СИММЕТРИЧНЫЙ МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

Е.А. Шельмина, И.Г. Боровской
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия, г.Томск, пр. Ленина, 40, 634050
E-mail: eashelmina@mail.ru

В представляемой работе представлено применение симметричного метода расщепления для решения задачи магнитогазодинамического течения на основе уравнений Навье-Стокса и неявной консервативной конечно-разностной схемы.

При математическом моделировании задачи о течении электропроводящей среды в сложных системах газовых магистралей используются две модели – вязкого теплопроводного газа и идеального газа. Первая применяется в основном для детализации картины магнитогазодинамического течения на участках геометрических особенностей магистралей, а вторая – для разработки расчетных методик, предназначенных для определения параметров течения в пространственных магистралях.

Физическая постановка задачи

Рассматривается течение вязкого теплопроводного газа в пространственных системах магистралей, часть из которых может находится во внешнем магнитном поле. В общем случае системы коммуникаций состоят из произвольного количества газоводов различной формы, которые далее именуются элементарными участками или элементами. Газоводы могут иметь переменный внутренний радиус и осевое искривление. Произвольно количество разветвлений и различного типа соединений магистралей, произвольна также и ориентация элементов конструкции в пространстве.

В начальный момент времени система заполнена неподвижным газом при давлении P_H и температуре T_H. Рабочий газ поступает от источников массы - газогенераторов, расположенных на боковой поверхности или во входном сечении отдельных газоводов.

Некоторые из элементов заканчиваются отверстиями, через которые газ истекает во внешнюю среду. Системы газоводов могут содержать всевозможные газораспределительные и клапанные устройства, с помощью которых осуществляется перераспределение газового потока, а в отдельных случаях и полное отключение части конструкции от питающих газогенераторов. Источники массы могут иметь собственные регуляторы расхода, что приводит к многорежимности функционирования устройства.

При постановке задачи используются следующие допущения: химические реакции в газовой фазе описываются одной брутто-реакцией; теплофизические характеристики исходного и конечного продукта одинаковы.

Математическая постановка задачи

Математическая постановка задачи может быть записана на основе уравнений Навье – Стокса, которые в дивергентной форме [1,2] для сжимаемого газа в декартовой системе координат {x, y}, дополненные уравнением диффузии [3], имеют вид :

$$\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial t}+\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{G}}{\partial y}=\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial \mathrm{F}_v}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{G}_v}{\partial y}\right)+\mathrm{H}, \qquad (1)$$

где вектор - столбцы U, F, G, F_v, G_v, H представляют собой

$$\mathrm{U}=\begin{vmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ e\\ \rho a\end{vmatrix},\mathrm{F}=\begin{vmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ (e+p)u\\ \rho ua\end{vmatrix},\mathrm{G}=\begin{vmatrix}\rho v\\ \rho vu\\ \rho v^2+p\\ (e+p)v\\ \rho va\end{vmatrix},\mathrm{F}_v=\begin{vmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy}\\ u\tau_{xx}+v\tau_{xy}+\frac{\bar\lambda}{\gamma-1}\frac{\partial\theta}{\partial x}\\ \frac{Le}{Pr}\rho D\frac{\partial a}{\partial x}\end{vmatrix},\mathrm{G}_v=\begin{vmatrix}0\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yy}\\ u\tau_{xy}+v\tau_{yy}+\frac{\bar\lambda}{\gamma-1}\frac{\partial\theta}{\partial y}\\ \frac{Le}{Pr}\rho D\frac{\partial a}{\partial y}\end{vmatrix},\mathrm{H}=\begin{vmatrix}0\\ S_H f_x\\ S_H f_y\\ \rho\varphi\omega\\ -\rho\omega\end{vmatrix}$$

Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния совершенного газа [1]:

$$p = \rho \cdot \theta \qquad (2)$$

Обозначения, используемые в (1)-(2), приведены в [1-2].

Построение расчетной схемы

Для численного решения задачи (1)-(2) используется неявная консервативная конечно-разностная схема, шаблон которой показан на рис. 1.

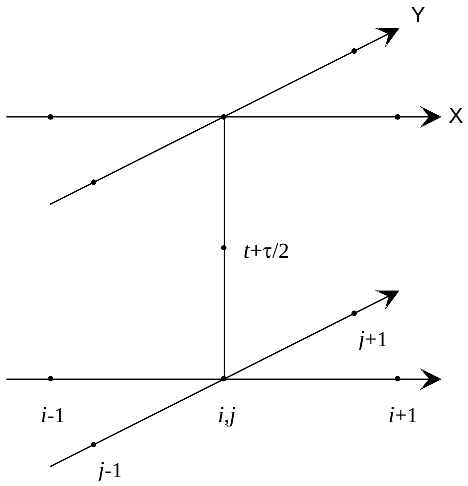

Рис. 1. Шаблон для построения неявной консервативной конечно-разностной схемы решения уравнений Навье-Стокса

Выбор разностной схемы связан с тем, что решение таких объемных систем разностных уравнений прямыми методами матричной прогонки требует весьма значительных затрат расчетного времени и поэтому на практике не применяется. Кроме того, использование неявной консервативной конечно-разностной схемы решения уравнений Навье-Стокса дает возможность организовать циклическую схему вычислений, суть которой заключается в изменении как порядка проведения этапов расчета вдоль координатных направлений, так и направление прогонки. Данные меры позволяют добиться симметризации расчетного алгоритма, что усиливает его устойчивость при наличии правых частей исходных уравнений Навье-Стокса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Темам Р. Уравнения Навье — Стокса. Теория и численный анализ. — 2-е изд. — М.: Мир, 1981. — 408 с.
2. Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М. Гидродинамика. — Издание 4-е, стереотипное. — М.: Наука, 1988. — 736 с.
3. Durmagambetov A.A. Navier-Stokes Equations—Millennium Prize Problems // Asset A. Durmagambetov, Leyla S. Fazilova Natural Science. Scientific Research an Academic Publisher : pdf. — 2015. — № Vol.7 No.2. — С. 88-99.