

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ В НЕПОЛНОФАЗНОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

Г.И. Однокопылов, А.Д. Брагин

Томский политехнический университет

E-mail: OGIz@yandex.ru

*Рассмотрен процесс формирования математической модели асинхронного двигателя в составе электроприводов опасных производственных объектов в неполнофазном аварийном режиме работы с учетом полей прямой и обратной последовательности, что позволяет учитывать влияние эллиптического поля в неполнофазных аварийных режимах работы. Процесс переключения в аварийный двухфазный режим работы выполнен с использованием матрицы отказов двигателя. Приведены результаты моделирования переходных процессов при обрыве фазы статора двигателя. Выполнено сравнение временных диаграмм, полученных экспериментально, по частоте вращения и току при помощи автоматизированного испытательного стенда и при помощи имитационной модели в среде Matlab Simulink. Показана адекватность предложенной математической модели, позволяющей исследовать асинхронный электродвигатель в аварийном двухфазном режиме работы трехфазного электродвигателя.*

### Ключевые слова:

*Математическая модель асинхронного двигателя, неполнофазный режим работы, поле прямой и обратной последовательности, матрица отказов двигателя, обрыв фазы двигателя.*

Исследование аварийных состояний асинхронного двигателя в составе исполнительных электроприводов опасных производственных объектов предполагает рассмотрение работы двигателя в неполнофазных режимах работы. Обеспечение отказоустойчивого управления со свойством живучести асинхронного электропривода предполагает разработку алгоритмов восстановления работоспособности с полным или частичным восстановлением работоспособности с круговым вращающимся полем.

При рассмотрении двухфазного режима работы трехфазного асинхронного двигателя можно выделить два различных режима:

- работа в аварийном режиме с эллиптическим полем в нерегулируемом электроприводе;
- работа в аварийном режиме с алгоритмическим формированием кругового вращающегося поля в частотно-регулируемом электроприводе [1].

Целью настоящей статьи является формирование математической модели асинхронного двигателя, учитывающей влияние эллиптического поля в неполнофазных режимах работы.

При рассмотрении аварийного двухфазного режима работы двигателя с эллиптическим полем в воздушном зазоре его можно разложить на поля прямой и обратной последовательности, используя метод симметричных составляющих. Обобщенная модель электрической машины учитывает лишь поле прямой последовательности. Существует два варианта представления модели асинхронного двигателя, работающего с эллиптическим полем – модель обобщенной электрической машины с двумя статорами и двумя роторами, модель обобщенной электрической машины с двумя статорами и одним ротором [2]. Первая модель – более проста в описании, однако дает не точные результаты моделирования переходных процессов, вторая же модель имеет более сложные выражения для результирующего электромагнитного момента, но дает

более точные результаты расчетов в динамических режимах работы.

В связи с вышеперечисленными особенностями математического описания обобщенной электрической машины с эллиптическим полем для формирования математической модели выбрана модель с двумя статорами и двумя роторами (рис. 1).

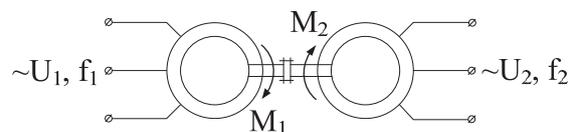


Рис. 1. Схема электрической машины с двумя статорами и двумя роторами

При исследовании несимметричных машин с учетом пространственных гармоник или при наличии несинусоидальных питающих напряжений приводит машину к двухфазной неправомерно, так как поля в зазоре двухфазной и многофазной машин в этих условиях отличаются друг от друга [2]. Так как асинхронный двигатель при обрыве одной из фаз питающей сети является несимметричным – в качестве математической модели может быть принята обобщенная электрическая машина в трехфазной системе координат.

При составлении уравнений и рассмотрении переходных процессов асинхронных машин использованы общепринятые допущения и ограничения, связанные с понятием «идеализированная машина»: машина не насыщена, потерями в стали пренебрегаем; фазные обмотки симметричны и сдвинуты на угол 120 электрических градусов; намагничивающие силы обмоток и магнитные поля распределены синусоидально, вдоль окружности воздушного зазора; воздушный зазор равномерен; ротор симметричен. Реальная распределенная обмотка заменяется сосредоточенной, оси фаз которой сдвинуты на фазный угол, а намагничивающая сила ее равна намагничивающей силе реальной обмотки.

В качестве основы были взяты уравнения модели асинхронного двигателя в заторможенной системе координат [1]. Для упрощения расчетов уравнения для полей прямой и обратной последовательности представлены отдельными системами.

При определении напряжений, подаваемых на обмотки машин, отвечающих за поля прямой и обратной последовательности, учитывалось, что при постоянном питающем напряжении  $U_1=U_A=U_B=U_C=\text{const}$  напряжения прямой и обратной последовательности зависят от скольжения [3].

Уравнения обобщенной электрической машины имеющей два статора и один ротор для поля прямой последовательности имеют вид:

$$U_{1A} = R_s i_{1A} + \frac{d\Psi_{1A}}{dt};$$

$$U_{1B} = R_s i_{1B} + \frac{d\Psi_{1B}}{dt};$$

$$U_{1C} = R_s i_{1C} + \frac{d\Psi_{1C}}{dt};$$

$$0 = R_r i_{1a} + \frac{d\Psi_{1a}}{dt} + (\Psi_{1b} - \Psi_{1c})\omega / \sqrt{3};$$

$$0 = R_r i_{1b} + \frac{d\Psi_{1b}}{dt} + (\Psi_{1c} - \Psi_{1a})\omega / \sqrt{3};$$

$$0 = R_r i_{1c} + \frac{d\Psi_{1c}}{dt} + (\Psi_{1a} - \Psi_{1b})\omega / \sqrt{3}.$$

Потокосцепления для всех фаз:

$$\Psi_{1A} = L_S i_{1A} - \frac{1}{2} L_m i_{1B} - \frac{1}{2} L_m i_{1C} + L_m i_{1a} - \frac{1}{2} L_m i_{1b} - \frac{1}{2} L_m i_{1c};$$

$$\Psi_{1B} = -\frac{1}{2} L_m i_{1A} + L_S i_{1B} - \frac{1}{2} L_m i_{1C} - \frac{1}{2} L_m i_{1a} + L_m i_{1b} - \frac{1}{2} L_m i_{1c};$$

$$\Psi_{1C} = -\frac{1}{2} L_m i_{1A} - \frac{1}{2} L_m i_{1B} + L_S i_{1C} - \frac{1}{2} L_m i_{1a} - \frac{1}{2} L_m i_{1b} + L_m i_{1c};$$

$$\Psi_{1a} = L_m i_{1A} - \frac{1}{2} L_m i_{1B} - \frac{1}{2} L_m i_{1C} + L_R i_{1a} - \frac{1}{2} L_m i_{1b} - \frac{1}{2} L_m i_{1c};$$

$$\Psi_{1b} = -\frac{1}{2} L_m i_{1A} + L_m i_{1B} - \frac{1}{2} L_m i_{1C} - \frac{1}{2} L_m i_{1a} + L_R i_{1b} - \frac{1}{2} L_m i_{1c};$$

$$\Psi_{1c} = -\frac{1}{2} L_m i_{1A} - \frac{1}{2} L_m i_{1B} + L_m i_{1C} - \frac{1}{2} L_m i_{1a} - \frac{1}{2} L_m i_{1b} + L_R i_{1c}.$$

Уравнения для обратной последовательности:

$$U_{2A} = R_s i_{2A} + \frac{d\Psi_{2A}}{dt};$$

$$U_{2B} = R_s i_{2B} + \frac{d\Psi_{2B}}{dt};$$

$$U_{2C} = R_s i_{2C} + \frac{d\Psi_{2C}}{dt};$$

$$0 = R_r i_{2a} + \frac{d\Psi_{2a}}{dt} + (\Psi_{2b} - \Psi_{2c})\omega / \sqrt{3};$$

$$0 = R_r i_{2b} + \frac{d\Psi_{2b}}{dt} + (\Psi_{2c} - \Psi_{2a})\omega / \sqrt{3};$$

$$0 = R_r i_{2c} + \frac{d\Psi_{2c}}{dt} + (\Psi_{2a} - \Psi_{2b})\omega / \sqrt{3}.$$

Потокосцепления для всех фаз:

$$\Psi_{2A} = L_S i_{2A} - \frac{1}{2} L_m i_{2B} - \frac{1}{2} L_m i_{2C} + L_m i_{2a} - \frac{1}{2} L_m i_{2b} - \frac{1}{2} L_m i_{2c};$$

$$\Psi_{2B} = -\frac{1}{2} L_m i_{2A} + L_S i_{2B} - \frac{1}{2} L_m i_{2C} - \frac{1}{2} L_m i_{2a} + L_m i_{2b} - \frac{1}{2} L_m i_{2c};$$

$$\Psi_{2C} = -\frac{1}{2} L_m i_{2A} - \frac{1}{2} L_m i_{2B} + L_S i_{2C} - \frac{1}{2} L_m i_{2a} - \frac{1}{2} L_m i_{2b} + L_m i_{2c};$$

$$\Psi_{2a} = L_m i_{2A} - \frac{1}{2} L_m i_{2B} - \frac{1}{2} L_m i_{2C} + L_R i_{2a} - \frac{1}{2} L_m i_{2b} - \frac{1}{2} L_m i_{2c};$$

$$\Psi_{2b} = -\frac{1}{2} L_m i_{2A} + L_m i_{2B} - \frac{1}{2} L_m i_{2C} - \frac{1}{2} L_m i_{2a} + L_R i_{2b} - \frac{1}{2} L_m i_{2c};$$

$$\Psi_{2c} = -\frac{1}{2} L_m i_{2A} - \frac{1}{2} L_m i_{2B} + L_m i_{2C} - \frac{1}{2} L_m i_{2a} - \frac{1}{2} L_m i_{2b} + L_R i_{2c}.$$

Электромагнитные моменты  $M_1$  и  $M_2$ , создаваемые полями прямой и обратной последовательности, определяются по следующим выражениям:

$$M_1 = p \frac{\sqrt{3}}{2} L_m \left[ (i_{1A} i_{1c} + i_{1B} i_{1a} + i_{1C} i_{1b}) - (i_{1A} i_{1b} + i_{1B} i_{1c} + i_{1C} i_{1a}) \right];$$

$$M_2 = p \frac{\sqrt{3}}{2} L_m \left[ (i_{2A} i_{2c} + i_{2B} i_{2a} + i_{2C} i_{2b}) - (i_{2A} i_{2b} + i_{2B} i_{2c} + i_{2C} i_{2a}) \right].$$

Уравнение движения электропривода, учитывающее моменты прямой и обратной последовательности:

$$M_1 + M_2 - M_c = \frac{J_\Sigma}{p} \frac{d\omega}{dt}.$$

Итоговые выражения для уравнений поля прямой последовательности:

$$\frac{d[i_1]}{dt} = [L_1]^{-1} \left\{ [U_1] - \left( [R] + [L_2] \frac{\omega}{\sqrt{3}} \right) [i_1] \right\},$$

для поля обратной последовательности:

$$\frac{d[i_2]}{dt} = [L_1]^{-1} \left\{ [U_2] - \left( [R] + [L_2] \frac{\omega}{\sqrt{3}} \right) [i_2] \right\},$$

где  $[i_1]$ ,  $[i_2]$  – матрица неизвестных (токи статора и ротора прямой и обратной последовательностей);  $[U_1]$ ,  $[U_2]$  – матрица напряжений прямой и обратной последовательностей;  $[R]$  – матрица сопротивлений;  $[L_1]$ ,  $[L_2]$  – матрицы индуктивностей;  $[L_1]^{-1}$  – обратная матрица индуктивностей статора:

$$[i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \\ i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix}; [U_1] = \begin{bmatrix} U_{1A} \\ U_{1B} \\ U_{1C} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; [i_2] = \begin{bmatrix} i_{2A} \\ i_{2B} \\ i_{2C} \\ i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{bmatrix};$$

$$[U_2] = \begin{bmatrix} U_{2A} \\ U_{2B} \\ U_{2C} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; [R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix};$$

$$[L_1] = \begin{bmatrix} L_s & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 \\ -L_m/2 & L_s & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 \\ -L_m/2 & -L_m/2 & L_s & -L_m/2 & -L_m/2 & L_m \\ L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_r & -L_m/2 & -L_m/2 \\ -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_r & -L_m/2 \\ -L_m/2 & -L_m/2 & L_m & -L_m/2 & -L_m/2 & L_r \end{bmatrix};$$

$$[L_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & -a & 0 & b & -b \\ -a & 0 & a & -b & 0 & b \\ a & -a & 0 & b & -b & 0 \end{bmatrix},$$

$$a = \frac{3}{2} L_m, \quad b = \left( L_r + \frac{1}{2} L_m \right).$$

При работе в трехфазном режиме поля обратной последовательности в воздушном зазоре отсутствуют и соответствующие уравнения в расчетах не участвуют.

Для имитации обрыва фазы статора необходимо в исходные выражения для уравнений поля прямой и обратной последовательности ввести ма-

трицу отказов, позволяющую переходить в аварийный двухфазный режим работы:

$$[M] = \begin{bmatrix} M_A \\ M_B \\ M_C \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

При этом нулевому состоянию переменных  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $M_C$  будет соответствовать номинальный трехфазный режим работы, а единичному – обрыв соответствующей фазы обмотки статора. Тогда итоговое выражение для матрицы активных сопротивлений примет следующий вид:

$$[R_M] = (1 + k_{обр} [M]) [R],$$

где  $k_{обр}$  – коэффициент, имитирующий введение высокоомного сопротивления в цепь статора АД.

Окончательные выражения для уравнений полей прямой и обратной последовательности примут следующий вид соответственно:

$$\frac{d[i_1]}{dt} = [L_1]^{-1} \left\{ [U_1] - \left( [R_M] + [L_2] \frac{\omega}{\sqrt{3}} \right) [i_1] \right\},$$

$$\frac{d[i_2]}{dt} = [L_1]^{-1} \left\{ [U_2] - \left( [R_M] + [L_2] \frac{\omega}{\sqrt{3}} \right) [i_2] \right\}.$$

Имитация обрыва фазы статора осуществляется путем приравнивания коэффициента  $M_A$ ,  $M_B$  или  $M_C$ , соответствующего отказавшей фазе, нулю. При этом на выводы обмотки машины, отвечающей за поля обратной последовательности, подается напряжение, зависящее от текущего значения скольжения, и она подключается встречно с машиной прямой последовательности.

Расчет модели проводился в среде Matlab Simulink. Адекватность предложенной математической модели была проверена путем сравнения расчетных и экспериментальных данных, полученных при помощи автоматизированного испытательного стенда (рис. 2). Результаты сравнения переходных процессов, рассчитанных на модели и полученных экспериментально, приведены на рис. 3, 4.

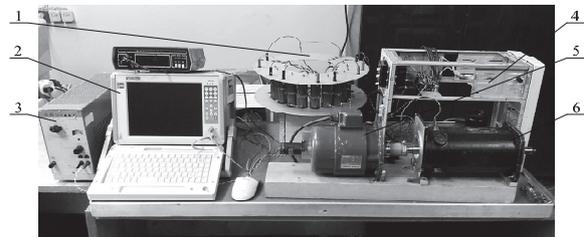
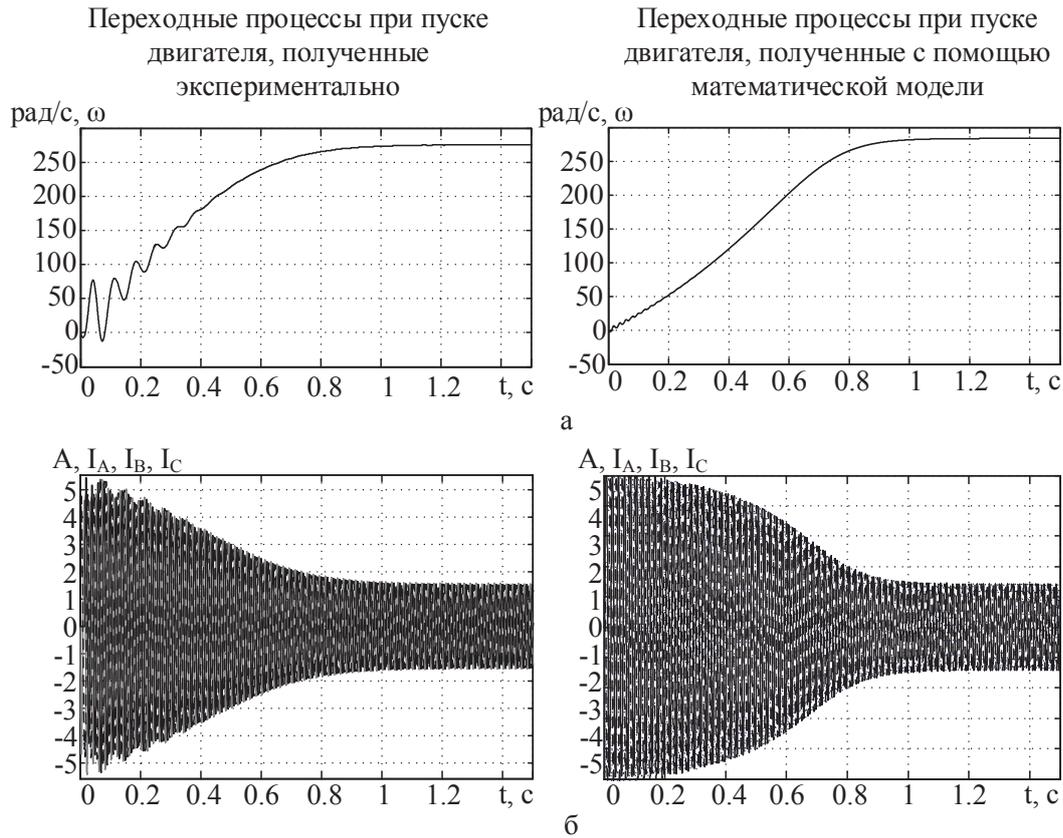
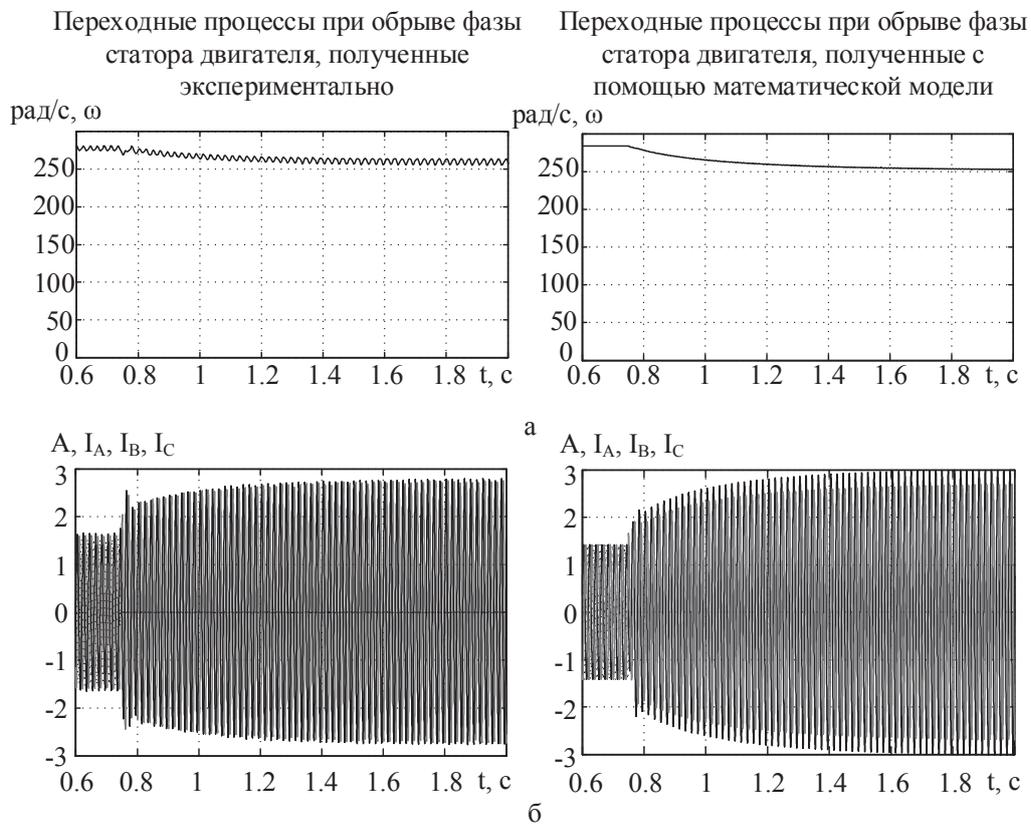


Рис. 2. Автоматизированный испытательный стенд для исследования аварийных и неполнофазных режимов работы асинхронного двигателя: 1 – резистивная нагрузка; 2 – компьютерная измерительная система МИС-300; 3 – источник питания; 4 – блок формирования аварийных режимов работы; 5 – асинхронный двигатель АИР63А2; 6 – машина постоянного тока серии ППИ 12.11



**Рис. 3.** Переходные процессы при пуске двигателя, полученные экспериментально и при помощи математической модели: а) по скорости; б) по току



**Рис. 4.** Переходные процессы при обрыве фазы статора двигателя, полученные экспериментально и при помощи математической модели: а) по скорости; б) по току

Разница между частотой вращения двигателя и амплитудой тока, полученных экспериментально и на математической модели, в трехфазном установленном режиме работы составляет 2,8 и 9,6 % соответственно. В аварийном двухфазном режиме работы эта разница составляет 2,3 % для частоты вращения и 2,5 % для тока для установившихся значений. Отклонения в переходных режимах работы вызваны принятыми в ходе составления математической модели допущениями, а также несимметрией питающей сети при проведении эксперимента.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет исследовать асинхронный электродвигатель в аварийном двухфазном режиме работы с учетом поля обратной последовательности, а также в двухфазном режиме работы с алгоритмическим поддержанием кругового вращающегося поля, когда поле обратной последовательности в воздушном зазоре отсутствует.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Одинокопылов Г.И., Одинокопылов И.Г. Обеспечение живучести электродвигателей переменного тока: монография. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 187 с.

#### Выводы

1. Разработана математическая модель асинхронного двигателя для исследования неполнофазного аварийного режима работы с учетом полей прямой и обратной последовательности с использованием матрицы отказов двигателя.
2. На основе разработанной имитационной модели в среде Matlab Simulink и проведенных подтверждающих экспериментов для случая обрыва фазы статора асинхронного двигателя при эллиптическом вращающемся поле расхождение результатов по току составило 2,3 %, по частоте вращения – 2,5 % в установившемся режиме, в трехфазном установленном режиме работы расхождение результатов по току составило 2,8 %, по частоте вращения, 6 %, что подтверждает адекватность разработанной математической модели.

2. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.
3. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: в 2-х т. Т. 1. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МЭИ, 2004. – 652 с.

Поступила 20.05.2013 г.

UDC 62-83-523

## MATHEMATICAL MODEL OF INDUCTION MOTOR IN PHASE FAILURE MODE

G.I. Odnokopylov, A.D. Bragin

Tomsk Polytechnic University

*The paper considers the formation process of mathematical model of induction motor in electric drives of hazardous production facilities in phase failure emergency mode considering direct and reverse sequence fields that allows considering the impact of the elliptic field in phase failure emergency modes. The switching process into emergency two-phase operation was made using motor failure matrix. The paper introduces the results of transient modeling at loss of motor stator phase. The timing charts of speed and current obtained experimentally were compared using an automated test bench and a simulation model in the Matlab Simulink. Adequacy of the proposed mathematical model which allows investigating the induction motor in emergency two-phase operation of three-phase motor is proved.*

#### Key words:

*Mathematical model of induction motor, phase failure mode, field of direct and negative sequence, the matrix of motor failures, loss of motor phase.*

#### REFERENCES

1. Odnokopylov G.I., Odnokopylov I.G. *Obespechenie zhivuchesti elektrodvigateley peremennogo toka* (AC motor survivability support). Tomsk, TPU Publ., 2005. 187 p.

2. Kopylov I.P. *Matematicheskoe modelirovanie elektricheskikh mashin* (Mathematical modeling of electrical machines). Moscow, Vysshaya shkola, 2001. 2<sup>nd</sup> Iss., 327 p.
3. Ivanov-Smolenskiy A.V. *Elektricheskie mashiny* (Electrical machines). Moscow, MEI Publ., 2004. 2<sup>nd</sup> Iss., 1, 652 p.