УДК 621.385.69

ТЕОРИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В КОАКСИАЛЬНОМ ОТРАЖАТЕЛЬНОМ ТРИОДЕ С РАДИАЛЬНО РАСХОДЯЩИМСЯ ПУЧКОМ

В.П. Григорьев, А.А. Тимофеев, А.В. Григорьев

Томский политехнический университет
E-mail: grig@am.tpu.ru

Методом кинетического уравнения исследуется механизм излучения электромагнитных колебаний в цилиндрическом триоде с виртуальным катодом с расходящимся электронным пучком. Определены спектр и инкремент возбуждаемых колебаний, и получено выражение для эффективности излучения. Проведен анализ эффективности излучения от типа возбуждаемых колебаний и параметров системы. Показано, что в коаксиальном триоде преимущественно возбуждаются низшие типы колебаний. При этом наиболее эффективное возбуждение электромагнитных колебаний имеет место на ТЕМ-моде.

Ключевые слова:
Коаксиальный триод, виртуальный катод, резонатор, собственная частота, собственные функции, возбуждение колебаний, эффективность излучения.

Key words:
Coaxial triode, virtual cathode, resonator, eigenfrequency, eigenfunctions, oscillation excitation, emission efficiency.

Генераторы электромагнитного излучения на основе систем с виртуальным катодом (ВК) привлекают к себе внимание в связи с отсутствием ограничения на ток из-за пространственного заряда, что обеспечивает достижение высокого уровня мощности излучения. Наиболее перспективны в этом плане триоды с виртуальным катодом, отличительными особенностями которых являются конструктивная простота, возможность использования всего тока пучка, компактность и отсутствие внешнего магнитного поля [1]. Наиболее полно последние преимущества могут быть реализованы в цилиндрических триодах коаксиального типа.

На возможность генерации электронно-магнитного излучения в таких системах с радиально сходящимся пучком было указано в теоретических [2, 3] и экспериментальных [4] работах. Однако, как показывают исследования стационарных состояний коаксиальных триодов различной геометрии [3], более предпочтительно использовать триоды с расходящимся электронным пучком. Кроме того, в таких приборах весьма привлекательной представляется возможность генерации бездисперсионной ТЕМ-моды, для которой можно эффективно использовать согласующие элементы, рассчитанные на узкую полосу частот. Для полного использования всех преимуществ таких коаксиальных триодов на высоком уровне мощности необходимо провести детальное исследование и установить закономерности механизма взаимодействия радиально расходящимся электронных потоков с собственными полями при формировании виртуального катода.

В данной работе исследуется устойчивость радиально расходящегося электронного потока и возбуждение электромагнитных колебаний в коаксиальном отражательном триоде с виртуальным катодом.

Схема триода в цилиндрической системе координат (r,θ,z), соответствующая реальным установкам, представлена на рис. 1. В такой геометрии объемы 1 и 2, образованные разделением внутрен-

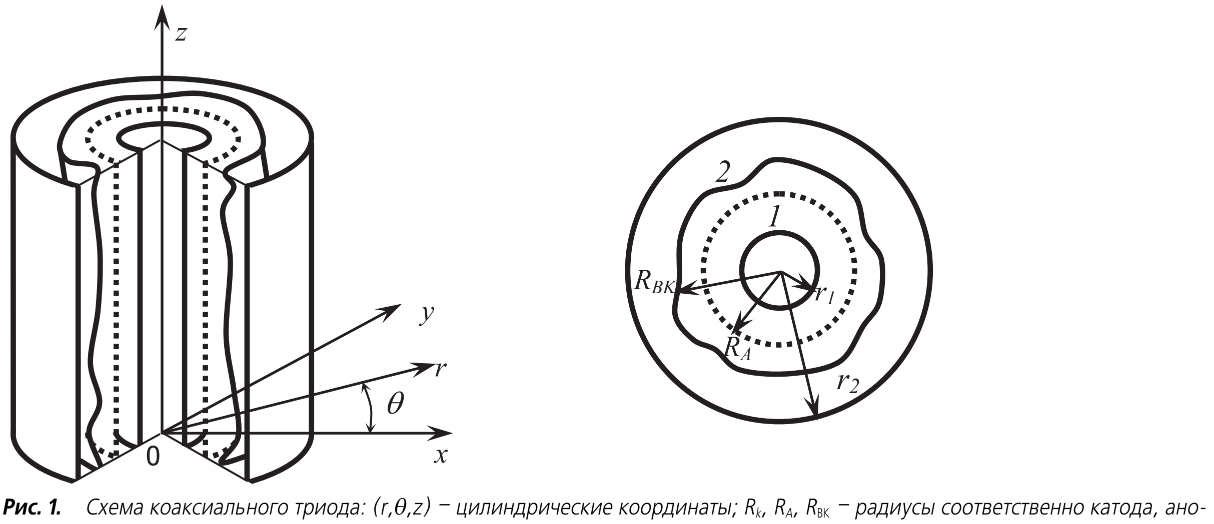

Рис. 1. *Схема коаксиального триода: (r,θ,z) – цилиндрические координаты; R_k, R_A, R_{BK} – радиусы соответственно катода, анода, виртуального катода*

него пространства сеточным анодом на радиусе R_A, представляют резонаторы с различными собственными частотами и типами колебаний. Радиусы катода и ВК обозначим через r_1 и $R_{ВК}$, радиус цилиндрической камеры – r_2, размеры резонансной системы по z – через h, а расстояние катод–анод и анод–ВК, соответственно, через ΔR_1 и ΔR_2. Считаем, что по координате z размеры катода L_z и электронного пучка совпадают.

Основные уравнения

В стационарных радиально расходящихся электронных потоках движение электронов складывается из доминирующего радиального движения и поперечного движения по координатам r, z, которое в отсутствие внешнего магнитного поля можно учесть в виде разброса по скоростям, обеспечивающего поперечную температуру пучка в стационарном распределении.

Радиальное движение представляет нелинейные колебания в потенциальной яме $U(r)$, образованной внешним ускоряющим полем и полем пространственного заряда пучка, которая в отличие от плоских систем в коаксиальных триодах из-за кривизны является несимметричной [3]. Для описания радиального движения введем переменные – квадрат амплитуды колебаний электронов в стационарном состоянии $x=a^2$ и фазу $\varphi=\Omega t+\varphi_0$, где φ_0 – начальная фаза, а частота нелинейных колебаний $\Omega(x)$ при известном распределении потенциала $U(r)=(\gamma-\gamma_0)m_0c^2/e$ по областям $j=1-(-\pi\leq\varphi\leq 0)$ и $j=2-(0\leq\varphi\leq\pi)$ [3] определяется соответствующим временем пролета электронов от анода до точек поворота:

$$\Omega_j=\frac{\pi}{2}\left\{\int_1^{\gamma_0}\left|\frac{dr}{d\gamma}\right|_j\frac{\gamma d\gamma}{c(\gamma^2-1)^{1/2}}\right\}_j^{-1},\quad j=1,2, \tag{1}$$

где $\gamma(r)$ – относительная энергия электронов, $\gamma_0=\gamma(R_A)$, e, m_0 – элементарный заряд и масса покоя электрона соответственно.

Учитывая связь переменных (φ,x) с координатой r и импульсом P_r, $r-R_A=a\sin\varphi$, $P_r=m_0\gamma a\Omega\cos\varphi$, кинетическое уравнение, описывающее эволюцию функции распределения электронов в промежутке катод – виртуальный катод под действием радиальных возмущений

$$F(\vec{r},\vec{p},t)=$$
$$=N\rho(z)[A_xf^{(0)}(x)g(p_\perp)+f^{(1)}(x,\varphi,\theta,p_\perp,t)] \tag{2}$$

запишется в виде

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t}+\dot{\varphi}\frac{\partial f^{(1)}}{\partial\varphi}+\dot{\theta}\frac{\partial f^{(1)}}{\partial\theta}=$$
$$=-\left\langle F_r^{(1)}\right\rangle\frac{2NA_x}{(m_0\gamma\Omega_r)^2}\frac{\partial f^{(0)}}{\partial x}g(\vec{p}_\perp), \tag{3}$$

где N – полное число электронов в области катод–виртуальный катод; $f^{(0)}(x)$, $g(p_\perp)$, $\rho_0(z)$ – стационарные распределения по соответствующим переменным, $\int f^{(0)}(x)g(p_\theta,p_z)dxdp_\theta dp_z=1$, $\int\rho_0(z)dz=1$ и интегрирование проводится по области, занятой пучком; $f^{(1)}\sim f^{(1)}_{\omega n}\exp(il\varphi-i\omega t+in\theta)$ – функция распределения электронов, связанная с возмущением; $\langle\,\rangle$ – усреднение силы возмущения по координате z, что справедливо при $L_z<\lambda$, $p_\perp=\sqrt{p_\theta^2+p_z^2}$; $A_x=A/2\pi^2m_0\gamma_0\Omega_0R_A$,

$$A=\left\{\int_0^{2\pi}\frac{\gamma(x_0,\varphi)}{2\pi\gamma_0}\left(1+\frac{\sqrt{x_0}}{R_A}\sin\varphi\right)d\varphi\right\}^{-1}. \tag{4}$$

Сила возмущений, действующая на электроны $E_r^{(1)}=-eE_r^{(1)}$, в общем случае определяется суммарным полем, связанным как с возмущением плотностей тока и заряда пучка, так и с искажением формы потенциальной ямы, обусловленной колебаниями виртуального катода. Однако при возбуждении электромагнитных колебаний, как показано в [1, 2], доминирующим оказывается взаимодействие на собственных модах резонансной системы, обусловленное возмущениями плотности тока электронов. Принимая это во внимание для вычисления $E_r^{(1)}$, используем метод разложения по собственным функциям резонатора $\vec{E}_\nu(\rho)$ [5], $E_r^{(1)}=-D_\lambda\varphi_\lambda(r)\sin k_zze^{in\theta}$, $\lambda=E$, H. При этом следует учитывать, что в такого типа системах резонансное взаимодействие на собственных модах может происходить как для E-волн:

$$\Psi_E^{(r)}=J_n'(k_\perp r)-[J_n(k_\perp R_A)/N(k_\perp R_A)]N_n'(k_\perp r), \tag{5}$$

H-волн:

$$\Psi_H^{(r)}=J_n(\hat{K}_\perp r)-[J_n'(\hat{k}_\perp R_A)/N'(\hat{k}_\perp R_A)]N_n(\hat{k}_\perp r), \tag{6}$$

так и для ТЕМ-волны $\Psi_{TEM}^{(r)}=R_A/r$, где $J_n(\chi)$ и $N_n(\chi)$ – функции Бесселя и Неймана порядка n; $J_n'(\chi)$ и $N_n'(\chi)$ – их производные по аргументу; $k_\perp$ и $\hat{k}_\perp$ – поперечные волновые числа E- и H-волн, определяемые из уравнений $\Psi_E(k_\perp r_{1,2})=0$ и $\Psi_H'(\hat{k}_\perp r_{1,2})=0$ в соответствующих областях.

Проводя разложение поля по гармоникам exp $(il\varphi-i\omega t)$ и учитывая несимметричность системы (1), из (2)–(4) можно получить дисперсионное уравнение, описывающее возбуждение электромагнитных колебаний в рассматриваемом триоде

$$1=\sum_{j=1}^{2}\left\{\Lambda Ac^2\int\frac{iZ_\lambda(\omega,x)}{\Delta_l}g(\vec{p}_\perp)\frac{\partial f_{(x)}^{(0)}}{\partial x}d\Gamma\right\}_j, \tag{7}$$

где

$$d\Gamma=dxdp_\theta dp_z,\ \ \Lambda=\frac{\omega e^2}{4\pi\gamma_0\Omega_0^2},$$

$$\omega_e^2=\frac{4\pi e^2n_e}{m_0},\ \ n_e=\frac{N_b}{\pi\Delta(R^2)L_z}.$$

$$Z_\lambda(\omega,x)=-i8\pi^2D_\lambda^2\rho_\perp^2\frac{\Omega_0^2\Delta(R^2)L}{c^2R_A}J_\lambda=$$
$$=\frac{\omega+i\alpha_\lambda}{\Delta_\lambda^2}=Z_\lambda(0,x)\frac{\omega+i\alpha_\lambda}{\Delta_\lambda^2} \tag{8}$$

– импеданс, зависящий от типа возбуждаемых колебаний и параметров резонансной системы (1 или 2).

$$D_\lambda^2 = \frac{2\varepsilon_m d^2}{\pi h R_A \Phi_\lambda}, \quad \varepsilon_m = \begin{Bmatrix} 1/2 & \text{при} & m=0 \\ 1 & \text{при} & m \neq 0 \end{Bmatrix},$$

$$\Phi_E = \left\{ \frac{r^2}{R_A^2} [\Psi'_E(k_\perp r)]^2 \right\}_{r_{\min}}^{r_{\max}},$$

$$\Phi_H = \left\{ \frac{r^2}{R_A^2} \left(1 - \frac{n^2}{\hat{k}_\perp^2 r^2}\right) \Psi_H^2(\hat{k}_\perp r) \right\}_{r_{\min}}^{r_{\max}},$$

$$\Phi_{TEM} = \frac{1}{2} \left| \ln \frac{r_{1,2}}{R_A} \right|,$$

$$J_\lambda = \frac{1}{4\pi^2} \left[\int \frac{r}{R_A} \gamma \cos\varphi \, \Psi_\lambda^*(r) e^{il\varphi} d\varphi \right] \times$$

$$\times \left[\int \frac{\cos\varphi}{\gamma} \Psi_\lambda(r) e^{-il\varphi} d\varphi \right], \qquad (9)$$

φ_E области 1 или 2 соответственно, $\Delta(R^2)=r^2_{\max}-r^2_{\min}$, $r^2_{\min}$ и $r^2_{\max}$ – наименьший и наибольший радиусы в областях 1 или 2.

$$\rho_\perp = \int_0^h \sin k_z z \rho_0(z) dz, \quad \Delta_l = \omega - l\Omega(x) - n\dot{\theta} - k_z v_z.$$

$$\Delta_\lambda^2 = \omega_\lambda^2 - \omega^2 - i\omega\alpha,$$

$$\alpha_\lambda = (1-i)\sqrt{\omega\omega_\lambda} / Q_\lambda, \omega_\lambda = ck = c(k_z^2 + k_{\perp,\lambda}^2)^{1/2}$$

– собственная частота резонансного объема (1 или 2); Q_λ – добротность; $k_z=m\pi/h$, $m=1,2,3,...,k_{\perp,E}= =k_\perp=\mu_S/R_A$, $k_{\perp,E}=\hat{k}_\perp=\hat{\mu}_S/R_A$, $\mu_S=\mu_{nS}$ и $\hat{\mu}_S=\hat{\mu}_{nS}$ – корни уравнений $\Psi_E(r_j)=0$ и $\Psi_H(r_j)=0$ соответственно.

Анализ дисперсионного уравнения. Эффективность излучения

Из общего анализа дисперсионного уравнения (7) следует, что возбуждение когерентных колебаний электронного потока происходит на частотах, близких к частотам колебаний электронов в потенциальной яме или их гармоникам $\omega=l\Omega_j+\delta_\omega$, $|\delta_\omega|<<l\Omega_j$. На этих же частотах возбуждаются электромагнитные колебания и колебания виртуального катода. При этом, как показано экспериментально и теоретически [1, 2], основное излучение генерируется в области, содержащей виртуальный катод. Учитывая последнее, достаточно рассмотреть резонансную область – 2.

Исследование возбуждения электромагнитных колебаний в коаксиальном триоде проведем для стационарного распределения вида:

$$\int^{(0)}(x) g(\vec{p}_\perp) = \frac{1}{\pi^3} \frac{\Delta x}{\tilde{x}^2 + \Delta x^2} \cdot \frac{\Delta p_\theta}{p_\theta^2 + \Delta p_\theta^2} \frac{\Delta p_z}{p_z^2 + \Delta p_z^2}, (10)$$

где $\tilde{x}=x-x_0$ – отклонение квадрата амплитуды колебаний электронов от среднего значения; Δx, $\Delta p_{\theta,z}$ – разбросы по соответствующим переменным.

В пределе Δx, $\Delta p_{\theta,z}\to 0$ распределение (10) описывает поток моноэнергетических осцилляторов.

Проводя интегрирование в уравнении (7) при малых разбросах, получим, что возбуждение электромагнитных колебаний на собственных частотах резонатора ($\omega\approx\omega\lambda\approx\Omega_2$) происходит с инкрементом

$$\varsigma = \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \Lambda A(iZ(0,x_0)) \frac{lc^2}{2\Omega_0^2 x_0} |K| \right\}^{1/3} \Omega_0 -$$

$$-\xi\Omega_0 - \frac{n}{R_A}\Delta v_\theta - k_z \Delta v_z - \frac{l\Omega_0}{\delta Q_\lambda}, \qquad (11)$$

где $K = \left(\frac{\partial\Omega}{\partial x}\right)_0 \frac{x_0}{\Omega_0}$ – параметр нелинейности; $\xi = l|K|\frac{\Delta x}{x_0}$, $\Delta v_{\theta,z} = \frac{\Delta p_{\theta,z}}{m_0\bar{\gamma}}$ – разбросы по скоростям, усредненные в промежутке $0\le\varphi\le\pi/2$.

Из (11) и анализа выражения импеданса (8) следует, что наиболее быстрый рост электромагнитных колебаний происходит на низших типах колебаний резонатора по поперечным волновым числам. Кроме того, как и для плоских триодов [1], здесь сохраняется вывод о преимущественном возбуждении когерентных колебаний на первой гармонике $l=1$.

Выражение для эффективности излучения получим из условия выхода возбуждения электромагнитных колебаний на стационарный режим.

В рассматриваемом случае выход на стационарный режим возбуждаемых колебаний и уровень излучения связаны с нелинейностью движения электронов $\Delta\Omega=(\partial\Omega/\partial x)_0(x-s)$ и выходом их из резонанса с возбуждаемой электромагнитной волной. Условие нарушения резонанса имеет вид:

$$|\Omega_0 - \Omega_s| = 2|R_e\delta_\omega| = 2\varsigma/\sqrt{3}, \qquad (12)$$

где a_s, Ω_s – амплитуда и частота колебаний осциллятора в момент насыщения.

Учитывая изменение энергии слаборелятивистского нелинейного осциллятора за счет изменения его амплитуды в процессе излучения

$$\delta\xi_{\text{осц}} =$$

$$= -\frac{m_0}{2}\left[\frac{\partial\gamma}{\partial x} x\Omega^2 + \gamma\Omega^2 + 2\gamma x \frac{\partial\Omega}{\partial x}\Omega\right]_0 (x - x_s) \qquad (13)$$

и определяя эффективность излучения η соотношением $\eta=\delta\xi_{\text{осц}}/\xi_{\text{осц}}$ из (11), (12), (13), получим:

$$\eta = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\varsigma}{l\Omega_0} \frac{1}{|K|} \left| 1 + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} + 2K \right|. \qquad (14)$$

Из соотношений (8), (9), (11), (14) следует, что эффективность излучения зависит от геометрии диода, внешнего напряжения энергетического разброса электронов и типа возбуждаемых колебаний. Поэтому для получения максимальной эффективности излучения необходимо провести исследование импеданса и инкремента от типа колебаний.

В рассматриваемой резонансной системе возможно возбуждение как *E*- и *H*-волн, так и TEM-волны. Однако прежде чем проводить сравнительный анализ эффективности возбуждения этих типов колебаний, заметим, что достаточно проанализировать низшие типы. Это обусловлено зависимостью импеданса от функций Бесселя, которые, как известно, достаточно быстро спадают с ростом порядка и увеличением аргумента. Кроме того, как

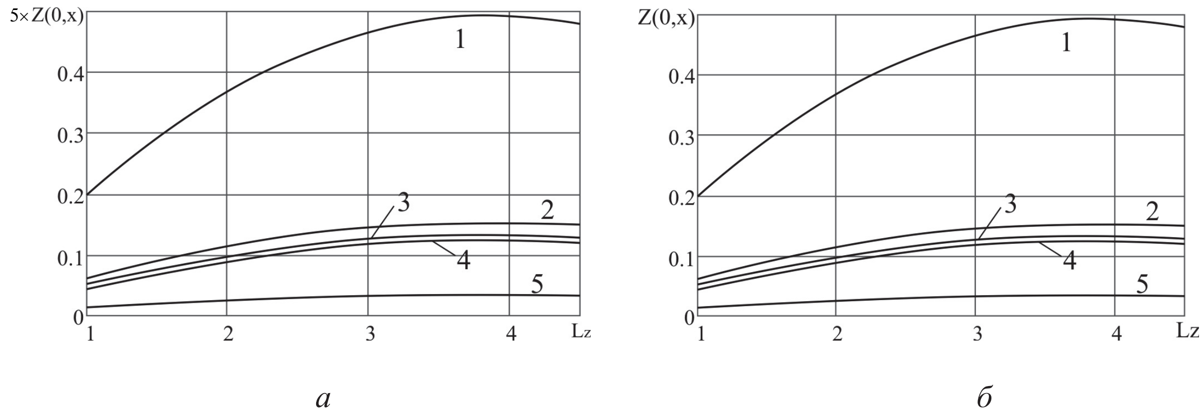

Рис. 2. *Зависимость импеданса Z(0,x) от длины катода L_z. 1 – TEM, m=9; 2 – E_{019}; 3 – H_{019}; 4 – $E_{1\,1\,9}$; 5 – $H_{1\,1\,10}$. Расстояние центра катода от края камеры: а) L=14,8 см, б) L=13,0 см*

следует из выражений (11) и (14), для более высоких мод возрастает роль разбросов по импульсам электронов p_θ, p_z в подавлении возбуждения этих колебаний, что также ведет к снижению эффективности излучения на высоких модах. С учетом этого расчет и анализ импедансов проведем на низших типах колебаний для параметров экспериментальной установки [3]: r_1=5,5 см; r_2=15,5 см; R_A=6,7 см; h=52 см; ускоряющее напряжение 500...600 кВ и частота излучения $\omega=\Omega_0=1{,}812\cdot10^{10}$ с$^{-1}$.

Для приведенных параметров наиболее близкими по собственным частотам ω_ν к частоте Ω_0 будут колебания TEM, m=9, E_{019}, E_{119}, H_{019} и H_{1110}. Зависимость импедансов $Z(0,x)$ для указанных типов колебаний и однородного пучка по координате z приведены на рис. 2.

Из сравнения графиков нетрудно заметить, что наиболее высокий импеданс для однородного по z пучка достигается при помещении катода в максимум волны. Кроме того, из поведения кривых на рис. 2 и выражений (11), (14) следует, что в коаксиальном триоде с расходящимся пучком наиболее эффективно возбуждается TEM-мода. Этот вывод подтверждается еще тем, что с TEM-модой наиболее просто осуществить резонанс одновременно в объемах 2–1. Что касается возбуждения других типов колебаний, то для согласования их резонансных условий в объемах 2 и 1 требуются дополнительные технические решения.

Используя выражение (14) и зависимость параметра нелинейности K от диодного напряжения [2], можно получить, что при возбуждении TEM-моды в триоде с моноэнергетическим пучком $\varsigma(\Delta x=\Delta p_{\theta,z}=0)=\varsigma_0$, γ_0~2,0...2,5 при λ~10 см и ζ_0/Ω_0~0,15...0,22 теоретическая эффективность равна η~35...50 %. Для повышения эффективности излучения в реальных установках необходимо оптимизировать параметры установки и согласование вывода электромагнитной энергии из резонансной системы.

Выводы

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Возбуждение электромагнитных колебаний в коаксиальном отражательном триоде с радиально расходящимся пучком происходит на частоте когерентных колебаний ω, близкой к частоте осциллирующих электронов, которая определяется распределением потенциала $U(r)$. Зависимость частоты когерентных колебаний от резонансного контура слабая и определяется величиной $\mathrm{Re}\Delta_{\tilde{\omega}}\varsigma_0(\varsigma_0/|\omega|<<1)$. При этом $\omega>\Omega_0$.
2. Наибольший рост возбуждаемых колебаний и эффективность излучения соответствуют колебаниям на первой гармонике l=1, приводящим к колебаниям центра тяжести электронного облака осциллирующих электронов (и ВК).
3. В таких системах преимущественно возбуждаются низшие типы электромагнитных колебаний. При этом наиболее высокая эффективность излучения достигается при настройке резонансной системы на возбуждение TEM-моды.

Работа выполнена по теме Государственного задания «Исследование механизма СВЧ излучения и методов повышения эффективности коаксиального виркатора и релятивистского магнетона». № НИР 0.58.2012.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Диденко А.Н., Григорьев В.П., Жерлицын А.Г. Генерация электромагнитных колебаний в системах с виртуальным катодом // Плазменная электроника / под ред. В.И. Курилко. – Киев: Наукова думка, 1989. – С. 112–131.
2. Григорьев В.П. Электромагнитное излучение в коаксиальном триоде с виртуальным катодом // Журнал технической физики. – 1994. – Т. 64. – № 7. – С. 122–129.
3. Григорьев В.П., Коваль Т.В., Мельников Г.В., Рахматуллин Р.Р. Коаксиальный отражательный триод с радиально расходящимся пучком // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – № 4. – С. 123–127.
4. Жерлицын А.Г., Коваль Т.В., Канаев Г.Г., Нгуен М.Т. Исследование генерации электромагнитного излучения в коаксиальном виркаторе с расходящимся пучком // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 321. – № 2. – С. 81–85.
5. Кисунько Г.В. Электродинамика полых систем. – Л.: ВКАС, 1949. – 426 с.

Поступила 14.02.2013 г.