

ВЛИЯНИЕ СКИН-ЭФФЕКТА НА ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ФАКЕЛЬНОГО РАЗРЯДА

Ю.Ю. Луценко, Е.П. Зеленецкая, В.А. Власов

Томский политехнический университет
E-mail: luts@mail.ru

Рассмотрено решение электродинамической задачи для высокочастотного факельного разряда при выраженном скин-эффекте с учётом радиальной неоднородности его канала. Установлен сдвиг максимума магнитного поля в плазме разряда по радиальной координате при усилении скин-эффекта. Проведён расчёт волнового числа электромагнитной волны, распространяющейся вдоль канала факельного разряда. Показано, что отношение коэффициента затухания к коэффициенту фазы электромагнитной волны увеличивается при усилении эффекта скинирования.

Ключевые слова:

Высокочастотный факельный разряд, электромагнитное поле, плазма, волновое число.

Key words:

High-frequency torch discharge, electromagnetic field, plasma, wave number.

Введение

Высокочастотный факельный разряд, горящий при атмосферном давлении, представляет собой тонкий плазменный шнур, окружённый слабосветящейся диффузионной оболочкой. Горение высокочастотного факельного разряда осуществляется за счёт диссипации энергии поперечно-магнитной волны [1], распространяющейся вдоль канала разряда. Вследствие этого физические особенности разряда будут существенным образом зависеть от характера распределения электромагнитного поля в плазме разряда. В свою очередь, определение характера распределения электромагнитного поля разряда непосредственно связано с пространственным распределением удельной электропроводности разрядной плазмы. Электропроводность плазмы факельного разряда слабо меняется в осевом направлении. В то же время градиент температуры и электропроводности в радиальном направлении достигает значительных величин, и его необходимо учитывать при решении задачи о распространении электромагнитной волны вдоль канала разряда.

В работах [2, 3] рассмотрено решение задачи о распространении электромагнитной волны вдоль канала факельного разряда с учётом его радиальной неоднородности. Было получено приближённое решение для случая слабого скин-эффекта. Такое условие выполняется для факельного разряда, горящего в воздухе и имеющего относительно небольшую мощность. Однако при горении разряда в других средах, а также при увеличении мощности и частоты электромагнитного поля, питающего разряд, условие слабого скин-эффекта может не выполняться.

В настоящей работе рассмотрено решение электродинамической задачи для радиально неоднородного канала факельного разряда, горящего в воздухе, с учётом скин-эффекта. Определены условия, при которых скин-эффектом можно пренебречь.

Определение радиального профиля удельной электропроводности плазмы разряда

Для решения электродинамической задачи необходимо установить вид радиального распределения удельной электропроводности плазмы разряда. Она может быть определена расчётным путём на основе известных значений газовой температуры. В свою очередь радиальный профиль газовой температуры разряда определяется экспериментально или посредством решения уравнений теплопереноса. В работе [2] получен профиль удельной электропроводности плазмы факельного разряда, горящего в воздухе при атмосферном давлении посредством использования решения уравнения Эленбааса–Геллера. В этом случае выражение, описывающее радиальное распределение удельной электропроводности плазмы разряда, имеет следующий вид:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{(1+x^2)^2}; \quad x = \frac{r}{a}. \quad (1)$$

Здесь r – радиальная координата; a – радиальная координата, соответствующая точке перегиба профиля; σ_0 – удельная электропроводность плазмы на оси разряда.

Экспериментальное определение радиального профиля газовой температуры факельного разряда, горящего в воздухе, было проведено в работе [4]. Радиальный профиль газовой температуры и соответствующий ему радиальный профиль удельной электропроводности плазмы разряда представлены на рис. 1. Удельная электропроводность воздушной плазмы рассчитывалась на основе предположения о существовании локального термодинамического равновесия в плазме разряда. Согласно результатам работы [5], условие локального термодинамического равновесия выполняется для высокочастотных разрядов, горящих в воздухе при атмосферном давлении, в случае, если температура разрядной плазмы превышает 3000 К. Из приведённого на рис. 1 радиального профиля температуры

видно, что для центральной зоны разряда это условие выполняется. В этом случае зависимость удельной электропроводности от температуры может быть задана [6] формулой:

$$\sigma(T) = 53370 \cdot T^{0,5} \exp\left(-\frac{57000}{T}\right). \quad (2)$$

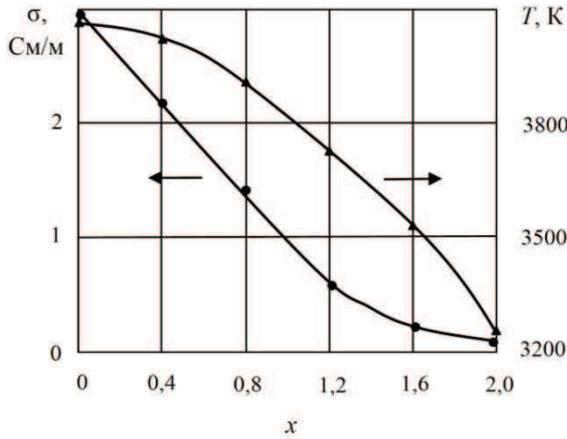


Рис. 1. Радиальный профиль газовой температуры и удельной электропроводности плазмы факельного разряда: 1) удельная электропроводность; 2) газовая температура

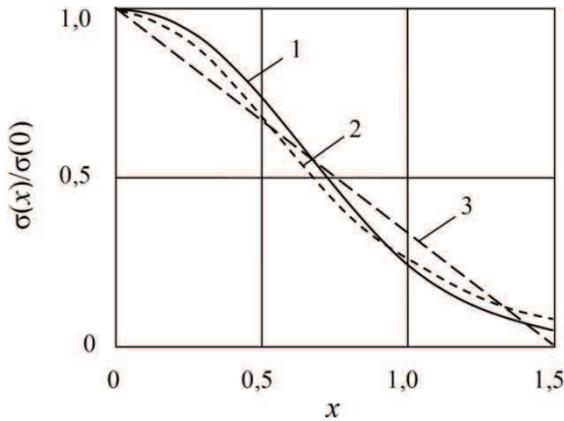


Рис. 2. Аппроксимации радиального профиля удельной электропроводности плазмы факельного разряда: 1) зависимость (4); 2) зависимость (1); 3) зависимость (3)

Как видно из рис. 1, рассчитанный в соответствии с формулой (2) профиль удельной электропроводности при $x < 1,2$ хорошо описывается линейной зависимостью вида

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{2}{3}x\right). \quad (3)$$

В свою очередь, радиальный профиль удельной электропроводности плазмы разряда, описываемый формулой (1), может быть заменён при $x < 1,5 \dots 2,0$ зависимостью вида

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{x^2}{0,7}}. \quad (4)$$

Радиальный профиль удельной электропроводности, описываемый формулой (1), и его аппрок-

симация, описываемая формулой (4), представлены на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что при $x < 1,2$ различие между этими зависимостями не превышает 30%. На этом же рисунке приведена линейная зависимость (3), описывающая экспериментальные данные.

Таким образом, в области изменения безразмерной радиальной координаты x от 0 до 1,2...1,5 теоретически и экспериментально определённый радиальный профиль удельной электропроводности может быть с точностью не менее 70% представлен зависимостями (3) или (4).

Решение электродинамической задачи

Рассмотрим решение электродинамической задачи.

Группа уравнений Максвелла, соответствующая поперечно-магнитным волнам, в цилиндрической системе координат с учётом аксиальной симметрии задачи будет иметь вид:

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} + j\omega \varepsilon E_r = 0; \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} H_\varphi + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - j\omega \varepsilon E_z = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} + j\omega \mu H_\varphi = 0. \quad (7)$$

Здесь E_r и E_z – комплексные амплитуды соответственно радиальной и осевой компонент напряженности электрического поля; H_φ – комплексная амплитуда аксиальной компоненты напряженности магнитного поля; φ – угловая координата; z и r – осевая и радиальная координаты; j – мнимая единица; ε и μ – комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости; ω – частота электромагнитного поля.

Преобразуем систему уравнений (5)–(7), полагая постоянство комплексной диэлектрической проницаемости в осевом направлении.

Получим:

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} \left[\frac{1}{r} - \beta(r) \right] + H_\varphi \left[\varepsilon \mu \omega^2 - \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} + \beta(r) \right) \right] = 0; \quad (8)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega \varepsilon} \left[\frac{1}{r} H_\varphi + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} \right]; \quad (9)$$

$$E_r = -\frac{1}{j\omega \varepsilon} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z}. \quad (10)$$

Здесь $\beta(r) = \frac{d\varepsilon/dr}{\varepsilon(r)}$.

Разделяя независимые переменные r и z в уравнении (8), приведем его к уравнению в полных производных:

$$y'' + y' \left[\frac{1}{r} - \beta(r) \right] + y \left[k^2 - h^2 - \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} + \beta(r) \right) \right] = 0, \quad (11)$$

где $k^2 = \varepsilon_0 \mu \omega^2 - j \sigma \mu \omega$; $H_\varphi = y(r) e^{-jhz}$; ε_0 – абсолютная диэлектрическая проницаемость; h – постоянная разделения (волновое число).

Токами смещения по сравнению с токами проводимости в нашем случае можно пренебречь, поэтому

$$\beta(r) = \frac{1}{\sigma(r)} \frac{d\sigma}{dr}; \quad k^2 = -j \sigma \mu \omega.$$

Запишем уравнение (11) относительно безразмерной переменной $x = \frac{r}{a}$, определяемой выражением (1). Получаем:

$$y'' + y' \left[\frac{1}{x} - \beta(x) \right] + y \left[(k^2(x) - h^2) a^2 - \frac{1}{x^2} - \frac{\beta(x)}{x} \right] = 0. \quad (12)$$

В работе [3] уравнение (12) решалось для радиального профиля электропроводности, описываемого выражением (1) для случая слабого скин-эффекта. Выражением $(k^2(x) - h^2) a^2$ в этом случае можно пренебречь, т. к. при низкой электропроводности плазмы и частоте электромагнитного поля в десятки мегагерц его величина не превышает $10^{-2} \dots 10^{-3}$.

Аналитическое решение уравнения (12) без упрощений, принятых в работе [3], можно получить, если использовать для профиля удельной электропроводности зависимости (3) и (4). Зависимость (3) использовалась нами при записи выражения для величины $k^2(x)$, зависимость (4) – во всех остальных случаях. Тогда уравнение (12) примет вид:

$$y'' + y' \left(\frac{1}{x} + 2,857x \right) + y \left[d - bj(1 - 0,66x) - \frac{1}{x^2} + 2,857 \right] = 0. \quad (13)$$

Здесь $b = \sigma_0 \mu \omega a^2$; $d = h^2 a^2$.

Решение уравнения (13) может быть представлено функциями класса Гойна:

$$y(x) = C_1 e^{-\frac{660}{2857} jbx} \varphi(x, d, b) \cdot x + \frac{C_2 x e^{-\frac{660}{2857} jbx} \varphi(x, d, b) \int e^{\frac{1320}{2857} jbx - \frac{2857}{2000} x^2} dx}{x^3 \varphi(x, d, b)^2};$$

$$\varphi(x, d, b) = \text{HeunB} \left(\begin{array}{l} 2, \frac{26400}{8162449} b \sqrt{14285}, \\ -\frac{2000}{2857} d + \frac{2000}{2857} j b + \\ + \frac{871200000}{23320116793} b^2, \\ 0, \frac{1}{100} j \sqrt{14285} x \end{array} \right).$$

В подынтегральном выражении второго линейно независимого решения уравнения (13) присутствует величина $1/x^3$. Вследствие этого второе линейно независимое решение уравнения (13) в точке $x=0$ не имеет конечных значений. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать только первое линейно независимое решение уравнения (13):

$$y(x) = y_1(x) = C e^{-\frac{660}{2857} jbx} \varphi(x, d, b) x. \quad (14)$$

Зависимость $y_1(x)$, соответствующая радиальному распределению аксиальной компоненты магнитного поля, представлена на рис. 3, а. При расчёте этого распределения предполагалось, что $d = 2 \cdot 10^{-4}$; $b = 2,5 \cdot 10^{-3}$. Эти значения соответствуют случаю факельного разряда, горящего в воздухе при атмосферном давлении на частоте 40 МГц, имеющего радиус канала 2 мм, и удельную электропроводность на оси разряда 2 См/м. Здесь же приведено распределение напряжённости магнитного поля, полученное в работе [3]. Как видно из представленного рисунка, эти зависимости незначительно отличаются друг от друга. Также из рисунка видно, что максимум напряжённости магнитного поля расположен в точке $x=1$. В связи с этим данную точку можно отождествить с радиусом токоведущей зоны разряда, т. е. с радиусом его канала.

Заметим, что точка $x=1$ является также точкой перегиба профиля удельной электропроводности, описываемого выражением (1). Этот факт позволил авторам работы [3] связать точку перегиба радиального профиля удельной электропроводности с радиусом канала разряда. Результаты расчётов зависимости $y_1(x)$ при различных значениях величины b показывают, что данное условие выполняется лишь для случая слабого скин-эффекта. В случае значительного увеличения величины b максимум магнитного поля начинает смещаться вдоль радиуса разряда.

На рис. 3, б приведены радиальные распределения амплитуды напряжённости магнитного поля при различных значениях величины b . Как видно из рисунка, при $b=10$ смещение максимума напряжённости магнитного поля по радиальной координате составляет не менее 10%. Данное значение b соответствует случаю факельного разряда мощностью в десятки киловатт и горящего на частоте сотни МГц – единицы ГГц. Таким образом, в случае выра-

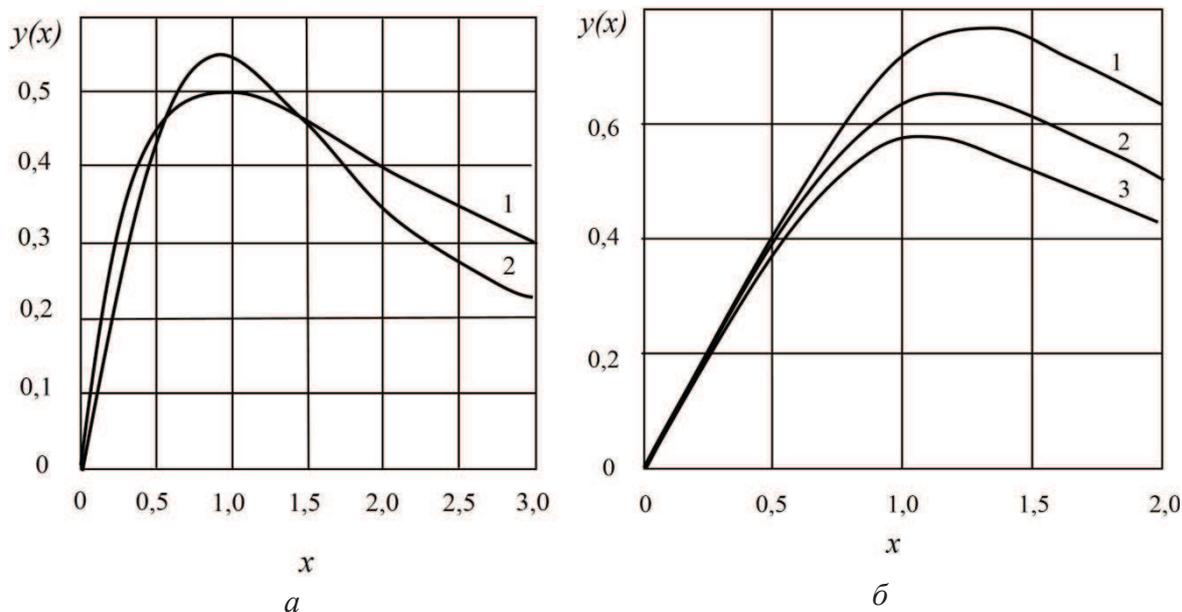


Рис. 3. Радиальное распределение напряжённости магнитного поля факельного разряда: а) при слабом скин-эффекте: 1) по данным работы [3]; 2) расчёт по формуле (14); б) при выраженном скин-эффекте: 1) $b=20$; 2) $b=15$; 3) $b=10$

женного скин-эффекта радиус канала не может быть отождествлён с точкой перегиба радиального профиля удельной электропроводности плазмы разряда.

Радиальные распределения осевой и радиальной компоненты электрического поля могут быть определены по уравнениям (9) и (10) посредством использования выражения (14). Типичные распределения компонент электрического поля для случая слабого скин-эффекта представлены на рис. 4, а. Распределения, соответствующие случаю выраженного скин-эффекта, приведены на рис. 4, б.

Заметим, что по сравнению с магнитным полем заметные изменения в радиальном распределении

электрического поля появляются при меньших значениях величины b .

Определение волнового числа электромагнитной волны

Наиболее важным параметром, характеризующим процесс распространения электромагнитной волны вдоль канала разряда, является её волновое число. Волновое число $h = \text{Re}h + j\text{Im}h$ представляется собой комплексную величину, мнимая часть которой характеризует величину затухания электромагнитной волны, а действительная часть $\text{Re}h$ — длину электромагнитной волны.

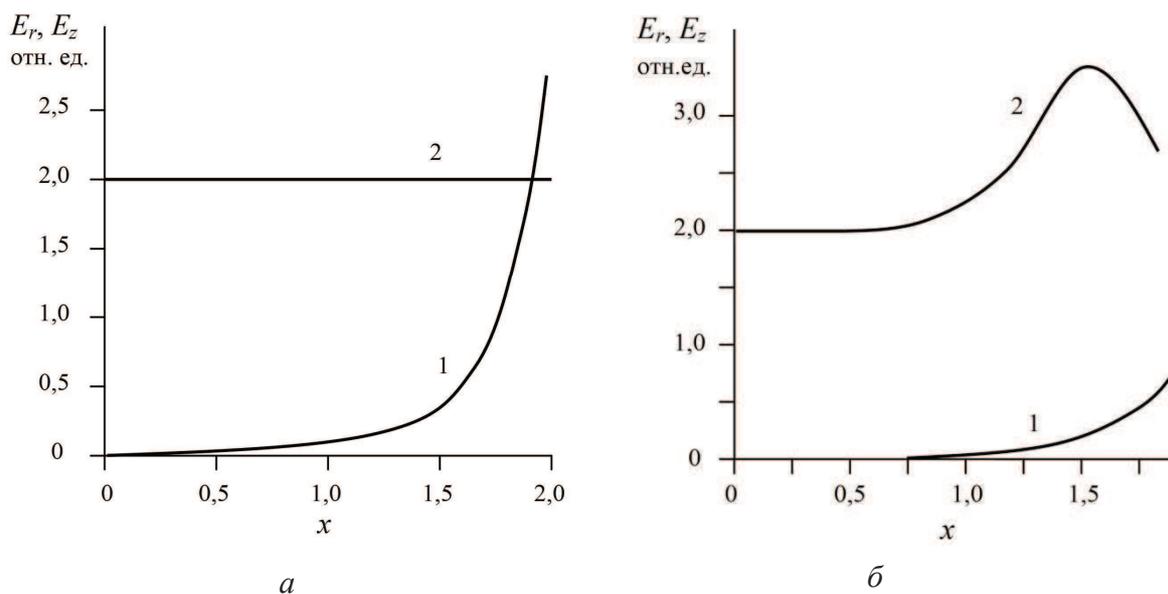


Рис. 4. Радиальное распределение компонент электрического поля. а) при слабом скин-эффекте: $d = 0,0002$; $b = 0,0025$; б) при выраженном скин-эффекте: $d = 0,0002$; $b = 5$; 1) E_r ; 2) E_z

Величина волнового числа обычно определяется из условия равенства тангенциальных компонент поля при переходе границы раздела сред. В работе [3] показано, что в периферийных областях разряда ($x > 2$) происходит диссипация менее 20 % всей тепловой мощности разряда, вследствие чего эта зона разряда не оказывает существенного влияния на процесс распространения электромагнитной волны. Заметим также, что определённая нами выше аппроксимация радиального профиля удельной электропроводности справедлива лишь для области $0 < x < 1,5$. Поэтому при определении волнового числа будем рассматривать радиальный профиль удельной электропроводности ступенчатого вида, который при $x < 1,5$ описывается зависимостью (4), а при $x > 1,5$ равен нулю.

Условие сшивки тангенциальных компонент поля на границе проводящей зоны запишется следующим образом:

$$\left. \frac{E_{z_1}}{H_{\varphi_1}} \right|_{x=1,5} = \left. \frac{E_{z_2}}{H_{\varphi_2}} \right|_{x=1,5}. \quad (15)$$

Здесь индекс «1» соответствует проводящей зоне, а индекс «2» – зоне, где проводимость отсутствует.

Тангенциальные компоненты поля в непроводящей зоне, согласно работе [7], описываются функцией Ханкеля второго рода и её производной:

$$E_{z_2} = DH_0^{(2)}(\sqrt{k_2^2 - h^2} \cdot r) e^{j\omega t - jhz}; \quad (16)$$

$$H_{\varphi_2} = DH_0^{(2)'}(\sqrt{k_2^2 - h^2} \cdot r) e^{j\omega t - jhz} \times \frac{jk_2^2}{\mu_2 \omega \sqrt{k_2^2 - h^2}}. \quad (17)$$

Здесь $\rho = 1,5a\sqrt{k_2^2 - h^2}$; $k_2^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2$.

Тангенциальные компоненты проводящей зоны представлены выражениями (14) и (9).

Левая часть уравнения (15) может быть представлена в виде

$$\left. \frac{E_{z_1}}{H_{\varphi_1}} \right|_{x=1,5} = \frac{\psi(d, b)}{a\sigma_0},$$

где $\psi(d, b)$ – функция, слабо зависящая от d . Ранее в работе [3] получено, что $\psi(d, b) = 5$. Из результатов наших расчётов следует, что при слабом скин-эффекте величина $\psi(d, b)$ слабо меняется, и её значение составляет $4,46e^{0,01}$. Заметим, что величина d для достаточно мощных разрядов может меняться лишь в незначительных пределах $0 < d < 0,001$. Это связано с тем фактом, что при увеличении мощности разряда диаметр его канала растёт, а величина волнового числа электромагнитной волны, подерживающей разряд, уменьшается. Расчёты показывают, что зависимость от d как модуля, так и аргумента величины $\psi(d, b)$ незначительна и ею можно пренебречь. Результаты расчёта модуля и аргумента величины $\psi(d, b)$ в зависимости от величин b

представлены на рис. 5 и 6. Из рис. 5 видно, что при $b < 1$ величина $|\psi(d, b)|$ меняется незначительно, а при $b > 2,5$ зависит от b по линейному закону: $|\psi(d, b)| \sim 3 + 0,9b$.

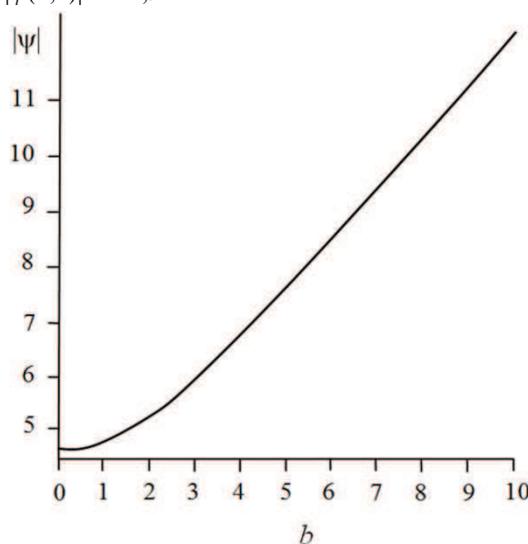


Рис. 5. Зависимость модуля ψ от величины b

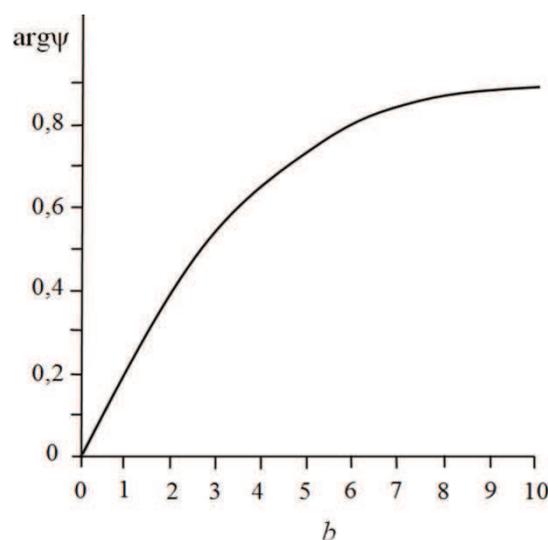


Рис. 6. Зависимость аргумента ψ от величины b

Аргумент величины $\psi(d, b)$ зависит от b более сложным образом. В случае больших b его величина практически постоянна и составляет (0,85...0,90) радиан. При $b < 10$ зависимость аргумента $\psi(d, b)$ от b хорошо аппроксимируется полиномом третьего порядка: $\arg \psi(d, b) \sim 1,19 \cdot 10^{-3} \cdot b^3 - 3,1 \cdot 10^{-2} \cdot b^2 + 0,281 \cdot b + 4,4 \cdot 10^{-4}$.

Правая часть уравнения (15) представлена функциями Ханкеля, которые при малых значениях аргумента $\rho = 1,5a\sqrt{k_2^2 - h^2}$ имеют логарифмическую асимптотику. Таким образом, уравнение (15) может быть записано следующим образом:

$$\zeta \ln \zeta = -0,75 j \lambda. \quad (18)$$

Здесь $\zeta = \left(\frac{\gamma \rho}{-2j} \right)^2$; $\lambda = \frac{\psi(d, b) \epsilon_0 \omega \gamma^2}{\sigma_0}$, $\ln \gamma$ – постоянная Эйлера

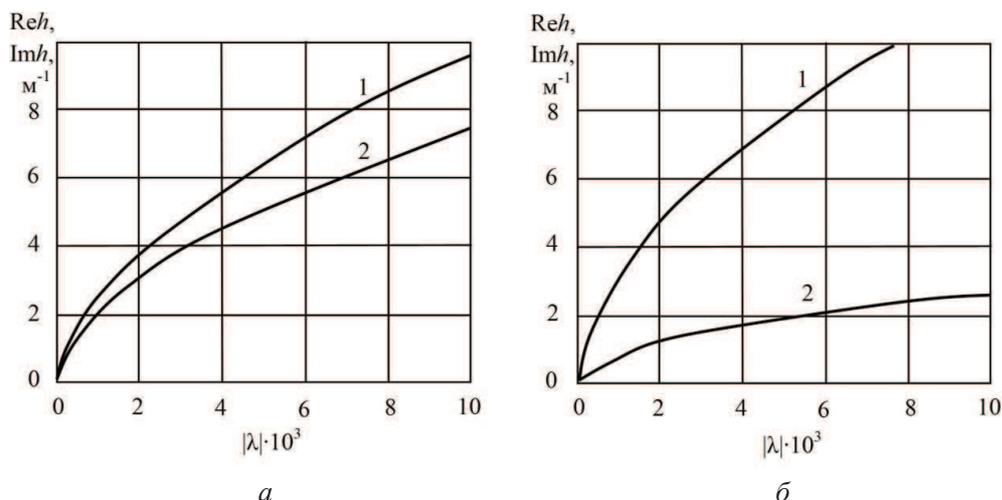


Рис. 7. Зависимость коэффициентов фазы и затухания электромагнитной волны от величины λ : а) при слабом скин-эффекте ($b=2,5 \cdot 10^{-3}$); б) при выраженном скин-эффекте ($b=5$); 1) Imh ; 2) Reh

Данное трансцендентное уравнение обычно решается [7] методом итераций. Из полученного в результате решения уравнения (18) значения величины ζ можно рассчитать величину волнового числа электромагнитной волны по следующей формуле:

$$h = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \omega^2 + \frac{4\zeta}{2,25a^2\gamma^2}}$$

Результаты расчёта волнового числа электромагнитной волны, распространяющейся вдоль канала факельного разряда, горящего на частоте 40 МГц и имеющего диаметр канала 4 мм, при слабом скин-эффекте представлены на рис. 7, а. Результаты расчёта волнового числа для аналогичного разряда при выраженном скин-эффекте приведены на рис. 7, б. Из представленных рисунков видно, что при слабом скин-эффекте коэффициент фазы незначительно отличается от коэффициента затухания. В то же время в случае выраженного скин-эффекта коэффициент затухания превышает коэффициент фазы в 3...5 раз. При этом в отличие от случая слабого скин-эффекта замедление электромагнитной волны является незначительным при более выраженном затухании её амплитуды.

Заметим, что при $b > 2,5$ величина $|\varphi(d,b)|$ зависит от b по линейному закону. Вследствие этого величина λ и соответственно величина волнового числа будут слабо зависеть от величины удельной электропроводности плазмы при наличии выраженного скин-эффекта. Учитывая результаты вышеприведённых расчётов можно также утверждать, что приближение слабого скин-эффекта для факельного разряда справедливо в случае, когда $b < 1,0...2,5$.

Выводы

1. Получено решение задачи о распространении электромагнитной волны вдоль радиально неоднородного канала факельного разряда.
2. Установлено смещение максимума магнитного поля по радиальной координате в случае выраженного скин-эффекта.
3. Показано, что в случае выраженного скин-эффекта увеличивается отношение коэффициента фазы к коэффициенту затухания электромагнитной волны, а также уменьшается зависимость величины затухания электромагнитной волны от величины удельной электропроводности плазмы разряда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Качанов А.В., Трехов Е.С., Фетисов Е.П. Электродинамическая модель высокочастотного факельного разряда // Журнал Технической Физики. – 1970. – Т. 40. – № 2. – С. 340–345.
2. Тихомиров И.А., Власов В.А., Луценко Ю.Ю. Физика и электрофизика высокочастотного факельного разряда и плазмы на его основе. – М.: Энергоатомиздат, 2002. – 196 с.
3. Тихомиров И.А., Луценко Ю.Ю. Распределение компонент электромагнитного поля и их затухание в канале высокочастотного факельного разряда при слабом скин-эффекте с учётом неоднородности радиального профиля удельной электропроводности плазмы разряда // Известия СО АН СССР. Сер. Техн. наук – 1989. – Вып. 3. – С. 109–115.
4. Тихомиров И.А., Перскальскис Б.Ш., Федянин В.Я. и др. Исследование пространственного распределения параметров

ВЧ факельного разряда. – Деп. в ВИНТИ 16.03.1973, № 7606–73. – Томск, 1973. – 9 с.

5. Benilov M.S., Naidis G.V. Simulation of discharges in atmospheric-pressure air sustained by traveling electromagnetic waves // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2003. – V. 31. – № 4. – P. 488–494.
6. Capitelli M., Colonna G., Gorse C., D'Angola A. Transport properties of high-temperature air in local thermodynamic equilibrium // European Physical Journal D. – 2000. – V. 11. – P. 279–289.
7. Страттон Д. Теория электромагнетизма. – М.;Л.: Гостехиздат, 1948. – 539 с.

Поступила 05.05.2012г.