

УДК 621.314:2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ПРОВОДА ОБМОТОК ТРАНСФОРМАТОРА СОБСТВЕННЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Ю.Н. Исаев, Г.А. Елгина, А.В. Лавринович*

Томский политехнический университет

* Институт сильноточной электроники СО РАН, г. Томск

E-mail: isaev_yusup@mail.ru

Приводится рассмотрение продольных и поперечных деформаций проводника обмотки трансформатора, вызванных током короткого замыкания. Приводятся полезные соотношения, позволяющие оценить удлинения и сдвиг проводников в обмотке при известном токе. Приводится пример расчета распределения пондеромоторных сил для проводников обмотки трансформатора круглого и прямоугольного сечения.

Ключевые слова:

Обмотки трансформатора, диагностика трансформатора, продольные и поперечные деформации, распределенные емкости, пондеромоторные силы, механическое напряжение, уравнение Максвелла, тензор натяжения Максвелла.

Key words:

Transformer windings, transformer diagnostics, longitudinal and transverse deformations, distributed capacitance, ponderomotive forces, mechanical stress, Maxwell's equations, Maxwell's tensor.

Оценка фактического состояния силового трансформатора по результатам диагностических измерений является на сегодняшний день сложной и актуальной задачей. Одной из важных задач диагностики является оценка механического состояния обмоток трансформатора. При токах короткого замыкания теряется электродинамическая стойкость — происходят механические повреждения. Это осевые и радиальные остаточные деформации, скручивание и раскручивание обмоток. Одним из альтернативных методов диагностики является метод зондирующего импульса напряжения длительностью порядка микро–нано секунд, который подается на обмотки трансформатора. При соответствующем выборе формы импульса можно получить частотный спектр зондируемого сигнала с богатым высокочастотным наполнением. Высокочастотные компоненты зондирующего импульса возбуждают токи смещения, которые, протекая через распределенные емкости трансформатора, вносят свой уникальный вклад в формирование спектра выходного сигнала. При наличии дефектов, обусловленных смещением или механической деформацией, в обмотках трансформатора меняются величины распределенных емкостей, что неизбежно скажется на спектре выходного сигнала. Следовательно, сравнивая эталонный спектр выходного сигнала трансформатора без деформаций со спектром выходного сигнала трансформатора с дефектом, можно обнаружить наличие деформаций [1, 2].

Таким образом, дефекты, обусловленные удлинением и поперечным расширением обмотки трансформатора, изменяют величины распределенных емкостей трансформатора. Поэтому целью данной работы является вывод основных соотношений для оценки поперечных и продольных деформаций проводов обмотки трансформатора, вызванных током короткого замыкания. Приведем необходимые соотношения для расчета продоль-

ной и поперечной деформаций одного витка обмотки трансформатора. Эти соотношения полезны для оценки продольного удлинения и поперечного расширения одного витка обмотки при известном токе проводника. Затем приведем расчет поля распределения пространственной деформации проводников в уединенной обмотке.

Изменение объема тела характеризуется компонентами вектора смещения du_i , которые определяются тензором деформации ε_{ij} [3]:

$$du_i = \varepsilon_{ij} dx_j. \quad (1)$$

Здесь по немым индексам суммирование. Будем считать, что отсутствуют деформации вращения. Тензор деформации можно привести к главным осям. Это означает, что оси координат ориентированы таким образом, что тензор имеет только диагональные элементы.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Диагональные элементы называются главными деформациями и описывают растяжение или сжатие элемента объема в направлении главных осей. След тензора ε_{ii} — сумма диагональных элементов, есть относительное удлинение объема, которое можно получить с учетом выражения (1) [3]:

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \operatorname{div}(\mathbf{u}). \quad (3)$$

Между компонентами тензора существует связь:

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\sigma_{33}}{E}, \quad (4)$$

здесь σ_{33} — элемент тензора напряжений вдоль оси z ; E — модуль Юнга (модуль растяжения),

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} = -\sigma \varepsilon_{33} = \sigma \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (5)$$

σ – коэффициент Пуассона (отношение поперечного сжатия к продольному расширению).

Определим деформации кольцевого медного провода с магнитной проницаемостью $\mu=1$ под действием магнитного поля протекающего по нему тока. Пусть σ_{\parallel} – механическое напряжение, действующее вдоль оси провода, а σ_{\perp} – механическое напряжение, действующее поперек оси. Определим эти напряжения.

Сила, действующая вдоль оси проводника, есть поперечное напряжение σ_{\parallel} , умноженное на площадь поперечного сечения проводника, т. е. $\sigma_{\parallel} 2\pi r^2$, учитывая изменение энергии магнитного поля проводника вдоль его оси, можно записать:

$$F_{\parallel} = \sigma_{\parallel} \pi r^2 = \frac{\partial W}{\partial l} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial l} = \frac{I^2}{4\pi} \frac{\partial L}{\partial R}, \quad (6)$$

где $l=2\pi R$ – длина проводника; L – индуктивность кольца, зависящая от геометрических размеров проводника; I – ток проводника.

Сила F_{\perp} , действующая поперек оси проводника, есть продольное напряжение σ_{\perp} , умноженное на площадь поверхности проводника, т. е. $\sigma_{\perp} 2\pi r R$, учитывая изменение энергии магнитного поля вдоль радиуса r , можно записать:

$$F_{\perp} = \sigma_{\perp} 2\pi r R = \frac{\partial W}{\partial r} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial r}. \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) позволяют определить связь между продольным и поперечным напряжениями с продольной и поперечной силами:

$$\sigma_{\parallel} = \frac{F_{\parallel}}{\pi r^2} = \frac{I^2}{4\pi^2 r^2} \frac{\partial L}{\partial R}, \quad \sigma_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{2\pi r R} = \frac{I^2}{4\pi r R} \frac{\partial L}{\partial r}. \quad (8)$$

Запишем выражение для индуктивности проводника в виде кольца с круглым поперечным сечением [4] (рис. 1, а).

$$L(r, R) = \mu_0 R \left(\ln \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{7}{4} \right), \quad (9)$$

используя соотношения (8) и (9), получим:

$$\sigma_{\parallel} = \frac{I^2 \mu_0}{4\pi^2 r^2} \left(\ln \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{3}{4} \right), \quad \sigma_{\perp} = -\frac{2I^2 \mu_0}{\pi r^2}.$$

И, наконец, используя выражение для относительного смещения и уравнения связи (4), (5), по-

лучим относительное удлинение проводника круглого сечения:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta l}{l} &= \frac{1}{E} (\sigma_{\parallel} - 2\sigma \sigma_{\perp}) = \\ &= \frac{I^2 \mu_0}{E \pi r^2} \left(\frac{1}{4\pi} \left(\ln \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{3}{4} \right) + 4\sigma \right). \end{aligned}$$

Прделаем аналогичные операции для кольца с прямоугольным поперечным сечением имеющего следующую формулу для индуктивности [4] (рис. 1, б) и для погонных индуктивностей

$$L(r, R) = \mu_0 R \left(\ln \left(\frac{8R}{b+a} \right) - \frac{1}{2} \right),$$

$$\frac{\partial L}{\partial R} = \mu_0 \left(\ln \left(\frac{8R}{b+a} \right) + \frac{1}{2} \right),$$

$$\frac{\partial L}{\partial a} = -\mu_0 \frac{R}{b+a}, \quad \frac{\partial L}{\partial b} = -\mu_0 \frac{R}{b+a}.$$

Находим напряжения, действующие вдоль оси и перпендикулярно к ней:

$$F_{\parallel} = \sigma_{\parallel} ab = \frac{\partial W}{\partial l} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial l} = \frac{I^2}{4\pi} \frac{\partial L}{\partial R} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sigma_{\parallel} = \frac{I^2 \mu_0}{4\pi ab} \left(\ln \left(\frac{8R}{a+b} \right) + \frac{1}{2} \right);$$

$$F_{\perp 1} = \sigma_{\perp 1} 2\pi R a = \frac{\partial W}{\partial a} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial a} \rightarrow \sigma_{\perp 1} = \frac{-\mu_0 I^2}{4\pi(b+a)a};$$

$$F_{\perp 2} = \sigma_{\perp 2} 2\pi R b = \frac{\partial W}{\partial b} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial b} \rightarrow \sigma_{\perp 2} = \frac{-\mu_0 I^2}{4\pi(b+a)b}.$$

Находим относительное удлинение кольца

$$\begin{aligned} \frac{\Delta l}{l} &= \frac{1}{E} (\sigma_{\parallel} - \sigma (\sigma_{\perp 1} + \sigma_{\perp 2})) = \\ &= \frac{I^2 \mu_0}{E \pi 4} \left(\frac{1}{ab} \left(\ln \left(\frac{8R}{a+b} \right) + \frac{1}{2} \right) - \frac{\sigma}{ab} \right). \end{aligned}$$

Для того чтобы подсчитать изменение емкости кольцевого проводника круглого сечения нужно использовать известную формулу расчета емкости [5]:

$$C(r, R, \varepsilon) = 4\pi \varepsilon R \left(0,68 + 1,07 \frac{r}{R} \right).$$

При пренебрежении температурной деформацией изменение емкости будет определяться выражением:

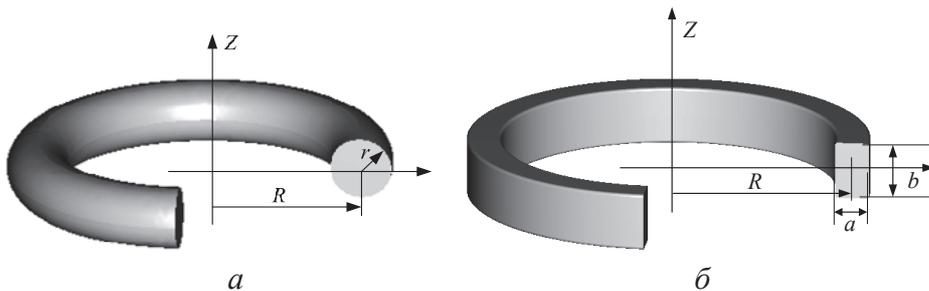


Рис. 1. Геометрические параметры витков обмотки: а) круглого сечения, б) прямоугольного сечения

$$dC(r, R, \varepsilon) = \frac{\partial C}{\partial r} dr + \frac{\partial C}{\partial R} dR = \pi\varepsilon(4,28dr + 2,27dR).$$

$$\text{Здесь } dR = \frac{\sigma_{\perp}}{E} R, \quad dr = \frac{2\sigma_{\parallel} r}{E}.$$

Таким образом, получены полезные соотношения, позволяющие оценить продольные и поперечные деформации одного витка обмотки и изменение емкости витка.

Для получения пространственного распределения деформаций обмотки трансформатора нужно учитывать не только индуктивность одного витка, но и взаимную индуктивность всех витков. Пространственное распределение деформирующих сил в электромагнитном поле называют пондеромоторными силами [3, 5]. Для правильной оценки деформации проводников необходимо рассчитать распределение пондеромоторных сил. Для этого нужно использовать систему уравнений Максвелла и тензор натяжения Максвелла [3, 6]. Используя уравнения Максвелла, рассчитаем векторный магнитный потенциал, а затем распределения магнитной напряженности поля, вызванного током проводников:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \\ &= \mathbf{i} \left(\frac{\partial}{\partial y} A_z - \frac{\partial}{\partial z} A_y \right) + \mathbf{j} \left(\frac{\partial}{\partial z} A_x - \frac{\partial}{\partial x} A_z \right) + \\ &\quad + \mathbf{k} \left(\frac{\partial}{\partial x} A_y - \frac{\partial}{\partial y} A_x \right); \\ \nabla(\mu\mathbf{H}) &= \mathbf{J} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{A} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{A} + \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{A} &= \mathbf{J}. \end{aligned}$$

Здесь μ – магнитная проницаемость; $\mathbf{J}=(J_x, J_y, J_z)^T$ – плотность тока проводника; $\mathbf{A}=(A_x, A_y, A_z)^T$ – векторный магнитный потенциал.

Решив уравнение Пуассона, получим векторный магнитный потенциал \mathbf{A} с последующим определением напряженности магнитного поля \mathbf{H} . Далее для определения распределения тензора деформаций Максвелла используем соотношение [3, 6]:

$$\begin{aligned} \sigma_{jk} &= \frac{\varepsilon}{4\pi} \left(H_i H_k - \frac{H^2 \delta_{jk}}{2} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{\varepsilon}{4\pi} \begin{pmatrix} H_x^2 - \frac{H^2}{2} & H_x H_y & H_x H_z \\ H_y H_x & H_y^2 - \frac{H^2}{2} & H_y H_z \\ H_z H_x & H_z H_y & H_z^2 - \frac{H^2}{2} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Здесь ε – диэлектрическая проницаемость; $H_i, i=1,2,3$ – компонента магнитного поля; $\sigma_{ij}, i,j=1,2,3$ – элементы тензора механических напряжений; $\delta_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{если } j=k \\ 0 & \text{если } j \neq k \end{cases}$ – символ Кронекера.

Интегрирование тензора механического напряжения по поверхности проводников обмотки даст нам распределение поверхностных сил деформаций обмотки [3, 5]:

$$\mathbf{F} = \oint_S \boldsymbol{\sigma} d\mathbf{S} = \oint_S \left(\mu(\mathbf{Hn})\mathbf{H} - \mu \frac{H^2}{2} \mathbf{n} \right) dS.$$

В качестве примера приведем модельную задачу расчета эпюры распределений поверхностных сил в магнитном поле проводников обмотки с использованием метода конечных элементов. Для реализации метода конечных элементов был использован пакет COMSOL Multiphysics. Рассматривались две отдельные обмотки. Одна намотана медным проводом диаметром $d=2$ мм с шагом $h=4$ мм, ко-

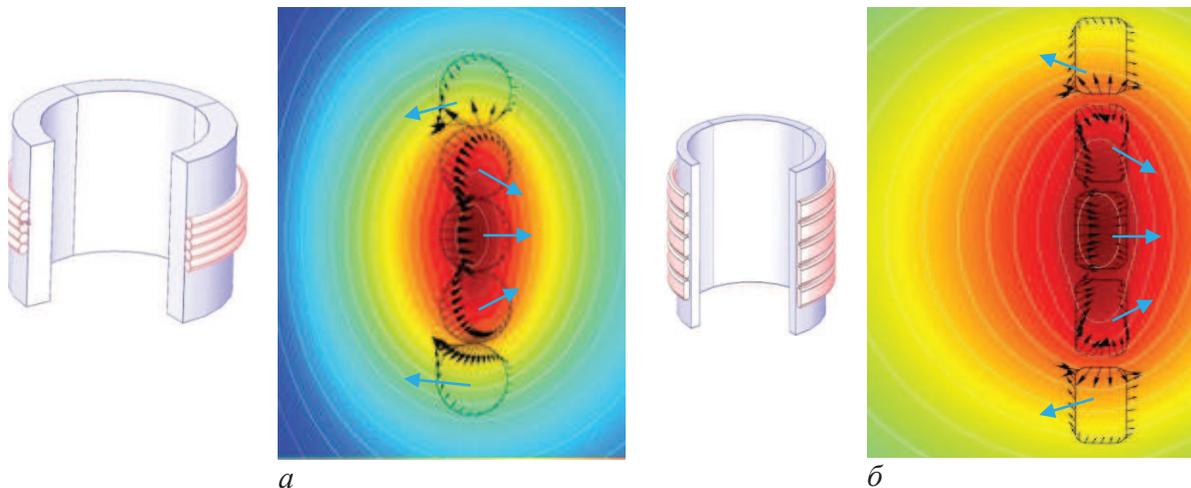


Рис. 2. Распределение поверхностных сил деформации проводников обмотки. Результирующие силы, действующие на отдельные проводники: а) круглого сечения; б) прямоугольного сечения

личество витков $n=5$, внутренний диаметр $d_{\text{вн}}=140$ мм, внешний диаметр $D_{\text{внеш}}=160$ мм, длина медного кабеля $l=370$ мм, основа – полихлорвиниловый цилиндр. Другая обмотка намотана медной шиной с размерами $a=4$ мм, $b=7$ мм, количество витков $n=5$, внутренний диаметр $d_{\text{вн}}=86$ мм, внешний диаметр $D_{\text{внеш}}=102$ мм, длина медного кабеля $l=370$ мм, основа – винипластовый цилиндр.

На рис. 2 приведены две обмотки по пять проводников с различным поперечным сечением. В трех проводниках, находящихся в центре обмотки, произошло короткое замыкание, вследствие чего эти проводники имеют повышенное значение тока. В модели рассматривался ток короткого замыкания, превышающий ток нормального режима в 3 раза. На рис. 2 приведено распределения векторного магнитного потенциала A , распределение поверхностных сил F и результирующие силы, действующие на отдельный проводник. Для наглядности распределение поверхностных сил преувеличе-

но. В месте короткого замыкания проводников возбуждается сильное магнитное поле, обусловленное высоким током. На рисунке приведены только левые части аксиально-симметричных картин.

Огибающая кривая эпюр поверхностных сил повторяет форму деформированного проводника. Результирующие вектора показывают направления смещения проводников.

Выводы

В работе получены полезные соотношения, позволяющие оценить продольные и поперечные деформации проводников обмотки, вызванные током короткого замыкания. Получены формулы, позволяющие оценить изменение емкости круглой обмотки при деформации обмотки. Приведен расчет деформаций, демонстрирующий распределение пондеромоторных сил на поверхности проводников обмотки, показаны результирующие вектора действующих на уединенные витки сил при токах короткого замыкания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Darwin A.W., Sofian D., Wang Z.D., Jarman P.N. Interpretation of frequency response analysis (FRA) results for diagnosing transformer winding deformation // CIGRE 2009 VIth Southern Africa Regional Conference. – 503 p.
2. Ильдарианов Р.Г., Усачев А.Е. Контроль состояния обмоток силовых трансформаторов путем спектрального анализа передаточных функций // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2010. – № 3–4. – С. 38–47.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. Т. VIII. – М.: Наука, 1982. – 262 с.
4. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат. Ленинг. отд-ние, 1986. – 488 с.
5. Иоссель Ю.Я., Кочанов Э.С., Струнский М.Г. Расчет электрической емкости. – Л.: Энергоиздат. Ленинг. отд-ние, 1981. – 288 с.
6. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Физматлит, 2003. – 616 с.

Поступила 15.04.2013 г.