

Инженерная школа информационных технологий и робототехники
 Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика
 Отделение информационных технологий

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Тема работы
Применение метода коллокаций для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений

УДК 519.63:519.65

Студент

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8Б51	Тиллоев Мухамадюсуф Гиргакович		

Руководитель ВКР

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОЭФ ИЯШТ	Семенов Михаил Евгеньевич	к.ф.-м.н., доцент		

КОНСУЛЬТАНТЫ ПО РАЗДЕЛАМ:

По разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОСГН ШБИП	Подопригора Игнат Валерьевич	к.э.н., доцент		

По разделу «Социальная ответственность»

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Ассистент ООТД	Мезенцева Ирина Леонидовна			

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Руководитель ООП	Шевелев Геннадий Ефимович	к.ф.-м.н., доцент		

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА
«ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ,
РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ»**

Студенту:

Группа	ФИО
8Б51	Тиллоеву Мухамадюсуфу Гиргаковичу

Школа	ИШИТР	Отделение (НОЦ)	Информационных технологий
Уровень образования	Бакалавр	Направление/специальность	Прикладная математика и информатика

Исходные данные к разделу «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение»:	
1. <i>Стоимость ресурсов научного исследования (НИ): материально-технических, энергетических, финансовых, информационных и человеческих</i>	<i>Человеческие ресурсы – 2 человека (научный руководитель и студент).</i>
Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:	
2. <i>Оценка коммерческого потенциала, перспективности и альтернатив проведения НИ с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения</i>	<i>Планирование работ и оценка их выполнения</i>
3. <i>Планирование и формирование бюджета научных исследований</i>	<i>Смета затрат на проект</i>
4. <i>Определение ресурсной (ресурсосберегающей), финансовой, бюджетной, социальной и экономической эффективности исследования</i>	<i>Смета затрат на оборудование</i>
	<i>Оценка экономической эффективности</i>
Перечень графического материала:	
1. <i>График проведения и бюджет НИР</i> 2. <i>Оценка ресурсной, финансовой и экономической эффективности НИР</i>	

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	
---	--

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
Доцент ОСГН ШБИП	Подопригора Игнат Валерьевич	к.э.н., доцент		

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8Б51	Тиллоев Мухамадюсуф Гиргакович		

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАЗДЕЛА «СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ»

Студенту:

Группа	ФИО
8Б51	Тиллоеву Мухамадюсуфу Гиргаковичу

Школа	ИШИТР	Отделение (НОЦ)	Информационных технологий
Уровень образования	Бакалавриат	Направление/специальность	Прикладная математика и информатика

Тема ВКР:

«Применение метода коллокаций для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений»

Исходные данные к разделу «Социальная ответственность»:

1. Характеристика объекта исследования (вещество, материал, прибор, алгоритм, методика, рабочая зона) и области его применения.	1. Выбор оптимального числа узлов коллокаций для нахождения приближенного решения линейного дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным краевым условиям. Область применения: применяются для математического описания природных явлений.
---	--

Перечень вопросов, подлежащих исследованию, проектированию и разработке:

1. Производственная безопасность 1.1. Анализ выявленных вредных факторов при разработке и эксплуатации проектируемого решения в следующей последовательности. 1.2. Анализ выявленных опасных факторов при разработке и эксплуатации проектируемого решения в следующей последовательности.	1.1 Рассмотрены вредные факторы: Отклонение показателей микроклимата рабочей зоны; повышенный уровень шума на рабочем месте; отсутствие или недостаток естественного света, а также недостаточная освещенность рабочей зоны. 1.2 Рассмотрены опасные факторы: повышенное значение напряжения в электрической цепи, замыкание которой может произойти через тело человека; возгорание эксплуатируемого оборудования.
2. Экологическая безопасность: 2.1 Анализ воздействия объекта на окружающую среду; 2.2 Разработать решения по обеспечению экологической безопасности со ссылками на НТД по охране окружающей среды.	2.1 Рассмотрены негативно влияющие на экологию факторы при эксплуатации компьютера. 2.2 Решения по обеспечению экологической безопасности согласно нормативным документам.
3. Безопасность в чрезвычайных ситуациях: 3.1 Перечень возможных ЧС при разработке и эксплуатации проектируемого решения; 3.2 Разработка действий в результате возникшей ЧС и мер по ликвидации её последствий.	3.1 Перечень возможных ЧС, которые могут возникнуть при работе в помещении офиса. 3.2 Способы защиты от пожара и ликвидация последствий.
4. Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности: 4.1 Организационные мероприятия при компоновке рабочей зоны.	4.1 Организационные мероприятия по обеспечению безопасности трудящихся за персональным компьютером.

Дата выдачи задания для раздела по линейному графику	
--	--

Задание выдал консультант:

Должность	ФИО	Ученая степень, звание	Подпись	Дата
ассистент ООТД	Мезенцева И.Л.			

Задание принял к исполнению студент:

Группа	ФИО	Подпись	Дата
8Б51	Тиллоев Мухамадюсуф Гиргакович		

Реферат

Выпускная квалификационная работа содержит 71 лист, 6 рисунков, 30 таблиц, 23 источника.

Ключевые слова: метод коллокаций, обыкновенные дифференциальные уравнения, краевые условия, узлы коллокаций, приближенно – аналитический метод.

Объектом исследования является численный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом коллокаций, удовлетворяющего краевым условиям.

Цель работы – выбор оптимального числа узлов коллокаций и их влияние на точность найденных решений.

В результате работы над проектом было создано приложение, позволяющее определять решение обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворяющим краевым условиям.

Область применения: в учебном процессе, на практике, в сферах деятельности, где используются обыкновенные дифференциальные уравнения.

Оглавление	
Реферат	5
Введение	9
1 ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ.....	11
1.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения.....	11
1.2 Краевые задачи.....	13
2 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	15
2.1 Постановка задачи	15
2.2 Методы решения	15
3 Практическая часть	20
3.1 Описание программы.....	20
3.2 Тестирование метода коллокаций на различных краевых задачах.....	21
4 ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ	33
4.1 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение	33
4.2 Оценка коммерческого потенциала и перспективности проведения научных исследований с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения	33
4.2.1 Потенциальные потребители результатов исследования ..	33
4.2.2 Анализ конкурентных технических решений	34
4.3 План работ по научно-исследовательскому проекту	35
4.3.1 Структура работ в рамках научного исследования	35
4.3.2 Определение трудоемкости выполнения работ.....	36

4.3.3	Разработка графика проведения научного исследования..	37
4.4	Бюджет научно-технического исследования (НТИ)	41
4.4.1	Расчет затрат на электроэнергию.....	42
4.4.2	Амортизационные отчисления	43
4.4.3	Основная заработная плата исполнителей темы.....	43
4.4.4	Дополнительная заработная плата исполнителей темы	45
4.4.5	Отчисления во внебюджетные фонды (страховые отчисления)	45
4.4.6	Накладные расходы	46
4.4.7	Формирование бюджета затрат научно-исследовательского проекта.....	46
4.5	Определение ресурсной (ресурсосберегающей), финансовой, бюджетной, социальной и экономической эффективности исследования.....	47
5	СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ.....	50
5.1	Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности	50
5.2	Производственная безопасность	56
5.3	Анализ опасных и вредных производственных факторов ..	57
5.4	Обоснование мероприятий по снижению уровней воздействия опасных и вредных факторов на исследователя.....	61
5.5	Экологическая безопасность	62
5.6	Безопасность в чрезвычайных ситуациях	63
	Выводы и рекомендации	64
	Заключение	65
	СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	66

Приложение А	68
Приложение В.....	70
Приложение С	71

Введение

Дифференциальные уравнения являются универсальным средством для изучения и описания многих процессов реального мира и имеют самые разнообразные приложения в других разделах математики, в механике, физике, астрономии. Современное развитие техники немыслимо без использования дифференциальных уравнений. Прикладные вопросы служат источником новой постановки задач в теории дифференциальных уравнений. Существуют различные виды дифференциальных уравнений. Одним из них является обыкновенное дифференциальное уравнение.

В математике обыкновенное дифференциальное уравнение (или ОДУ) - это отношение, которое содержит функции только одной независимой переменной и одной или нескольких ее производных по этой переменной.

Простым примером является второй закон движения Ньютона, который приводит к дифференциальному уравнению

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = f(x),$$

для движения частицы массой m . В общем случае сила f зависит от положения частицы x , и, таким образом, неизвестная переменная x появляется с обеих сторон дифференциального уравнения, как указано в обозначениях $f(x)$. Обыкновенные дифференциальные уравнения следует отличать от дифференциальных уравнений в частных производных, где существует несколько независимых переменных, включающих частные производные. Дифференциальные уравнения, которые имеют граничные условия, называются краевыми задачами [10].

Цель данной работы – исследовать вопрос об оптимальном выборе числа узлов коллокации для нахождения приближенного решения линейного дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным краевым условиям.

Для достижения поставленной цели были последовательно решены следующие задачи:

1. Получить теоретические знания о методе коллокаций;
 2. Написать программу для метода коллокаций;
 3. Провести тестирование разработанного метода для разного количества узлов коллокаций;
 4. Сравнить полученные результаты и сделать выводы по результатам.
- Алгоритм метода коллокаций реализован в системе Matlab.

1 ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

1.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения

Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) – это дифференциальное уравнение, содержащее одну или несколько функций одной независимой переменной и производные этих функций. Термин «обыкновенный» используется в отличие от термина «уравнение в частных производных», который может относиться к нескольким независимым переменным [2].

Линейное дифференциальное уравнение - это дифференциальное уравнение, которое определяется линейным полиномом от неизвестной функции и ее производных, то есть уравнением вида

$$a_0(x)y + a_1(x)y' + a_2(x)y'' + \dots + a_n(x)y^{(n)} + b(x) = 0,$$

где $a_0(x), \dots, a_n(x)$ и $b(x)$ произвольные дифференцируемые функции, которые не обязательно чтобы были линейными, и $y', \dots, y^{(n)}$ являются последовательными производными неизвестной функции y переменной x [2].

Среди обыкновенных дифференциальных уравнений линейные дифференциальные уравнения играют важную роль по нескольким причинам. Большинство элементарных и специальных функций, которые встречаются в физике и прикладной математике, являются решениями линейных дифференциальных уравнений. Когда физические явления моделируются нелинейными уравнениями, они обычно аппроксимируются линейными дифференциальными уравнениями для более простого решения. Несколько нелинейных ОДУ, которые могут быть решены в явном виде, обычно решаются путем преобразования уравнения в эквивалентный линейный ОДУ [3].

Определение. Дана функция F , функция x , y и производные от y . Тогда уравнение вида

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}) = y^{(n)}$$

называется явным обыкновенным дифференциальным уравнением порядка n . В более общем смысле неявное обыкновенное дифференциальное уравнение порядка n принимает вид

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

Определение 1. Дифференциальное уравнение, не зависящее от x , называется автономным [5].

Определение 2. Дифференциальное уравнение называется линейным, если F можно записать в виде линейной комбинации производных от y :

$$y^{(n)} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i(x) y^{(i)} + r(x)$$

где $a_i(x)$ и $r(x)$ – непрерывные функции в x [5].

Если $r(x) = 0$, и, следовательно, одно «автоматическое» решение является тривиальное решение, $y = 0$. Решение линейного однородного уравнения является дополнительной функцией, обозначаемой здесь как y_c .

Если $r(x) \neq 0$. Дополнительным решением дополнительной функции является частный интеграл, обозначаемый здесь как y_p .

Общее решение линейного уравнения можно записать в виде $y = y_c + y_p$.

Дифференциальное уравнение, которое нельзя записать в форме линейной комбинации называется нелинейным уравнением.

Дано дифференциальное уравнение

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

функция $y(x): I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ называется решением или интегральной кривой для F , если $y(x)$ n -кратно дифференцируема на I , и

$$F(x, y(x), y'(x), \dots, y^{(n)}(x)) = 0 \quad x \in I.$$

Решение, определенное на всех $\mathbb{R}$, называется глобальным решением.

Общее решение уравнения n -го порядка - это решение, содержащее n произвольных независимых констант интегрирования. Конкретное решение выводится из общего решения путем установки констант на конкретные

значения, которые часто выбираются для выполнения набора «начальные условия или граничные условия» [6].

1.2 Краевые задачи

В математике в области дифференциальных уравнений краевой задачей является дифференциальное уравнение вместе с набором дополнительных ограничений, называемых граничными условиями. Решение краевой задачи - это решение дифференциального уравнения, которое также удовлетворяет граничным условиям. Выделяют четыре важных типа (линейных) граничных условий

- Дирихле или первый вид: $y(a) = \eta_1, y(b) = \eta_2$,
- Неймана или второй вид: $y'(a) = \eta_1, y'(b) = \eta_2$,
- Робина или третий (смешанный) вид:
 $\alpha_1 y(a) + \alpha_2 y'(a) = \eta_1, \beta_1 y(b) + \beta_2 y'(b) = \eta_2$,
- периодический вид: $y(a) = y(b), y'(a) = y'(b)$ [8].

Краевые задачи возникают в нескольких областях физики, поскольку любое физическое дифференциальное уравнение будет иметь их. Задачи, включающие волновое уравнение, такие как определение нормальных мод, часто задаются как краевые задачи. Большим классом важных краевых задач являются задачи Штурма–Лиувилля. Анализ этих задач включает в себя собственные функции дифференциального оператора [14].

Чтобы быть полезным в приложениях, краевая задача должна быть хорошо поставлена. Это означает, что с учетом исходных данных проблемы существует уникальное решение, которое непрерывно зависит от входных данных. Большая теоретическая работа в области уравнений с частными производными посвящена доказательству того, что краевые задачи, возникающие из научных и инженерных приложений, на самом деле корректны [15].

Основной разницей между уравнениями в начальных условиях и краевой задачей состоит в том, что в задаче начальных значений есть все условия,

заданные для одного и того же значения независимой переменной в уравнении (и это значение находится на нижней границе области).

Граничное значение – это значение данных, которое соответствует минимальному или максимальному входному, внутреннему или выходному значению, заданному для системы [15].

Нахождение температуры во всех точках железного прутка с одним концом, сохраняемым на абсолютном нуле, а другим концом в точке замерзания воды было бы проблемой краевой задачи.



Рисунок 1 – Пример области поиска решения краевой задачи

Граничное условие, которое определяет значение самой функции, является граничным условием Дирихле или граничным условием первого типа. Например, если один конец железного стержня удерживается на абсолютном нуле, тогда значение проблемы будет известно в этой точке пространства.

Граничное условие, которое задает значение нормальной производной функции, является граничным условием Неймана или граничным условием второго типа. Например, если на одном конце железного стержня имеется нагреватель, то энергия будет добавляться с постоянной скоростью, но фактическая температура не будет известна.

Если граница имеет форму кривой или поверхности, которая дает значение нормальной производной и самой переменной, то это граничное условие Коши.

2 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

2.1 Постановка задачи

Будем рассматривать двухточечные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Общий вид таких задач

$$F(x, y, y', y'') = 0, \quad x \in [a, b], \quad (1)$$

$$\varphi_1(y(a), y'(a)) = 0, \quad \varphi_2(y(b), y'(b)) = 0,$$

где F, φ_1, φ_2 – заданные функции определенной гладкости. Линейные краевые задачи больше всего изучены и используются, т.е. задачи вида (1), в которых F, φ_1, φ_2 – линейные функции. Для определенности будем считать основным объектом дальнейшего изучения **линейную краевую задачу**

$$L[y] := y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x), \quad x \in [a, b], \quad (2)$$

$$l_a[y] := a_0y(a) + a_1y'(a) = A, \quad (3)$$

$$l_b[y] := \beta_0y(b) + \beta_1y'(b) = A, \quad (4)$$

где к коэффициентам краевых условий (3), (4) предъявляется требование

$$|a_0| + |a_1| \neq 0, \quad |\beta_0| + |\beta_1| \neq 0, \quad (5)$$

а функции $p = p(x), q = q(x)$ и $f = f(x)$ в уравнении (2) должны быть такими, чтобы данная задача имела единственное решение $y = y(x)$ в заданном функциональном пространстве [1].

2.2 Методы решения

С краевыми задачами жизнь обстоит гораздо сложнее, чем с задачами Коши. Если для задачи Коши есть апробированные методы, есть алгоритмы о том, как нужно действовать, то для краевых задач универсальных методов до сих пор не существует. Поэтому каждая краевая задача, особенно нелинейная краевая задача, нуждается в дополнительном исследовании и в разработке подходящего метода решения.

Метод стрельбы

В численном анализе метод стрельбы - это метод решения краевой задачи путем сведения его к задаче Коши (задача с начальными условиями). Грубо говоря, мы «выбрасываем» траектории в разные стороны, пока не найдем траекторию, которая имеет желаемое граничное значение [8].

Для краевой задачи обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка метод формулируется следующим образом. Пусть

$$y''(t) = f(t, y(t), y'(t)), \quad y(t_0) = y_0, \quad y(t_1) = y_1$$

есть краевая задача. Обозначим через $y(t; a)$ решение начальной задачи

$$y''(t) = f(t, y(t), y'(t)), \quad y(t_0) = y_0, \quad y(t_0) = a$$

Определим функцию $F(a)$ как разность между $y(t_1; a)$ и заданным граничным значением y_1 .

$$F(a) = y(t_1; a) - y_1$$

Если F имеет корень a , то решение $y(t; a)$ соответствующей начальной задачи также является решением краевой задачи. И наоборот, если краевая задача имеет решение $y(t)$, то $y(t)$ также является единственным решением $y(t; a)$ начальной задачи, где $a = y'(t_0)$, поэтому a является корнем F [9].

Метод коллокаций

Будем искать приближенное решение линейной краевой задачи (2) – (4) в виде функции

$$y_n(x) := \varphi_0(x) + \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x), \quad (6)$$

где определяемые на отрезке $[a, b]$ базисные функции $\varphi_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) и дополнительная функция $\varphi_0(x)$ должны быть дважды дифференцируемыми и попарно линейно независимыми. Кроме того, функция $\varphi_0(x)$ должна удовлетворять данным краевым условиям (3), (4), а функция $\varphi_i(x)$ при $i = 1, 2, \dots, n$ – соответствующим однородным краевым условиям, т.е. должны выполняться равенства

$$\begin{cases} a_0 \varphi_i(a) + a_1 \varphi'_i(a) = 0, \\ \beta_0 \varphi_i(b) + \beta_1 \varphi'_i(b) = 0 \end{cases} \quad \forall i \in \{i = 1, 2, \dots, n\}. \quad (7)$$

В данном случае функция, которую определили выражением (6), для всех значений коэффициентов c_i обязательно будет удовлетворят краевым условиям (3) и (4). Для проверки возьмем точку $x = a$ и будем иметь

$$\begin{aligned}\alpha_0 y_n(a) + \alpha_1 y'_n(a) &= \alpha_0 \varphi_0(a) + \alpha_1 \varphi'_0(a) + \alpha_0 \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(a) + \alpha_1 \sum_{i=1}^n c_i \varphi'_i(a) \\ &= A + \sum_{i=1}^n c_i (\alpha_0 \varphi_0(a) + \alpha_1 \varphi'_i(a)) = A;\end{aligned}$$

и таким же образом с помощью (4), (6) и (7) проверяется справедливость для равенства

$$\beta_0 y_n(b) + \beta_1 y'_n(b) = B$$

Приближенное решение $y_n(x)$ которая представлена выражением (6), применяется для многих приближенно – аналитических методов решения краевых задач (могут быть различные требования к базисным функциям, которые являются элементом базиса в функциональном пространстве), основное отличие заключается в том, с помощью какого алгоритма будут искажаться коэффициенты c_i в линейной комбинации базисных функций $\varphi_i(x)$ выражения (6) [1].

Коэффициенты c_i , представленные в выражении (6), приближенного решения $y_n(x)$ в методе коллокаций выбираются таким образом, чтобы в узлах коллокаций x_i таких что:

$$a < x_1 < x_2 < \dots < x_n < b$$

значения $y_n(x_i)$ приближенного решения имели согласование с точными значениями $y(x_i)$. Заметим, что шаг между узлами коллокаций может изменяться, но при этом узлы должны лежать в $[a, b]$.

Согласованность $y_n(x_i)$ и $y(x_i)$ в узлах коллокаций x_i будем проводить подстановкой в уравнение (2), так как точное решение $y(x)$ для задачи (3) и (4) неизвестно. Будем иметь равенство

$$y''(x_i) + p(x_i)y'_n(x_i) + q(x_i)y_n(x_i) = f(x_i), \quad (8)$$

которое будем считать точным для каждого $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ из за требования согласованности $y_n(x_i)$ с $y(x_i)$. Два раза взяв дифференциал от функции $y_n(x)$, представленное в выражении (6), получим следующее равенство

$$\sum_{j=1}^n c_j \varphi''_j(x_i) + p_i \sum_{j=1}^n c_j \varphi'_j(x_i) + q_i \sum_{j=1}^n c_j \varphi_j(x_i) = f_i - \varphi''_0(x_i) - p_i \varphi'_0(x_i) - q_i \varphi_0(x_i), \quad (9)$$

где p_i, p_i, f_i соответствуют обозначениям сеточных функций (на отрезке $[a, b]$ вводится сетка с шагом $h = \frac{b-a}{n}$: $\omega_h = \{x_i | x_i = x_0 + ih; i = 0, 1, \dots, n; x_0 := a, x_n := b\}$. На этой сетке определяются сеточные функции $p_i = p_i(x), q = q_i(x), f_i = f_i(x)$). Поставляем

$$a_{ij} = \varphi''_j(x_i) + p_i \varphi'_j(x_i) + q_i \varphi_j(x_i), \quad (10)$$

$$b_i = f_i - \varphi''_0(x_i) - p_i \varphi'_0(x_i) - q_i \varphi_0(x_i). \quad (11)$$

В этом случае выражение (9) принимает стандартный вид линейной алгебраической системы

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} c_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

в качестве неизвестных будут $c_1, c_2, \dots, c_n$. Приближенное решение $y_n(x)$ получим найдя решение системы (12) каким-либо стандартным методом (например, матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса и т.д.) и затем подставим их в выражение (6) [1].

Успешность использования метода коллокаций для решения задачи (2) – (4), также, как и для всех приближенно – аналитических методов сильно будет зависит от того какие базисные функции будут выбраны, представленные в выражении приближенного решения (6).

В качестве $\varphi_0(x)$ возьмем линейную функцию

$$\varphi_0(x) = \delta + \gamma x, \quad (13)$$

коэффициенты которой подберём так, чтобы она удовлетворяла однородным краевым условиям (3), (4), т.е. из линейной алгебраической системы

$$\begin{cases} a_0 \delta + (a_0 a + a_1) \gamma = A, \\ \beta_0 \delta + (\beta_0 a + \beta_1) \gamma = B. \end{cases} \quad (14)$$

Функции $\varphi_i(x)$ при $i = 1, 2, \dots, n$ – можно взять однопараметрическими вида

$$\varphi_i(x) = \gamma_i(x - a)^i + (x - a)^{i+1}, \quad (15)$$

если в выражении (3) $a_1 = 0$, или вида

$$\varphi_i(x) = \gamma_i(x - a)^{i+1} + (x - a)^{i+2}. \quad (16)$$

Очевидно, что при любых γ_i эти функции удовлетворяют первому из требуемых равенств (7), а если зафиксировать

$$\gamma_i = -\frac{\beta_0(b-a)^2 + (i+1)\beta_1(b-a)}{\beta_0(b-a) + i\beta_1} \quad (17)$$

в выражении (15) и

$$\gamma_i = -\frac{\beta_0(b-a)^2 + (i+2)\beta_1(b-a)}{\beta_0(b-a) + (i+1)\beta_1} \quad (18)$$

в (16), то они будут удовлетворять и второму из этих равенств. Следовательно, можно рассчитывать, что с такими базисными функциями, при найденных методом коллокации коэффициентах c_i , определенная посредством выражения (6), функция $y_n(x)$ будет удовлетворять краевым условиям и может служить приближенным решением данной краевой задачи (2) – (4) [1].

3 Практическая часть

3.1 Описание программы

Общая программа решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом коллокаций реализована в математическом пакете Matlab. Программа состоит из трех *.m файлов.

В файле fi.m реализована функция для выбора базисных функций:

fi(x, i, betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma).

На вход данной функции передаются:

- betta0, betta1, alfa0, alfa1 – коэффициенты краевых условий (3) и (4);
- a, b – значения в концах интервала;
- A, B – значения которым равны краевые условия в концах интервала;
- delta, gamma – коэффициенты для нахождения базиса $\varphi_0(x)$ в выражении (13).

На выходе функция возвращает: базисные функции $\varphi_i(x)$.

Полный код функции приведен в Приложении 1.

В файле y.m реализована функция y(n,x,betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma,r,p,q,f), которая находит коэффициенты для произвольного количество базисных функций и поставляет их в функцию y().

На вход данной функции передаются:

- betta0, betta1, alfa0, alfa1 – коэффициенты краевых условий (3) и (4);
- a, b – значения в концах интервала;
- A, B – значения которым равны краевые условия в концах интервала;
- delta, gamma – коэффициенты для нахождения базиса $\varphi_0(x)$ в выражении (13).
- R, p, q, f – коэффициенты в выражении (2).

На выходе функция возвращает:

- коэффициенты c_i базисных функций;
- функция y в виде выражении (6).

Полный код функции приведен в Приложении А.

Третий m – файл называется входные данные, в которой записывается известные функции $p(x)$, $q(x)$, $f(x)$ и коэффициенты краевых условий произвольной задачи.

На вход данной функции передаются:

- beta0 , beta1 , alfa0 , alfa1 – коэффициенты краевых условий (3) и (4);
- a , b – значения в концах интервала;
- A , B – значения которым равны краевые условия в концах интервала;
- delta , gamma – коэффициенты для нахождения базиса $\varphi_0(x)$ в выражении (13).
- R , p , q , f – коэффициенты в выражении (2).

На выходе функция возвращает: delta , gamma – коэффициенты для нахождения базиса $\varphi_0(x)$ в выражении (13).

Полный код функции приведен в Приложении 1.

3.2 Тестирование метода коллокаций на различных краевых задачах

Задача 1. Рассмотрим случаи когда $\alpha_1 = 0$ и $\beta_1 = 0$. Для этого рассмотрим следующую задачу.

$$\begin{aligned}x^2 y'' - xy' &= 3x^3 \\ y(1) &= 2, y(2) = 9.\end{aligned}$$

Аналитическое решение:

$$\begin{aligned}x^2 y'' - xy' &= 3x^3 \\ y(1) &= 2, y(2) = 9.\end{aligned}$$

$$y' = t \Rightarrow x^2 t' - xt = 3x^2 \Rightarrow x^2 t' - xt = 0 \Rightarrow x^2 t' = xt \Rightarrow \frac{dt}{t} = \frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow \ln(t) = \ln(x) + c$$

$$\begin{aligned}t = xc \Rightarrow t &= xc(x) \Rightarrow t' = c(x) + c'(x)x \Rightarrow c(x)x^2 + c'(x)x^3 - c(x)x^2 = \\ &= 3x^2 \Leftrightarrow\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c(x) &= 3x + c_1 \Rightarrow t = x(3x + c_1) \Rightarrow y' = x(3x + c_1) \Rightarrow y \\ &= x^3 + x^2 c_1 + c_2\end{aligned}$$

$$\begin{cases} 1 + c_1 + c_2 = 2 \\ 8 + 4c_1 + c_2 = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_1 = 1 - c_2 \\ 4(1 - c_2) + c_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_1 = 1 - c_2 \\ 3c_2 = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = 1 \end{cases}$$

$$y = x^3 + 1$$

Решение задачи 1 методом коллокаций

Найдем решения при нескольких узлах коллокаций.

Базисные функции:

$fi(x, i, \text{betta0}, \text{betta1}, a, b, \text{alfa0}, \text{alfa1}, A, B, \text{delta}, \text{gamma})$ – получим базисные функции запустив данную функцию.

- $\varphi_1 = (x - 1)^2 - x + 1$
- $\varphi_2 = (x - 1)^3 - (x - 1)^2$
- $\varphi_3 = (x - 1)^4 - (x - 1)^3$
- $\varphi_4 = (x - 1)^5 - (x - 1)^4$
- $\varphi_5 = (x - 1)^6 - (x - 1)^5$
-

$y(n, x, \text{betta0}, \text{betta1}, a, b, \text{alfa0}, \text{alfa1}, A, B, \text{delta}, \text{gamma}, r, p, q, f)$ – запускаем функцию.

Таблица 1. Коэффициенты базисных функций (задача 1)

Коэффициенты базисных функций	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
c1	4.5833	4	4	4	4
c2		1	1	1	1
c3			0	0	0
c4				0	

- $y_1 = (29*x)/12 + (55*(x - 1)^2)/12 - 5/12$
- $y_2 = 3*x + 3*(x - 1)^2 + (x - 1)^3 - 1$
- $y_3 = 3*x + 3*(x - 1)^2 + (x - 1)^3 - 1$
-

Таблица 2. Значения функции y при разном количестве узлов коллокаций (задача 1)

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
y1	2	2.2875	2.6667	3.1375	3.700	4.3542	5.100	5.9375	6.8667	7.8875	9
y2	2	2.3310	2.7280	3.1970	3.7440	4.3750	5.0960	5.9130	6.8320	7.8590	9
y3	2	2.3310	2.7280	3.1970	3.7440	4.3750	5.0960	5.9130	6.8320	7.8590	9
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Таблица 3. Абсолютная погрешность для разного количества узлов коллокаций (задача 1)

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2
yt	2	2.2875	2.6667	3.1375	3.700	4.3542	5.100	5.9375	6.8667	7.8875	9
abs(yt-y1)	0	$4 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	0
abs(yt-y2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
abs(yt-y3)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
...	..	...	...	...	...	...	...	...	...	...	..

Построим график решений

```
x2 = 1:0.1:2
```

```
yt = x2.^3 + 1
```

```
plot(x2, yt, x2, y1,'--', x2, y2,'o', x2, y3,'x')
```

```
title('График решения задачи методом коллокаций');
```

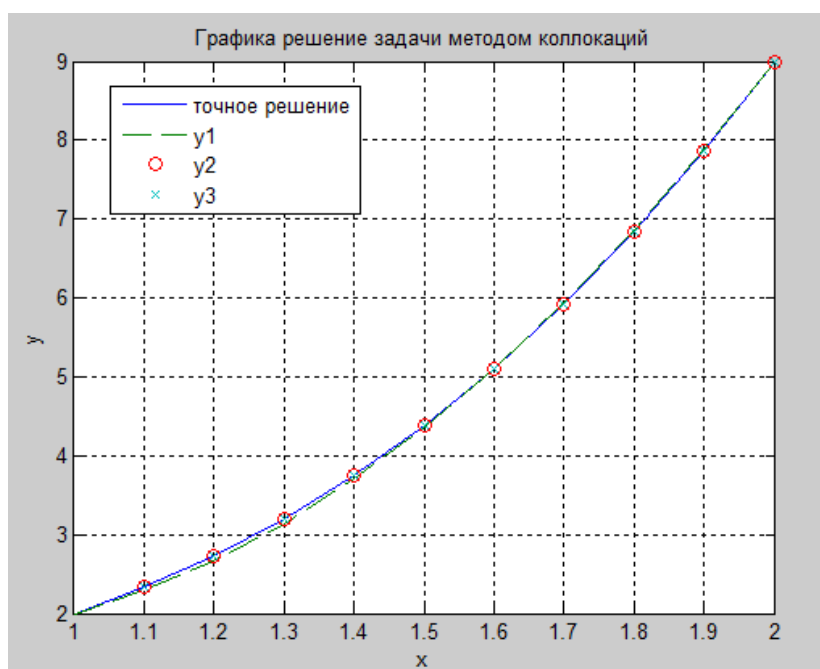


Рисунок 2 – Графики решения метода коллокаций и аналитического (точного) решения (задача 2)

В данной задаче при числе узла коллокаций равной единице, погрешность достигает минус второй степени, а при числе узлов коллокаций равным двум, погрешность получается нулевой.

Задача 2. Рассмотрим случай $\alpha_1 = 0$

$$x^4 y'' + x^6 y' - x^5 y = 6 - 3x^3, x \in [1, 2],$$

$$y(1) = 1, 3y(2) + y'(2) = 0.5.$$

Решение задачи 2 методом коллокаций

Найдем решения при нескольких узлах коллокаций.

Базисные функции:

$f_i(x, i, \text{betta0}, \text{betta1}, a, b, \text{alfa0}, \text{alfa1}, A, B, \text{delta}, \text{gamma})$ – получим базисные функции запустив данную функцию.

- $\varphi_0 = 13/8 - (5 \cdot x)/8$
- $\varphi_1 = (x - 1)^2 - (5 \cdot x)/4 + 5/4$
- $\varphi_2 = (x - 1)^3 - (6 \cdot (x - 1)^2)/5$
- $\varphi_3 = (x - 1)^4 - (7 \cdot (x - 1)^3)/6$
- $\varphi_4 = (x - 1)^5 - (8 \cdot (x - 1)^4)/7$
-

$y(n, x, \text{betta0}, \text{betta1}, a, b, \text{alfa0}, \text{alfa1}, A, B, \text{delta}, \text{gamma}, r, p, q, f)$ – запускаем функцию.

Таблица 4. Коэффициенты базисных функций (задача 2)

Коэффициенты базисных функций	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	n=20
c1	0.8113	0.8453	1.0416	1.0627	1.0924	1.0957	1.1
c2		-0.5964	-1.0339	-1.3289	-1.4725	-1.5398	-1.583
c3			0.5051	1.0742	1.5277	1.8039	2.0714
c4				-0.4127	-1.0313	-1.6188	
c5					0.3267	0.9377	-0.1762
c6						-0.2535	0.0339
c20							-0.0031

Функции y при разных узлах коллокаций будут равны:

- $y_1 = \varphi_0 + c_1 \cdot \varphi_1$
- $y_2 = \varphi_0 + c_1 \cdot \varphi_1 + c_2 \cdot \varphi_2$
- $y_3 = \varphi_0 + c_1 \cdot \varphi_1 + c_2 \cdot \varphi_2 + c_3 \cdot \varphi_3$
-

Таблица 5. Значения функции y для разного количества узлов коллокаций (задача 2).

x	y точное решение	y1	y2	y3	y4	y10	y20	y50
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.1000	0.8264	0.8442	0.8509	0.8286	0.8288	0.8264	0.8264	0.8264
1.2000	0.6944	0.7046	0.7237	0.6937	0.6973	0.6944	0.6944	0.6944
1.3000	0.5917	0.5813	0.6164	0.5876	0.5949	0.5917	0.5917	0.5917
1.4000	0.5102	0.4741	0.5268	0.5034	0.5139			

1.5000	0.4444	0.3832	0.4529	0.4357	0.4486	0.5102	0.5102	0.5102
1.6000	0.3906	0.3086	0.3927	0.3803	0.3951	0.4444	0.4444	0.4444
1.7000	0.3460	0.2501	0.3441	0.3339	0.3509	0.3906	0.3906	0.3906
1.8000	0.3086	0.2079	0.3050	0.2949	0.3139	0.3460	0.3460	0.3460
1.9000	0.2770	0.1819	0.2734	0.2624	0.2826	0.3086	0.3086	0.3086
2.0000	0.2500	0.1722	0.2472	0.2372	0.2550	0.2770	0.2770	0.2770
						0.2500	0.2500	0.2500

Таблица 5. Абсолютная погрешность для разного количества узлов коллокаций (задача 2)

x	y точное решение	abs(y- y1)	abs(y-y2)	abs(y-y3)	abs(y-y4)	abs(y- y10)	abs(y-y20)	abs(y-y50)
1	1.0000	0	0	0	0	0	0	0
1.1	0.8264	$2 * 10^{-2}$	$2 * 10^{-2}$	$2 * 10^{-2}$	$2 * 10^{-3}$	$2 * 10^{-6}$	$5 * 10^{-12}$	$2 * 10^{-29}$
1.2	0.6944	$1 * 10^{-2}$	$3 * 10^{-2}$	$7 * 10^{-4}$	$3 * 10^{-3}$	$2 * 10^{-6}$	$7 * 10^{-12}$	$4 * 10^{-29}$
1.3	0.5917	$1 * 10^{-2}$	$3 * 10^{-2}$	$4 * 10^{-3}$	$3 * 10^{-3}$	$3 * 10^{-6}$	$9 * 10^{-12}$	$6 * 10^{-29}$
1.4	0.5102	$3 * 10^{-2}$	$3 * 10^{-2}$	$7 * 10^{-3}$	$4 * 10^{-3}$	$3 * 10^{-6}$	$1 * 10^{-11}$	$7 * 10^{-29}$
1.5	0.4444	$6 * 10^{-2}$	$3 * 10^{-2}$	$4 * 10^{-2}$	$4 * 10^{-3}$	$4 * 10^{-6}$	$1 * 10^{-11}$	$8 * 10^{-29}$
1.6	0.3906	$8 * 10^{-2}$	$3 * 10^{-2}$	$9 * 10^{-3}$	$4 * 10^{-3}$	$4 * 10^{-6}$	$2 * 10^{-11}$	$9 * 10^{-29}$
1.7	0.3460	$9 * 10^{-2}$	$4 * 10^{-2}$	$1 * 10^{-2}$	$5 * 10^{-3}$	$5 * 10^{-6}$	$2 * 10^{-11}$	$1 * 10^{-28}$
1.8	0.3086	$1 * 10^{-1}$	$4 * 10^{-2}$	$1 * 10^{-2}$	$5 * 10^{-3}$	$5 * 10^{-6}$	$2 * 10^{-11}$	$1 * 10^{-28}$
1.9	0.2770	$9 * 10^{-2}$	$4 * 10^{-2}$	$1 * 10^{-2}$	$6 * 10^{-3}$	$6 * 10^{-6}$	$2 * 10^{-11}$	$1 * 10^{-28}$
2	0.2500	$8 * 10^{-2}$	$3 * 10^{-2}$	$1 * 10^{-2}$	$5 * 10^{-3}$	$6 * 10^{-6}$	$2 * 10^{-11}$	$1 * 10^{-28}$

$y_t = 1./x2.^2$

`plot(x2, yt,'o--', x2, y1,'--', x2, y2,'--', x2, y3,'--',x2,y4,'--',x2,y10,'k')`

`grid on;`

`legend('точное решение','y1','y2','y3','y4','y10')`

`title('График решения задачи методом коллокаций');`

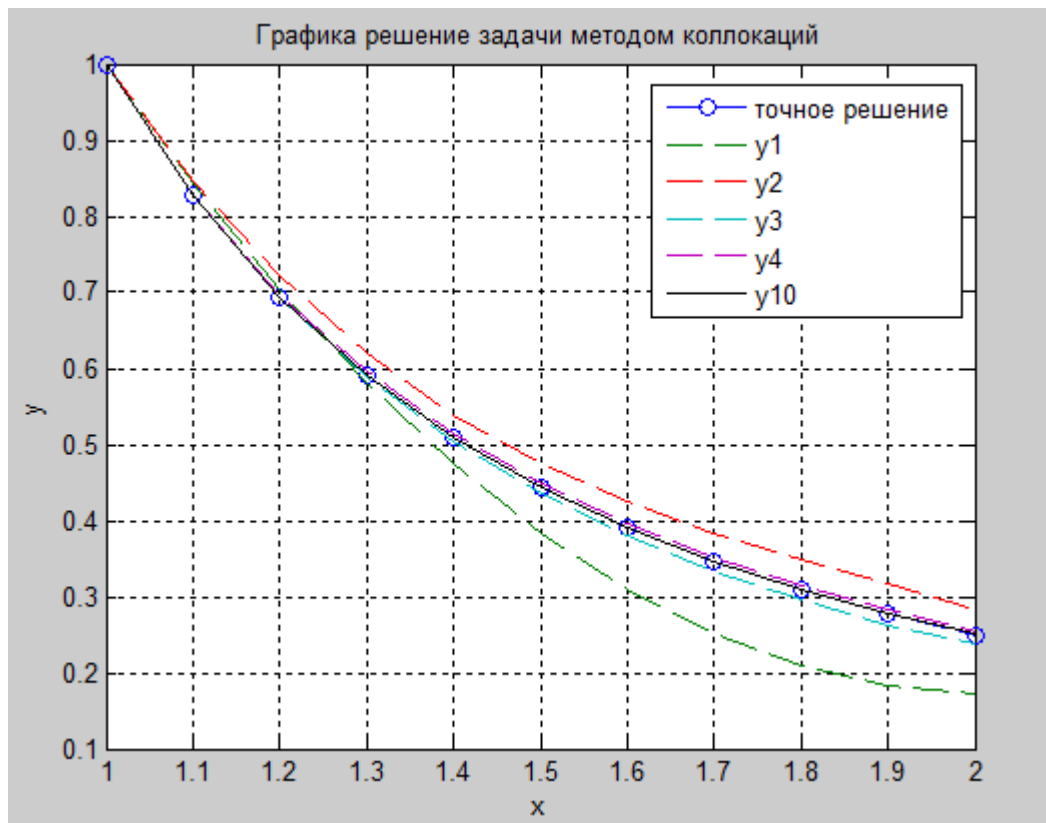


Рисунок 3. Графики решения методом коллокаций в сравнении с аналитическим (точное) решением (задача 2)

Как можно видеть из таблицы 6 и из рисунка 3 при увеличении число узлов коллокаций, уменьшается абсолютная погрешность решения.

Задача 3. Рассмотрим случай $\alpha_1 = 0$ и $\beta_0 = 0$

$$x^2 y'' + x y' - y = x^2, \quad y(1) = 1.333, \quad y'(3) = 3.$$

Точное решение: $y = \frac{1000x^3 + 2999x^2 - 9}{3000x^2}.$

Решение задачи 3 методом коллокаций

Найдем решения при нескольких узлах коллокаций.

Базисные функции:

$fi(x, i, \text{betta0}, \text{betta1}, a, b, \text{alfa0}, \text{alfa1}, A, B, \text{delta}, \text{gamma})$ – получим базисные функции запустив данную функцию.

- $\varphi_0 = 3x - 1667/1000$
- $\varphi_1 = (x - 1)^2 - 4x + 4$

- $\varphi_2 = (x - 1)^3 - 3(x - 1)^2$
- $\varphi_3 = (x - 1)^4 - (8(x - 1)^3)/3$
- $\varphi_4 = (x - 1)^5 - (5(x - 1)^4)/2$
-

$y(n, x, \text{betta0}, \text{betta1}, a, b, \text{alfa0}, \text{alfa1}, A, B, \text{delta}, \text{gamma}, r, p, q, f)$ – запускаем функцию.

Таблица 6. Коэффициенты базисных функций (задача 3)

Коэффициенты базисных функций	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	n=20
c1	0.3333	0.3333	0.3333	0,3333	0.3333	0.3333	0.3333
c2		$2 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-5}$
c3			$-1 \cdot 10^{-5}$	$-3 \cdot 10^{-5}$	$-4 \cdot 10^{-5}$	$-5 \cdot 10^{-5}$	$-8 \cdot 10^{-5}$
c4				$6 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	
c5					$-3 \cdot 10^{-6}$	$-1 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-8}$
c6						$2 \cdot 10^{-6}$	$-4 \cdot 10^{-9}$
c20							$2 \cdot 10^{-10}$

Функции y при разных узлах коллокаций будут равны:

- $y_1 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1$
- $y_2 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1 + c_2 * \varphi_2$
- $y_3 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1 + c_2 * \varphi_2 + c_3 * \varphi_3$
-

Таблица 7. Значения функции y для разного количества узлов коллокаций (задача 3).

x	1	1.1	1.2	1.3	...	2.7	2.8	2.9	3
yt	1.3330	1.5030	1.6797	1.8631	...	5.1298	5.4131	5.7031	5.9998
y1	1.3330	1.5030	1.6797	1.8631	...	5.1298	5.4131	5.7031	5.9998
y2	1.3330	1.5030	1.6797	1.8631	...	5.1298	5.4131	5.7031	5.9998
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Таблица 8. Абсолютная погрешность решения для разного количества узлов коллокаций (задание 3).

x	1	1.1	1.2	1.3	...	2.7	2.8	2.9	3
Abs(yt-y1)	0	$5 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-6}$	...	$5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-5}$
Abs(yt-y3)	0	$7 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-6}$	...	$1 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$
Abs(yt-y7)	0	$6 \cdot 10^{-9}$	$7 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-7}$	...	$9 \cdot 10^{-7}$	$9 \cdot 10^{-7}$	$9 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-6}$
Abs(yt-y9)	0	$4 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-8}$	...	$2 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-7}$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

В задании 3 при числе узлов коллокаций равной единице, погрешность достигает минус пятой степени, а при увеличении узлов коллокаций погрешность уменьшается медленнее.

Решение задания 1, задание 2 и задание 3 показали, что при увеличении числа узлов коллокаций увеличивается точность решения, но точность для разных задач при конкретных числах узлов коллокаций могут быть разными.

Решение задач, не имеющих аналитического решения методом коллокаций и методом стрельбы.

Задача 4.

$$y'' + \frac{1}{x}y' - \frac{3}{x^2}y = -\frac{3}{4\sqrt{x}} \quad x \in [1,4]$$

$$y(1) = 1, \quad y(4) - 2y'(4) = 2.$$

Решение методом коллокаций

Найдем решения при нескольких узлах коллокаций.

Базисные функции:

$fi(x, i, betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma)$ – получим базисные функции запустив данную функцию.

- $\varphi_0 = x$
- $\varphi_1 = 3*x + (x - 1)^2 - 3$
- $\varphi_2 = (x - 1)^3 - 9*(x - 1)^2$
- $\varphi_3 = (x - 1)^4 - 5*(x - 1)^3$
- $\varphi_4 = (x - 1)^5 - (21*(x - 1)^4)/5$
-

$y(n,x,betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma,r,p,q,f)$ – запускаем функцию.

Таблица 9. Коэффициенты базисных функций (задача 4)

Коэффициенты базисных функций	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	n=20
c1	0.2807	0.1481	0.1762	0.1650	0.1680	0.1665	0.1667
c2		-0.0183	-0.0191	-0.0222	-0.0223	-0.0229	-0.0231
c3			0.0025	0.0047	0.0058	0.0068	0.0079
c4				-0.0006	-0.0012	-0.0020	
c5					0.0001	0.0004	$-6 \cdot 10^{-9}$
c6						-0.0000	$4 \cdot 10^{-10}$
c20							$-1 \cdot 10^{-11}$

Функции у при разных узлах коллокаций будут равны:

- $y_1 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1$
- $y_2 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1 + c_2 * \varphi_2$
- $y_3 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1 + c_2 * \varphi_2 + c_3 * \varphi_3$
-

Таблица 10. Значение функции у для метода коллокаций (задача 4).

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	...
y1	1	1.870	1.3797	1.5779	1.7818	1.9913	2.2064	2.4271	...
y2	1	1.1475	1.3012	1.4610	1.6266	1.7981	1.9753	2.1581	...
y3	1	1.1563	1.3194	1.4891	1.6653	1.8476	2.0361	2.2305	...
y4	1	1.1531	1.3132	1.4801	1.6535	1.8333	2.0192	2.2110	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
y10	1	1.1537	1.3145	1.4822	1.6565	1.8371	2.0238	2.2165	...
y11	1	1.1537	1.3145	1.4822	1.6565	1.8371	2.0239	2.2165	...
y12	1	1.1537	1.3145	1.4822	1.6565	1.8371	2.0239	2.2165	...
y14	1	1.1537	1.3145	1.4822	1.6565	1.8371	2.0239	2.2165	...

Решение методом стрельбы

Реализация метода стрельбы приведена в Приложении В.

Таблица 11. Результат метода стрельбы (задание 4).

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	...
y	1	1.1537	1.3145	1.4822	1.6565	1.8371	2.0239	2.2165	...

Таблица 12. Абсолютная погрешность для методов коллокаций и стрельбы (задача 4).

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	...
y1-y	0	$3 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-1}$	...
y2-y	0	$6 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	...
y3-y	0	$3 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	...
y4-y	0	$6 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
y10-y	0	$1 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-5}$	...
y11-y	1	$8 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	...

y12-y	1	1*10 ⁻⁵	3*10 ⁻⁵	3*10 ⁻⁵	5*10 ⁻⁷	1*10 ⁻⁵	4*10 ⁻⁵	3*10 ⁻⁵	...
y14-y	1	1*10 ⁻⁵	3*10 ⁻⁵	3*10 ⁻⁵	2*10 ⁻⁶	2*10 ⁻⁵	4*10 ⁻⁵	3*10 ⁻⁵	...

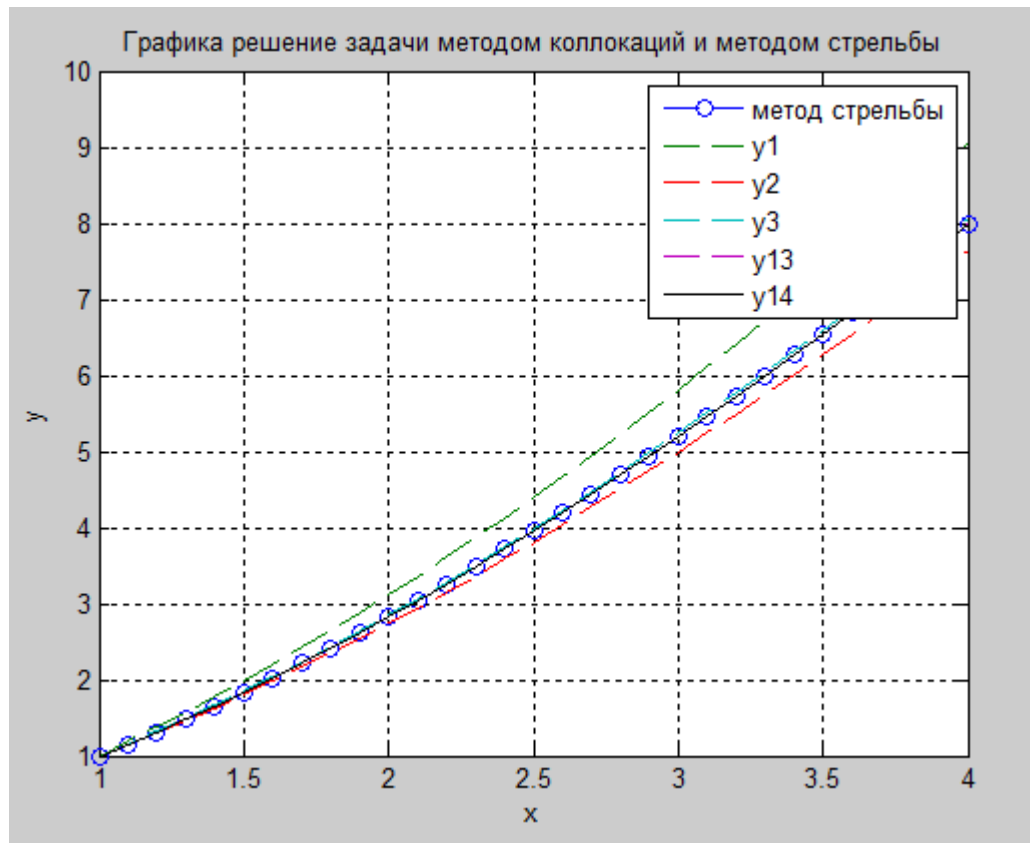


Рисунок 4 – Графики решения методами коллокаций и стрельбы (задача 4)

Задача 5.

$$y'' + 2y' - 3xy = \frac{2-8x}{x^3}, \quad x \in [1, 2]$$

$$y(1) = 1, \quad y(2) = 0.5$$

Решение методом коллокаций

Найдем решения при нескольких узах коллокаций.

Базисные функции:

fi(x, i, betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma) – получим базисные функции запустив данную функцию.

- $\varphi_0 = 3/2 - x/2$
- $\varphi_1 = (x - 1)^2 - x + 1$
- $\varphi_2 = (x - 1)^3 - (x - 1)^2$
- $\varphi_3 = (x - 1)^4 - (x - 1)^3$

- $\varphi_4 = (x - 1)^5 - (x - 1)^4$

-

$y(n, x, \text{betta0}, \text{betta1}, a, b, \text{alfa0}, \text{alfa1}, A, B, \text{delta}, \text{gamma}, r, p, q, f)$ – запускаем функцию.

Таблица 13. Коэффициенты базисных функций (задача 5).

Коэффициенты базисных функций	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	n=20
c1	0.4519	0.3410	0.2356	0.1882	0.1733	0.1703	0.1697
c2		0.2179	0.5668	0.8563	0.9626	0.9931	1.0000
c3			-0.3368	-0.9002	-1.2216	-1.3476	-1.3854
c4				0.3771	0.8064	1.0685	
c5					-0.2146	-0.4819	-0.0060
c6						0.1072	0.0012
c20							-0.0001

Функции y при разных узлов коллокаций будут равны:

- $y_1 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1$
- $y_2 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1 + c_2 * \varphi_2$
- $y_3 = \varphi_0 + c_1 * \varphi_1 + c_2 * \varphi_2 + c_3 * \varphi_3$
-

Таблица 14. Значение функции y для метода коллокаций (задание 5).

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	...
y1	1	0.9343	0.8732	0.8168	0.7649	0.7177	0.6751	0.6370	...
y2	1	0.9406	0.8830	0.8276	0.7748	0.7253	0.6973	0.6375	...
y3	1	0.9461	0.8907	0.8353	0.7816	0.7307	0.6837	0.6413	...
y4	1	0.9480	0.8927	0.8366	0.7820	0.7304	0.6830	0.6404	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
y10	1	0.9487	0.8934	0.8372	0.7309	0.6834	0.6408	0.6035	...
y11	1	0.9487	0.8934	0.8372	0.7309	0.6834	0.6408	0.6035	...
y12	1	0.9487	0.8934	0.8372	0.7309	0.6834	0.6408	0.6035	...
y14	1	0.9487	0.8934	0.8372	0.7309	0.6834	0.6408	0.6035	...

Решение методом стрельбы

Реализация метода стрельбы приведена в Приложении С.

Таблица 15. Решение методом стрельбы (задача 5)

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	...
y	1	0.9487	0.8934	0.8372	0.7309	0.6834	0.6408	0.6035	...

Таблица 16. Абсолютная погрешность для методов коллокаций и стрельбы (задача 5).

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	...
y1-y	0	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	...
y2-y	0	$8 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	...
y3-y	0	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	...
y4-y	0	$6 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
y10-y	0	$3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-5}$	...
y11-y	0	$3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-5}$	...
y12-y	0	$3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-5}$	...
y14-y	0	$3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-5}$	...

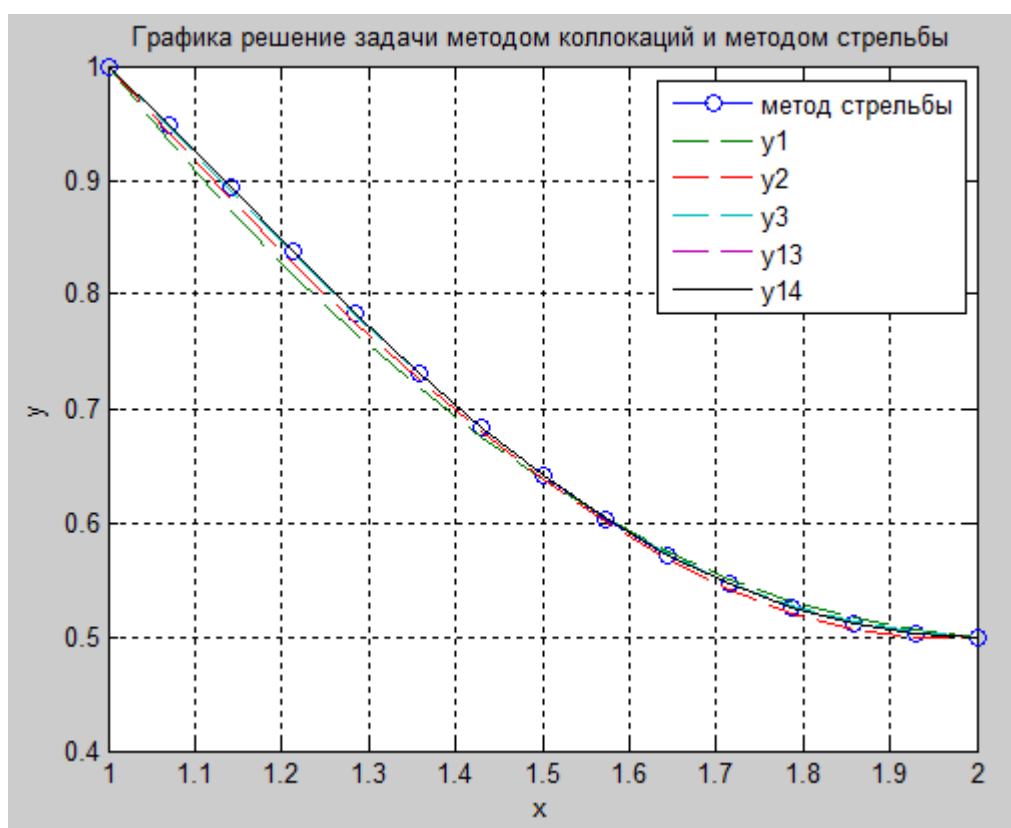


Рисунок 5. Графики решения методами коллокаций и стрельбы (задача 5)

4 ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ, РЕСУРСОЭФФЕКТИВНОСТЬ И РЕСУРСОСБЕРЕЖЕНИЕ

4.1 Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение

Для эффективного использования научного потенциала научно-исследовательской работы (НИР) необходимо прилагать усилия не только к непосредственно её разработке, но и к проведению её анализа с точки зрения экономических требований.

Целью написания раздела «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение» является проектирование и создание конкурентоспособных разработок, отвечающих современным требованиям в области ресурсоэффективности и ресурсосбережения.

В разделе «Финансовый менеджмент, ресурсоэффективность и ресурсосбережение» части выпускной квалификационной работы рассмотрены следующие вопросы:

- оценка коммерческого потенциала и перспективности проведения научных исследований с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения;
- планирование научно - исследовательской работы;
- расчёт бюджета научно - технического исследования;

4.2 Оценка коммерческого потенциала и перспективности проведения научных исследований с позиции ресурсоэффективности и ресурсосбережения

4.2.1 Потенциальные потребители результатов исследования

Для анализа потребителей результатов исследования необходимо рассмотреть целевой рынок.

Целевой рынок – сегменты рынка, на котором будет продаваться в будущем разработка. В свою очередь, сегмент рынка – это особым образом выделенная часть рынка, группы потребителей, обладающих определенными общими признаками.

Выполненная работа направлена на выбор оптимального числа узлов коллокаций для нахождения приближенного решения линейного дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным краевым условиям

Потенциальными потребителями результатов НИР являются отрасли(экономика, строительство и т.д.), применяемые дифференциальные уравнения в решение своих задач.

4.2.2 Анализ конкурентных технических решений

Анализ конкурентных технических решений позволяет провести оценку сравнительной эффективности научной разработки и определить направления для ее будущего повышения. Основным методом, используемым в данной работе, является метод коллокаций(осн). Конкурентные методы: метод конечных разностей(кр), метод прелестрелки(пр).

Оценочная карта для сравнения конкурентных технических решений представлена в таблице 1.

Таблица 17 – Оценочная карта для сравнения конкурентных технических решений

Критерии оценки	Вес	Баллы			Конкурентно- способность		
		Б _{осн}	Б _{кр}	Б _{пр}	Б _{осн}	Б _{кр}	Б _{пр}
Технические критерии оценки ресурсоэффективности							
Эффективность	0,3	4	4	4	1,2	1,2	1,2
Устойчивость	0,2	5	5	5	1	1	1
Временные затраты	0,2	5	5	5	1	1	1
Новизна метода	0,1	5	3	3	0,5	0,3	0,3
Простота реализации	0,1	5	4	5	0,5	0,4	0,5
Универсальность	0,1	5	4	4	0,5	0,4	0,4
Итого	1	29	24	25	4,7	4,3	4,4

4.3 План работ по научно-исследовательскому проекту

4.3.1 Структура работ в рамках научного исследования

Планирование комплекса предполагаемых работ осуществляется в следующем порядке:

- определение структуры работ в рамках научного исследования;
- определение участников каждой работы;
- установление продолжительности работ;
- построение графика проведения научных исследований.

Для выполнения научных исследований формируется рабочая группа, в состав которой могут входить научные сотрудники и преподаватели, инженеры, техники и лаборанты, численность групп может варьироваться. По каждому виду запланированных работ устанавливается соответствующая должность исполнителей.

В данном разделе был составлен перечень этапов и работ в рамках научного исследования и проведено распределение исполнителей по видам деятельности. Перечень работ и распределение исполнителей приведены в таблице 2. Для выполнения научного исследования была сформирована рабочая группа, в состав которой входят научный руководитель (НР) и студент (С).

Таблица 18 – Перечень этапов, работ и распределение исполнителей

Основные этапы	№ работ	Содержание работ	Должность исполнителя
Разработка технического задания	1	Составление и утверждение технического задания	НР
Выбор направления исследований	2	Выбор направления исследований	НР, С
	3	Разработка календарного плана	НР, С
	4	Подбор и изучение материалов по теме	НР, С
Теоретические и экспериментальные исследования	5	Литературный обзор по теме исследования	С
	6	Исследование полученных исходных данных	С
	7	Проведение разработки алгоритмов решения задачи	С

Основные этапы	№ работ	Содержание работ	Должность исполнителя
	8	Выбор программной среды реализации алгоритмов	С
	9	Построение математической модели	С
	10	Проверка модели на исходных данных	С
Обобщение и оценка результатов	11	Обсуждение результатов и оценка их эффективности	НР, С
Оформление отчета по НИР	12	Оформление расчётно-пояснительной записки	С

4.3.2 Определение трудоемкости выполнения работ

Расчет продолжительности этапов работ при выполнении выпускной квалификационной работы является важным этапом, так он позволяет определить трудоемкость проводимых работ, а трудовые затраты составляют основную часть стоимости научно-исследовательской работы.

Трудоемкость – максимально допустимые затраты труда в человеко-днях на выполнение НИР с учетом организационно технических мероприятий, обеспечивающих наиболее рациональное использование выделенных ресурсов.

Существуют разные методы расчета продолжительности этапов работы, в рамках данной НИР используется экспертный способ, который предполагает генерацию необходимых количественных оценок специалистами конкретной предметной области, опирающимися на их профессиональный опыт и эрудицию.

Для определения ожидаемого (среднего) значения трудоемкости $t_{ожи}$ используется следующая формула:

$$t_{ожи} = \frac{3t_{мини} + 2t_{макс}}{5}, \quad (1)$$

где $t_{ожи}$ – ожидаемая трудоемкость выполнения i -ой работы чел.-дн.;

$t_{мини}$ – минимально возможная трудоемкость выполнения заданной i -ой работы (оптимистическая оценка: в предположении наиболее благоприятного стечения обстоятельств), чел.-дн.;

$t_{\max i}$ – максимально возможная трудоемкость выполнения заданной i -ой работы (пессимистическая оценка: в предположении наиболее неблагоприятного стечения обстоятельств), чел.-дн.

Для выполнения перечисленных в таблице 2 работ требуются специалисты:

- исполнитель (И);
- научный руководитель (НР).

Исходя из ожидаемой трудоемкости работ, определяется продолжительность каждой работы в рабочих днях T_p , учитывающая параллельность выполнения работ несколькими исполнителями. Такое вычисление необходимо для обоснованного расчета заработной платы, так как удельный вес зарплаты в общей сметной стоимости научных исследований составляет около 65 %.

$$T_{pi} = \frac{t_{ожи}}{Ч_i}, \quad (2)$$

где T_{pi} – продолжительность одной работы, раб. дн.;

$t_{ожи}$ – ожидаемая трудоемкость выполнения одной работы, чел.-дн.

$Ч_i$ – численность исполнителей, выполняющих одновременно одну и ту же работу на данном этапе, чел.

4.3.3 Разработка графика проведения научного исследования

Наиболее удобным и наглядным способом отслеживания выполнения проектной работы является диаграмма Ганта.

Диаграмма Ганта – горизонтальный ленточный график, на котором работы по теме представляются протяженными во времени отрезками, характеризующимися датами начала и окончания выполнения данных работ.

Для составления графика проведения работ необходимо длительность каждой работы перевести в число календарных дней. Для этого необходимо воспользоваться следующей формулой:

$$T_{ki} = T_{pi} \cdot k_{\text{кал}}, \quad (3)$$

где T_{ki} – продолжительность выполнения i -й работы в календарных днях;

T_{pi} – продолжительность выполнения i -й работы в рабочих днях;

$k_{\text{кал}}$ – коэффициент календарности.

Коэффициент календарности определяется по следующей формуле:

$$k_{\text{кал}} = \frac{T_{\text{кал}}}{T_{\text{кал}} - T_{\text{вых}} - T_{\text{пр}}}, \quad (4)$$

где $T_{\text{кал}}$ – календарные дни;

$T_{\text{вых}}$ – выходные дни;

$T_{\text{пр}}$ – праздничные дни.

Коэффициент календарности для 2019 года равен:

$$T_k = \frac{365}{365 - 52 - 14} = 1,22$$

В таблице 3 приведен расчет определения продолжительности этапов работ и их трудоемкости по исполнителям, занятым на каждом этапе. Условные обозначения: научный руководитель (НР), студент (С).

Таблица 19 – Трудозатраты на выполнение проекта.

Название работы	Исполнители	Трудоемкость			Длительность работ в рабочих днях $T_{рд}$	Длительность работ в календарных днях T_k
		$t_{\min}$	$t_{\max}$	$t_{\text{ожид}}$		
Составление и утверждение технического задания	НР	2	4	2.8	3	4
Выбор направления исследований	НР, С	3	5	3.8	2	3
Разработка календарного плана	НР, С	3	5	3.8	2	3
Подбор и изучение материалов по теме	НР, С	8	11	9.2	5	7

Название работы	Исполнители	Трудоемкость			Длительность работ в рабочих днях $T_{рд}$	Длительность работ в календарных днях $T_{к}$
		t_{min}	t_{max}	$t_{ожид}$		
Литературный обзор по теме исследования	С	9	12	10.2	11	14
Исследование полученных исходных данных	С	8	11	9.2	5	7
Проведение разработки алгоритмов решения задачи	С	12	16	13.6	14	18
Выбор программной среды реализации алгоритмов	С	2	4	2.8	3	4
Построение математической модели	С	15	20	17	17	21
Проверка модели на исходных данных	С	3	5	3.8	4	5
Обсуждение результатов и оценка их эффективности	НР, С	4	6	4.8	3	4
Оформление расчётно-пояснительной записки	С	15	20	17	17	21

На основе таблицы 3 построена диаграмма Ганта для максимального по длительности исполнения работ в рамках выполняемого проекта.

Таблица 20 – Диаграмма Ганта.

№ работы	Название работы	Исполнители	K_i , кал. дн.	Продолжительность выполнения работ													
				февр.			март			апрель			май			июнь	
				1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
1	Составление и утверждение	НР	4														

	технического задания																
2	Выбор направления исследований	НР, С	3														
3	Разработка календарного плана	НР, С	3														
4	Подбор и изучение материалов по теме	НР, С	7														
5	Литературный обзор по теме исследования	С	14														
6	Исследование полученных исходных данных	С	7														
7	Проведение разработки алгоритмов решения задачи	С	18														
8	Выбор программной среды реализации алгоритмов	С	4														
9	Построение математической модели	С	21														
10	Проверка модели на исходных данных	С	5														
11	Обсуждение результатов и оценка их эффективности	НР, С	4														
12	Оформление расчётно-пояснительной записки	С	21														

Руководитель

Студент

Для упрощения наглядности построим линейный график работ и график занятости работников, ведь он отображает наименования этапов, численность исполнителей и длительность выполнения каждого вида работ.

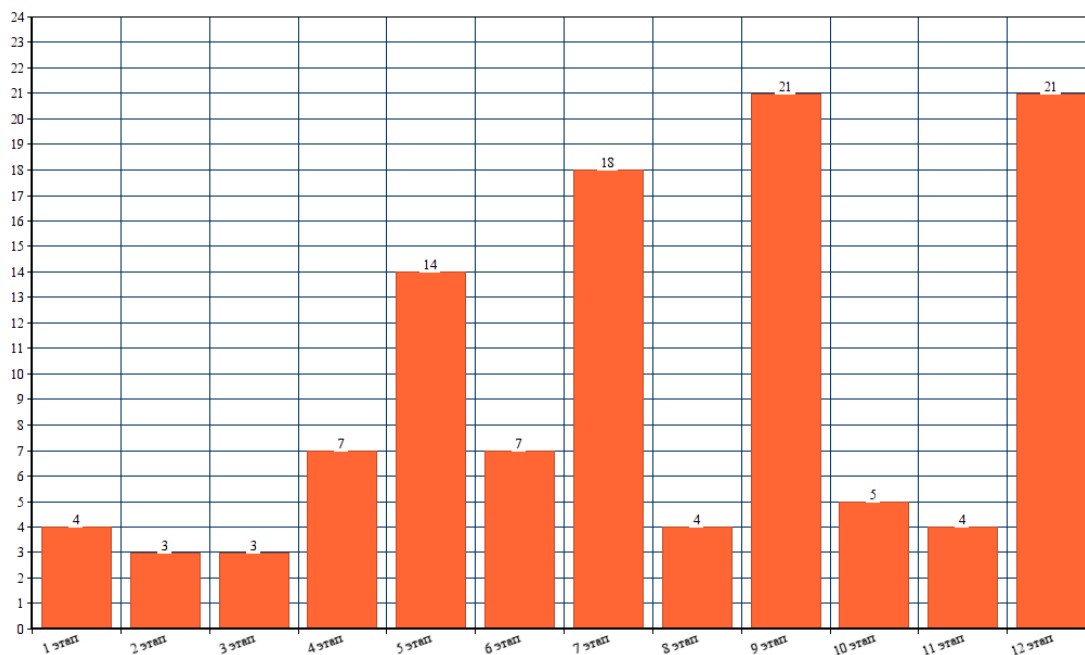


Рисунок 6. Диаграмма исполнения работ в рамках выполняемого проекта

4.4 Бюджет научно-технического исследования (НТИ)

При планировании бюджета НТИ должно быть обеспечено полное и достоверное отражение всех видов расходов, связанных с его выполнением. В процессе формирования бюджета НТИ используется следующая группировка затрат по статьям:

В состав затрат на создание проекта включается величина всех расходов, необходимых для реализации комплекса работ, составляющих содержание данной разработки. Расчет сметной стоимости ее выполнения производится по следующим статьям:

- Расчет затрат на материалы;
- Расчет затрат на электроэнергию;
- заработная плата исполнителей НИР;
- отчисления во внебюджетные фонды (страховые отчисления);
- амортизационные отчисления;

- накладные расходы, включающие в себя расходы на электроэнергию, оплату услуг связи, прочие расходы.

4.4.1 Расчет затрат на электроэнергию

Данный вид расходов включает в себя затраты на электроэнергию, потраченную в ходе выполнения проекта на работу используемого оборудования, рассчитываемые по формуле:

$$З_{эл.об} = P_{об} * t_{об} * Ц_{э}, \quad (1)$$

где $P_{об}$ – мощность, потребляемая оборудованием, кВт;

$Ц_{э}$ – тариф на 1 кВт·час (в Томске составляет 2,75 руб./кВт·час с учетом НДС.);

$t_{об}$ – время работы оборудования, час.

Время работы оборудования вычисляется на основе итоговых данных таблицы 3 для исполнителя ($T_{рД}$) из расчета, что продолжительность рабочего дня равна 8 часов.

$$t_{об} = T_{рД} * K_t, \quad (2)$$

где $K_t \leq 1$ – коэффициент использования оборудования по времени, равный отношению времени его работы в процессе выполнения проекта к ТРД, определяется исполнителем самостоятельно.

Мощность, потребляемая оборудованием, определяется по формуле:

$$P_{об} = P_{ном} * k_c, \quad (3)$$

где $P_{ном}$ – номинальная мощность оборудования, кВт;

$k_c \leq 1$ – коэффициент загрузки, зависящий от средней степени использования номинальной мощности. Для технологического оборудования малой мощности $k_c = 1$.

Расчет затраты на электроэнергию для технологических целей представлены в таблице 5.

Таблица 21 – Материальные затраты

Наименование оборудования	Время работы оборудования $t_{об}$, час	Потребляемая мощность $P_{об}$, кВт	Затраты $C_{эл.об}$, руб.
---------------------------	--	--------------------------------------	----------------------------

Персональный компьютер	60*0,8	0,4	132
Итого:			132

Общая стоимость материальных затрат данного проекта составила 132 рубля.

4.4.2 Амортизационные отчисления

Амортизационные отчисления — это денежные средства, предназначенные для возмещения износа предметов, относящихся к основным средствам.

Амортизацию оборудования в классическом понимании можно назвать постепенным переносом стоимости основной части финансов организации и ее активов нематериального значения по уровню их морального и физического износа на итоговую цену выпускаемых товаров.

Амортизация компьютерной техники рассчитывается в руб./год:

$$K_{\text{ам}} = \frac{T_{\text{исп.кт}}}{T_{\text{кал}}} * C_{\text{кт}} * \frac{1}{T_{\text{сл}}}, \quad (4)$$

где $T_{\text{исп.кт}}$ — время использования компьютерной техники;

$T_{\text{кал}}$ — календарное время;

$C_{\text{кт}}$ — цена компьютерной техники;

$T_{\text{сл}}$ — срок службы компьютерной техники.

Таким образом:

$$K_{\text{ам}} = \frac{95}{365} * 30000 * \frac{1}{3} = 2602,74 \text{ руб.}$$

Общая стоимость амортизационных отчислений данного проекта составила 2602.74 рублей.

4.4.3 Основная заработная плата исполнителей темы

Основная заработная плата руководителя рассчитывается на основании отраслевой оплаты труда (оклад, стимулирующие выплаты, районный коэффициент).

Для студента-бакалавра основную заработную плату составляет государственная стипендия, а также повышенная академическая стипендия с учетом районного коэффициента.

Смета затрат на оплату труда в большинстве случаев составляет наибольшую часть себестоимости НИР. Среднедневная тарифная заработная плата ЗП_{дн} рассчитывается по формуле:

$$ЗП_{дн} = \frac{ЗП_{м}}{20,58}, \quad (5)$$

где ЗП_м-месячный должностной оклад работника, руб. Данная формула уже учитывает, что в 2019 году 247 рабочих дней и, следовательно, в месяце в среднем 20,58 рабочих дня (при пятидневной рабочей неделе).

Для расчета основной заработной платы необходимо привести действительный годовой фонд рабочего времени руководителя и студента.

Таблица 22 – Баланс времени

Показатели рабочего времени	Руководитель	Студент
Календарное число дней	365	365
Количество нерабочих дней (выходные дни и праздничные дни)	52 и 14	104 и 14
Потери рабочего времени (отпуск, больничные)	52	14
Действительный годовой фонд рабочего времени	247	233

Таблица 23 – Расчет затрат на основную заработную плату

Исполнитель	Оклад руб./мес.	Среднедневная ставка, руб./раб. день	Затраты времени, раб. дни	Районный коэффициент	Фонд основной з/платы, руб.
-------------	--------------------	---	---------------------------------	-------------------------	--------------------------------

Руководитель	23264,86	1130,46	21	1,3	30861,59
Студент	1906	92,61	107	1,3	12882,05
Итого З_{зн}:					43743,64

4.4.4 Дополнительная заработная плата исполнителей темы

Затраты по дополнительной заработной плате исполнителей темы учитывают величину предусмотренных Трудовым кодексом РФ доплат за отклонение от нормальных условий труда, а также выплат, связанных с обеспечением гарантий и компенсаций (при исполнении государственных и общественных обязанностей, при совмещении работы с обучением, при предоставлении ежегодного оплачиваемого отпуска и т.д.).

Расчет дополнительной заработной платы ведется по следующей формуле:

$$З_{\text{доп}} = k_{\text{доп}} * З_{\text{осн}}, \quad (6)$$

где $k_{\text{доп}}$ – коэффициент дополнительной заработной платы, равен 0,12.

Таблица 24 – Расчёт дополнительной заработной платы

Исполнитель	З _{осн} , руб	$k_{\text{доп}}$	З _{доп} , руб
Руководитель	30861,59	0.12	3703,39
Студент	12882,05	0.12	1545,85
Итого:			5249,24

Общая сумма дополнительной заработной платы исполнителей проекта составила 5249,24 рубля.

4.4.5 Отчисления во внебюджетные фонды (страховые отчисления)

Отчисления во внебюджетные страховые фонды составляют 30 % от расходов на оплату труда и включают в себя: обязательные отчисления органам государственного социального страхования, пенсионного фонда, государственного фонда занятости и медицинского страхования.

На 2019 г. размер отчислений в государственные внебюджетные фонды составляет:

- ПФР – 22%;
- ФСС России – 2,9%;
- ФФОМС – 5,1%.

На основании пункта 6 ч. 1 ст. 58 закона 212-ФЗ, для учреждений, осуществляющих образовательную и научную деятельность в 2019 году, вводится пониженная ставка – 28%.

Таким образом:

$$З_{\text{соц}} = (З_{\text{осн}} + З_{\text{доп}}) * 0.28, \quad (7)$$

В нашем случае:

$$З_{\text{соц}} = (43743,64 + 5249,24) * 0.28 = 13718 \text{ руб.}$$

Общая сумма отчислений во внебюджетные фонды в рамках данного проекта составила 13718 рублей.

4.4.6 Накладные расходы

В статье «Накладные расходы» отражены расходы на выполнение проекта, которые не учтены в предыдущих статьях, к ним относятся содержание оргтехники, услуги связи, представительные расходы и другие. Их следует принять равными 10% от суммы всех предыдущих расходов:

$$З_{\text{проч}} = (З_{\text{зп}} + З_{\text{соц}} + З_{\text{эл.об}}) * 0.1, \quad (8)$$

Таким образом:

$$З_{\text{проч}} = (43743,64 + 13718 + 132) * 0.1 = 5759 \text{ руб.}$$

Общая сумма накладных расходов в рамках данного проекта составила 5759 рубля.

4.4.7 Формирование бюджета затрат научно-исследовательского проекта

Проведя расчет по всем статьям сметы затрат на разработку, можно определить общую себестоимость проекта «Разработка алгоритмов расчёта несущей способности свай при вертикальных и горизонтальных нагрузках». Смета затрат на разработку представлена в таблице 9.

Таблица 25 – Смета затрат на разработку проекта

Наименование статьи	Условное обозначение	Сумма, руб.
Основная заработная плата	$Z_{зп}$	43743,64
Расходы на электроэнергию	$Z_{эл.об}$	132
Амортизационные отчисления	$K_{ам}$	2602,74
Отчисления во внебюджетные фонды	$Z_{соц}$	13718
Прочие расходы	$Z_{проч}$	5759
Итого:		65,955

Общая сумма бюджета затрат для реализации проекта составила 65,955 рубля.

4.5 Определение ресурсной (ресурсосберегающей), финансовой, бюджетной, социальной и экономической эффективности исследования

Определение эффективности происходит на основе расчета интегрального показателя эффективности научного исследования. Его нахождение связано с определением двух средневзвешенных величин: финансовой эффективности и ресурсоэффективности.

Интегральный финансовый показатель разработки определяется как:

$$I_{финр} = \frac{\Phi_p}{\Phi_{max}}, \quad (9)$$

где $I_{финр}$ – интегральный финансовый показатель разработки;

Φ_p – стоимость i-го варианта исполнения;

Φ_{max} – максимальная стоимость исполнения научно-исследовательского проекта (в т.ч. аналоги).

Т.к. стоимость всех вариантов исполнения одинакова, интегральные финансовые показатели также будут одинаковы и равны 1.

Интегральный показатель ресурсоэффективности вариантов исполнения объекта исследования можно определить следующим образом:

$$I_{pi} = \sum a_i \cdot b_i, \quad (10)$$

где a_i – весовой коэффициент варианта исполнения разработки, b_i – балльная оценка варианта исполнения разработки.

Интегральный показатель эффективности вариантов исполнения разработки определяется на основании интегрального показателя ресурсоэффективности и интегрального финансового показателя по формулам:

$$I_{исп.1} = \frac{I_{p-исп.1}}{I_{финр.1}},$$

$$I_{исп.2} = \frac{I_{p-исп.2}}{I_{финр.2}}.$$
(11)

Так как интегральные финансовые показатели одинаковы и равны 1, то интегральные показатели эффективности вариантов исполнения разработки равны соответствующим интегральным показателям ресурсоэффективности.

Сравнение интегрального показателя эффективности вариантов исполнения разработки позволит определить сравнительную эффективность проекта и выбрать наиболее целесообразный вариант из предложенных.

Сравнительная эффективность проекта:

$$\mathcal{E}_{cp} = \frac{I_{исп.i}}{I_{исп.1}}.$$
(12)

В пункте 1.1.2 было рассмотрено два варианта исполнения алгоритма. На основании этого необходимо провести сравнительную характеристику вариантов исполнения (табл. 27).

Таблица 26 – Сравнительная характеристика вариантов
исполнения.

Критерии	Весовой коэффициент	Исп.1	Исп.2
Повышение производительности труда	0,3	5	5
Удобство в эксплуатации	0,2	4	3
Удобство в считывании исходных данных	0,2	5	3
Скорость работы	0,1	4	4
Простота эксплуатации	0,1	4	3
I_{pi}		4	3,5

На основании полученных показателей выполним сравнение интегрального показателя эффективности вариантов исполнения разработки (табл. 28).

Таблица 27.

Показатели	Исп.1	Исп.2
Интегральный финансовый показатель разработки	1	1
Интегральный показатель ресурсоэффективности разработки	4	3,5
Интегральный показатель эффективности	4	3,5
Сравнительная эффективность вариантов исполнения	1	0,87

С позиции финансовой и ресурсной эффективности на основании таблицы, первый вариант исполнения системы наиболее выгодный. Данный вариант исполнения и используется в выпускной квалификационной работе.

5 СОЦИАЛЬНАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ

Введение

Данная работа направлена на выборе оптимального числа узлов коллокаций для нахождения приближенного решения линейного дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным краевым условиям. В результате работы разработано программа для решения обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

Разработанное программное обеспечение будет использоваться сотрудниками в офисных помещениях. При этом рассматривается рабочая зона сотрудника, включающая письменный стол, персональный компьютер, клавиатуру, компьютерную мышь, а также стул. Работа сотрудника при использовании программного приложения классифицируется как работа высокой точности.

Выделены и рассмотрены такие вредные факторы как: неоптимальный микроклимат, повышенный уровень шума, неправильное освещение, высокий уровень электромагнитного излучения. К опасным факторам при работе с компьютером относится высокое напряжение в электрической цепи и 76 возможность короткого замыкания, влекущего за собой опасность поражения сотрудника электрическим током.

Рассматриваются вопросы правового регулирования трудовых отношений, связанных с использованием разработанной системы.

5.1 Правовые и организационные вопросы обеспечения безопасности

Спецификой работы за компьютером является длительное пребывание работника в одной позе – сидя у монитора. Этот фактор, наряду с иными (излучение, напряжение, усталость глаз), влечет неблагоприятное воздействие на здоровье работника. Поэтому работнику необходимо в обязательном порядке делать перерывы при работе за компьютером. Трудовой кодекс

РФ данную проблему напрямую не регулирует, но работодателей, возможно, заинтересует вопрос: установлена ли для них обязанность предоставлять работникам подобные перерывы. Ответ: да, установлена.

В силу статьи 22 ТК РФ работодатель должен обеспечивать безопасность и соответствие условий труда всем необходимым требованиям (в т.ч. при работе за компьютером).

Однако по типовой инструкции по охране труда при работе на персональном компьютере ТОИ Р-45-084-01 всё же вменяется установление перерывов. В целом продолжительность непрерывной работы за компьютером не должна превышать 2-х часов.

Следует обратить внимание на то, что основная работа за компьютером предусматривает не менее 50 % времени в течение рабочей смены или рабочего дня нахождения за ним. Время перерыва зависит от вида и сложности осуществляемой работы путем деления на группы. Выделяют 3 группы: А (работа по считыванию информации с экрана компьютера с предварительным запросом), Б (работа по вводу информации), В (творческая работа в режиме диалога с компьютером).

В зависимости от сложности работы, установление числа и длительности перерывов происходит следующим образом:

- 1) для группы А (не свыше 60000 считываемых знаков за смену) перерыв составляет 15 минут, предоставляется два раза – через два часа после начала работы и перерыва на обед;
- 2) для группы Б (не свыше 40000 вводимых знаков за смену) перерыв составляет 10 минут через каждый трудовой час;
- 3) для группы В (не свыше шести 6 часов за смену) перерыв составляет 15 минут через каждый трудовой час.

Персональные данные - любая информация, относящаяся к прямо или косвенно определенному или определяемому физическому лицу (субъекту персональных данных).

Обработка персональных данных - любое действие (операция) или совокупность действий (операций), совершаемых с использованием средств автоматизации или без использования таких средств с персональными данными, включая сбор, запись, систематизацию, накопление, хранение, уточнение (обновление, изменение), извлечение, использование, передачу (распространение, предоставление, доступ), обезличивание, блокирование, удаление, уничтожение персональных данных.

Требования к защите персональных данных работника, а также ответственность за их нарушение, установлены гл. 14 ТК РФ.

Ст. 86 ТК РФ определяет, что в целях обеспечения прав и свобод человека и гражданина работодатель и его представители при обработке персональных данных работника обязаны соблюдать следующие общие требования:

1) обработка персональных данных работника может осуществляться исключительно в целях обеспечения соблюдения законов и иных нормативных правовых актов, содействия работникам в трудоустройстве, получении образования и продвижении по службе, обеспечения личной безопасности работников, контроля количества и качества выполняемой работы и обеспечения сохранности имущества;

2) при определении объема и содержания обрабатываемых персональных данных работника работодатель должен руководствоваться Конституцией Российской Федерации, настоящим Кодексом и иными федеральными законами;

3) все персональные данные работника следует получать у него самого. Если персональные данные работника возможно получить только у третьей

стороны, то работник должен быть уведомлен об этом заранее и от него должно быть получено письменное согласие. Работодатель должен сообщить работнику о целях, предполагаемых источниках и способах получения персональных данных, а также о характере подлежащих получению персональных данных и последствиях отказа работника дать письменное согласие на их получение;

4) работодатель не имеет права получать и обрабатывать сведения о работнике, относящиеся в соответствии с законодательством Российской Федерации в области персональных данных к специальным категориям персональных данных, за исключением случаев, предусмотренных настоящим Кодексом и другими федеральными законами;

5) работодатель не имеет права получать и обрабатывать персональные данные работника о его членстве в общественных объединениях или его профсоюзной деятельности, за исключением случаев, предусмотренных настоящим Кодексом или иными федеральными законами;

6) при принятии решений, затрагивающих интересы работника, работодатель не имеет права основываться на персональных данных работника, полученных исключительно в результате их автоматизированной обработки или электронного получения;

7) защита персональных данных работника от неправомерного их использования или утраты должна быть обеспечена работодателем за счет его средств в порядке, установленном настоящим Кодексом и иными федеральными законами;

8) работники и их представители должны быть ознакомлены под роспись с документами работодателя, устанавливающими порядок обработки персональных данных работников, а также об их правах и обязанностях в этой области;

9) работники не должны отказываться от своих прав на сохранение и защиту тайны;

10) работодатели, работники и их представители должны совместно вырабатывать меры защиты персональных данных работников.

Согласно ТК РФ Статья 135 об установлении заработной платы, заработная плата работнику устанавливается трудовым договором в соответствии с действующими у данного работодателя системами оплаты труда.

Системы оплаты труда, включая размеры тарифных ставок, окладов (должностных окладов), доплат и надбавок компенсационного характера, в том числе за работу в условиях, отклоняющихся от нормальных, системы доплат и надбавок стимулирующего характера и системы премирования, устанавливаются коллективными договорами, соглашениями, локальными нормативными актами в соответствии с трудовым законодательством и иными нормативными правовыми актами, содержащими нормы трудового права.

Локальные нормативные акты, устанавливающие системы оплаты труда, принимаются работодателем с учетом мнения представительного органа работников.

Условия оплаты труда, определенные трудовым договором, не могут быть ухудшены по сравнению с установленными трудовым законодательством и иными нормативными правовыми актами, содержащими нормы трудового права, коллективным договором, соглашениями, локальными нормативными актами. Условия оплаты труда, определенные коллективным договором, соглашениями, локальными нормативными актами, не могут быть ухудшены по сравнению с установленными трудовым законодательством и иными нормативными правовыми актами, содержащими нормы трудового права.

Что же касается нормы выработки, времени, нормативы численности и других норм – они устанавливаются в соответствии с достигнутым уровнем

техники, технологии, организации производства и труда. Нормы труда могут быть пересмотрены по мере совершенствования или внедрения новой техники, технологии и проведения организационных либо иных мероприятий, обеспечивающих рост производительности труда, а также в случае использования физически и морально устаревшего оборудования. Достижение высокого уровня выработки продукции (оказания услуг) отдельными работниками за счет применения по их инициативе новых приемов труда и совершенствования рабочих мест не является основанием для пересмотра ранее установленных норм труда.

Конкретные размеры повышения оплаты труда устанавливаются работодателем с учетом мнения представительного органа работников в порядке, установленном статьей 372 настоящего Кодекса для принятия локальных нормативных актов, либо коллективным договором, трудовым договором.

Работодателю необходимо предоставить обязательное социальное страхование работников от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний. ИП и организации, являющиеся работодателями, обязаны с выплат сотрудникам, работающим по трудовым договорам, ежемесячно перечислять страховые взносы на пенсионное, медицинское и социальное страхование в ФНС РФ. Взносы на травматизм по-прежнему уплачиваются в ФСС. С выплат физическим лицам по договорам гражданско-правового характера необходимо перечислять взносы только на пенсионное и медицинское страхование. Индивидуальные предприниматели, помимо уплаты страховых взносов за работников, дополнительно должны перечислять страховые взносы ИП «за себя». В 2019 году страховые взносы нужно платить по следующим тарифам: на пенсионное страхование (ОПС) – 22%, на медицинское страхование (ОМС) – 5,1%, на социальное страхование (ОСС) – 2,9% (без учёта взносов от несчастных случаев).

Под проектированием рабочего места понимается целесообразное пространственное размещение в горизонтальной и вертикальной плоскостях функционально взаимоувязанных средств производства (оборудования, оснастки, предметов труда и др.), необходимых для осуществления трудового процесса. При проектировании рабочих мест должны быть учтены освещенность, температура, влажность, давление, шум, наличие вредных веществ, электромагнитных полей и другие санитарно-гигиенические требования к организации рабочих мест. При проектировании рабочей зоны необходимо уделить внимание охране окружающей среды, а в частности, организации безотходного производства. Также необходимо учитывать возможность чрезвычайных ситуаций. Так как рабочая зона находится в городе Томске, наиболее типичной ЧС является мороз. Так же, в связи с неспокойной ситуацией в мире, одной из возможных ЧС может быть диверсия.

5.2 Производственная безопасность

Опасным производственным фактором (ОПФ) называется такой производственный фактор, воздействие которого на работающего мгновенно приводит к травме или летальному исходу. Травма – это повреждение тканей организма и нарушение его функций внешним воздействием.

Вредным производственным фактором (ВПФ) называется такой производственный фактор, воздействие которого на работающего в определенных условиях приводит к заболеванию или снижению трудоспособности.

Таблица 28 - Возможные опасные и вредные факторы

Факторы (ГОСТ 12.0.003-2015)	Этапы работ		Нормативные документы
	Разработка	Эксплуатация	

1.Отклонение показателей микроклимата	+	+	СанПиН 2.2.4.548-96 Гигиенические требования к микроклимату производственных помещений
2. Превышение уровня шума		+	СН 2.2.4/2.1.8.562-96. Санитарные нормы. Шум на рабочих местах, в помещениях жилых, общественных зданий и на территории жилой застройки.
3.Отсутствие или недостаток естественного света	+	+	СанПиН 2.2.1/2.1.1.1278-03 Гигиенические требования к естественному, искусственному и совмещенному освещению жилых и общественных зданий.
4.Недостаточная освещенность рабочей зоны		+	СП 52.13330.2016 Естественное и искусственное освещение. Актуализированная редакция СНиП 23-05-95*[59].
5.Повышенное значение напряжения в электрической цепи, замыкание которой может произойти через тело человека	+	+	СанПиН 2.2.2/2.4.1340-03 Гигиенические требования к видеодисплейным терминалам, персональным электронно-вычислительным машинам и организации работ

5.3 Анализ опасных и вредных производственных факторов

1) Микроклимат – это комплекс физических факторов внутренней среды помещений, оказывающий влияние на тепловой обмен организма и здоровье человека.

Воздействие комплекса микроклиматических факторов отражается на теплоощущении человека и обуславливает особенности физиологических реакций организма. Температурные воздействия, выходящие за пределы нейтральных колебаний, вызывают изменения тонуса мышц, периферических сосудов, деятельности потовых желез, теплопродукции. При этом постоянство теплового баланса достигается за счет значительного напряжения терморегуляции, что отрицательно сказывается на самочувствии, работоспособности человека, его состоянии здоровья. К рассматриваемым параметрам микроклимата относятся: температура воздуха в помещении,

температура поверхностей, относительная влажность воздуха, скорость движения воздуха.

В случае если сотрудник испытывает дискомфорт, связанный со слишком высокой или низкой температурой, или влажностью, а также при высокой скорости движения воздуха, вероятно ослабление внимательности и концентрации, ухудшение настроения, снижение работоспособности. Увеличивается риск возникновения простудных заболеваний, а также их последующее распространение в коллективе.

Работа офисного сотрудника относится к категории Ia, поскольку производится сидя и сопровождается незначительным физическим 80 напряжением. Оптимальные значения параметров микроклимата производственных помещений для категории Ia показаны в таблице 30.

Таблица 29 - Оптимальные параметры микроклимата на рабочих местах производственных помещений

Период года	Категория работ по уровню энергозатрат, Вт	Температура воздуха, 0С	Температура поверхности, 0С	Относительная влажность воздуха, %	Скорость движения воздуха, м/с
холодный	Категория Ia(до 139)	23-25	21-25	40-60	0,1
Теплый	Категория Ia(до 139)	20-22	22-26	40-60	0,1

Допустимые нормы: перепад температуры воздуха по высоте должен быть не более 3° С; перепад температуры воздуха по горизонтали, а также ее изменения в течение смены не должны превышать 4° С; при температуре воздуха на рабочих местах 25° С и выше максимально допустимые величины относительной влажности воздуха не должны выходить за пределы 70% - при температуре воздуха 25°С. Допустимые величины интенсивности теплового

облучения работающих от источников излучения, нагретых до белого и красного свечения (раскаленный или расплавленный металл, стекло, пламя и др.) не должны превышать 140 Вт/кв.м. При этом облучению не должно подвергаться более 25% поверхности тела и обязательным является использование средств индивидуальной защиты, в том числе средств защиты лица и глаз.

1. Источниками шума являются сами вычислительные машины, центральная система вентиляции и кондиционирования воздуха и другое оборудование. Работающие в условиях длительного шумового воздействия люди испытывают раздражительность, головокружение, снижение памяти, повышенную утомляемость. Под воздействием шума снижается концентрация внимания, нарушаются физиологические функции, ухудшается речевая коммутация. Все это снижает работоспособность человека и его производительность, качество и безопасность труда. При выполнении основной работы уровень шума на рабочем месте не должен превышать 50 дБА [35]. Дополнительными мероприятиями по шумогашению в машинных залах могут быть устройство подвесного потолка, который служит звукопоглощающим экраном, использование звукопоглощающих материалов с максимальными коэффициентами звукопоглощения в области частот 63-8000 Гц для отделки помещений, уменьшение площади стеклянных ограждений и оконных проемов, так же можно использовать звукогасящие экраны на рабочем месте и однотонные занавеси из плотной ткани, подвешенные в складку на расстоянии 15-20 см от ограждения. Ширина занавеси должна быть в 2 раза больше ширины окна.

2. Отсутствие оконных проемов влечет за собой отсутствие или недостаток естественного освещения. Отсутствие естественного света на рабочем месте влечет за собой снижение общего тонуса организма и ослаблению иммунитета. Более того, отсутствие солнечных лучей негативно влияет на нервную систему и обменные процессы. Для оценки использования

естественного света введено понятие коэффициента естественной освещенности (КЕО) и установлены минимальные допустимые значения КЕО — это отношение освещенности E_v внутри помещения за счет естественного света к наружной освещенности E_n от всей полусферы небосклона, выраженное в процентах:

$$КЕО = (E_v / E_n) 100\%.$$

По характеристике зрительской работы труд учащихся можно отнести ко второму разряду работы, и при боковом естественном освещении в аудитории, лаборатории на рабочих столах и партах должен обеспечиваться $КЕО = 1,5 \%$. К средствам нормализации освещения производственных помещений и рабочих мест относятся: источники света, осветительные приборы, световые проемы, светозащитные устройства, светофильтры.

3. Недостаточное освещение влияет на функционирование зрительного аппарата, то есть определяет зрительную работоспособность, на психику человека, его эмоциональное состояние, вызывает усталость центральной нервной системы, возникающей в результате прилагаемых усилий для опознания четких или сомнительных сигналов. Известно, что при длительной работе в условиях недостаточной освещенности и при нарушении других параметров световой среды зрительное восприятие снижается, развивается близорукость, болезнь глаз, появляются головные боли. Норма освещенности для аудитории общего назначения с использованием компьютеров, согласно СНиП 23-05-95, должна быть не менее 200-300 Лк. Средства нормализации освещения производственных помещений и рабочих мест: источники света; осветительные приборы; световые проемы; светозащитные устройства; светофильтры.

4. Перегрузки в работе систем, а так же несоблюдение правил по электробезопасности могут вызвать повышенное значение напряжения в электрической цепи. Это может повлечь за собой местные поражения организма

человека электрическим током (ожоги, механические повреждения и т.п.) или электрический удар. Напряженность электромагнитного поля на расстоянии 50 см вокруг ВДТ по электрической составляющей должна быть в диапазоне частот 5Гц-2кГц – не более 25В/м, а в диапазоне частот 2кГц/400кГц – не более 2,5В/м. Плотность магнитного потока должна быть в диапазоне частот 5Гц-2кГц – не более 250нТл, а в диапазоне частот 2кГц/400кГц – не более 25нТл. Чтобы избежать короткого замыкания, а значит, возникновения пожара и получения электротравмы, помещения, где размещаются рабочие места с компьютерами, должны быть оборудованы защитным заземлением (занулением) в соответствии с техническими требованиями по эксплуатации.

5.4 Обоснование мероприятий по снижению уровней воздействия опасных и вредных факторов на исследователя.

Большое значение для профилактики статических физических перегрузок имеет правильная организация рабочего места человека, работающего с ПЭВМ. Рабочее место должно быть организовано в соответствии с требованиями стандартов, технических условий и (или) методических указаний по безопасности труда. Оно должно удовлетворять следующим требованиям:

- А. обеспечивать возможность удобного выполнения работ;
- Б. учитывать физическую тяжесть работ;
- В. учитывать размеры рабочей зоны и необходимость передвижения в ней работающего;
- Г. учитывать технологические особенности процесса выполнения работ.

Невыполнение требований к расположению и компоновке рабочего места может привести к получению работником производственной травмы или развития у него профессионального заболевания. Рабочее место программиста должно соответствовать требованиям СанПин 2.2.2/2.4.1340-03.

Конструкция оборудования и рабочего места при выполнении работ в положении сидя должна обеспечивать оптимальное положение работающего, которое достигается регулированием высоты рабочей поверхности, высоты сидения, оборудованием пространства для размещения ног и высотой подставки для ног. Схемы размещения рабочих мест с персональными компьютерами должны учитывать расстояния между рабочими столами с мониторами: расстояние между боковыми поверхностями мониторов не менее 1,2 м, а расстояние между экраном монитора и тыльной частью другого монитора не менее 2,0 м. Клавиатура должна располагаться на поверхности стола на расстоянии 100-300 мм от края, обращенного к пользователю. Быстрое и точное считывание информации обеспечивается при расположении плоскости экрана ниже уровня глаз пользователя, предпочтительно перпендикулярно к нормальной линии взгляда (нормальная линия взгляда 15 градусов вниз от горизонтали). Рабочие места с ПЭВМ при выполнении творческой работы, требующей значительного умственного напряжения или высокой концентрации внимания, рекомендуется изолировать друг от друга перегородками высотой 1,5 - 2,0 м.

Разрабатываемый в ходе выполнения ВКР программный продукт используется для анализа численных данных и наборов значений. При работе с данным продуктом не требуется постоянное его использование, так как программа анализирует входные данные и получает необходимый результат, который, непосредственно, будет использован в дальнейшем. Работнику необходимо контролировать параметры входных данных и фиксировать выходные параметры. Следовательно, преимуществом данного продукта является практически полная автономность.

5.5 Экологическая безопасность

Охрана окружающей среды – это комплексная проблема и наиболее активная форма её решения – это сокращение вредных выбросов

промышленных предприятий через полный переход к безотходным или малоотходным технологиям производства.

С точки зрения потребления ресурсов компьютер потребляет сравнительно небольшое количество электроэнергии, что положительным образом сказывается на общей экономии потребления электроэнергии в целом.

Основными отходами при выполнении данной бакалаврской работы являются черновики бумаги, отработавшие люминесцентные лампы и картриджи. Израсходованная бумага была направлена на утилизацию в пункт приема макулатуры, люминесцентные лампы – в упакованном виде на ртутьперерабатывающий завод, расположенный в г. Северск. Составляющие израсходованных картриджей (стальные винты, алюминиевые каркасы, пластик, углеродистый порошок) по отдельности в упакованном виде также были направлены на утилизацию в соответствии с требованиями ГОСТ 30775-2001.

5.6 Безопасность в чрезвычайных ситуациях

В Томске преобладает континентально-циклонический климат. Природные явления (землетрясения, наводнения, засухи, ураганы и т. д.) отсутствуют. Возможными ЧС могут быть сильные морозы и диверсия.

Для Сибири в зимнее время года характерны морозы. Достижение критически низких температур приведет к авариям систем теплоснабжения и жизнеобеспечения, приостановке работы, обморожениям и даже жертвам среди населения. В случае перемерозки труб должны быть предусмотрены запасные обогреватели. Их количества и мощности должно хватать для того, чтобы работа на производстве не прекратилась. Кроме того, необходимо иметь альтернативные источники тепла, электроэнергии и транспорта.

Чрезвычайные ситуации, возникающие в результате диверсий, возникают все чаще. Зачастую такие угрозы оказываются ложными. Но случаются взрывы и в действительности.

Для предупреждения вероятности осуществления диверсии предприятие необходимо оборудовать системой видеонаблюдения, круглосуточной охраной, пропускной системой, надежной системой связи, а также исключения распространения информации о системе охраны объекта, расположении помещений и оборудования в помещениях, системах охраны, сигнализаторах, их местах установки и количестве. Должностные лица раз в полгода проводят тренировки по отработке действий на случай экстренной эвакуации.

Выводы и рекомендации

Проанализировав условия труда на рабочем месте, где была разработана бакалаврская работа, можно сделать вывод, что помещение удовлетворяет необходимым нормам и в случае соблюдения техники безопасности и правил пользования компьютером работа в данном помещении не приведет к ухудшению здоровья работника. Само помещение и рабочее место в нем удовлетворяет всем нормативным требованиям. Кроме того, действие вредных и опасных факторов сведено к минимуму, т.е. микроклимат, освещение и электробезопасность соответствуют требованиям, предъявленным в соответствующих нормативных документах.

Относительно рассмотренного вопроса об экологической безопасности можно сказать, что деятельность в ходе выполнения выпускной квалификационной работы не представляет опасности окружающей среде.

В процессе работы необходимо соблюдать электробезопасность, экологическую безопасность, своевременно утилизировать отходы в соответствии с установленными нормами и правилами, а также соблюдать правила пожарной безопасности и действий в чрезвычайных ситуациях.

Заключение

В рамках выпускной квалификационной работы:

- Изучены методы коллокаций и стрельбы решения краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Разработан программный код в среде программирования MATLAB для интерактивного определения решений обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, удовлетворяющим краевым условиям;
- Проведено тестирование реализованных методов и показано увеличение точности решения обыкновенных дифференциальных уравнений, при увеличении числа узлов коллокаций;
- Закреплены полученные в ходе обучения в университете теоретические навыки.

В результате работы над проектом было создано приложение, позволяющее определять решение обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворяющим краевым условиям. Созданное приложение может применяться в учебном процессе.

Достоинство метода коллокаций – это лаконичность функционального представления, которое позволяет получать удовлетворительные численные приближения к обобщённым решениям краевой задачи, когда она не имеет единственного решения в классическом смысле.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Вержбицкий В. М. Основы численных методов: Учебник для вузов/В.М. Вержбицкий. – 2-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2002. — 840 с.
2. Бурда А.Г. Моделирование в управлении: учеб. пособие (курс лекций) / А.Г. Бурда, Г.П. Бурда; Кубан. гос. аграр. ун-т. – Краснодар, 2015. – 250 с.
3. Зайцев В. Ф., Полянин А. Д. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Физматлит, 2001. – 576 с.
4. Полянин А. Д., Зайцев В. Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: Точные решения. – М.: Физматлит, 2002. – 432 с.
5. Киясов С. Н., Шурыгин В.В. Дифференциальные уравнения. Основы теории, методы решения задач: Учебное пособие / С.Н. Киясов, В.В. Шурыгин. – Казань: Казанский федеральный университет, 2011. – 112 с.
6. Стехина К.Н. Решение дифференциальных уравнений в пакете Mathematica. Часть 1. Уравнения первого порядка и их приложения: учебное пособие / К.Н. Стехина, Д.Н. Тумаков. – Казань, 2014. – 116 с.
7. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Численные методы решения обратных задач математической физики: Учебное пособие. Изд. 3-е. – М.: Издательство ЛКИ, 2009. – 480 с.
8. Stoer, J. and Burlisch, R. Introduction to Numerical Analysis. New York: Springer-Verlag, 1980.
9. John H. Mathews and Kurtis K. Fink Numerical Methods Using Matlab, 4th Edition, 2004. Режим доступа: <https://web.archive.org/web/20061209234620/http://math.fullerton.edu/mathews/n2003/shootingmethod/ShootingProof.pdf>.
10. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Пер. с нем. . – 4-е изд., испр.. – М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит., 1971. – 576 с.
11. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики: Учебное пособие.. – 6-е изд., испр. и доп.. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.
12. Метод коллокаций и Галеркина // [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://mirznanii.com/a/313915/metody-kollokatsiy-i-galerkina>.
13. Владимиров В. С., Жаринов В. В. Уравнения математической физики. – Физматлит, 2004.
14. Краевые задачи // [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.booksite.ru/fulltext/1/001/008/065/596.htm>.
15. Краевые задачи для ОДУ второго порядка // [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://tkachenko-mephi.narod.ru/pdfs/DIUlec1.pdf>.

- 16.Трудовой кодекс Российской Федерации от 30.12.2001 N 197-ФЗ (ред. от 27.12.2018)
- 17.ГОСТ 12.2.032-78 ССБТ. Рабочее место при выполнении работ сидя. Общие эргономические требования.
- 18.ГОСТ 12.2.033-78 ССБТ. Рабочее место при выполнении работ стоя. Общие эргономические требования.
- 19.ГОСТ 12.2.049-80 ССБТ. Оборудование производственное. Общие эргономические требования.
- 20.ГОСТ 12.1.030-81 ССБТ. Электробезопасность. Защитное заземление, зануление.
- 21.ГОСТ 12.1.019-2017 ССБТ. Электробезопасность. Общие требования и номенклатура видов защиты.
- 22.СанПиН 2.2.2.542-96 Гигиенические требования к видеодисплейным терминалам, персональным электронно-вычислительным машинам и организации работ. Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/5200235>.
- 23.Безопасность жизнедеятельности: Учебник для вузов/ С.В. Белов, А.В. Ильницкая, А.Ф. Козьяков и др.; Под общ. ред. С.В. Белова.7-е изд., стер. – М.: Высш.шк., 2007. – 616 с.

Приложение А

```
function otvet = y(n,x,betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma,r,p,q,f)

x2 = a + (b-a)/(n+1): (b-a)/(n+1): b - (b-a)/(n+1);

for i = 1:n

    for j = 1:n

        sum = subs(r,x,x2(i)) * subs(diff(fi(x, j, betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B,
delta, gamma),x,2),x,x2(i)) + subs(p,x,x2(i)) * subs(diff(fi(x, j, betta0, betta1, a, b,
alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma),x,1),x,x2(i)) + subs(q,x,x2(i)) * subs(fi(x, j,
betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma),x,x2(i));

        a2(i,j)=sum;

    end

end;

a2;

for i = 1:n

    sum1 =subs(f,x,x2(i)) - subs(r,x,x2(i)) * subs(diff(fi(x, 0, betta0, betta1, a, b,
alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma),x,2),x,x2(i)) - subs(p,x,x2(i)) * subs(diff(fi(x, 0,
betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma),x,1),x,x2(i)) - subs(q,x,x2(i)) *
subs(fi(x, 0, betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma),x,x2(i));

    b2(i) =sum1;

end;

b2;

a3 = inv(a2) ;

for i = 1:n

    sum2 = 0;

    for j = 1:n

        sum2 = sum2 + a3(i,j) * b2(j);
```

```

end

C(i) = sum2;

end;

double(C);

sum3 = 0;

for i = 1:n

    sum3 = sum3 + C(i) * fi(x, i, betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta,
gamma);

end;

otvet = fi(x, 0, betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma) + sum3;

function m=fi(x, i, betta0, betta1, a, b, alfa0, alfa1, A, B, delta, gamma)

if i == 0

    m= delta + gamma * x;

else if alfa1 == 0

    s=-(betta0 * (b - a).^2 + (i+1)*betta1*(b-a))/(betta0 * (b-a) + (i) * betta1);

    m = s * (x - a).^i + (x - a).^i+1);

else

    s=-(betta0 * (b - a).^2 + (i+2)*betta1*(b-a))/(betta0 * (b-a) + (i+1) * betta1);

    m = s * (x - a).^i+1 + (x - a).^i+2);

end

end;

syms

syms delta;

```

```
syms gamma;
```

```
syms x;
```

```
betta0 = 3;
```

```
a = 1;
```

```
b = 2;
```

```
betta1 = 1;
```

```
alfa0 = 1;
```

```
alfa1 = 0;
```

```
A = 1;
```

```
B = 0.5;
```

```
r = x.^4;
```

```
p = x.^6;
```

```
q = -x.^5;
```

```
f = 6-3.*x.^3;
```

```
[delta gamma] = solve(alfa0 * delta +(alfa0 *a +alfa1)* gamma - A, betta0 * delta  
+(betta0 *b +betta1)* gamma - B)
```

Приложение В

```
function h
```

```
solinit = bvpinit(linspace(1,4,31),[1 2]);
```

```
sol = bvp4c(@twoode, @twobe, solinit);
```

```
y = deval(sol, linspace(1,4));
```

```
x = linspace(1,4);
```

```
sol.y(1,:)
```

```

plot(x,y(1,:))
grid on;
title('Графика решение задачи методом стрельбы');
xlabel('x')
ylabel('y')
function dydf = twoode(x,y)
dydf = [y(2);
        -y(2)/x+3*y(1)/x^2-3/(4*x^(1/2))];

```

```

function res = twobe(ya,yb)
res = [ya(1) - 1
       yb(1) - 2*yb(2) - 2];

```

Приложение С

```

function h
solinit = bvpinit(linspace(1,2,15),[1 0.5]);
sol = bvp4c(@twoode, @twobe, solinit);
y = deval(sol, linspace(1,2));
x = linspace(1,2);
sol.y(1,:)
plot(x,y(1,:))
grid on;
title('Графика решение задачи методом стрельбы');
xlabel('x')
ylabel('y')

```

```
function dydf = twoode(x,y)
dydf = [y(2);
        -2*y(2)+3*x*y(1)+(2-8*x)/x^3];
function res = twobe(ya,yb)
res = [ya(1)-1
        yb(1)-0.5];
```