

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

А.В. Собецкий

Научный руководитель: А.С. Фадеев

Национальный Исследовательский Томский Политехнический Университет
avs69@tpu.ru

Введение

Четырехмоторный летательный аппарат называют так же квадрокоптером или дроном. При создании летательного аппарата необходимо уметь предсказывать его поведение при изменении тяги его двигателей, т.е. управлять им. Для этого разрабатывается математическая модель, описывающая конкретный аппарат [1].

Математическое моделирование

В качестве фиксированной земной системы координат выберем географическую систему координат, оси которой направлены на Север, Восток и вниз вдоль местной вертикали. Тогда оси подвижной системы координат летательного аппарата будут ориентированы, как показано на рисунке 1.

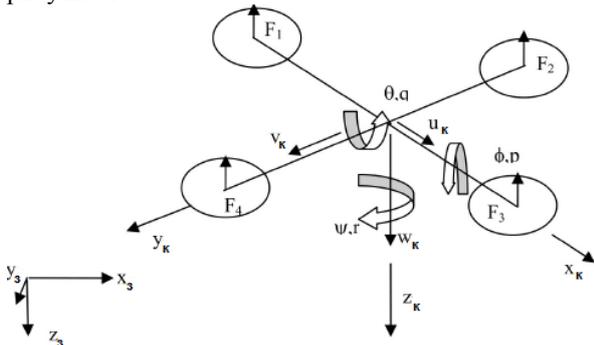


Рис. 1. Система координат квадрокоптера

Обозначим углы крена, тангажа и рыскания, через ϕ , θ и ψ . Угловые скорости вокруг осей – p , q и r . А поступательные скорости вдоль осей – u , v и w . Подъемные силы, действующие на каждый пропеллер, обозначим буквой F .

Для перехода из подвижной системы координат в фиксированную, используются матрицы поворота (1.1), (1.2), (1.3) [2].

Матрица поворота R_x вокруг оси X_k на угол ϕ :

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Матрица поворота R_y вокруг оси Y_k на угол θ :

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Матрица поворота R_z вокруг оси Z_k на угол ψ :

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Последовательность поворотов вокруг осей z - y - x описывается общей матрицей вращения D (1.4).

$$D = R_z R_y R_x \quad (1.4)$$

Были получены четыре системы уравнений, которые описывают кинематику и динамику квадрокоптера и являются его уравнениями движения.

Первая система уравнений связывает изменение положения квадрокоптера в фиксированной системе координат с изменением поступательных скоростей в подвижной системе (1.5).

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = D^{-1} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Вторая система уравнений описывает переход от угловых скоростей подвижной системы координат в фиксированную (1.6).

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = E^{-1} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Где E – матрица перехода от угловых скоростей из фиксированной системы координат к подвижной [3].

Воспользовавшись вторым законом Ньютона, получили третью систему (1.7), которая показывает изменение поступательных скоростей относительно действующих сил тяжести g и тяги пропеллеров T .

$$\begin{aligned} \dot{u} &= r \cdot v - q \cdot w - g \cdot \sin(\theta) \\ \dot{v} &= p \cdot v - r \cdot u + g \cdot \cos(\theta) \sin(\phi) \\ \dot{w} &= q \cdot u - p \cdot v + g \cdot \cos(\phi) \cos(\theta) - \frac{T}{m} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Расписав угловые и крутящие моменты, действующие на летательный аппарат, получили четвертую систему (1.8).

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{l \cdot b}{I_x} (\Omega_2^2 - \Omega_4^2) - q \cdot r \frac{I_z - I_y}{I_x} \\ \dot{q} &= \frac{l \cdot b}{I_y} (\Omega_1^2 - \Omega_3^2) - p \cdot r \frac{I_x - I_z}{I_y} \\ \dot{r} &= \frac{d}{I_z} (\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Где I_x , I_y и I_z – моменты инерции; d – коэфф. сопротивления пропеллеров; l – расстояние от пропеллера до центра тяжести летательного аппарата; Ω_i – скорость i -го пропеллера.

Моделирование в Matlab

На рисунке 2 представлена динамическая модель квадрокоптера в Simulink.

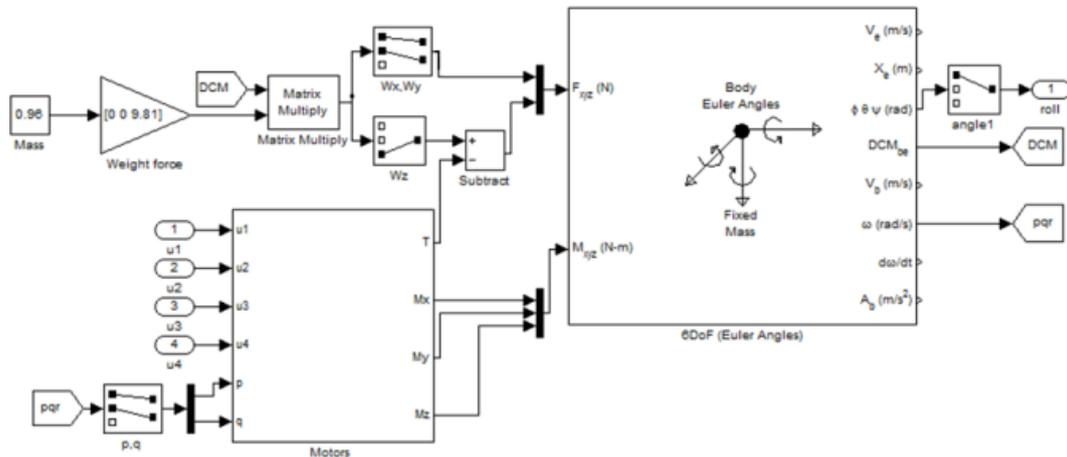


Рис. 2. Динамическая модель квадрокоптера в Simulink

В модели используется блок 6DOF из встроенной библиотеки Aerospace Blockset. Блок содержит все необходимые уравнения движения, которые были выведены ранее.

Силами, действующими на квадрокоптер является сила тяжести g , тяга двигателей T и внешние крутящие моменты M по осям X, Y и Z . На выходе блока 6DOF получается матрица поворота DCM для перевода из земной системы координат в подвижную систему летательного аппарата, угловые скорости p, q и r , углы поворота ϕ, θ и ψ в радианах.

Блок Motors моделирует поведение моторов, входными параметрами являются скорости каждого из четырех пропеллеров в рад/сек и угловые скорости p, q . Выходными параметрами блока являются моменты вращения M и сила тяги T .

Для стабилизации положения летательного аппарата был настроен ПИД регулятор, для этого использовался встроенный блок PID с автонастройкой параметров.

Реакция на входное ступенчатое воздействие для угла крена показана на рисунке 3.

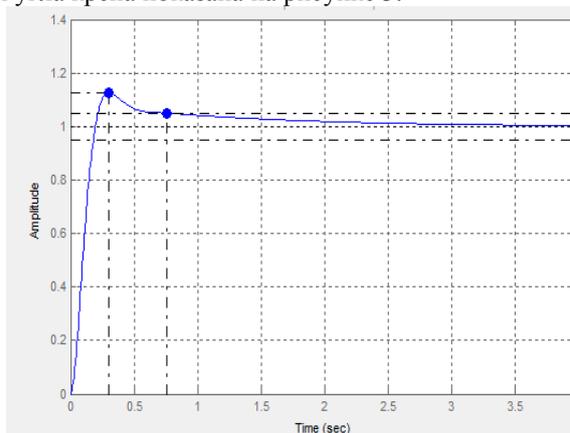


Рис. 3 – Переходный процесс угла крена

Найденные коэффициенты ПИД-регулятора обеспечивают хорошее качество регулирования, за 0.7 сек. летательный аппарат принимает заданное положение без существенного перерегулирования.

Заключение

Описав действующие на квадрокоптер силы, получили уравнения движения, которые представляют собой зависимость угловых координат летательного аппарата от действующих на него сил. Полученные уравнения полностью описывают поведение летательного аппарата и являются его математической моделью.

Так же была произведена симуляция в Simulink с целью нахождения коэффициентов ПИД регулятора для стабилизации положения летательного аппарата вокруг своих осей.

Список использованных источников

1. Собецкий А.В., 2017. Идентификация и создание системы автоматического управления беспилотным летательным аппаратом. Томский Политехнический университет.
2. А.С. Климчик, Р.И. Гомолицкий, 2008. Разработка управляющих программ промышленных роботов. Курс лекций. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники.
3. Cook, M.V., 1997. Flight Dynamics Principles 1st ed., John Wiley & Sons.