$= v_n$. Номера узлов кратчайшего пути будем хранить в массиве P (m =1; $P[m] = n$). Выполняем идентификацию узлов сети, образующих кратчайший путь, начиная с узла $j = n$.

6. Ищем узел i, предшествующий узлу j, для которого выполняется равенство
$u_i = v_i – d_{ij}$.
Запоминаем $m = m +1$; $P[m] = i$; $j = i$.
7. Пока $j \neq 1$, переход на пункт 6, иначе – на пункт 8.
8. В цикле k от m до 1 с шагом «–1» печатаем номера узлов $P[k]$ кратчайшего пути.

Алгоритм нахождения кратчайшего пути на сети автомобильных дорог, содержащей циклы, основан на рекурсивных вычислениях и более подробно с числовыми примерами рассмотрен в работе [5].

Апробация алгоритма. Программа автоматизированного расчета кратчайшего пути эвакуации реализована в Delphi 7.0. Программа была протестирована на данных, указанных на рис. 1. Получен кратчайший путь, идущий через узлы 1→2→7, который имеет минимальную протяженность, равную 11 км. Результат работы программы совпал с расчетом вручную.

ЛИТЕРАТУРА

1. Яблонский Г.С., Быков В.И., Горбань А.Н. Кинетические модели каталитических реакций. – Новосибирск: Наука (Сиб. отделение), 1983. – 255 с.
2. Алексеев В.Е., Таланов В.А. Нахождения кратчайших путей в графе. Графы. Модели вычислений. Структуры данных. – Нижний Новгород: Нижегородский гос. ун-т, 2005. – 307 с.
3. Пахомов В.И., Петрова Г.П. Логистика. – М.: Проспект, 2006. 232 с.
4. Постановление Правительства РФ от 22.06.2004 № 303 "О порядке эвакуации населения, материальных и культурных ценностей в безопасные районы".
5. Асламова В.С., Темникова Е.А. Теория принятия управленческих решений: учебное пособие. – Иркутск : ИрГУПС, 2016. – 208 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СПРОСА В МАРКЕТИНГОВЫХ ЦЕЛЯХ МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОЙ РЕГЕРЕССИИ

Н.Д. Базулин, О.А. Торшина
(г. Магнитогорск, Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова)
e-mail: baz2142@my.com, olganica@mail.ru

MATHEMATICAL MODELING OF DEMAND IN MARKETING GOALS BY METRODS OF LINEAR REGRESSION

N.D. Bazulin, O.A. Torshina
(Magnitogorsk, Magnitogorsk State Technical University them. G.I. Nosova)

Annotation: In this paper the mathematical modeling of the demand for marketing purposes. This uses regression analysis and least squares method.

Keywords: math, modeling, linear regression, ordinary least square, pseudoinverse matrix, approximation.

Построим математическую модель зависимости спроса от цены товара и среднегодового дохода покупателя, при этом осуществим прогнозирование спроса.

Пусть заданы статистические данные (таблица 1).

Таблица 1. Статистическая выборка

y	*0*	*x* *1*	*x₂*
1 4200		8 5	25 5
1 3600		8 4	24 5
1 3800		8 0	24 5
1 4750		8 1	25 9
1 5000		7 7	25 5
1 6200		7 7	24 3
1 6000		7 5	26 0
1 8300		7 3	27 0
1 6000		7 6	24 8
1 2000		8 4	23 1

Найдем функцию спроса. Для этого определим вид функции.

Предположим, что у нас линейная функция вида $y = x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$, где у – спрос, x0 – неизвестный константный фактор, влияющий на спрос(к примеру, обусловленный месторасположением магазина), x1 – цена товара, x2 – средний доход покупателя, купившего товар. Решим эту задачу методами регрессионного анализа.

Регрессионный анализ – это метод моделирования изменяемых данных и исследования их свойств. Данные состоят из пар зависимой переменной(размер спроса в нашей модели) и независимой переменной(регрессоры: цены и средний доход покупателя). Поскольку мы предположили, что наша функция – линейна и зависит от двух переменных, воспользуемся множественной линейной регрессией:

$Y = AX + E$, где $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$ – вектор зависимой переменной, $A = \begin{pmatrix} 1 & a_{11} & \dots & a_{1m} \\ 1 & a_{21} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$ – матрица регрессоров, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ – вектор коэффициентов, который нам нужно найти, $E = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_n \end{pmatrix}$ – вектор невязки.

Чем меньше норма вектора невязки, тем ближе наша найденная функция к оригинальной в смысле евклидова расстояния.

Воспользуемся одним из базовых и простых методов регрессионного анализа для определения вектора x по матрице регрессоров A такого, чтобы норма вектора невязки стремилась к минимуму – методом наименьших квадратов [3-6].

Метод наименьших квадратов – это метод для нахождения оптимальных параметров линейной регрессии таким образом, что сумма регрессионных остатков(невязок) была минимальной[7-10].

Идея метода заключается в минимизации евклидова расстояния ||Ax – y||2, где y – вектор фактических значений переменной, а Ax – вектор рассчитанных нами значений.

Суть метода наименьших квадратов:

$$\|E\|^2 = \|AX - Y\|^2 \to \min_x$$

Если бы система уравнений имела решение, то наименьшее значение суммы квадратов невязок было бы равно нулю. Но наша система переопределена и потому не имеет точного решения. Метод позволяет найти оптимальный вектор X. Такой, что норма вектора невязок E бы стремилась к нулю.

Чтобы из уравнения AX = Y найти вектор в переопределённой системе, воспользуемся оператором псевдоинверсии:

X = A+Y, где A+ -- псевдообратная матрица к матрице A.

Псевдообратная матрица вычисляется как A+ = (A*A)-1A*.

А решение можно найти в виде X = A+ Y = (A*A)-1A*Y.

Найдём матрицу A*A и обратную к ней:

$$A^*A == \begin{pmatrix} 10 & 792 & 2511 \\ 792 & 62886 & 198642 \\ 2511 & 198642 & 631595 \end{pmatrix}, \left(A^*A\right)^{-1} = \begin{pmatrix} 215.995 & -1.1913 & -0.4840 \\ -1.1913 & 0.009 & 0.0019 \\ -0.4840 & 0.0019 & 0.00132 \end{pmatrix}.$$

$$A^*Y = \begin{pmatrix} 149850 \\ 11810450 \\ 37756850 \end{pmatrix}.$$

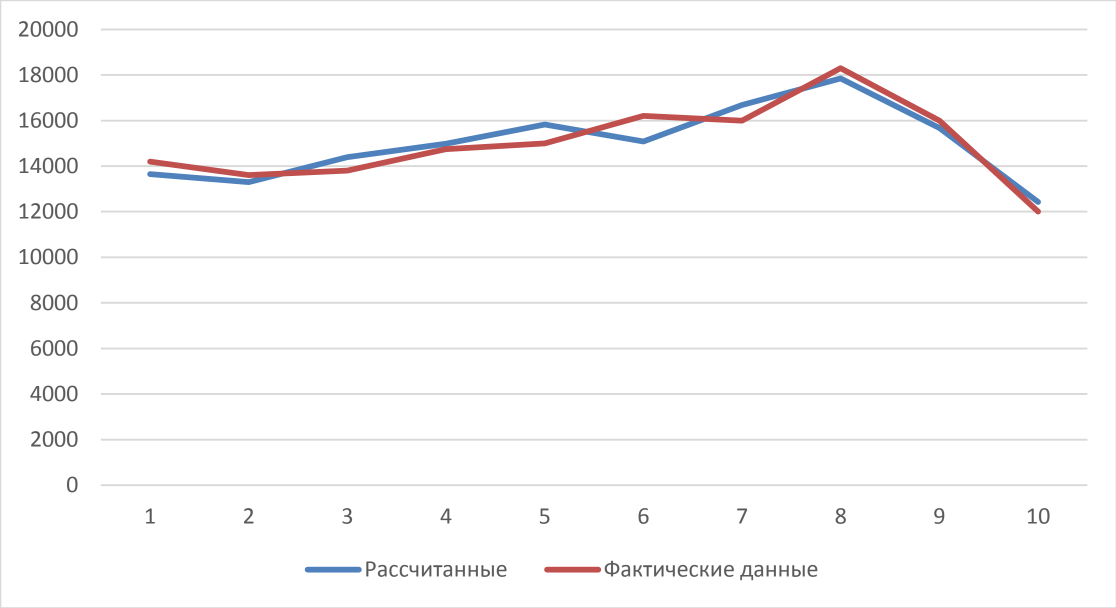
Получим решение:

$$X = (A^*A)^{-1}A^*Y = \begin{pmatrix} 215.995 & -1.1913 & -0.4840 \\ -1.1913 & 0.009 & 0.0019 \\ -0.4840 & 0.0019 & 0.00132 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 149850 \\ 11810450 \\ 37756850 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21000.985 \\ -272.3732 \\ 61.951301 \end{pmatrix}.$$

Теперь, когда мы нашли оптимальный вектор X, можно записать искомую функцию:

y = 21000.985 – 272.3732x1 + 61.951301x2

Полученные результаты можно интерпретировать: за каждую единицу цены спрос падает на 272.3732 единицы, а за каждую единицу дохода потребителя – спрос растёт на 61.951301. Полученные результаты вполне адекватно отражают реальную действительность: ведь чем больше доход и ниже цена – тем больше спрос на товар.



Как видим на графике, кривые довольно близко проходят друг к другу, что говорит о том, что модель вышла удачной и по ней можно предсказывать спрос.

Теперь посмотрим на отклонения нашей модели в таблице ниже:

Таблица 2. Результаты рассчётов

$y_{факт}$	$y_{рассч}$	ε	ε %
14200	13646,78	553,22	3,895915492 95775
13600	13299,65	300,35	2,208455882 35296
13800	14389,13	-589,13	- 4,2690579710145
14750	14984,06	-234,05	-1,58684745762711
15000	15825,74	-825,74	-5,50493333333332
16200	15082,34	1117,66	6,899135802 46914
16000	16680,23	-680,23	-4,2514375
18300	17844,47	455,53	2,48923497267761
16000	15664,46	335,54	2,09712499999999
12000	12432,35	-432,35	-3,60291666666666

Итого, средняя ошибка составила 3.68%, что можно считать хорошим результатом.

Теперь, чтобы выяснить, насколько тесно связаны регрессоры и наш результат, составим матрицу корреляции [1, 2, 11], где каждый элемент матрицы – это корреляция между соответствующими переменными $r_{xy} = \dfrac{M(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})}{\sqrt{(X-\overline{X})^2(Y-\overline{Y})^2}}$.

Таблица 3. Корреляционная матрица

	y	x_1	x_2
y	1	-0.4286	0.7515
x_1	-0.4286	1	-0.06914
x_2	0.7515	-0.06914	1

Все наши регрессоры имеют тесную связь с объясняемой переменной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики. Том 2. — М.: Юнити-Дана, 2001. — 432 с.
2. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. — 2-е изд. — М., 1962.
3. Торшина О.А. Дискретность спектра задачи Неймана // Вестник МаГУ. Естественные науки. Вып. 5. Магнитогорск. - 2004. - С.130-132.
4. Торшина О.А. К вопросу сложения четных сферических гармоник // Вестник МаГУ. Математика. Вып. 6. Магнитогорск. - 2004. - С.73-77.
5. Торшина О.А. О следе дифференциального оператора с потенциалом на проективной плоскости // Вестник Челябинского государственного университета. - 2003. - Т. 3. - № 3. - С. 178-191.
6. Торшина О.А. Регуляризованные следы дифференциальных операторов. –Магнитогорск: МГТУ, 2015.-210 с.
7. Торшина О.А. Спектр оператора Лапласа – Бельтрами в модельной области // Физико-математические науки и образование. Магнитогорск: МаГУ. - 2012. - С. 103-107.
8. Торшина О.А. Формула первого регуляризованного следа оператора Лапласа – Бохнра с потенциалом на проективной плоскости // Воронежская зимняя математическая школа - 2004. - 2004. - С. 104-105.
9. Торшина О.А. Формула первого регуляризованного следа оператора Лапласа – Бельтрами с негладким потенциалом на проективной плоскости // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. - 2006. - № 4. - С. 32-40.
10. Торшина О.А. Формула регуляризованного следа дифференциального оператора со сложным вхождением спектрального параметра // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2003. - Т. 8. - № 3. - С. 467-468.
11. Фёрстер Э., Рёнц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. — М.: Финансы и статистика, 1981. — 302 с.

ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ, ПРИМЕНЯЕМОГО В ТЕХНОЛОГИИ ТРАНСПОРТНЫХ ПРОЦЕССОВ

Н.И.Белов, Е.А.Чабанов
(г. Пермь, Пермский филиал ФГБОУ ВО «Волжский государственный университет водного транспорта»)
(г. Пермь, ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», Пермский филиал ФГБОУ ВО «Волжский государственный университет водного транспорта»)
e-mail: nikitawhite1999@mail.ru, ceapb@mail.ru

PROBLEMS OF MODERN PROGRAMMING USED IN THE TECHNOLOGY OF TRANSPORT PROCESSES

N.I.Belov, E.A. Chabanov
(Perm, Perm branch of Volga State University of Water Transport)
(Perm, Perm National Research Polytechnic University,
Perm branch of Volga State University of Water Transport)
e-mail: nikitawhite1999@mail.ru, ceapb@mail.ru

Abstract: It is well known that information technologies are the most rapidly developing areas of modern life. New technology, designs, names and abbreviations appear almost every day.

While creating the products application programming, depending on the industry in which a project is, at the forefront come priority challenges that require extraordinary solutions.