МНОГОПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С КРАТНОЙ ПЕРИОДИЧНОСТЬЮ

К.А. Анпилогова

Научный руководитель: профессор, д.т.н. А.А. Мицель

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: kseniya.anpilogova1994@gmail.com

MULTI-PRODUCT INVENTORY MANAGMEMENT MODEL WITH A MULTIPLE PERIODICITY

K.A. Anpilogova

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.A. Mitsel

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: kseniya.anpilogova1994@gmail.com

Abstract. *Inventory management is of great interest to various spheres of activity. This theory is a new industry that arose in connection with the need of optimal regulation of reserves. Over the past decades, significant progress has been made in the development of various mathematical models for managing commodity and non-commodity inventories. Despite the fact that this topic is quite popular in the literature, the question of purchasing resources in conditions of their deficit remains topical. The study is devoted to the development of a multi-product inventory management model with a multiple periodicity.*

Введение. Управление запасами представляет большой интерес для различных сфер человеческой деятельности. Данная теория – новая отрасль знания, возникшая в связи с потребностью оптимального регулирования запасов. За последние десятилетия достигнуты значительные успехи в создании различных математических моделей управления товарными и нетоварными запасами. Несмотря на то, что эта тема в литературе достаточно популярна, вопрос о закупке ресурсов в условиях их дефицита остается актуальным. Исследование посвящено разработке многопродуктовой модели управления запасами с кратной периодичностью.

Описание модели. Предприятие закупает n видов ресурсов. Объём первого ресурса q_1 составляет в натуральных единицах, стоимость единицы ресурса составляет d_1 денежных единиц; объём второго ресурса и цена составляют q_2 и d_2 соответственно; объём третьего ресурса и цена будут составлять q_3 и d_3 и т.д. Период поставок первого вида ресурса (цикл) примем равным T, период поставки второго ресурса $\frac{T}{m_2}$, третьего - $\frac{T}{m_3}$ и т.д., где $m_i, i = 1, \dots, n$ −кратность поставки. Объём средств ограничен величиной

$Y_m \leq d_1 q_1 + d_2 q_2 + \dots + d_n q_n$.

Будем полагать, что первый ресурс закупается полностью в начале периода, а второй, третий и т.д. ресурсы – частично в следующих объёмах: $k_2 q_2, k_3 q_3, \dots, k_n q_n$, где $k_i, i = 1, \dots, n$ −доля соответствующего ресурса. Тогда

$d_1 q_1 + k_2 d_2 q_2 + k_3 d_3 q_3 + \dots + k_n d_n q_n = Y_m$.

Полагаем, что ресурсы расходуются с постоянной интенсивностью $b_1, b_2, \dots, b_n$.

Введём следующие обозначения:

$$a_1 = d_1 q_1, a_2 = q_2 \mu_2, \dots, a_n = q_n \mu_n;$$
$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n;$$
$$b_1 = \frac{a_1}{T};\ b_2 = \frac{m_2 a_2}{T}; \dots; b_n = \frac{m_n a_n}{T};$$
$$b = b_1 + b_2 + \dots + b_n.$$

Кроме того, полагаем $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n$.

Запишем модель:

$$\begin{aligned} &Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)} - bt_{n,1} + a_n(1-k_n) = Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}, \\ &Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)} - bt_{n-1,1} + a_n(1-k_n) + a_n(1-k_{n-1}) = Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)} - bt_{2,1} + \sum_{i=2}^{n} a_i(1-k_i) = Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &k_n a_n = b_n t_{n,1}, \\ &k_{n-1} a_{n-1} = b_{n-1} t_{n-1,1}, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &k_2 a_2 = b_2 t_{21}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)} - bt_{n,2} + \sum_{i=2}^{n} a_i(1-k_i) + a_n = Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}, \\ &Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)} - bt_{n-1,2} + \sum_{i=2}^{n} a_i(1-k_i) + a_n + a_{n-1} = Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)} - bt_{2,2} + \sum_{i=2}^{n} a_i(1-k_i) + \sum_{i=2}^{n} a_i = Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &a_n(1-k_n) = b_n(t_{n,2} - t_{n,1}), \\ &a_{n-1}(1-k_{n-1}) = b_{n-1}(t_{n-1,2} - t_{n-1,1}), \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &a_2(1-k_2) = b_2(t_{2,2} - t_{1,2}); \end{aligned} \quad (4)$$

$$Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)} = a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n. \quad (5)$$

Система (1) и (3) является балансовой для моментов времени $t_{i,1}$ и $t_{i,2}$, $i = 2, \dots, n$, соответственно; система (2) и (4) выражают бездифицитность второго ресурса в момент времени $t_{i,1}$ и $t_{i,2}$, $i = 2, \dots, n$,; уравнение (5) определяет необходимый объём оборотных средств.

Из (2) и (4) получим:

$$\begin{aligned} &t_{2,1} = \frac{a_2}{b_2} k_2, \dots, t_{n,1} = \frac{a_n}{b_n} k_n; \\ &t_{n,2} = \frac{a_n}{b_n}, \dots, t_{2,2} = \frac{a_2}{b_2}; \end{aligned} \quad (6)$$

Проведенный анализ показал, что аналитическую модель получить не удается из-за избыточности уравнений и, как следствие, неоднозначности решения. Поэтому получим алгоритмическую модель.

Перепишем модель с учётом (6) в виде (7):

$$Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}(k_2,\dots,k_n) = a_1 + \sum_{i=2}^{n} k_i a_i \to min,$$

$$-b\frac{a_n}{b_n}k_n + a_n(1-k_n) = 0,$$

$$-b\frac{a_{n-1}}{b_{n-1}}k_{n-1} + a_n(1-k_n) + a_{n-1}(1-k_{n-1}) \le 0,$$

……………………………………………..

$$-b\frac{a_2}{b_2}k_2 + \sum_{i=2}^{n} a_i(1-k_i) \le 0;$$

$$-b\frac{a_n}{b_n} + \sum_{i=2}^{n} a_i(1-k_i) + a_n \le 0,$$

$$-b\frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} + \sum_{i=2}^{n} a_i(1-k_i) + a_n + a_{n-1} \le 0,$$

…………………………………………….. (7)

$$-b\frac{a_2}{b_2} + \sum_{i=2}^{n} a_i(1-k_i) + \sum_{i=2}^{n} a_i \le 0;$$

$$0 < k_i \le 1, i = 2, \dots, n.$$

Таким образом, имеем задачу линейного программирования. Решение задачи являются доли ресурсов $k_2, \dots, k_n$. Затем подставляем $k_2, \dots, k_n$в (6) и находим времена докупки ресурсов. При кратности поставок $m_i > 2, i = 2, \dots, n$, моменты времени последующих докупок вычисляем по формулам:

$$t_{i,1} = \frac{a_i}{b_i}k_i, t_{i,2} = \frac{a_i}{b_i}, i = 2, \dots, n;$$

$$t_{i,j+1} = t_{i,j} + (j-2)\frac{T}{m_i}, i = 2, \dots, n, j = 2, \dots, m_i.$$

Нормировочный коэффициент для n-продуктовой модели равен:

$$K^{(n,m_2,\dots,m_n)} = \frac{Y_{min}^{(n,m_2,\dots,m_n)}(k_2,\dots,k_n)}{Y_\Sigma^{(n)}}.$$

Здесь $Y_\Sigma^{(n)} = \sum_{i=1}^{n} a_i -$ общий объём ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулакова Ю.Н. Оценка нормировочного множителя в многопродуктовой модели управления запасами предприятия при условии равной периодичности и одинаковой стоимости поставок //Логистика и управление цепями поставок. – 2012, №3. – С.76-83
2. Кулакова Ю.Н., Кулаков А.Б. Многопродуктовая модель управления запасами двух видов товаров с кратной периодичностью поставок /Социально-экономическое развитие России: возможности, проблемы, перспективы: материалы XXXI междунар. науч.-практ. конф. / Урал. соц.-экон. ин-т (ф) ОУП ВПО «АТиСО». – Челябинск, 2014. – С. 218-223.