

УДК 539.37:622.24

ОПТИМИЗАЦИЯ АРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ ДЛЯ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ИЗЫСКАНИЙ: КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Павлов Сергей Петрович¹,
pspsar@yandex.ru

Бекренев Николай Валерьевич¹,
nikolaj.bekrenev@yandex.ru

Злобина Ирина Владимировна¹,
irinka_7_@mail.ru.

Бодягина Ксения Сергеевна¹,
bodksen@mail.ru

¹ Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Россия, 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77.

Актуальность исследования обусловлена использованием гироскопов и инклинометров для измерения траектории бурения скважин. В качестве элементов этих приборов часто используются пластины различной конфигурации с технологическими вырезами или вставками, наличие которых приводит к концентрации напряжений в некоторых областях и к дальнейшему их разрушению, если эти напряжения превысят предел прочности материала $\sigma_{\text{вл}}$. Одним из способов повышения надежности этих элементов является армирование пластин, что позволяет усилить конструкцию в проблемных областях.

Цель работы: создание метода и алгоритма топологической оптимизации микроструктуры усиливающей арматуры с учетом ограничений по напряжениям для пластинок, являющихся элементами гироскопов и инклинометров, для увеличения их прочности и надежности.

Методы. Для математического моделирования напряженно-деформированного состояния пластинок используются методы конечных элементов для задач механики твердого деформируемого тела. Оптимальная структура армирования пластин получена методом топологической оптимизации, разработанным авторами.

Результаты. Предложенный и реализованный алгоритм в виде комплекса программ позволяет получать топологически оптимальное армирование пластин не только при наличии вырезов и отверстий, но и при наличии включений из другого материала в базовый материал пластины. На примере модельной задачи получена оптимальная структура армирования пластины с технологическими вырезами, с целью проверки полученных результатов проведен эксперимент.

Ключевые слова:

Армирование, критерий Мизеса, пластины с технологическими вырезами, топологическая оптимизация, метод конечных элементов, композиционные материалы, трехмерная печать, испытания на растяжение.

Введение

В нефтегазовой промышленности и при добыче полезных ископаемых гироскопы и инклинометры используются для непрерывного контроля траектории бурения, так как из-за длительности процесса бурения, а также вращения Земли есть вероятность отклонения бура от вертикальной оси. Одним из способов повышения надежности этих элементов является армирование пластин, используемых в этих приборах, что позволяет усилить конструкцию в проблемных областях. Армирование повышает безопасность конструкции за счет добавления некоторых материалов (подкреплений) в базовые структуры и широко распространено в механических конструкциях [1–3]. Однако для подкрепления требуются дополнительные материалы и затраты, а неправильный выбор структуры армирования может привести к дополнительным повреждениям основной структуры.

Топологическая оптимизация широко применяется для различных инженерных приложений от микроструктур до мегаструктур и от единой физической системы до многофизических систем [4–6]. Тем не менее, проблема оптимизации топологии при локаль-

ных ограничениях на напряжения до сих пор рассматривается как одна из наиболее сложных задач из-за проблемы сингулярности и сильной нелинейности системы ограничений [5, 7–13]. В этом исследовании рассматривается топологическая оптимизация микроструктуры усиливающей арматуры с учетом ограничений по напряжениям для пластинок. Получена оптимальная микроструктура армирования, и проведен натурный эксперимент для этой структуры.

Постановка задачи

В качестве примера рассмотрим пластину, показанную на рис. 1. Похожие пластины используются в гироскопах и инклинометрах, применяемых при проходке скважин.



Рис. 1. Форма пластины без армирования и расчетная схема

Fig. 1. Shape of the plate without reinforcement and the design scheme

На рис. 1 показана пластина с вырезами, изготовленная из ABS-пластика с модулем Юнга $E_b=1,6$ ГПа и пределом прочности $\sigma_{B1}^b=800$ МПа. В дальнейшем будем называть ее базовой структурой. К пластине прикладывается нагрузка $F=36$ кН вдоль оси OX . Верхняя и нижняя границы свободны от нагрузки. Требуется создать оптимальную структуру армирования пластины из углепластика с модулем Юнга $E_a=120$ ГПа и пределом прочности $\sigma_{B1}^a=800$ ГПа с целью увеличения ее прочности при заданном количестве армирующего материала.

Топологическая оптимизация микроструктуры армирования

Для увеличения прочности необходимо минимизировать величину максимального напряжения по Мизесу

$$\sigma_{mises} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2}, \quad (1)$$

где σ_{ij} – напряжения в области оптимизации Ω , за счет армирования усиливающими элементами из углепластика базового материала пластины при условии, что объем армирующего материала в оптимальной конструкции не превосходит заданной величины. Так как положение точки, в которой достигается максимум функции из (1) $\sigma_{mises}(\mathbf{x}, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22})$, неизвестно, то задача сводится к минимизации функционала:

$$J_c = \max_{\mathbf{x} \in \Omega} \sigma_{mises}(\mathbf{x}, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}). \quad (2)$$

Для локальных функционалов такого типа разработаны приближенные методы редукции к задачам с интегральными функционалами. Один из них [14] основан на близости нормы в пространстве непрерывных функций $\|\sigma_{mises}\|_C$ норме в пространстве L^q функций, интегрируемых с q -й степенью при достаточно больших значениях q . Учитывая это, можно приближенно заменить (2) функционалом

$$J_q = \left(\frac{1}{m(\Omega)} \int_{\Omega} (\sigma_{mises})^q d\Omega \right)^{1/q}, \quad (3)$$

где $m(\Omega)$ – мера множества Ω . Там же дана оценка точности такого приближения.

Без потери общности функционал цели (2), с учетом (3), может быть взят в виде

$$J = \int_{\Omega} (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2)^q d\Omega, \quad (4)$$

где q – заданное достаточно большое число.

Конструкция находится в плоском напряженном состоянии, и функции отклика должны удовлетворять соотношениям Коши, уравнениям состояния и равновесия

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}); \\ \sigma_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{11} + \nu\varepsilon_{22}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{22} + \nu\varepsilon_{11}), \quad \sigma_{12} = \frac{E}{1+\nu^2}\varepsilon_{12}, \quad (6)$$

а также соответствующим граничным условиям. Задача (5), (6) решается методом конечных элементов.

Оптимизация топологии микроструктуры армирования заключается в поиске наилучшего распределения усиливающего материала для достижения минимума максимальных значений σ_{mises} , то есть минимизации функционала (4), в пластине. В методе топологической оптимизации, изложенном в работах [3, 15–19], модуль Юнга является функцией плотности материала, тензор напряжений считается функцией от модуля Юнга E_a – армирующего материала, модуля Юнга E_b – базового материала, и искусственно введенной плотности $\rho(\mathbf{x})$, которая выступает в качестве переменной управления в задаче оптимизации:

$$E(\mathbf{x}) = E_b + \rho(\mathbf{x})^p (E_a - E_b), \quad \mathbf{x} \in \Omega.$$

Показатель степени $p \geq 1$ является фактором штрафа, и увеличение p приводит к более четкому решению. При $\rho(\mathbf{x})=1$ вся область полностью заполнена армирующим материалом. Таким образом, необходимо найти

$$\min_{\rho(\mathbf{x})} \int_{\Omega} (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2)^q d\Omega, \quad (7)$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} 0 &\leq \int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) d\Omega \leq \gamma A, \\ 0 &\leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1, \end{aligned} \quad (8)$$

где γ – доля армирующего материала; A – площадь пластины.

Для решения задачи оптимизации (7), (8), при вычислениях с помощью градиентных методов, основной задачей является анализ чувствительности, вычисление производных по проектным переменным. Предположим, что рассматриваемая область массива разбита на конечные элементы и каждому элементу присваивается переменная плотность ρ_i ($i=1, n$). При этом элементы матрицы жесткости связаны с переменной плотностью степенным законом

$$K_i = [E_b + \rho_i^p (E_a - E_b)] \bar{K}_i,$$

где \bar{K}_i обозначает номинальную матрицу жесткости элемента i для $\rho_i=1$. Показатель степени p является фактором штрафа, который обычно выбирают в пределах $3 \leq p \leq 5$.

Таким образом, глобальная матрица жесткости примет следующий вид

$$K = \sum_{i=1}^n L_i^T K_i L_i = \sum_{i=1}^n L_i^T [E_b + \rho_i^p (E_a - E_b)] \bar{K}_i L_i.$$

Вектор внешней нагрузки F не зависит от переменной плотности, тогда уравнение системы конечных элементов для рассматриваемой области примет вид

$$KU = F. \quad (9)$$

В топологической оптимизации мы, как правило, работаем с умеренным числом ограничений, поэтому наиболее эффективным способом вычисления производных является использование метода сопряженных переменных [20], где производные для смещений не вычисляются в явном виде. Для минимизации переписем функционал $J(\mathbf{x})$ из (4), добавив к нему нулевое, в силу (9), слагаемое

$$J(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x}) - \tilde{U}^T (KU - F),$$

где \tilde{U} – произвольный вектор узловых смещений. Исходя из этого получаем, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial \rho_i} &= \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial \rho_i} - \tilde{U}^T \frac{\partial K}{\partial \rho_i} U - \tilde{U}^T K \frac{\partial U}{\partial \rho_i} = \\ &= -\tilde{U}^T \frac{\partial K}{\partial \rho_i} U + \left(\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial U} - \tilde{U}^T K \right) \frac{\partial U}{\partial \rho_i}. \end{aligned} \quad (10)$$

Это равенство, в свою очередь, может быть записано в виде

$$\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial \rho_i} = -\tilde{F}^T \frac{\partial K}{\partial \rho_i} U, \quad (11)$$

когда \tilde{F}^T удовлетворяет сопряженному уравнению

$$\tilde{F}^T - \tilde{U}^T K = 0,$$

где $\tilde{F}^T = \partial J(\mathbf{x}) / \partial U$.

Чувствительность функционала (4) к изменению плотности на основании равенств (10), (11) может быть теперь вычислена следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial \rho_i} &= -\tilde{F}^T K^{-1} \frac{\partial K}{\partial \rho_i} U = \\ &= -(\tilde{F}^T K^{-1} L_i^T) p \rho_i^{p-1} (E_a - E_b) \bar{K}_i (L_i U) = \\ &= -(L_i K^{-1} \tilde{F}^T)^T p \rho_i^{p-1} (E_a - E_b) \bar{K}_i (L_i U). \end{aligned}$$

После упрощения приведенное выше выражение можно переписать в виде

$$\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial \rho_i} = -\tilde{U}_i^T p \rho_i^{p-1} (E_a - E_b) \bar{K}_i U_i, \quad (12)$$

в котором \tilde{U}_i^T и U_i обозначают сопряженный вектор смещений и вектор смещений на конечном элементе i . Производная функционала цели (12) имеет простой вид, легко вычисляется и очень выгодно реализует возможность топологической оптимизации в любой системе конечных элементов.

Численные результаты

Для получения оптимальной микроструктуры армирования пластины, воспринимающей нагрузки при растяжении, и создания дополнительного укрепления вокруг прорезей используем метод топологической оптимизации совместно с методом конечных элементов. Долю материала армирующей конструкции возьмем равной $\gamma=0,4$, а в качестве армирующего материала выберем углепластик. На рис. 2, а представлена оптимальная топология микроструктуры армирования пластины.

Здесь синим цветом выделен базовый материал пластины, а красным – углепластик, укрепляющий

конструкцию. На рис. 2, б показано распределение напряжений σ_{mises} по площади пластины при оптимальном армировании. Наибольшие напряжения достигаются в углах вырезов, полностью армированных углепластиком, и составляют $\sigma_{mises}=27,6$ МПа. Запас прочности при этой нагрузке составляет $800 \cdot 10^9 / 27,6 \cdot 10^6 \approx 29\ 000$. Для сравнения был проведен расчет пластины, армированной слоем углепластика постоянной толщины, с той же долей армирующего материала $\gamma=0,4$. В результате было получено значение максимальных напряжений $\sigma_{mises}=23,2$ МПа. Предел прочности составного материала $\sigma_{B1}^{mix}=194$ ГПа. Таким образом, запас прочности при этой нагрузке составляет $194 \cdot 10^9 / 23,2 \cdot 10^6 \approx 8400$, что примерно в 3,5 раза ниже, чем в конструкции с оптимальным армированием.

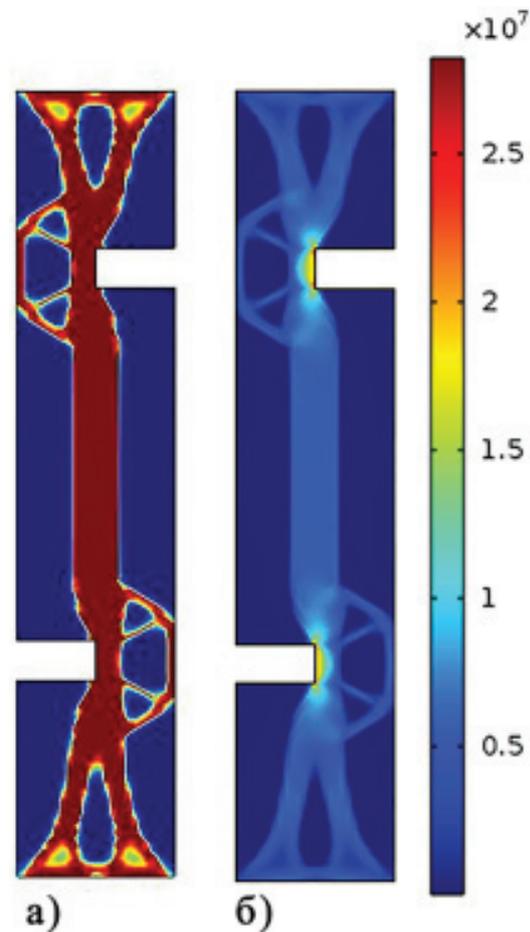


Рис. 2. а) оптимальная топология микроструктуры усиления вырезов углепластиком; б) распределение напряжений Мизеса

Fig. 2. а) optimum microstructure topology of reinforcement of cut-outs by carbon fiber; б) distribution of Mises stresses

Экспериментальное подтверждение результатов

В качестве объекта исследования принята пластина из пластика ABS с концентраторами напряжений в виде поперечных пазов размерами $120 \times 40 \times 4$ мм, доходящих до оси симметрии.

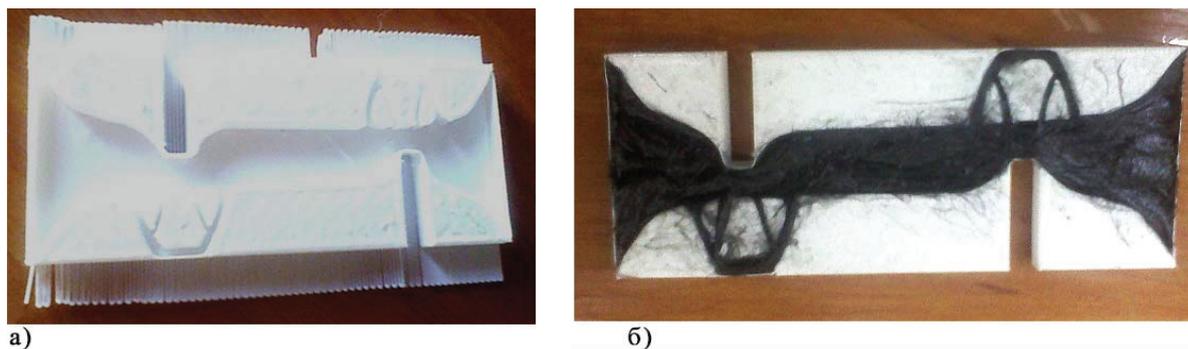


Рис. 3. а) сформированный на 3D принтере образец с полостью, рассчитанной на основе моделирования; б) образец с топологически оптимальной структурой армирования

Fig. 3. а) sample formed on a 3D printer with a cavity calculated on the basis of modeling; б) sample with topologically optimal reinforcement integration

На основе компьютерной модели (рис. 2) разработан чертеж и трехмерная модель с полостью глубиной 3 мм.

Образцы формировали на 3D принтере Felix3.1 Single Extruder по технологии FDM из полимерной нити ABS стандартного диаметра 1,75 мм. Полости послойно заполняли углеродным волокном производства ООО «Балаково Карбон Продакшн» (г. Балаково Саратовской обл.) и эпоксидной смолой ЭД-20 с отвердителем ПЭПА. Волокна распределяли таким образом, чтобы они без разрывов связывали все полости и углубления, сформированные принтером согласно твердотельной модели. Сформированная на 3D принтере основа и готовый образец с заполненной композиционным материалом профильной полостью представлены на рис. 3.

Дополнительно, для сравнения вариантов упрочнения, изготавливали образцы увеличенной до 7 мм толщины и образцы толщиной 4,0 мм, с углублением в 2,0 мм, равномерно заполненным композитом, аналогичным топологической структуре по составу. В этом случае объемы слоев армирующего материала примерно одинаковы по двум схемам армирования.

Испытания на разрыв образцов проводили на разрывной машине ИР-5082–100 с компьютерной обработкой результатов при скорости растяжения 50 мм/мин. В процессе испытаний верхние и нижние участки образцов-пластин закрепляли в захватах механизма нагружения машины. Длина полосу захвата составляла 15 мм.

Графики нарастания разрывного усилия при испытаниях образцов на растяжение представлены на рис. 4.

Анализ полученных зависимостей позволяет сделать вывод, что армирование относительно малопрочного термопласта ABS, применяемого в технологии FDM, композиционным материалом с наполнителем из углеродных волокон обеспечивает увеличение предельного разрывного усилия на 42,7 % даже по сравнению с образцом увеличенной толщины. Использование армирования одина-

ковым по объему и содержанию углеродных волокон композиционным материалом по специальной схеме, учитывающей прогнозируемое распределение полей напряжений при растяжении, увеличивает предельное разрывное усилие на 51,3 %, т. е. обеспечивается прирост степени упрочнения практически на 20 %. При этом модуль упругости повышается в 3 раза.

Принятая модель распределения напряжений в образце с ослабленным сечением и эффективность ее реализации путем формирования топологической упрочняющей структуры иллюстрируют фотографии зоны разрушения (рис. 5), на которых явно заметно повторение картины, показанной на рис. 2, б.

Видно, что максимальные напряжения возникают в области ослабленного вырезами сечения, при этом они локализованы в дугообразных зонах. Зона разрушения контрольного образца из пластика ABS практически лишена остатков волокон структуры, разрушение произошло одномоментно для всей области материала. Образцы с топологически оптимальной армирующей структурой имеют более узкую зону разрушения. Зоны разрушения «прошиты» волокнами пластика, сохранившими целостность.

Таким образом, выполненные экспериментальные исследования качественно подтверждают эффективность упрочнения объектов из термопластичных материалов путем внедрения структур армированного углеродными волокнами композиционного материала, топология которых коррелирует с моделью полей напряжений, возникающих в процессе эксплуатации. Реализация серийного варианта данной технологии упрочнения возможна на базе 3D-принтеров, оснащенных двух или четырех струйными печатающими головками-экструдерами. Существенное расхождение с расчетами по модели скорее всего связано с несовершенством опытной технологии топологического армирования, не позволившей с достаточной точностью воспроизвести модельные характеристики топологии и обеспечить идентичность структуры и состава ар-

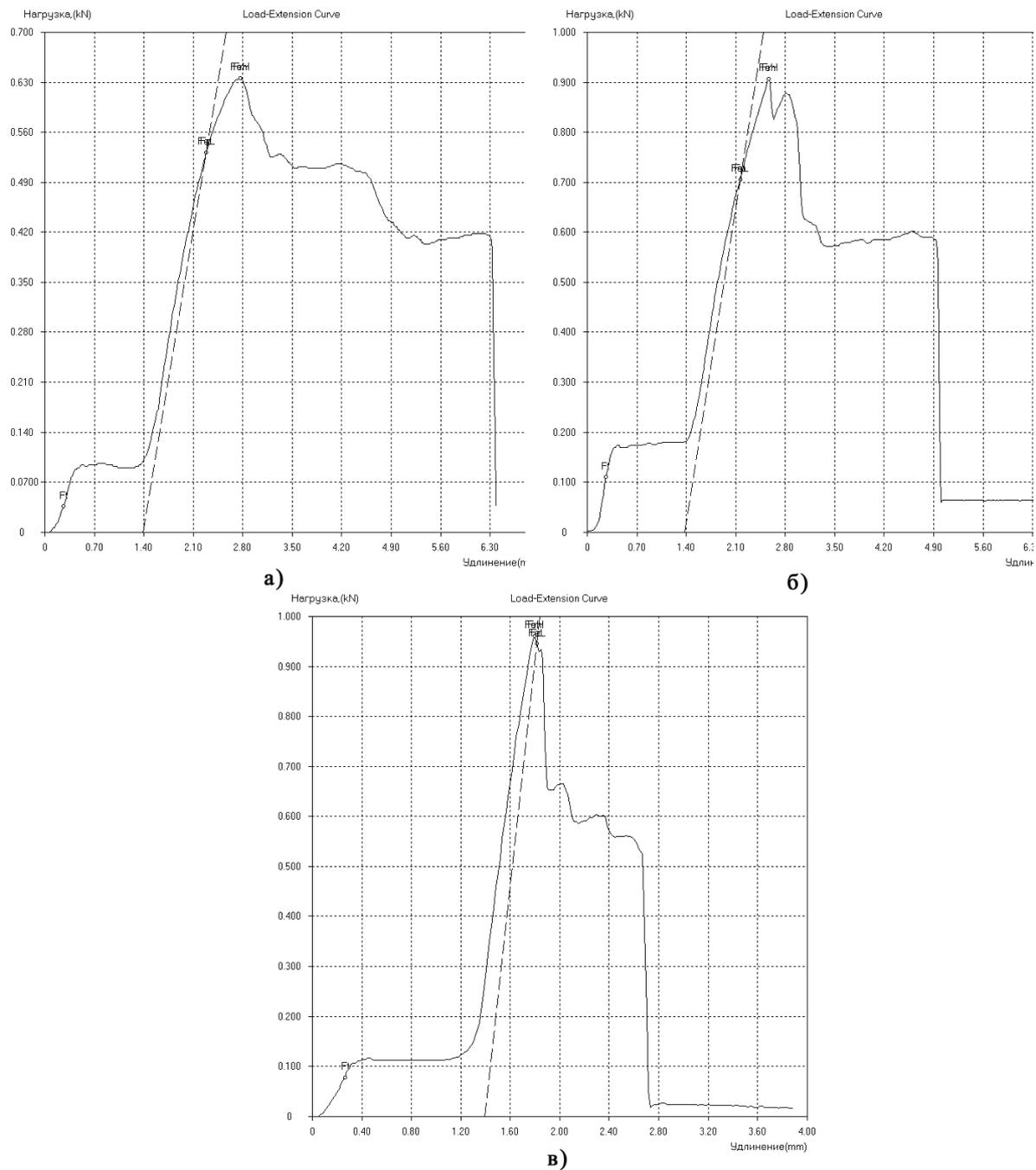


Рис. 4. Графики нагружения образцов: а) из пластика ABS; б) из пластика ABS, равномерно армированного композиционным материалом; в) из пластика ABS с топологически оптимальной армирующей структурой

Fig. 4. Graphs of specimen loading made of: а) ABS plastic; б) ABS plastic, evenly reinforced with composite material; в) ABS plastic with topologically optimal reinforcement structure

мирующего композиционного материала. В этом направлении целесообразно проведение значительных по объему экспериментальных исследований.

Заключение

Использование методов оптимизации при проектировании микроструктуры армирования пластин, как видно из рассмотренного примера, по-

зволяет теоретически увеличить запас прочности пластины с топологически оптимальной конфигурацией армирования в несколько раз по сравнению с обычной двухслойной пластиной с тем же количеством углепластика. Предложенный и реализованный алгоритм в виде комплекса программ позволяет получать топологически оптимальное армирование пластин не только при наличии выре-

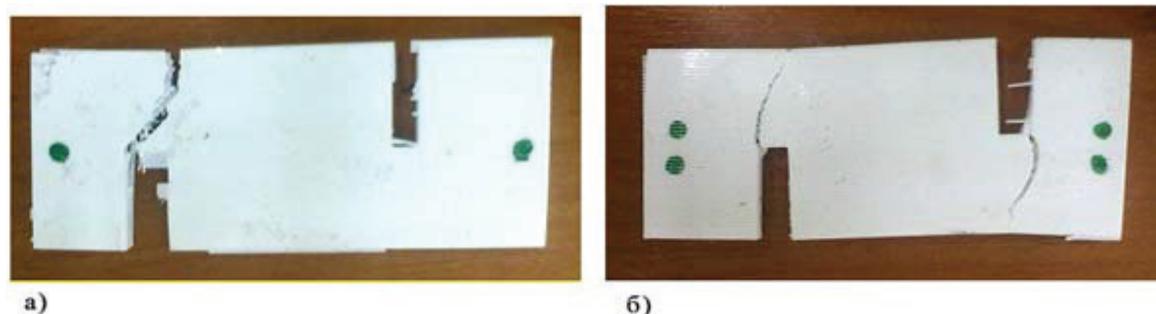


Рис. 5. Области разрушения при растяжении образцов: а) из пластика ABS; б) из пластика ABS с топологически оптимальной армирующей структурой

Fig. 5. Areas of fracture in tension of specimens made of: a) ABS plastic; б) ABS plastic with a topologically optimal reinforcement structure

зов и отверстий, но и при наличии включений из другого материала в базовый материал пластины.

Полученные результаты моделирования качественно подтверждены в ходе экспериментов по армированию пластин из пластика ABS и их испытаний на разрыв.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ № 17-03-00720 «Методология оптимизационного микроконструирования композиционных материалов для объектов сложной формы повышенной динамической прочности, послойно формируемых электротехнологическими методами».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Amir O. A topology optimization procedure for reinforced concrete structures // *Comput. Struct.* – 2013. – V. 114. – P. 46–58.
2. Topology optimization of reinforced concrete structures considering control of shrinkage and strength failure / Y. Luo, M.Y. Wang, M. Zhou, Z. Deng // *Comput. Struct.* – 2015. – V. 157. – P. 31–41.
3. Павлов С.П., Крысько В.А., Бодягина К.С. К вопросу об оптимизации формы геологических выработок и топологии их укрепления // *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов.* – 2017. – Т. 328. – № 1. – С. 6–12.
4. Bendsoe M.P., Sigmund O. *Topology optimization: theory, methods and applications.* – Berlin: Springer Science & Business Media, 2003. – 370 p.
5. Moon S.J., Yoon G.H. A newly developed qp-relaxation method for element connectivity parameterization to achieve stress-based topology optimization for geometrically nonlinear structures // *Comput. Method Appl. M.* – 2013. – V. 265. – P. 226–241.
6. Structural topology optimization with strength and heat conduction constraints / A. Takezawa, G.H. Yoon, S.H. Jeong, M. Kobashi, M. Kitamura // *Comput. Method Appl. M.* – 2014. – V. 276. – P. 341–361.
7. Luo Y., Wang M.Y., Kang Z. An enhanced aggregation method for topology optimization with local stress constraints // *Comput. Method Appl. M.* – 2013. – V. 254. – P. 31–41.
8. Luo Y.J., Kang Z. Topology optimization of continuum structures with Drucker-Prager yield stress constraints // *Comput. Struct.* – 2012. – V. 90–91. – P. 65–75.
9. A minimum weight formulation with stress constraints in topology optimization of structures / J., Paris S. Martinez, X. Nogueira, I. Colominas, F. Navarrina, M. Casteleiro // *Rev. Internacional de Metodos Numericos Para Calculo y Diseno en Ingenieria.* – 2012. – V. 28. – P. 33–48.
10. Topology optimization of continuum structures with local and global stress constraints / J. Paris, F. Navarrina, I. Colominas, M. Casteleiro // *Struct. Multidiscip. O.* – 2009. – V. 39. – P. 419–437.
11. Stress constraints sensitivity analysis in structural topology optimization / J. Paris, F. Navarrina, I. Colominas, M. Casteleiro // *Comput. Method. Appl. M.* – 2010. – V. 199. – P. 2110–2122.
12. Qiu G.Y., Li X.S. A note on the derivation of global stress constraints // *Struct. Multidiscip. O.* – 2010. – V. 40. – P. 625–628.
13. Jong Wook Lee, Gil Ho Yoon. Stress based topology optimization of reinforcement structure under in-plane load // *Computers and Structures.* – 2017. – V. 191. – P. 115–128.
14. Баничук Н.В. *Оптимизация форм упругих тел.* – М.: Наука, 1980. – 255 с.
15. Allaire G., Jouve F., Maillot H. Topology optimization for minimum stress design with the homogenization method // *Struct. Multidiscip. O.* – 2004. – V. 28. – P. 87–98.
16. Bruggi M. On an alternative approach to stress constraints relaxation in topology optimization // *Struct. Multidiscip. O.* – 2008. – V. 36. – P. 125–141.
17. Bruggi M., Venini P. A mixed FEM approach to stress-constrained topology optimization // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2008. – V. 73. – P. 1693–1714.
18. Burger M., Stainko R. Phase-field relaxation of topology optimization with local stress constraints // *SIAM J Control Optim.* – 2006. – V. 45. – P. 1447–1466.
19. Cheng G., Jiang Z. Study on topology optimization with stress constraints // *Eng. Optim.* – 1992. – V. 20. – P. 129–148.
20. Akash D., Anadi M. Topology Optimization of Bridge Structures Using Optimality Criteria Method // *International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology (IJRAS ET).* – May 2015. – V. 3. – Iss. 5. – P. 1034–1038.

Поступила 27.10.2017 г.

Информация об авторах

Павлов С.П., доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и моделирования Саратовского государственного технического университета им. Гагарина Ю.А.

Бекренев Н.В., доктор технических наук, профессор кафедры технической механики и деталей машин Саратовского государственного технического университета им. Гагарина Ю.А.

Злобина И.В., кандидат технических наук, доцент кафедры технической механики и деталей машин Саратовского государственного технического университета им. Гагарина Ю.А.

Бодягина К.С., аспирант кафедры информационной безопасности автоматизированных систем Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А.

UDC 539.37:622.24

OPTIMIZATION OF ELEMENTS REINFORCEMENT IN MICROMECHANICAL DEVICES FOR GEOLOGICAL SURVEYS: COMPUTER SIMULATION AND EXPERIMENT

Sergey P. Pavlov¹,
pspsar@yandex.ru

Nikolai V. Bekrenev¹,
nikolaj.bekrenev@yandex.ru

Irina V. Zlobina¹,
irinka_7_@mail.ru

Kseniya S. Bodyagina¹,
bodksen@mail.ru

¹ Saratov State Technical University named after Gagarin Yu.A.,
77, Politekhnikeskaya street, Saratov, 410054, Russia.

The relevance of the study is caused by the use of gyroscopes and inclinometers to measure the trajectory of drilling wells. The plates of various configurations with technological cut-outs or inserts are often used as elements of these devices. The presence of these plates leads to stress concentration in some areas and their further destruction if these stresses exceed the ultimate strength of the material. One way to improve the reliability of these elements is the reinforcement of the plates, which allows strengthening the structure in problem areas.

The main aim of the study is to develop a method and algorithm for topological optimization of microstructure of reinforcing with constraints on stresses for plates that are the members of the gyroscopes and inclinometers, to increase their strength and reliability.

Methods. The finite element methods for problems of mechanics of a solid deformable body are used for mathematical modeling of the stress-strain state of plates. The optimal structure of plate reinforcement is obtained by the method of topological optimization developed by the authors.

The results. The proposed and implemented algorithm in the form of a complex of programs makes it possible to obtain topologically optimal reinforcement of plates not only in the presence of cuts and holes, but also in the presence of inclusions from other material in the base material of the plate.

Key words:

Reinforcement, Mises criterion, plates with technological cut-outs, topological optimization, finite element method, composite materials, three-dimensional printing, tensile tests.

The studies were carried out with the support of RFBR grant No. 17–03–00720 «Methodology of optimizing microconstruction of composite materials for objects of complex shape with increased dynamic strength layered by electrotechnological methods».

REFERENCES

1. Amir O. A topology optimization procedure for reinforced concrete structures. *Comput. Struct.*, 2013, vol. 114, pp. 46–58.
2. Luo Y., Wang M.Y., Zhou M., Deng Z. Topology optimization of reinforced concrete structures considering control of shrinkage and strength failure. *Comput. Struct.*, 2015, vol. 157, pp. 31–41.
3. Pavlov S.P., Krysko V.A., Bodyagina K.S. On the issue of optimizing the shape of geological excavations and topology of their strengthening. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2017, vol. 328, no. 1, pp. 6–12.
4. Bendsoe M.P., Sigmund O. *Topology optimization: theory, methods and applications*. Berlin, Springer Science & Business Media, 2003. 370 p.
5. Moon S.J., Yoon G.H. A newly developed qp-relaxation method for element connectivity parameterization to achieve stress-based topology optimization for geometrically nonlinear structures. *Comput. Method. Appl. M.*, 2013, vol. 265, pp. 226–241.
6. Takezawa A., Yoon G.H., Jeong S.H., Kobashi M., Kitamura M. Structural topology optimization with strength and heat conduction constraints. *Comput. Method. Appl. M.*, 2014, vol. 276, pp. 341–361.
7. Luo Y., Wang M.Y., Kang Z. An enhanced aggregation method for topology optimization with local stress constraints. *Comput. Method. Appl. M.*, 2013, vol. 254, pp. 31–41.
8. Luo Y.J., Kang Z. Topology optimization of continuum structures with Drucker-Prager yield stress constraints. *Comput. Struct.*, 2012, vol. 90–91, pp. 65–75.
9. Paris J., Martinez S., Nogueira X., Colominas I., Navarrina F., Casteleiro M. A minimum weight formulation with stress constraints in topology optimization of structures. *Rev Internacional de Metodos Numericos Para Calculo y Diseno en Ingenieria*, 2012, vol. 28, pp. 33–48.
10. Paris J., Navarrina F., Colominas I., Casteleiro M. Topology optimization of continuum structures with local and global stress constraints. *Struct. Multidiscip. O.*, 2009, vol. 39, pp. 419–437.
11. Paris J., Navarrina F., Colominas I., Casteleiro M. Stress constraints sensitivity analysis in structural topology optimization. *Comput. Method. Appl. M.*, 2010, vol. 199, pp. 2110–2122.
12. Qiu G.Y., Li X.S. A note on the derivation of global stress constraints. *Struct. Multidiscip. O.*, 2010, vol. 40, pp. 625–628.
13. Jong Wook Lee, Gil Ho Yoon. Stress based topology optimization of reinforcement structure under in-plane load. *Computers and Structures*, 2017, vol. 191, pp. 115–128.
14. Banichuk N.V. *Optimizatsiya form uprugikh tel [Optimization of forms of elastic bodies]*. Moscow, Nauka Publ., 1980. 255 p.
15. Allaire G., Jouve F., Maillot H. Topology optimization for minimum stress design with the homogenization method. *Struct. Multidiscip. O.*, 2004, vol. 28, pp. 87–98.

16. Bruggi M. On an alternative approach to stress constraints relaxation in topology optimization. *Struct. Multidiscip. O.*, 2008, vol. 36, pp. 125–141.
17. Bruggi M., Venini P. A mixed FEM approach to stress-constrained topology optimization. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 2008, vol. 73, pp. 1693–1714.
18. Burger M., Stainko R. Phase-field relaxation of topology optimization with local stress constraints. *SIAM J Control Optim.*, 2006, vol. 45, pp. 1447–1466.
19. Cheng G., Jiang Z. Study on topology optimization with stress constraints. *Eng. Optim.*, 1992, vol. 20, pp. 129–148.
20. Akash D., Anadi M. Topology Optimization of Bridge Structures Using Optimality Criteria Method. *International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology (IJRAS ET)*, May 2015, vol. 3, Iss. 5, pp. 1034–1038.

Received: 27 October 2017.

Information about the authors

Sergey P. Pavlov, Dr. Sc., professor, Saratov State Technical University named after Gagarin Yu.A.

Nikolai V. Bekrenev, Dr. Sc., professor, Saratov State Technical University named after Gagarin Yu.A.

Irina V. Zlobina, Cand. Sc., associate professor, Saratov State Technical University named after Gagarin Yu.A.

Kseniya S. Bodyagina, postgraduate student, Saratov State Technical University named after Gagarin Yu.A.