УДК 532.517.45

# МОДЕЛИ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСИ В КОНВЕКТИВНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

# Илюшин Борис Борисович,

д-р физ.-мат. наук, ведущ. науч. сотр. лаборатории физических основ энергетических технологий Института Теплофизики СО РАН, Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, д. 1; ведущ. науч. сотр. лаборатории моделирования энергетических процессов Новосибирского Государственного Университета, Россия, 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, д. 2. E-mail: ilyushin@itp.nsc.ru

# Митин Игорь Владимирович,

инженер-исследователь лаборатории физических основ энергетических технологий Института Теплофизики СО РАН, Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, д. 1; лаборант-исследователь лаборатории моделирования энергетических процессов Новосибирского Государственного Университета, Россия, 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, д. 2. E-mail: imitin888@gmail.com

# Сиковский Дмитрий Филиппович,

канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. лаборатории физических основ энергетических технологий Института Теплофизики СО РАН, Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, д. 1; ст. науч. сотр. лаборатории моделирования энергетических процессов Новосибирского Государственного Университета, Россия, 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, д. 2. E-mail: dphs@itp.nsc.ru

**Актуальность.** Оценка степени антропогенной нагрузки на окружающую среду вредных и опасных загрязнений при плановых и чрезвычайных выбросах в атмосферу является важной задачей при планировании новых и эксплуатации имеющихся объектов энергетической инфраструктуры. Экспериментальные методы исследования в этой области слишком затратные и не всегда дают требуемую точность, особенно в сложных метеорологических условиях. Современные математические модели хотя и позволяют сделать качественные прогнозы последствий выбросов в атмосферу, однако количественные оценки, полученные с помощью этих моделей, дают приемлемую точность только для нейтрально стратифицированной атмосферы. Для более реалистичных условий требуется разработка новых, более совершенных и экономически целесообразных подходов.

**Целью работы:** развитие эффективных методов моделирования распространения примесей в атмосфере для информационного обеспечения экологической экспертизы и анализа экологической обстановки вблизи объектов энергетической (и др.) инфраструктуры.

Метод исследования. Используется численное моделирование лагранжевого траекторного подхода для задач распространения пассивной примеси в конвективном пограничном слое атмосферы, на базе модели случайных блужданий и ланжевеновской модели турбулентной дисперсии. Статистическая структура турбулентности описывается функцией плотности вероятностей для пульсаций вертикальной скорости, которая восстанавливается по вычисленным статистическим моментам. Тестируются 4 модели ФПВ. Результаты моделирования сравниваются с лабораторными и натурными данными.

**Результаты.** Численный расчет показал, что все реализуемые модели отражают асимметричный характер динамики переноса частиц под воздействием крупномасштабных конвективных вихревых структур в атмосферном пограничном слое и могут быть использованы для дальнейшего развития метода лагранжевого моделирования распространения примеси в конвективном пограничном слое атмосферы.

#### Ключевые слова:

Турбулентность, загрязнение атмосферы, конвективный пограничный слой атмосферы, численное моделирование, метод функции плотности вероятностей.

#### Введение

Моделирование распространения примесей от источников в атмосферном пограничном слое имеет прямые приложения в задачах прогноза и экспертизы планируемых выбросов вредных и опасных загрязнителей в атмосферу, а также выбросов при чрезвычайных обстоятельствах, в том числе и от объектов энергетической инфраструктуры. Используемые в современных расчетных методиках подходы, основанные на RANS моделях турбулентного переноса, К-теории или на гауссовой модели облака примеси, не позволяют в полной мере предсказать динамику распространения струи примеси в конвективном атмосферном пограничном слое (КАПС). Согласно оценкам Пэскуила [1] такие модели обычно дают правильный результат с точностью до коэффициента 2. Оценки стандартных моделей Агентства по охране окружающей среды США показали, что при расчетах средних часовых концентраций в фиксированной точке согласование характеризуется скорее коэффициентом 3–4 и даже более. Если процесс турбулентного переноса характеризуется более чем одним механизмом переноса, т. е. несколькими масштабами длины и скорости (как, например, в стратифицированном пограничном слое атмосферы), то указанные модели оказываются полностью несостоятельными. Некоторые примеры такого рода приведены в работе [2].

Последние годы активно разрабатывается метод моделирования распространения примесей в КАПС, основанный на решении дифференциальных уравнений турбулентного переноса моментов второго порядка. Современные модификации моделей второго порядка во многих случаях позволяют описать распределение первых и вторых моментов. Однако и они оказываются слишком грубыми при моделировании КАПС [3-5]. Поведение струйки примеси в КАПС обусловлено влиянием крупномасштабных конвективных вихревых структур. Под воздействием этих структур с выраженной асимметрией вертикальной скорости струйка примеси от поднятого над поверхностью источника опускается, формируя на поверхности максимум концентрации, с последующим подъемом в перемешанный слой [6, 7]. Качественно описать такое поведение примеси в КАПС позволяет модель второго порядка [8]. Ее ограничение связано с использованием простых алгебраических замыканий для третьих моментов, в то время как величина асимметрии, как указывалось выше, оказывает определяющее влияние на процесс вертикального переноса. Как известно, модели градиентного типа не позволяют адекватно описать распределения третьих моментов в КАПС. Построение моделей третьего порядка замыкания для описания процесса распространения примеси требует дополнительной эмпирической информации о распределении ряда корреляций, данные измерений о которых отсутствуют (например, совместные корреляции концентрации и температуры второго и третьего порядков). Тем не менее, в работе [9] предложен и продемонстрирован иной путь учета влияния крупномасштабных вихревых структур на процесс распространения примеси в КАПС. В [9] используется модельная функция плотности вероятности (ФПВ), восстановленная по вычисленным распределениям вертикальной скорости в КАПС. Ее вид позволяет восстановить модельное поле скорости вихревых структур и затем учесть их влияние напрямую в конвективных слагаемых уравнения для концентрации. Такой подход позволил качественно и количественно описать распределение поля концентрации пассивной примеси в КАПС как от наземного, так и от поднятого над поверхностью источников. Однако развитие такого подхода на случай «активных» примесей (инерционные, нагретые и т. д.) также требует информации о распределении ряда корреляций, данные о которых отсутствуют. Более перспективным для таких задач может оказаться метод, основанный на лагранжевом моделировании, с прямым учетом указанных свойств примеси в динамическом уравнении для частиц.

Основное преимущество лагранжевых моделей состоит в прямом моделировании нелинейной адвекции частиц примеси турбулентным полем скорости в лагранжевой системе координат, в которой субстанциональная производная по времени в транспортных уравнениях переходит в обычную производную по времени. При этом расчет концентрации примеси сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для координат лагранжевых частиц, что существенно упрощает вычисления и в то же время дает полную статистическую модель поля концентрации, устраняя необходимость решения проблемы замыкания для корреляций скорости и концентрации. Точность моделирования концентрации в лагранжевом подходе зависит лишь от точности используемой статистической модели для поля турбулентных пульсаций скорости [10]. В настоящее время активно развиваются ланжевеновские модели турбулентной дисперсии [11], в которых скорость лагранжевой частицы моделируется с помощью уравнения Ланжевена (лагранжевы модели первого порядка, по терминологии [12]). Для ряда задач приемлемым выбором могут стать упрощенные Лагранжевы модели нулевого порядка [12] или модели случайных блужданий, в которых используются только уравнения для координат частиц, а поле скорости задается тем или иным случайным процессом с заданными статистическими характеристиками.

В данной работе представлены результаты тестирования лагранжевого моделирования распространения пассивной примеси в КАПС на основе модели случайных блужданий и ланжевеновской модели турбулентной дисперсии с использованием ряда модельных ФПВ, восстановленных по вычисленным в КАПС распределениям вертикальной скорости.

# Модели функции плотности вероятности ФПВ вертикальной скорости в конвективном атмосферном пограничном слое

Тестируются четыре модели ФПВ вертикальных пульсаций скорости восстановленных по вычисленным в [13] распределениям статистических моментов вертикальной скорости. Все эти модели имеют вид суммы двух гауссовых распределений, соответствующих восходящим и нисходящим потокам:

$$P(w) = \frac{a^{+}}{\sigma_{+}} \exp\left\{-\frac{(m^{+} - w)^{2}}{2(\sigma_{+})^{2}}\right\} + \frac{a^{-}}{\sigma_{-}} \exp\left\{-\frac{(m^{-} - w)^{2}}{2(\sigma_{-})^{2}}\right\}.$$
 (1)  
восходящий поток

Из условий нормировки ФПВ и выражений для вычисления моментов *n*-го порядка распределения:

$$\int_{R} w^{n} P(w) dw = \langle w^{n} \rangle, \qquad (2)$$

полагая *n*=1,2,3, получим систему уравнений:

$$a^{+}a^{-} = 1,$$

$$a^{+}m^{+} + a^{-}m^{-} = 0,$$

$$a^{+}[(m^{+})^{2} + \sigma_{+}^{2}] + a^{+}[(m^{+})^{2} + \sigma_{-}^{2}] = \sigma^{2},$$

$$a^{+}[(m^{+})^{3} + 3m^{+}\sigma_{+}^{2}] + a^{-}[(m^{-})^{3} + 3m^{-}\sigma_{-}^{2}] = S\sigma^{3}.$$
 (3)

Требуются дополнительные предположения для замыкания (3). Отличия в тестируемых 4-х моделях касаются этих предположений.

#### Модель функции плотности вероятности 1

В [9] ФПВ представляется в виде суммы зависимых распределений для восходящих и нисходящих потоков, обусловленных крупномасштабными вихревыми структурами, а также статистически независимого от них распределения турбулентных пульсаций инерционного интервала спектра («фоновой» турбулентности), каждая из которых имеет вид функции Гаусса:

$$P(\hat{w}, \tilde{w}) = P_b(\hat{w})P_c(\tilde{w}) = \underbrace{\frac{1}{2\pi\sigma_b} \exp\left\{-\frac{\hat{w}^2}{2\sigma_b^2}\right\}}_{\Phi\Pi B \ \epsilon \phi \text{ он вов } \tilde{u} \text{ урбулентности}} \times \underbrace{\left[\frac{a^+}{\sigma_c^+} \exp\left\{-\frac{(m^+ - \tilde{w})^2}{2(\sigma_c^+)^2}\right\}}_{\text{Восходящий поток}} + \underbrace{\frac{a^-}{\sigma_c^-} \exp\left\{-\frac{(m^- - \tilde{w})^2}{2(\sigma_c^-)^2}\right\}}_{\text{НИЗХОДЯЩИЙ}}\right]}_{\Phi\Pi B \ когерентных структур}, (4)$$

где  $\hat{w}$  – вертикальная скорость пульсаций «фоновой» турбулентности;  $\tilde{w}$  –вертикальная скорость конвективных вихревых структур;  $\sigma_b$  – дисперсия флуктуаций вертикальной скорости инерционного интервала спектра;  $a^+$  и  $a^-$  – весовые коэффициенты;  $\sigma_c^+$  и  $\sigma_c^-$  – дисперсии;  $m^+$  и  $m^-$  – центры распределений восходящих и нисходящих потоков в крупномасштабных вихревых структурах, соответственно. Поскольку вертикальная скорость в КАПС является суммой:  $w = \hat{w} + \tilde{w}$ , для вычисления ФПВ для скорости w необходимо (4) помножить на дельта-функцию  $\delta(w - \hat{w} - \tilde{w})$  и проинтегрировать по всем скоростям  $\hat{w}$  и  $\tilde{w}$ , таким образом получим модель вида (1):

$$P(w) = \int_{R} \delta(w - \hat{w} - \tilde{w}) P(\hat{w}, \tilde{w}) d\hat{w} d\tilde{w} =$$
  
=  $\frac{a^{+}}{\sigma_{+}} \exp\left\{-\frac{(m^{+} - \tilde{w})^{2}}{2(\sigma_{+})^{2}}\right\} + \frac{a^{-}}{\sigma_{-}} \exp\left\{-\frac{(m^{-} - \tilde{w})^{2}}{2(\sigma_{-})^{2}}\right\},$ 

где  $\sigma_{+}^{2}=(\sigma_{c}^{+})^{2}+\sigma_{b}^{2}$ , и  $\sigma_{-}^{2}=(\sigma_{c}^{-})^{2}+\sigma_{b}^{2}$ . Два дополнительных условия для замыкания (3) в Модели ФПВ 1 имеют вид:  $(\sigma_{c}^{+})^{2}=(m^{+})^{2}$  и  $\sigma_{b}^{2}=1/3\langle w^{2}\rangle$ .

#### Модель функции плотности вероятности 2 из [14]

Модель ФПВ 2, в отличие от Модели ФПВ 1, вместо условия  $(\sigma_c^{\pm})^2 = (m^{\pm})^2$  включает в себя усло-

вие [14]: ( $\sigma^{\pm}$ )<sup>2</sup>=( $m^{\pm}$ )<sup>2</sup> (также использовалось в [9]). В [14] не рассматривается процедура выделения вертикальных пульсаций крупномасштабных конвективных вихревых структур из полной ФПВ. Эта процедура необходима для моделирования распространения примеси в КАПС методом, представленным в настоящей работе (см. ниже). Это можно сделать, полагая, как и в [9]: ( $\sigma^{\pm}$ )<sup>2</sup>=( $\sigma_c^{\pm}$ )<sup>2</sup>+ $\sigma_b^2$  и определив  $\sigma_b$ , либо как и в Модели ФПВ 1 ( $\sigma_b^2$ =1/3( $w^2$ ), либо положив ее равной дисперсии поперечных турбулентных пульсаций ( $v^2$ ), вычисленных в [13].

# Модель функции плотности вероятности 3 из [15]

Модель ФПВ 3 вида (1) отличается от Модели ФПВ 2 использованием для замыкания условия для четвертых моментов, полученного из (2) при n=4:

$$a^{+}[(m^{+})^{4}+6(m^{+})^{2}(\sigma^{+})^{2}+3(\sigma^{+})^{4}]+$$

 $+a^{-}[(m^{-})^{3}+6(m^{-})^{2}(\sigma^{\pm})^{2}+3(\sigma^{-})^{4}] = < w^{4} >.$  (5)

Для вычисления <w<sup>4</sup>> в (5) используется предположение о квазигаусовом характере распределения пульсаций (гипотеза квазинормальности Миллионщикова) [16]:

$$< w^4 >= 3 < w^2 >$$
. (6)

Также используются соотношения, взятые из наблюдений [17, 18]:

$$a^+ = 0, 4, \ a^- = 0, 6.$$
 (7)

Отметим, что условия (6), (7) заведомо не выполняются по всей высоте КАПС, но в силу своей простоты представляют интерес для анализа и сравнения с другими моделями.

# Модель функции плотности вероятности 4

Модель ФПВ 4 совпадает с Моделью ФПВ 3, за исключением использования условия квазинормальности (6). Вместо него используется вычисленное в [13] распределение <w4> по модели [20]:

$$< w^{4} >= -\frac{\tau}{C_{k}} \begin{bmatrix} 6 < w^{3} > \frac{\partial < w^{2} >}{\partial z} + \\ +4 < w^{2} > \frac{\partial < w^{3} >}{\partial z} \end{bmatrix} + 3 < w^{2} > .$$
(8)

### Моделирование распространения примеси в конвективном атмосферном пограничном слое

Для анализа моделей ФПВ 1–4 были выполнены тестовые расчеты. Вычисления показали, что модель ФПВ 4, включающая в себя условие (8), не соответствует условию существования решений по всей высоте КАПС. Это несоответствие, возможно, связано с недостаточной точностью использованной приближенной алгебраической модели (8) для вычисления  $\langle w^4 \rangle$ . Результаты восстановленной ФПВ на высотах  $0,5z/z_i$  и  $0,25z/z_i$  по моделям 1–3 представлены на рис. 1. Для сравнения на рис. 1 также представлены данные восстановленной ФПВ натурных измерений в КАПС [19] и рас-



**Рис. 1.** Восстановленные профили Р (w) по Модели ФПВ 1–3 на высоте z/z<sub>i</sub>=0,5 и z/z<sub>i</sub>=0,25 (слева), данные натурных измерений [19] (а) и вычисленные по модели Дирдорффа [6] (b) (справа)



четы Дирдорффа [6]. Отметим, что последние относятся к другим условиям КАПС. Тем не менее, из рис. 1 видно, что Модели ФПВ 1–3 описывают асимметричный характер вертикальных пульсаций скорости в КАПС: менее вероятные восходящие потоки с большей амплитудой чередуются более вероятными нисходящими потоками с меньшей амплитудой. При этом относительные вероятности последних оказываются разными по величине. Для горизонтально однородного пограничного слоя атмосферы вероятность вертикальной скорости пульсаций  $\tilde{w}(x,z)$  пропорциональна горизонтальной области для когерентной структуры со скоростью  $\tilde{w}(x,z)$  [9]:

$$P_c(\tilde{w})d\tilde{w}=\frac{dx}{\lambda_{\max}/2},$$

где  $\lambda_{\max}$  — линейный горизонтальный размер ячейки (пара смежных конвективных вихревых структур с противоположным направлением закручивания). Горизонтальная скорость  $\tilde{u}(x,z)$  находится из закона сохранения массы.

Представление ФПВ вертикальной скорости в виде (1) позволяет, при лагранжевом моделировании, вычислять смещение каждой частицы l за временной промежуток  $\Delta t$  в виде суперпозиции скорости смещений под действием осредненного потока, вызванного ветром в конвективном АПС, «фоновой» турбулентности, моделируемой Гауссовским процессом, и под действием когерентных структур

 $\vec{\tilde{v}} = \{\tilde{u}(x, z), \tilde{w}(x, z)\},$  восстановленных по ФПВ:

$$\vec{\ell}(\vec{r},t+\Delta t) = \vec{\ell}(\vec{r},t) + (\vec{V}(\vec{r},t) + \vec{\tilde{v}}(\vec{r},t) + \vec{\tilde{v}}(\vec{r},t)) \Delta t.$$
(9)

Отметим, что подход, основанный на использовании (9), является упрощенной Лагранжевой моделью нулевого порядка. С этой целью в данной работе были выполнены расчеты с использованием лагранжевой модели первого порядка (уравнения Ланжевена) [12] для пассивной примеси, в которой эволюция поля скорости «фоновой» турбулентно-

сти *v* в уравнении (9) имеет вид:

$$d\left(\frac{\hat{v}_i}{\sigma_i}\right) = -\frac{\hat{v}_i}{\tau_L \sigma_i} dt + \sqrt{\frac{2}{\tau_L}} dW_i + \frac{d\sigma_i}{dx_i} dt, \qquad (10)$$

где  $\tau_L^{-1} = (0,5+0,75C_0)\varepsilon/k$  – интегральный масштаб Лагранжа;  $W_i(t)$  – винеровский процесс,

$$\sigma_i = \sqrt{\left\langle \hat{v}_i^2 \right\rangle}.$$

На рис. 2 представлено мгновенное поле концентрации пассивной примеси в АПС для источника, расположенного на высоте  $z_{i}=0,5z_{i}$ , вычисленное по (9) с использованием Модели ФПВ 1. Численное моделирование выполнялось путем равномерного запуска частиц примеси в точке расположения источника, с последующим отслеживанием их движения в соответствии с (9) в течение трех часов физического времени. Как и в работе [7],  $z_i$  – высота слоя инверсии; w<sub>\*</sub> - конвективный масштаб скорости; а  $t_*=z_i/w_*$  – масштаб времени. Ось  $x^* = x_{W_*}/(Uz_i)$  направлена по вектору среднего ветра на высоте источника. Результаты моделирования показали, что крупномасштабные структуры оказывают сильное влияние на движение частиц в вертикальном направлении (рис. 2). На рисунке



**Рис. 2.** Мгновенное распространение примеси в конвективном пограничном слое, вычисленное по модели (9) с использованием Модели ФПВ 1

Fig. 2. Immediate admixture distribution in convective boundary layer computed by the model (9) using the PDF Model 1

хорошо видно влияние ячеистой структуры КАПС на движение частиц примеси. Отметим, что перенос происходит по всей высоте КАПС.

Для сравнения с данными эксперимента [7] вычисленное поле концентрации проинтегрировано по поперечной координате. Полученные результаты по Моделям ФПВ 1-3 с использованием (9) и (10) представлены на рис. 3. Также на рис. 3 представлены распределения средней концентрации примеси, измеренные в [7] для источника, расположенного в середине КАПС. Видно, что результаты расчетов отражают измеренную картину поля концентрации примеси: ось факела примеси, испущенного из точечного источника, расположенного в середине конвективного АПС, резко опускается к поверхности и снова поднимается в перемешанный слой. Отличия Моделей ФПВ 1-3 мало сказываются на поле распределения концентрации примеси в КАПС. На рис. 4 представлены распределения вычисленной по Моделям ФПВ 1-3 с использованием (9) и (10) и измеренной в [7] наземной концентрации примеси.

Вычисления показали, что наземная концентрация примеси, вычисленная по Модели ФПВ 1 с использованием (10), лучше воспроизводит распределение концентрации примеси вблизи максимума, но вдали от источника ее величина, как и у Моделей ФПВ 1–3 с использованием (9), оказывается заниженной, хотя и менее значительно (рис. 4). Отметим, что Модель ФПВ 2 дает существенную ошибку в местоположении максимума концентрации и сильно занижает ее величину на расстояниях x\*>0,7. Модель ФПВ 3 хотя и позволяет описать распределение концентрации примеси не хуже Модели ФПВ 1, но, как указывалось выше, включает в себя ряд спорных эмпирических предположений.

#### Заключение

Представлены результаты тестирования четырех моделей восстановления ФПВ вертикальных пульсаций скорости для описания процесса распространения пассивной примеси в КАПС. Анализ и тестовые расчеты показали, что модель ФПВ 4 не позволяет восстановить ФПВ по всей высоте КАПС. Модели ФПВ 1-3 отражают асимметричный характер динамики переноса частиц под воздействием крупномасштабных конвективных вихревых структур. При этом Модель ФПВ 2, в отличие от Моделей ФПВ 1 и 3, дает значительную ошибку в местоположении максимума концентрации, а Модель ФПВ 3 включает в себя эмпирическое предположение о постоянстве отношения интенсивности нисходящих и восходящих потоков  $a^+/a^-=2/3$  по всей высоте КАПС, которое строго справедливо только для средней области КАПС, а также предполагает квазигауссовый характер распределения пульсаций. Модель ФПВ 1 воспроизводит поле наземной концентрации примеси ближе к данным эксперимента и представляется более предпочтительной для моделирования ФПВ в КАПС. Развитая на ее основе модель распространения примеси, основанная на нормализованном уравнении Ланжевена, дает близкие эксперименту результаты и может быть использована при развитии представленного метода для примесей с эффектом инерционности, плавучести, реагирующих и др. частиц.







*Fig. 3.* Integrated admixture concentration field from the source in the middle of convective planetary boundary layer measured in [7] and computed by the models PDF 1–3 using (9) as well as by the model PDF 1 using (10)



- Рис. 4. Распределение наземной концентрации, измеренное в [7], вычисленое по Моделям ФПВ 1−3 с использованием (9) (линии 1−3), а также вычисленные по Модели ФПВ 1 с использованием (10) (линия 4)
- **Fig. 4.** Distribution of concentration measured in [7], calculated by the models PDF 1–3 using (9) (lines 1–3) and calculated by the model PDF 1 using (10) (line 4)

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ  $\mathcal{N}$  14–29–00203.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Pasquill F. Atmospheric diffusion. 2<sup>nd</sup> ed. New York: Hastled Press, John Wiley & Sons, 1974. – 429 p.
- Tennekes H., Lumley J.L. A first cource in Turbulence. Cambridge: MIT Press, 1972. 300 p.
- Enger L. A higher order closure model applied to dispersion in a convective PBL // Atmospheric Environment. - 1986. - V. 20. -№ 5. - P. 879-894.
- Duynkerke P.G. Application of the E-ε turbulence closure model to the neutral and stable atmospheric boundary layer // J. Atmos. Sci. - 1988. - V. 45. - № 5. - P. 865-880.
- Andren A. A TKE-dissipation model for the Atmospheric Boundary Layer // Boundary-Layer Meteor. – 1991. – V. 56. – P. 207–221.
- Van Dop H., Frans T.M. Nieuwstadt // Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling. – Dordrecht: D. Reider Publishing Company, 1981. – 358 p.
- Willis G.E., Deardorff J.W. A laboratory study of dispersion from a source in the middle of the convective mixed layer // Atmospheric Environment. - 1981. - V. 15. - P. 109-117.
- Илюшин Б.Б., Курбацкий А.Ф. Моделирование распространения примеси в конвективном пограничном слое атмосферы // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. – 1996. – Т. 32. – № 3. – С. 307–322.
- Ilyushin B.B. Use of the higher moments to construct pdf's in stratified flows // Closure strategies for turbulent and transitional flows // Eds. B.E. Launder, N.D. Sandham. - Cambridge: Cambridge University Press, 2001. - P. 683-699.
- Wilson J.D., Sawford B.L. Review of Lagrangian stochastic models for trajectories in the turbulent atmosphere // Boundary Layer Meteorology. – 1996. – V. 78. – P. 191–210.
- 11. Minier J.-P., Chibbaro S., Pope S.B. Guidelines for the formulation of Lagrangian stochastic models for particle simulations of

single-phase and dispersed two-phase turbulent flows // Phys. Fluids. – 2014. – V. 26. – P. 113303.1–113303–32.

- Wilson J.D. A critical examination of the random displacement model of turbulent dispersion // Boundary Layer Meteorology. – 2007. – V. 125. – P. 399–416.
- Илюшин Б.Б. Моделирование суточной эволюции атмосферного пограничного слоя // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. – 2014. – Т. 50. – № 3. – С. 282–292.
- Baerentsen J.H., Berkowicz R. Monte-Carlo simulation of plume diffusion in the convective boundary layer // Atmos. Environ. – 1964. – V. 18. – P. 701–712.
- Jaynes E.T. Information theory and statistical mechanics // Phys. Rev. - 1957. - V. 106. - P. 620-630.
- Миллионщиков М.Д. К теории однородной изотропной турбулентности// Изв. АН. СССР, сер. геогр. и геофиз. – 1941. – Т. 5. – № 4–5. – С. 433–446.
- Fritsch S.A., Businger J.A. A study of convective elements in the atmospheric surface layer // Boundary-Layer Met. - 1973. -V. 3. - P. 301-328.
- Hunt J.C., Kaimal J.C., Gaylor J.E. Eddy structure in the convective planetary boundary layer-new measurements and new concepts // Q.J.R. met. Soc. - 1988. - V. 114. - P. 827-858.
- Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К. Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси. – Л.: Гидрометеоиздат, 1991. – 278 с.
- Илюшин Б.Б., Курбацкий А.Ф. К моделированию тройных корреляций в конвективном атмосферном пограничном слое // Изв. РАН. сер. Физика Атмосферы и Океана. – 1998. – Т. 34. – № 5. – С. 640–644.

Поступила 24.03.2015 г.

UDC 532.517.45

# MODELS OF PROBABILITY DENSITY FUNCTION FOR DESCRIBING POLLUTANT DISTRIBUTION IN CONVECTIVE PLANETARY BOUNDARY LAYER

## Boris B. Ilyushin,

Institute of Thermophysics SB RAS, 1, Akademik Lavrentiev avenue, Novosibirsk, 630090, Russia; Novosibirsk State University, Novosibirsk, 2, Pirogova street, Novosibirsk, 630090, Russia. Email: ilyushin@itp.nsc.ru

# Igor V. Mitin,

Institute of Thermophysics SB RAS1, Akademik Lavrentiev avenue, Novosibirsk, 630090, Russia; Novosibirsk State University, Novosibirsk, 2, Pirogova street, Novosibirsk, 630090, Russia. Email: imitin888@gmail.com

### Dmitry Ph. Sikovsky,

Institute of Thermophysics SB RAS, Akademik Lavrentiev avenue, Novosibirsk, 630090, Russia; Novosibirsk State University, Novosibirsk, 2, Pirogova street, Novosibirsk, 630090, Russia. Email: dphs@itp.nsc.ru

**Relevance.** The assessment of anthropogenic pollutant loads during scheduled and emergency emissions into atmosphere is an important problem to plan new or to exploit the present energy objects of the energy infrastructure. The experimental research in the area is too expensive and does not always give the required accuracy especially under adverse weather conditions. Although the modern mathematical models are able to provide qualitative predictions, caused by the effects of air emissions, but quantitative estimations, obtained by these models, give an adequate accuracy only for neutrally stratified atmosphere boundary layer. It is required to develop a new more advanced and cost-effective approaches for more realistic conditions. **The main aim of the study** is to develop the efficient methods of the atmospheric dispersion modeling to provide information about the environmental review and analysis of the ecological conditions near objects of the energy infrastructure.

**The method used in the study.** The numerical stochastic Lagrangian modeling of the passive tracer in the convective planetary boundary layer (PBL) was used based on the random walk process and Langevin model of the turbulent dispersion. The statistical structure of turbulence is described by the probability density function (PDF) of the vertical velocity fluctuations, which is recovered by the calculated statistical moments of the vertical velocity fluctuations. Four models of the PDF reconstruction are studied. The results have been tested against ones from water-tank experiments (Willis and Deardorff) and from the observational data in convective PBL.

**The results.** Numerical calculations show that the implemented models have the asymmetric distribution of the PBL vertical velocity amplitudes: the fast downward and slow upward flows, and may be further used to develop the method of the Lagrangian modeling of the air pollutant dispersion in the convective PBL.

#### Key words:

Turbulence, air pollution, convective planetary boundary layer, numerical simulation, PDF method.

The research was financially supported by the grant RSF no. 14–29–00203.

### REFERENCES

- Pasquill F. Atmospheric diffusion. 2<sup>nd</sup> ed. New York, Hastled Press, John Wiley & Sons, 1974. 429 p.
- Tennekes H., Lumley J.L. A first cource in Turbulence. Cambridge, MIT Press, 1972. 300 p.
- Enger L. A higher order closure model applied to dispersion in a convective PBL. *Atmospheric Environment*, 1986, vol. 20, no. 5, pp. 879–894.
- Duynkerke P.G. Application of the E-ε turbulence closure model to the neutral and stable atmospheric boundary layer. J. Atmos. Sci., 1988, vol. 45, no. 5, pp. 865–880.
- Andren A. A TKE-dissipation model for the Atmospheric Boundary Layer. Boundary-Layer Meteor, 1991, vol. 56, pp. 207-221.
- Van Dop H., Frans T.M. Nieuwstadt. Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling. Dordrecht, D. Reider Publishing Company, 1981. 358 p.
- Willis G.E., Deardorff J.W. A laboratory study of dispersion from a source in the middle of the convective mixed layer. *Atmospheric Environment*, 1981, vol. 15, pp. 109–117.
- Ilyushin B.B., Kurbatskii A.F. Modeling of Contaminant Dispersion in the Atmospheric Convective Boundary Layer. *Izv. RAN. Phys. Atmos. and Ocean*, 1996, vol. 32, no. 3, pp. 283–297.
- Ilyushin B.B. Use of the higher moments to construct pdf's in stratified flows. *Closure strategies for turbulent and transitional flows*. Eds. B.E. Launder, N.D. Sandham. Cambridge, Cambridge University Press, 2001. pp. 683–699.
- Wilson J.D., Sawford B.L. Review of Lagrangian stochastic models for trajectories in the turbulent atmosphere. *Boundary Lay*er Meteorology, 1996, vol. 78, pp. 191–210.
- Minier J.-P., Chibbaro S., Pope S.B. Guidelines for the formulation of Lagrangian stochastic models for particle simulations of single-phase and dispersed two-phase turbulent flows. Phys. Fluids, 2014, vol. 26, pp. 113303.1-113303-32.

- Wilson J.D. A critical examination of the random displacement model of turbulent dispersion. *Boundary Layer Meteorology*, 2007, vol. 125, pp. 399–416.
- Ilyushin B.B. Simulation of the Diurnal Evolution of the Atmospheric Boundary Layer. *Izv. RAN. Phys. Atmos. and Ocean*, 2014, vol. 50, no. 3, pp. 246-255.
- Baerentsen J.H., Berkowicz R. Monte-Carlo simulation of plume diffusion in the convective boundary layer. *Atmos. Environ.*, 1964, vol. 18, pp. 701–712.
- Jaynes E.T. Information theory and statistical mechanics. *Phys. Rev.*, 1957, vol. 106, pp. 620–630.
- Millionshtchikov M.D. K teorii odnorodnoy izotropnoy turbulentnosti [On the role of the third moments in isotropic turbulence]. *Izv. AN SSSR, ser. geographical. and geophysical.*, 1941, vol. 5, no. 4–5, pp. 433–446.
- Fritsch S.A., Businger J.A. A study of convective elements in the atmospheric surface layer. *Boundary-Layer Met.*, 1973, vol. 3, pp. 301-328.
- Hunt J.C., Kaimal J.C., Gaylor J.E. Eddy structure in the convective planetary boundary layer-new measurements and new concepts. Q.J.R. met. Soc., 1988, vol. 114, pp. 827–858.
- Byzova N.L. Ivanov V.N. Garger E.K. Eksperimentalnye issledovaniya atmosfernoy diffuzii i raschety rasseyaniya primesi [Experimental investigations of atmospheric diffusion and pollution dispersion calculations]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1991. 278 p.
- Ilyushin B.B. and Kurbatskii A.F. Modeling Triple Correlations in the Convective Atmospheric Boundary Layer. *Izv. RAN. Phys. Atmos. and Ocean*, 1988, vol. 34, no. 5, p. 575–579.

Received: 24 March 2015.