

КИНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ ГАЗО-КАПЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

И.М. Васенин, Н.Н. Дьяченко, Л.И. Дьяченко

Томский государственный университет

Работа посвящена моделированию течения двухфазной среды в энергосистемах, рабочим телом которых являются продукты сгорания металлизированных топлив. Представлены результаты численного расчета двухфазного течения в канале импульсного МГД-генератора.

Движение полидисперсного ансамбля частиц в газе сопровождается их коагуляцией и дроблением. Точная постановка задачи требует использования многомерной функции распределения частиц по параметрам. Но из-за чрезвычайной сложности практическая реализация задачи в этом случае маловероятна. Подавляющее большинство исследователей для описания капельной среды используют одномерную функцию распределения частиц по размерам [1,2]. Более строгий подход заключается в статистическом осреднении ансамбля частиц по параметрам. По этому пути пошли авторы работ [3-5]. Данное исследование посвящено дальнейшей разработке статистической модели газо-капельной среды.

Для описания полидисперсного ансамбля жидких частиц в многомерном фазовом пространстве введем функцию распределения $f = f(m, \vec{U}, T, \vec{r}, t)$, где $m, \vec{U}, T$ – масса, скорость, температура частиц; $\vec{r}, t$ – пространственная и временная координаты. Кинетическое уравнение для функции распределения запишем в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{U} \nabla_{\vec{r}} f + \nabla_{\vec{U}} \cdot \frac{\vec{F}}{m} f + \frac{\partial}{\partial T} \frac{q}{cm} f = I, \quad (1)$$

здесь $\vec{F}$ – сила, действующая на частицу со стороны несущей среды; q – тепловой поток между частицей и несущей средой; c – теплоемкость материала частицы; $\nabla_{\vec{r}}, \nabla_{\vec{U}}$ – операторы градиента в физическом и скоростном пространствах; $f = f(m, \vec{U}, T, \vec{r}, t)$ – введена для краткости записи; I – интеграл столкновения.

Рассмотрим уравнение (1) при фиксированном значении массы m , которая входит в него как параметр. Индивидуальную скорость частицы массой m можно представить в виде суммы средней $\vec{U}_0$ и пульсационной составляющей $\vec{U}'$ скорости $\vec{U} = \vec{U}_0 + \vec{U}'$. Аналогично для температуры частиц массой m $T = T_0 + T''$

Уравнение (1) в новых переменных $\vec{U}', T''$ запишем в виде

$$\frac{df}{dt} + \vec{U}' \nabla_{\vec{r}} f - \frac{d\vec{U}_0}{dt} \nabla_{\vec{U}'} f - \vec{U}' \nabla_{\vec{U}'} f : \nabla_{\vec{U}'} \left(\frac{\vec{F}}{m} f \right) - \frac{dT_0}{dt} \frac{\partial f}{\partial T''} - \frac{\partial f}{\partial T''} \vec{U}' \nabla_{\vec{r}} T_0 + \frac{\partial}{\partial T''} \left(\frac{q}{cm} f \right) = I, \quad (2)$$

где $\nabla_{\vec{U}'}$ – оператор градиента в пространстве пульсационных скоростей; $(:)$ – двойное тензорное умножение.

Для получения системы уравнений, описывающей течение полидисперсной среды, вводится понятие признака частиц. Признаком может быть любая величина, характеризующая частицу и переносимая вместе с ней $\Phi = \Phi(m, \vec{U}, T, \vec{r}, t)$.

Умножая кинетическое уравнение (2) на признак Φ и интегрируя по всему пространству скоростей и температур, получим уравнение переноса осредненного признака частиц $\langle \Phi(m) \rangle$

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} (f(m) \langle \Phi(m) \rangle) + f(m) \langle \Phi(m) \rangle \nabla_{\vec{r}} \bar{U}_0 + \nabla_{\vec{r}} (f(m) \langle \Phi(m) \bar{U}' \rangle) - f(m) \left[\frac{d\Phi(m)}{dt} + \right. \\
& + \langle \bar{U}' \nabla_{\vec{r}} \Phi(m) \rangle + \left(\frac{\langle \bar{F} \rangle}{m} - \frac{d\bar{U}_0}{dt} \right) \langle \nabla_{\bar{U}} \Phi(m) \bar{U}' \rangle : \nabla_{\vec{r}} \bar{U}_0 + \frac{1}{cm} \left\langle q \frac{\partial \Phi(m)}{\partial T} \right\rangle - \\
& \left. - \frac{dT_0}{dt} \left\langle \frac{\partial \Phi(m)}{\partial T'} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \Phi(m)}{\partial T'} \bar{U}' \right\rangle \nabla_{\vec{r}} T_0 \right] = \Delta \langle \Phi(m) \rangle. \quad (3)
\end{aligned}$$

Интеграл $\Delta \langle \Phi(m) \rangle = \int_{\bar{U}', T'} \int \Phi I dT' d\bar{U}'$ представляет собой выражение для скорости

изменения признака Φ частиц массой m за счет столкновений.

Подставив в уравнение (3) в качестве признака частиц моменты скорости $(\bar{U}', \bar{U}' \bar{U}', \dots)$, температуры $(T', T' T', \dots)$, смешанные моменты $(T' \bar{U}', T' T' \bar{U}', \dots)$ получим систему моментных уравнений. Интеграл столкновения и ограничение цепочки моментных уравнений определяются требованиями решаемой задачи.

Рассмотрим течение двухфазной среды в канале импульсного МГД-генератора. Для достижения высокой температуры плазмы, а, следовательно, ее проводимости используют смесевые твердые топлива. Продукты сгорания представляют собой смесь газа и частиц жидкого конденсата оксида алюминия, которые взаимодействуют между собой. Прогнозирование эволюции спектра частиц является одной из основных задач газодинамики МГД процесса. Чтобы более наглядно выделить особенности статистической модели, численный расчет ведется для установившегося движения двухфазной среды в квазиодномерном приближении, влияние магнитного поля не учитывается.

Система уравнений, описывающая течение двухфазной среды имеет вид

$$1. \operatorname{Sp} U = G;$$

$$2. \rho U \frac{dU}{dx} + \frac{dp}{dx} + \sum_{i=1}^k n_i m_i U_i \frac{dU_i}{dx} = 0;$$

$$3. c_p \frac{dT}{dx} + U \frac{dU}{dx} + \sum_{i=1}^k \left(c \frac{dT_i}{dx} + U_i \frac{dU_i}{dx} \right) \frac{n_i m_i U_i}{\rho U} = 0;$$

$$4. \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} = 0;$$

$$5. \frac{\partial (n_i S U_{i0})}{\partial x} = -n_i S \sum_{j=1}^k k_{ij} \mathcal{E}_{ij} \Phi_{ij} n_j;$$

$$6. \frac{\partial m_i}{\partial x} = \frac{1}{U_{i0}} \sum_{j=1}^i k_{ij} \mathcal{E}_{ij} \Phi_{ij} n_j m_j;$$

$$\begin{aligned}
7. \quad n_j m_j U_{i0} \frac{\partial U_{i0}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i m_i \langle U_i' U_i' \rangle) - (n_i m_i \langle F_i \rangle) = \\
= n_i \sum_{j=1}^i k_{ij} \mathcal{E}_{ij} \Phi_{ij} n_j m_j (U_{j0} - U_{i0}) + n_i \sum_{j=1}^k k_{ij} \mathcal{E}_{ij} (1 - \Phi_{ij}) n_j \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} (U_{j0} - U_{i0}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8. \quad & \frac{\partial}{\partial x} (n_i m_i U_{i0} \langle U'_i U'_i \rangle) + 2n_i m_i \langle U'_i U'_i \rangle \frac{\partial U_{i0}}{\partial x} - 2(n_i m_i \langle F_i U'_i \rangle) = n_i \sum_{j=1}^i k_{ij} \mathcal{E}_{ij} \Phi_{ij} n_j [m_i (U_{j0} - U_{i0})^2 + \\
& + m_j \langle U'_j U'_j \rangle - \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} ((U_{j0} - U_{i0})^2 + \langle U'_i U'_i \rangle + \langle U'_j U'_j \rangle)] - n_i \sum_{j=1}^k k_{ij} \mathcal{E}_{ij} \Phi_{ij} n_j m_i \langle U'_i U'_i \rangle + \\
& + n_i \sum_{j=1}^k k_{ij} \mathcal{E}_{ij} (1 - \Phi_{ij}) n_j [m_j (U_{i0} - U_{j0})^2 + m_j \langle U'_j U'_j \rangle - \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} (U_{i0} - U_{j0})^2 + \langle U'_i U'_i \rangle + \langle U'_j U'_j \rangle]; \\
9. \quad & n_i m_i U_{i0} \frac{\partial T_i}{\partial x} - n_i \langle q_i / c m_i \rangle = n_i \sum_{j=1}^i k_{ij} \mathcal{E}_{ij} \Phi_{ij} n_j m_j (T_j - T_i) + \\
& n_i \sum_{j=1}^k k_{ij} \mathcal{E}_{ij} (1 - \Phi_{ij}) [\frac{m_i T_i + m_j T_j}{m_i + m_j} + \frac{m_i m_j}{2c(m_i + m_j)} (U_{i0} - U_{j0})^2 - T_j] n_j; \\
& \langle F_i \rangle = m_i C_{Ri} (U - U_{i0}), \quad \langle q_i \rangle = c m_i C_{Li} (T - T_i).
\end{aligned}$$

Здесь S – площадь сечения сопла; ρ , U , T , p – соответственно плотность, скорость, температура, давление газа; G – расход газа; c_p – теплоёмкость газа при постоянном давлении; c – теплоёмкость вещества частиц; n_i – плотность числа частиц; $i=(1, \dots, k)$ – индекс определяющий номер фракции частиц.

При определении коэффициента сопротивления частицы используется формула

$$C_R = \frac{\frac{3}{4} C_{д} (1 - 0,445M + 4,84M^2 + 9,73M^3 + 6,94M^4)}{r_i^3 \rho_s (1 + 1,2MC_{до})^{1/2} (U - U_i) \rho},$$

где $C_{до}$ – коэффициент сопротивления в несжимаемой жидкости; M – число Маха при движении газа относительно частиц.

$$C_{до} = 21,12/\text{Re} + 6,3/\text{Re}^{1/2} + 0,25,$$

где Re – число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{2(U - U_i) r_i \rho}{\mu},$$

здесь U , ρ , μ – скорость, плотность, вязкость газа соответственно.

Коэффициент теплопередачи определяется формулой

$$C_L = \frac{1,5}{\rho_s} r_i^2 \mu C_p \cdot (2 + 0,459 \text{Pr}^{0,33} \text{Re}^{0,55}) / \text{Pr},$$

где $\text{Pr} = C_p \mu / \lambda$ – число Прандтля; λ – коэффициент теплопроводности.

Коэффициент эффективности столкновений Φ_{ij} и захвата $\mathcal{E}_{ij}$ определяются по формулам

$$\Phi_{ij} = 1 - 0,247 \text{Re}_{vij}^{0,434} \partial_j^{0,133} (r_i / r_j)^{0,273},$$

$$\text{где } \text{Re}_{vij} = \frac{2\rho_{vij}}{\mu_{vij}} |U_i - U_j| r_j; \quad \partial_j = \frac{\mu_{vij}}{2r_j \sigma_{vij} \rho_{vij}},$$

(здесь μ_{vi} , ρ_{vi} – вязкость и плотность вещества частиц i -й фракции соответственно;

σ_{vi} – коэффициент поверхностного натяжения частиц i -й фракции),

$$\mathcal{E}_{ij} = \left(\mathcal{E}_{vij} + \mathcal{E}_{nij} \frac{\text{Re}_{ij}}{60} \right) \frac{1}{1 + \text{Re}_{ij}/60},$$

$$\text{где } \mathfrak{A}_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } Stk_{ij} \leq 0,607 \\ \left(1 + 0,75 \frac{\ln(4Stk_{ij})}{2Stk_{ij} - 1,214}\right)^{-2}, & \text{если } Stk_{ij} > 0,607; \end{cases}$$

$$\mathfrak{A}_{nij} = \begin{cases} 0, & \text{если } Stk_{ij} < 0,1 \\ \left(\frac{Stk_{ij}}{Stk_{ij} - 0,125}\right)^2, & \text{если } Stk_{ij} \geq 0,1; \end{cases}$$

$$Stk_{ij} = r_i^2 \rho_{\text{в}} \frac{|U_i - U_j|}{9r_j \mu};$$

$$Re_{ij} = \frac{2\rho}{\mu} |U_i - U_j| r_j.$$

Константа коагуляции k_{ij} с учётом столкновения частиц одинакового размера записывается в виде $k_{ij} = \pi (r_i + r_j)^2 |U_i - U_j| + 4\pi r_i^2 \sqrt{\langle U_i U_j \rangle}$.

Условие аэродинамического дробления частиц определяется числом Вебера

$$We_i = 2r_i \rho \frac{|U - U_i|^2}{\sigma_{\text{в}}}.$$

При достижении критического значения $We_{\text{кр}} = 17$ происходит дробление рассматриваемой частицы на два равных по массе осколка.

Зависимость плотности, вязкости и коэффициента поверхностного натяжения жидкой частицы окиси алюминия от температуры учитывалась следующими зависимостями

$$\rho_{\text{в}} = (6,044 - 0,001294 T_i) \cdot 10^3, \text{ кг / м}^3;$$

$$\mu_{\text{в}} = 0,0234 (2670 / T_i)^n, (\text{Н} \cdot \text{с}) / \text{м};$$

$$\sigma_{\text{в}} = (700 - 0,195(T_i - 2309)) \cdot 10^{-3}, \text{ Н / м},$$

$$\text{где } n = \begin{cases} 6,5 & \text{при } T_i \leq 2670, \\ 2,387 & \text{при } T_i > 2670. \end{cases}$$

На входе в сопло частицы распределены по нормально-логарифмическому закону

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} r \ln \sigma} \exp \left[- \left(\frac{\ln r - \ln r_0}{\sqrt{2} \ln \sigma} \right)^2 \right],$$

где параметры r_0 и $\ln \sigma$ являются соответственно математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением логарифмов радиусов частиц.

Для нашей системы уравнений удобней пользоваться функцией распределения частиц по массам $f(m)$, которая связана с $f(r)$ соотношением

$$f(m) = f(r) / 4\pi r^2 \rho_{\text{в}}.$$

Функция $f(m)$ или $f(r)$ является нормированной на единицу, т.е. интеграл по всем размерам (или массам) частиц от функции $f(m)$ или $f(r)$ равен единице. Нормирующий множитель находится из условия нормировки и если предположить, что на входе в сопло скорость частиц и скорость газа совпадают, то нормированную функцию распределения можно представить в виде

$$f(m) = \frac{3\rho W}{16r^5 \rho_s \sqrt{2\pi} r \ln \sigma} \exp \left[- \left(\frac{\ln r - \ln r_0}{\sqrt{2} \ln \sigma} \right)^2 \right],$$

где W – отношение расхода частиц к расходу газа.

При записи системы уравнений для частиц, используется ступенчатая функция распределения, $f(m_i)dm$ заменяется значением n_i – конечной величиной, которая представляет собой плотность числа частиц i -й фракции, $\rho_i = m_i n_i$.

Коэффициенты и безразмерные критерии, определяющие взаимодействие частиц между собой и газом, заимствованы из работ [6,7]. Физические параметры продуктов сгорания задавались стандартными для СТТ [8].

Расчет проведен для канала, профиль которого является типичным для МГД-генераторов серии “Памир-1” [9]. Геометрические размеры канала определяются следующими параметрами: отношение площади сечения на входе в электродную зону к площади критического размера сопла равняется 3,42; отношение площадей сечений на выходе и входе электродной зоны составляет 1,604; отношение длины сверхзвукового сопла к длине электродной зоны равняется 0,7. В качестве исходных данных для каждого варианта расчёта задавались весовая доля конденсата Z , температура T и давление P газа в камере сгорания, вязкость газа η , равновесный показатель изэнтропы K_p . Дисперсность конденсированной фазы описывается нормально-логарифмическим законом распределения со среднеквадратичным отклонением $\sigma=1,5$ и среднемассовым радиусом частиц на входе в сопло $r_{43}=0,98 \cdot 10^{-6}$ м. Численные расчёты приведены на рис. 1–2, по оси абсцисс откладывается безразмерная длина канала (обезразмеривание проведено к диаметру критического сечения).

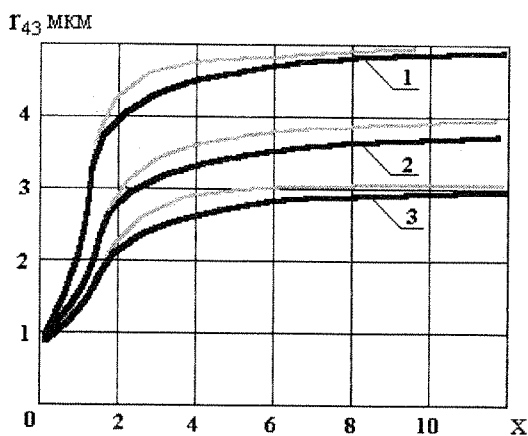


Рис. 1

- 1 - $Z=0,429$, $T=3829^\circ$, $P=3,92 \cdot 10^6$ Па,
 $d=0,20182$ м, $\eta_r=0,9907 \cdot 10^{-4}$ Па·с, $K_p=1,1047$;
- 2 - $Z=0,3464$, $T=3738^\circ$, $P=3,92 \cdot 10^6$ Па,
 $d=0,20182$ м, $\eta_r=1,077 \cdot 10^{-4}$ Па·с, $K_p=1,1079$;
- 3 - $Z=0,3457$, $T=3703^\circ$, $P=2,94 \cdot 10^6$ Па,
 $d=0,20182$ м, $\eta_r=1,068 \cdot 10^{-4}$ Па·с, $K_p=1,087$.

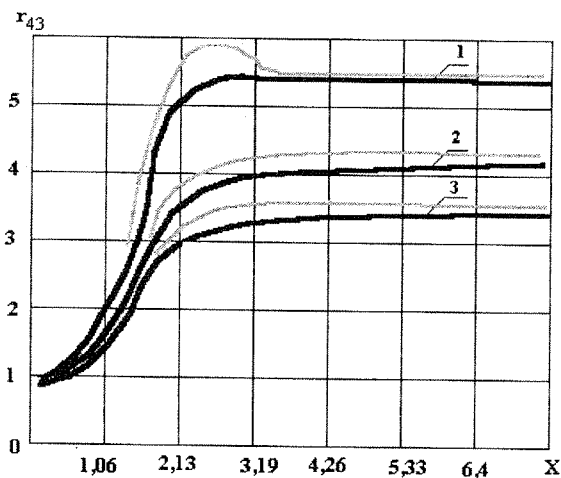


Рис. 2

- 1 - $Z=0,431$, $T=3859^\circ$, $P=4,9 \cdot 10^6$ Па,
 $d=9,6336 \cdot 10^{-2}$ м, $\eta_r=0,9972 \cdot 10^{-4}$ Па·с, $K_p=1,1042$;
- 2 - $Z=0,347$, $T=3764^\circ$, $P=4,9 \cdot 10^6$ Па,
 $d=9,6336 \cdot 10^{-2}$ м, $\eta_r=1,083 \cdot 10^{-4}$ Па·с, $K_p=1,1042$;
- 3 - $Z=0,3464$, $T=3738^\circ$, $P=3,92 \cdot 10^6$ Па,
 $d=9,6336 \cdot 10^{-2}$ м, $\eta_r=1,077 \cdot 10^{-4}$ Па·с, $K_p=1,1079$.

Результаты, представленные на рисунках, посчитаны с использованием модели основанной на одномерной функции распределения (темные кривые), более светлые – соответствуют расчетам по статистической модели.

Работа может быть рекомендована разработчикам энергосистем, химических реакторов, в которых используются газо-капельные потоки и требуется высокая степень достоверности описания процесса.

Литература

1. Крайко А.Н., Нигматуллин Р.И., Старков В.К., Стернин Л.Е. Механика многофазных сред. // Итоги науки и техн. Гидромеханика. Т.6. – М.: Изд. ВИНТИ, 1972. С. 93-174.
2. Шрайбер А.А. Многофазные полидисперсные течения с переменным фракционным составом дискретных включений // Итоги науки и техн. Комплексные и специальные разделы механики. Т.3. – М.: Изд. ВИНТИ, 1988. С. 3-80.
3. Бутов В.Г., Васенин И.М., Дьяченко Н.Н. Модель движения полидисперсного конденсата с учётом случайных пульсаций скорости и температуры коагулирующих частиц // Изв. АН СССР. МЖГ. №3. 1981. С. 33-39.
4. Бутов В.Г., Дьяченко Н.Н. Модель полидисперсного двухфазного течения с учётом коагуляции частиц равного размера // Аэрогазодинамика быстропотекающих процессов. – Томск: Изд. ТГУ, 1982. С. 33-39
5. Дьяченко Н.Н., Дьяченко Л.И. Математическое моделирование течения двухфазных сред с учётом распределения коагулирующих частиц по импульсам // Теплофизика и аэромеханика. Т.2. №1. 1995. С. 67-74.
6. Стернин Л.Е. Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. – М.: Машиностроение, 1980. 172 с.
7. Васенин И.М. Архипов В.А., Бутов В.Г., и др. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. – Томск: Изд. ТГУ, 1986. 262 с.
8. Алемасов В.Е., Дрегаллин А.Ф., Тишин А.П. и др. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. / Справочник под ред. Глушко В.П. Т.2. – М.: Изд. ВИНТИ АН СССР, 1972. 716 с.
9. Панченко В.П., Рикенглаз М.М., Холщевникова Е.К. Численное моделирование пограничных слоёв в сверхзвуковых МГД-генераторах. Препринт ИАЭ-5235/16. 1990. 37с.

УДК 662.111: 621.384.66

МАСС-СПЕКТРОМЕТРИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ ПИРОТЕХНИЧЕСКИХ СОСТАВОВ

И.А. Тихомиров, А.В. Астапенко, А.В. Власов

Томский политехнический университет

Представлен масс-спектрометрический комплекс с устройством автоматизированного сбора экспериментальных данных на основе времяпролетного масс-спектрометра МСХ-4, предназначенный для исследования неравновесных процессов.

1. Введение

При исследовании физико-химических процессов, происходящих в плазме горения пиротехнических составов (ПТС), эффективно применение масс-спектрометрического метода. Использование масс-спектрометрии позволяет получать информацию как о стабильных, так и об активных компонентах и осуществлять локальный анализ состава по всему объему пламени. Одно из преимуществ масс-спектрометрического метода состоит в том, что с его помощью можно проводить локальный (а не усредненный анализ), что особенно важно при исследовании горения гетерогенных топлив. Это преимущество позволяет проводить исследования распределения концентраций в зонах горения конденсированных систем.