ЛИТЕРАТУРА

1. Перегудов, Ф.И. Основы системного анализа / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. – Томск: Изд-во науч.-техн. лит., 1997. – 389 с.
2. Бурков, В.Н. Введение в теорию управления организационными системами / В.Н. Бурков, Н.А. Коргин, Д.А. Новиков. – М.: Либриком, 2009. – 264 с.
3. Новиков, Д.А. Управление проектами: организационные механизмы / Д.А. Новиков. – М.: ПМСОФТ, 2007. – 140 с.
4. Дмитриев, О.Н. Системный анализ в управлении / О.Н. Дмитриев – М.: Издательство «Гном и Д», 2002. – 182 с.
5. Бехтерев, С.П. Майнд-менеджмент. Решение бизнес-задач с помощью интеллект-карт / С.П. Бехтерев – М.: Альпина Паблишерз, 2010. – 307 с.
6. Менеджмент по нотам. Технология построения эффективных компаний / Л.Ю. Григорьев, С.Д. Горелик, Д.В. Кудрявцев. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2010. – 691 с.
7. Кричевский, М.Л. Интеллектуальные методы в менеджменте / М.Л. Кричевский. – СПб.: Питер, 2005. – 304 с.
8. Румянцева, З.П. Общее управление организацией: теория и практика / З.П. Румянцева. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 304 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ПОЛЕЗНОСТИ ПРИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОМ ОЦЕНИВАНИИ ОБЪЕКТОВ

Д.П. Бураков
(г. Санкт-Петербург, Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I)
e-mail: burakovdmitry8@gmail.com

USAGE OF UTILITY FUNCTIONS FOR MULTICRITERIA OBJECTS ESTIMATION

D.P. Burakov
(Saint-Petersburg, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University)

Abstract. In order to provide most fully usage of different criteria and get linear order on a set of objects that to be estimated the generalization (aggregative) functions are used. To provide of correctness application of these functions it is necessary that the entire features be measured in the same units and all of the criteria be monotonically increasing. The article shows that to satisfy this requirement it is enough to use utility (value) functions. Moreover, it is possible to construct any of that function by the parametrization of a function from a certain function classes.

Keywords: multicriteria estimation, generalization function, linear order, utility function, ranking

Введение. Одной из задач принятия решений является задача оценивании достигнутых результатов, деятельности сотрудников и подразделений, сравнение стратегий развития и т.п. Оценивание выполняется для построения рейтингов, отбора наилучших или отсева наихудших решений в процессе управления [1]. Поскольку при этом объекты, подвергаемые оценке, характеризуются большим набором разнородных показателей, измеряемых в разных шкалах, то непосредственное («умозрительное») их сопоставление не представляется возможным, так как цена ошибки, связанная с не учетом или игнорированием каких-либо свойств выбранного варианта решения, может оказаться неприемлемо высокой. Поэтому сравниваются не сами объекты, а обобщенно характеризующие их оценки. Их получают агрегированием всех значений показателей, характеризующих объекты. В дальнейшем для сопоставления, отбора, отсева и ранжирования вариантов (по степени их выгодности, приемлемости и целесообразности) используются обобщенные оценки.

Для вычисления обобщенных оценок необходимо привести все показатели к однородным безразмерным величинам (нормировать). В представленной работе показывается, что все применяемые способы нормирования могут быть сведены к построению на шкалах показателей специальных функций, называемых функциями полезности (ценности), отражающих предпочтения лица, принимающего решения (ЛПР).

Получение многокритериальных оценок. Совокупность объектов, подлежащих оценке, обозначим через $X = \{x_1, \ldots, x_N\}$; перечень показателей, выбранных для оценивания объектов – через $F = \{f_1(x), \ldots, f_n(x)\}$, $x \in X$. Через $Y = \{\mathbf{y}_1, \ldots, \mathbf{y}_N\}$ обозначим множество векторных оценок $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, \ldots, y_{in})$ объектов по всем выбранным показателям, т.е. $y_{ij} = f_j(x_i)$. Множество возможных (на выборке X) значений показателя $f(x)$ обозначим через Dom $f(x)$. Таким образом $\forall i,\ j\ y_{ij} \in \mathrm{Dom}\ f_j(x)$. Для каждого показателя ЛПР определяет критерий (правило сравнения значений этого показателя) p, порождающий на X бинарное отношение предпочтения: $f(x_i) \underset{p}{\succ} f(x_k) \Leftrightarrow x_i \underset{f}{\succ} x_k$; $f \in F$; $x_i,\ x_k \in X$. Для решения оптимизационной задачи (т.е. задачи отбора наилучших вариантов) или задачи получения рейтинга необходимо обеспечить построение на X обобщенного отношения предпочтения $\underset{F}{\succ}$, являющегося отношением порядка и агрегирующего в себе все n частных отношений предпочтения $\underset{f_j}{\succ}$, $j = \overline{1, n}$, так, чтобы выполнялось: $x_i \underset{F}{\succ} x_j \Leftrightarrow r(x_i) < r(x_j)$; $\nexists x\ x \underset{F}{\succ} x^* \Leftrightarrow r(x^*) = 1$, где x^* – наилучший (оптимальный) объект, а $r(x_i)$ – ранг объекта x_i, т.е. его место в итоговой ранжировке. Чтобы отношение $\underset{F}{\succ}$ учитывало все частные отношения $\underset{f_j}{\succ}$, его строят либо на основании отношений покомпонентного векторного доминирования, определяемых на Y, либо применяют обобщающие функции (свертки) F_O: $Y \rightarrow \boldsymbol{R}$. При этом в предположении о «рациональности» предпочтений ЛПР требуют чтобы полученное отношение предпочтения $\underset{F}{\succ}$ было бы подчинено аксиоме Эджворта-Парето [2].

В качестве обобщающих функций F_O чаще всего применяют «аддитивную» и «мультипликативную» свертки:

$$F_A(\mathbf{y}_i; \mathbf{w}) = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \cdot w_j; \quad F_M(\mathbf{y}_i; \mathbf{w}) = \prod_{j=1}^{n} y_{ij}^{\ w_j}; \quad \mathbf{w} \geq \mathbf{0}.$$

По сравнению с отношениями векторного доминирования указанные функции обладают рядом практических преимуществ:

– отношение $\underset{F}{\succ}$ будет отношением линейного порядка на X;
– весовой вектор **w** позволяет гибко учитывать информацию о важности показателей;
– значения всех n показателей будут учтены при получении оценки объекта x_i.

Кроме того, эти функции монотонны относительно отношения Парето-доминирования, что гарантирует соблюдение аксиомы Эджворта-Парето, а arg max $F_O(\mathbf{y}; \mathbf{w})$ всегда будет Парето-оптимальным [3]. Однако вместе с этим приведенные функции налагают ряд существенных ограничений на используемые показатели и критерии:

– все показатели должны быть числовыми и одноразмерными (однородными) величинами: $\forall j$ Dom $f_j(x) = [f_{j*}; f_j^*] \subset \boldsymbol{R}$, где f_j^* и f_{j*} – наибольшее и наименьшее (на X) значение показателя соответственно;

– все критерии p_j должны порождать отношения $\underset{f_j}{\succ}$, монотонно возрастающие на Dom $f_j(x)$, $j = \overline{1, n}$. Под немонотонным подразумевается предпочтение ЛПР, не подчиненное естественному отношению арифметического порядка, заданного на Dom $f(x) \subset \boldsymbol{R}$: $f(x_i) \rhd f(x_k) \not\Leftrightarrow x_i \underset{f}{\succ} x_k$, где $\rhd \in \{>, <\}$ – отношение арифметического порядка на $\boldsymbol{R}$. Простейшим примером подобного предпочтения будет отношение предпочтения, порождаемое критерием вида $f(x)=c$, $c \in \mathrm{Int\,Dom}\, f(x)$. Отношение $\underset{f}{\succ}$ монотонно возрастает, если $f(x_i) > f(x_k) \Leftrightarrow x_i \underset{f}{\succ} x_k$.

Для выполнения вышеуказанных требований на практике обычно значения показателей либо нормируют (делением их на наибольшее значение f_j^* или на размах выборки $f_j^* - f_{j*}$), либо пересчитывают в баллы из некоторого диапазона $[B_{\min}; B_{\max}]$ (единого для всех показателей) по задаваемым правилам. При этом, если некоторый показатель не числовой, то нормирование оказывается вовсе невозможным.

Использование функций полезности (ФП). Приведение показателей к безразмерным величинам равносильно построению функций полезности (ценности), отражающих предпочтения лица, принимающего решения (ЛПР). Функцией полезности $u(x)$, определенной для показателя $f(x)$ в соответствии с критерием p, назовем отображение u: $\mathrm{Dom}\, f(x) \to [0; 1]$, что $f(x_i) \underset{p}{\succ} f(x_k) \Leftrightarrow u(x_i) > u(x_k)$. Введение ФП обеспечивает выполнение обоих требований к однородности, налагаемых на исходные данные обобщающими функциями: $\forall j\ u_j(x) \in [0; 1]$ и $u_j(x_i) > u_j(x_k) \Leftrightarrow x_i \underset{f}{\succ} x_k$. Рассмотрим основные способы определения ФП. Если $\mathrm{Dom}\, f(x)$ – дискретное нечисловое множество, то ФП может быть получена путем сопоставления ЛПР градаций показателя, например, с использованием матриц парных сравнений [4]. Для числовых показателей (и в частности, показателей, пересчитанных в баллы) ЛПР может аналогично определить полезность некоторых значений или диапазонов значений показателя в соответствии со своим отношением предпочтения (например, если $\mathrm{Dom}\, f(x) = [f_*; f^*]$, а критерием является требование $f(x)=c$, то естественно считать, что $u(c)=1$ и $u(d)=0$ при $d \le f_*$ и $d \ge f^*$). Ясно, что если отношение предпочтения ЛПР не монотонно, то немонотонной оказывается и ФП. Если же оно монотонно, то монотонной оказывается и выражающая его ФП.

Для случая, когда показатель $f(x)$ числовой, ФП, отражающая отношение предпочтения $\underset{f}{\succ}$, может быть представлена через параметризацию одной или нескольких типовых функций (см. табл. 1), отражающих типовые классы предпочтений ЛПР.

Основные классы типовых непрерывных ФП **Табл. 1.**

№	*Класс функций*	*Формулы*
1	Монотонно возрастающие	$u_1(x) = \left(\dfrac{f(x) - f_*}{f^* - f_*}\right)^k, k \ne 0$ $u_2(x) = (1 + \exp(-(f(x) - c) \cdot t))^{-1}$
2	Монотонно убывающие	$u_3(x) = \left(\dfrac{f^* - f(x)}{f^* - f_*}\right)^k, k \ne 0$ $u_4(x) = (1 + \exp((f(x) - c) \cdot t))^{-1}$
3	Немонотонные	$u_5(x) = \exp(-(x - c)^n \cdot t)$

Значение параметра k у функций u_1, u_3 управляет «равнодушием» ЛПР: при $k=1$ он «равнодушен», при $k>1$ – испытывает склонность к риску («жадность»), а при $0<k<1$ – несклонность к риску («осторожность»). Склонность к риску указывает на ускорение возрастания полезности градаций показателя по мере возрастания их предпочтительности, осторожность – замедление возрастания полезности, а равнодушие – неизменность этой скорости. Функции u_2, u_4 называются логистическими, и характеризуют смену стратегии ЛПР (переход от риска к осторожности) по мере возрастания предпочтительности градаций показателя. Параметр c задает ординату точки смены стратегии ($u_2(c) = u_4(c) = 0{,}5$), а параметр t – «крутизну» функции, т.е. скорость приближения ее к экстремальным значениям 0 и 1 по мере удаления значения $f(x)$ от c. Функция u_5 представляет собой классический симметричный гауссиан с $u_5(c) = 1$ (при четном n). Параметр t управляет «размахом» гауссиана по оси абсцисс.

Указанные параметры могут быть связаны с естественными параметрами задачи, стоящей перед ЛПР (точка минимального выполнения требования c, границы выборки показателя f_* и f^* на X) и выражены через них [5]. В этом случае появляется возможность найти их значения путем опроса ЛПР [6], в том числе – путем аппроксимации на множестве значений показателя, для которых ЛПР предварительно указал значение их полезности. Использование функций из указанных классов, заданных простым аналитическим выражением, более предпочтительно, нежели использование простых кусочно-линейных аппроксимаций, порождающих громоздкое аналитическое описание функции.

Заключение. В задачах принятия решений, сводящихся к многокритериальному оцениванию, если необходимо получение линейного порядка на множестве оцениваемых вариантов, используют обобщающие функции для получения обобщенных оценок вариантов. Так как обобщающие функции налагают определенные требования на используемые показатели и критерии, то для их использования необходимо выполнить преобразование исходных данных задачи многокритериального оценивания. Для унифицированного и однородного представления различных требований ЛПР на показателях с различными шкалами предлагается представлять их функциями полезности, синтезированными путем параметризации типовых функций из указанных классов функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Микони С.В. Теория принятия управленческих решений: Учебное пособие. – СПб.: «Лань», 2015. – 448 с.
2. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: Физматлит, 2005. – 176 с.
3. Бураков Д.П., Гарина М.И. Исследование структуры предпочтений ЛПР с использованием типовых обобщающих функций // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2017. – № 38. – С. 11-16.
4. Микони С.В. Построение функций полезности на основе матриц парных сравнений // Сборник научных трудов междунар. научной конф. ISDMCI'2012. – Херсон: ХНТУ, 2012. – С. 278-282.
5. Микони С.В., Бураков Д.П. Функции частичного достижения цели // Труды Конгресса IS&IT'13, Дивноморское, 2-10.09.2013. – Т. 1 – М: Физматлит, 2013.
6. Бураков Д.П., Микони С.В. Итеративное проектирование функций полезности // Сборник научных трудов международной научной конференции ISDMCI'2011. –Херсон: ХНТУ, 2011. – Т. 1. – С. 188-192.