2,1}^{\mu-1};\ x_{1,4}^\mu=y_{2,2}^{\mu-1};$$
$$x_{2,1}^\mu=y_{1,1}^{\mu-1};\ x_{2,2}^\mu=y_{2,1}^{\mu-1};\ x_{2,3}^\mu=y_{2,2}^{\mu-1};\ x_{2,4}^\mu=y_{2,3}^{\mu-1};$$
$$x_{2,5}^\mu=y_{3,1}^{\mu-1};\ x_{2,6}^\mu=y_{3,2}^{\mu-1}.$$

Нетрудно показать, что входной сигнал $x^\mu(t)$ страты S^μ представляет собой результат операции умножения выходного сигнала (вектор-строки) $y^{\mu-1}(t)$ страты $S^{\mu-1}$ на матрицу A^μ

$$(x_{1,1}^\mu,x_{1,2}^\mu,x_{1,3}^\mu,x_{1,4}^\mu,x_{2,1}^\mu,x_{2,2}^\mu,x_{2,3}^\mu,x_{2,4}^\mu,x_{2,5}^\mu,x_{2,6}^\mu)=$$
$$=(y_{1,1}^{\mu-1},y_{1,2}^{\mu-1},y_{2,1}^{\mu-1},y_{2,2}^{\mu-1},y_{2,3}^{\mu-1},y_{3,1}^{\mu-1},y_{3,2}^{\mu-1})\cdot A^\mu=$$
$$=(y_{1,2}^{\mu-1},y_{1,1}^{\mu-1},y_{2,1}^{\mu-1},y_{2,2}^{\mu-1},y_{1,1}^{\mu-1},y_{2,1}^{\mu-1},y_{2,2}^{\mu-1},y_{2,3}^{\mu-1},y_{3,1}^{\mu-1},y_{3,2}^{\mu-1}).$$

Действительно, в результате умножения вектор-строки $y^{\mu-1}$ на матрицу A^μ получается вектор-строка x^μ, каждый элемент x_{in}^μ которой равен сумме произведений выходных элементарных сигналов $y_{jl}^{\mu-1}$ страты $S^{\mu-1}$ на соответствующие элементы столбца (i,n) матрицы A^μ.

В силу предположения 4, каждый столбец A^μ содержит только один единичный элемент, расположенный на пересечении данного столбца (i,n) и той строки (j,l), соответствующий контакт $c_{jl}^{\mu-1}$ которой соединен с контактом k_{in}^μ элементарным каналом связи. Следовательно, каждый элемент x_{in}^μ вектор-строки x^μ равен тому элементу $y_{jl}^{\mu-1}$ вектор-строки $y^{\mu-1}$, который при вычислении x_{in}^μ умножается на единичный элемент столбца (i,n) (остальные элементы вектор-строки $y^{\mu-1}$ умножаются на нуль).

Таким образом, установлено, что оператор V^μ, ставящий в соответствие каждому выходному сигналу $y^{\mu-1}(t)\in Y^{\mu-1}$ страты $S^{\mu-1}$ входной сигнал $x^\mu(t)\in X^\mu$

$$x_{1,4}^{\mu} = y_{2,2}^{\mu-1}$$

S^{μ} \ $S^{\mu-1}$	$k_{1,1}^{\mu}$	$k_{1,2}^{\mu}$	$k_{1,3}^{\mu}$	$k_{1,4}^{\mu}$	$k_{2,1}^{\mu}$	$k_{2,2}^{\mu}$	$k_{2,3}^{\mu}$	$k_{2,4}^{\mu}$	$k_{2,5}^{\mu}$	$k_{2,6}^{\mu}$
$c_{1,1}^{\mu-1}$		1			1					
$c_{1,2}^{\mu-1}$	1									
$c_{2,1}^{\mu-1}$			1			1				
$c_{2,2}^{\mu-1}$				1			1			
$c_{2,3}^{\mu-1}$								1		
$c_{3,1}^{\mu-1}$									1	
$c_{3,2}^{\mu-1}$										1

Рис. 3. *Матрица A^{μ} сопряжения страт $S^{\mu-1}$ и S^{μ}*

страты S^{μ}, реализует операцию умножения вектор-строки $y^{\mu-1}(t)$ на матрицу A^{μ}:

$$x^{\mu}(t) = y^{\mu-1}(t)\cdot A^{\mu} =$$

$$= (y_1^{\mu-1}(t), y_2^{\mu-1}(t),..., y_{p_{\mu-1}}^{\mu-1}(t))\cdot A^{\mu} =$$

$$= \begin{pmatrix} y_{1,1}^{\mu-1}(t),..., y_{1,l_1}^{\mu-1}(t), y_{2,1}^{\mu-1}(t),..., y_{2,l_2}^{\mu-1}(t),..., \\ y_{p_{\mu-1},1}^{\mu-1}(t),..., y_{p_{\mu-1}l_{p_{\mu-1}}}^{\mu-1}(t) \end{pmatrix}\cdot A^{\mu}. \quad (1)$$

При этом, в силу принятых предположений о структуре сети каналов связи в СИСС, вектор-строка $y^{\mu-1}(t)$ и матрица A^{μ} всегда согласуются по форме ($y^{\mu-1}(t)$ имеет размер $\left(1\times\sum_{j\in I^{\mu-1}} l_j^{\mu-1}\right)$, а матрица A^{μ} – $\left(\sum_{j\in I^{\mu-1}} l_j^{\mu-1}\right)\times\left(\sum_{i\in I^{\mu}} n_i^{\mu}\right)$).

Одно из привлекательных с практической точки зрения свойств фиктивных страт $\bar{S}^{\mu}$ заключается в том, что каждый оператор V^{μ} можно представить в виде совокупности независимых друг от друга операторов V_i^{μ}, $i\in I^{\mu}$, каждый из которых реализует отображение $x_i^{\mu}=V_i^{\mu}(y^{\mu-1}(t))$.

Для определения вида каждого оператора V_i^{μ} представим матрицу A^{μ} через блоки V_i^{μ}, $i\in I^{\mu}$ и подставим в (1):

$$x^{\mu}(t) = y^{\mu-1}(t)[A_1^{\mu}, A_2^{\mu},\ldots, A_{p_{\mu}}^{\mu}] =$$

$$= [y^{\mu-1}(t)\cdot A_1^{\mu} \vdots y^{\mu-1}(t)\cdot A_2^{\mu} \vdots\cdots\vdots y^{\mu-1}(t)\cdot A_{p_{\mu}}^{\mu}]. \quad (2)$$

С другой стороны, в силу предположения 2, имеем:

$$x^{\mu}(t) = (x_1^{\mu}(t), x_2^{\mu}(t),..., x_{p_{\mu}}^{\mu}(t)). \quad (3)$$

При сопоставлении соотношений (2) и (3) становится очевидным, что каждый оператор V_i^{μ} реализует операцию умножения выходного сигнала (вектор-строки) $y^{\mu-1}(t)$ страты $S^{\mu-1}$ на соответствующую матрицу A_i^{μ}:

$$x_i^{\mu}(t) = y_i^{\mu-1}(t)\cdot A_i^{\mu}.$$

То обстоятельство, что каждый оператор V^{μ} допускает декомпозицию на независимые друг от друга операторы V_i^{μ}, $i\in I^{\mu}$, предоставляет возможность распараллеливать процесс имитации передачи сигналов от любой страты $S^{\mu-1}$ к страте S^{μ}.

Таким образом, процедура имитации сопряжения элементов любых смежных страт S^{μ} и $S^{\mu-1}$ в СИСС сводится к реализации стандартной операции умножения матриц, допускающей распараллеливание процесса имитации сопряжения.

Выводы

Разработана имитационная модель сопряжения элементов в СИСС, позволяющая свести процедуру имитации сопряжения элементов ее смежных страт, т. е. формирование входных сигналов элементов μ-й страты на основе выходных сигналов элементов (μ–1)-й страты, к реализации стандартной операции умножения матриц, допускающей распараллеливание процесса имитации сопряжения. Применение разработанной модели дает возможность при проведении компьютерных экспериментов ввести необходимые изменения в матрицы сопряжения смежных страт в соответствии с конкурирующими вариантами структур исследуемой системы в ходе экспериментов, без изменения базовой имитационной программы, а также существенно ускорить моделирование при использовании многопроцессорных компьютеров.

Предложенная модель сопряжения использована при компьютерном моделировании процесса функционирования технологической системы измельчения руды Зангезурского медно-молибденового комбината (Армения) с учетом надежности оборудования. Результаты проведенных имитационных экспериментов свидетельствуют об адекватности разработанной модели сопряжения исследуемой технологической системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баласанян С.Ш. Стратифицированная модель для оценки и анализа эффективности функционирования сложных технологических систем со многими состояниями // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318. – № 5. – С. 25–30.
2. Баласанян С.Ш. Метод стратифицированной формализации сложных систем с учетом надежности // Вестник ГИУА. Серия «Моделирование, оптимизация, управление». – 2007. – Т. 1. – Вып. 10. – С. 22–32.
3. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. 2-е изд. – М.: Наука, 1978. – 399 с.
4. Сирота А. Компьютерное моделирование и оценка эффективности сложных систем. – М.: Техносфера, 2006. – 280 с.
5. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: математические основы. – М.: Мир, 1978. – 311 с.

Поступила 19.06.2012 г.

УДК 519.872

МНОГОМОДАЛЬНОСТЬ ВЫСОКОИНТЕНСИВНОГО ПОЛУМАРКОВСКОГО ПОТОКА В УСЛОВИИ ПРЕДЕЛЬНО РЕДКИХ ИЗМЕНЕНИЙ ЕГО СОСТОЯНИЙ

А.А. Назаров[1], В.З. Ямпольский[2], М.А. Яценко[3]

[1]Томский государственный университет
[2]Томский политехнический университет
[3]ООО «ИНКОМ»
E-mail: yvz@tpu.ru

Построена математическая модель телекоммуникационного потока в виде высокоинтенсивного полумарковского потока в условии предельно редких изменений его состояний, который обладает свойством многомодальности распределения вероятностей числа его событий, наступивших за единицу времени. Показана линейная зависимость его характеристик от времени наблюдения за потоком.

Ключевые слова:
Телекоммуникационные потоки, высокоинтенсивные полумарковские потоки, предельно редкие изменения состояний потока, многомодальность распределения.

Key words:
Telecommunication streams, high-intensity semi-Markov streams, extremely rare stream state changes, multimodal distributions.

Введение

Статистические исследования реальных телекоммуникационных потоков показывают, что некоторые из них обладают свойством многомодальности гистограмм числа их событий, наступивших за единицу времени. Применение методов проверки статистических гипотез не отклоняют гипотезу о том, что теоретическое распределение генеральной совокупности является смесью нормальных распределений.

Ставится задача построения математической модели таких потоков, обладающих свойством многомодальности распределений числа событий, наступивших в этих потоках за единицу времени. В работе показано, что этим свойством обладает высокоинтенсивный полумарковский поток в условии предельно редких изменений его состояний.

Высокоинтенсивный полумарковский поток в условии предельно редких изменений его состояний

Пусть задана диагональная матрица $\mathbf{A}(x)$ размерности L с элементами $A_l(x)$, $l=\overline{1,L}$ и стохастическая матрица

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} + \delta\mathbf{Q} \qquad (1)$$

размерности $L\times L$ с элементами

$$P_{l_1l_2} = \delta_{l_1l_2} + \delta q_{l_1l_2},$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица; $\delta_{l_1l_2}$ – символ Кронекера; δ – некоторый малый параметр. Также задан положительный большой параметр N.

Рассмотрим полумарковский процесс $l(t)$, принимающий значения $l(t)=l=\overline{1,L}$ с условно независимыми компонентами [1], полумарковская матрица которого факторизуется и равна произведению

$$\mathbf{A}(Nx)\mathbf{P} = \mathbf{A}(Nx)(\mathbf{I}+\delta\mathbf{Q}). \qquad (2)$$

Обрабатывающий его процесс $n(t)$ определяет число событий, наступивших за время t в полумарковском потоке (SM-потоке), заданным полумарковской матрицей (2).

Полумарковский процесс $l(t)$ будем называть процессом, управляющим полумарковским потоком, а значения $l(t)=l$ этого процесса будем называть состояниями SM-потока.

В состоянии l длина ξ_l интервала между моментами наступления событий рассматриваемого потока определяется функцией распределения