

УДК 621.3.001.24

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ОБМОТОК ТРАНСФОРМАТОРА КАК ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Исаев Юсуп Ниязбекович,

д-р физ.-мат. наук, профессор каф. электрических сетей и электротехники
Энергетического института Национального исследовательского Томского
политехнического университета, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина, 30.
E-mail: isaev_yusup@mail.ru

Старцева Елена Вячеславовна,

ст. преподаватель каф. электроэнергетических систем Энергетического
института Национального исследовательского Томского политехнического
университета, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина, 30.
E-mail: s.e.v.75@mail.ru

Щекотуев Артем Валерьевич,

аспирант каф. электрических сетей и электротехники Энергетического
института Национального исследовательского Томского политехнического
университета, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина, 30.
E-mail: Shchekotuev@yandex.ru

Актуальность работы обусловлена необходимостью локализации дефектов обмоток трансформатора при его диагностике. Определить пространственное расположение дефектов вдоль обмотки трансформатора возможно, только если рассматривать трансформатор как систему с распределенными параметрами.

Цель работы: представление обмотки трансформатора в виде распределенной электрической цепи и исследование переходных процессов такой цепи в двух случаях, при заземленном конце обмотки и при разомкнутом конце обмотки; определение начального и установившегося распределения напряжения вдоль обмотки трансформатора при заземленном конце обмотки и при разомкнутом конце обмотки; поиск возможных путей преодоления перенапряжений, возникающих вдоль обмотки трансформатора. Целью работы также является получение переходной функции при единичном воздействии, для того чтобы в последующем можно было использовать интеграл Дюамеля, позволяющий получать переходные процессы в обмотке трансформатора при произвольном внешнем воздействии.

Методы исследования основаны на решении уравнений в частных производных с использованием преобразования Лапласа и передаточных функций. При этом используются начальные условия вдоль обмотки трансформатора и краевые условия на концах обмотки. Окончательное решение уравнения в частных производных представляется в виде ряда, то есть в виде суперпозиции волн с различными частотами.

Результаты. Приводятся графические пространственно-временные зависимости напряжения вдоль обмотки при различных краевых условиях; получена передаточная функция распределения напряжения вдоль обмотки трансформатора позволяющая определять: начальное и установившееся распределения напряжений; перенапряжения при переходных режимах; оптимальные значения распределенных емкостей, и минимизировать перенапряжения вдоль обмотки.

Ключевые слова:

Обмотки трансформатора, волновые процессы, распределенные параметры, граничные условия, передаточная функция.

Введение

Трансформатор является одним из основных узлов электрических сетей. При моделировании электрических сетей трансформатор принято представлять в виде электрической схемы замещения с сосредоточенными параметрами [1–5]. И это оправдано при промышленных частотах $f=50$ Гц. Однако если в сети возникают более высокочастотные возмущения, длина волн которых меньше или соизмерима с пространственными размерами трансформатора, более точная схема замещения должна быть схемой с распределенными параметрами [6–9]. Это хорошо выявляется при диагностике трансформатора короткими импульсами, пространственная длительность которых много меньше длины обмотки трансформатора [10–12]. Рас-

чет обмоток трансформатора в виде схемы с распределенными параметрами гораздо сложнее, по сравнению с обыкновенными дифференциальными уравнениями, возникающими в схемах с сосредоточенными параметрами, так как необходимо решать дифференциальные уравнения в частных производных. Эта сложность проявляется при внесении дополнительной пространственной координаты, которая преобразует схему с сосредоточенными параметрами в схему с распределенными параметрами. При этом появляется возможность пространственной локализации повреждений трансформаторных обмоток, что очень важно при его диагностике [9–13]. Более детальное исследование трансформаторных обмоток при аварийных режимах можно получить, представив переходные

процессы в распределенных схемах в виде распространения волн, получая при этом более богатую физическую картину явления [6, 7, 9–14].

Цель работы

Цель работы включает в себя следующие пункты:

- исследование переходных процессов электрической цепи в двух случаях: при заземленном конце обмотки и при разомкнутом конце обмотки, причем обмотки трансформатора представлены в виде в виде распределенной электрической цепи;
- при заземленном конце обмотки и при разомкнутом конце обмотки определить начальное и установившееся распределение напряжения вдоль обмотки трансформатора;
- поиск возможных путей преодоления перенапряжений, возникающих вдоль обмотки трансформатора.

Постановка задачи и основные соотношения

Электрическую схему замещения с распределенными параметрами можно представить в виде схемы, приведенной на рис. 1, где R, L_0 – индуктивность и сопротивления на единицу длины обмотки; C_1 – емкость на единицу длины обмотки; C_2 – емкость обмотки на единицу длины относительно земли.

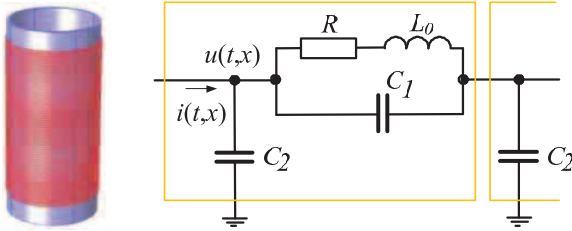


Рис 1. Обмотка трансформатора и схема замещения элемента обмотки

Fig 1. Transformer winding and equivalent circuit of winding element

В соответствии со схемой замещения элемента обмотки трансформатора (рис. 1) уравнение трансформаторной обмотки как распределенной системы можно записать в виде [6, 7]

$$\begin{cases} L_0 \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + Ri(x,t) = \\ = -\frac{\partial}{\partial x} \left[L_0 C_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + RC_1 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + u(x,t) \right]; \\ C_2 \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x}. \end{cases} \quad (1)$$

Для решения этих уравнений будем использовать операторный метод расчета [15–17]. Перейдем от оригиналов тока и напряжения к их операторным изображениям, предполагая нулевые начальные условия, из (1) получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} (L_0 p + R)I(x, p) = \\ = -(L_0 C_1 p^2 + RC_1 p + 1) \frac{d}{dx} U(x, p); \\ pC_2 U(x, p) = -\frac{dI(x, p)}{dx}. \end{cases} \quad (2)$$

Система уравнений (2) может быть переписана в виде:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dx^2} U(x, p) - \gamma^2 U(x, p) = 0; \\ \frac{d^2}{dx^2} I(x, p) - \gamma^2 I(x, p) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $\gamma = \frac{\sqrt{(pL_0 + R)pC_2}}{\sqrt{p^2 L_0 C_1 + pRC_1 + 1}}$.

Решения уравнений системы (3) будем искать в виде [15, 17]:

$$\begin{cases} U(x, p) = A_1 e^{\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x}; \\ I(x, p) = -\frac{A_1 e^{\gamma x} - A_2 e^{-\gamma x}}{Z_w}, \end{cases} \quad (4)$$

где в (4) Z_w – волновое сопротивление обмотки, определяемое соотношением

$$Z_w = \frac{pL_0 + R}{(p^2 L_0 C_1 + pRC_1 + 1)\gamma} = \frac{\sqrt{pL_0 + R}}{\sqrt{p^2 L_0 C_1 + pRC_1 + 1}}.$$

Найдем константы интегрирования A_1, A_2 из краевых условий, предполагая, что в конце обмотка заземлена (рис. 2, а), а к началу обмотки подается напряжение $E(p)$, тогда система уравнений (4) может быть переписана:

$$\begin{cases} E = A_1 + A_2; \\ 0 = A_1 e^{\gamma L} + A_2 e^{-\gamma L}, \end{cases} \rightarrow \rightarrow \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ e^{\gamma L} & e^{-\gamma L} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} A_1 = \frac{E(p)e^{-\gamma L}}{sh(\gamma L)} \\ A_2 = -\frac{E(p)e^{\gamma L}}{sh(\gamma L)} \end{cases}$$

Здесь L – длина трансформаторной обмотки. Подставляя значения коэффициентов A_1 и A_2 , получаем выражения для напряжения и тока вдоль обмотки при ее заземленном конце

$$\begin{cases} U(x, p) = \frac{E(p)sh(\gamma(L-x))}{sh(\gamma L)}, \\ I(x, p) = \frac{E(p)ch(\gamma(L-x))}{Z_w sh(\gamma L)}. \end{cases} \quad (5)$$

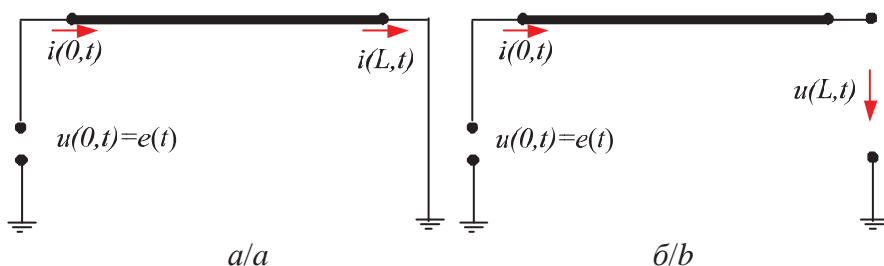


Рис 2. Краевые условия для обмотки трансформатора: а) заземленной на конце; б) разомкнутой на конце
Fig. 2. Boundary conditions for transformer winding: a) grounded at the end; b) open at the end

Аналогично находим коэффициенты для случая, когда обмотка разомкнута на конце (рис 2, б).

$$\begin{cases} E = A_1 + A_2; \\ IZ_w = 0 = A_1 e^{\gamma L} - A_2 e^{-\gamma L}, \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ e^{\gamma L} & -e^{-\gamma L} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \begin{pmatrix} A_1 = \frac{E(p)e^{-\gamma L}}{ch(\gamma L)} \\ A_2 = \frac{E(p)e^{\gamma L}}{ch(\gamma L)} \end{pmatrix}.$$

Подставляя значения коэффициентов, получаем выражения для напряжения и тока вдоль обмотки при ее разомкнутом конце

$$\begin{aligned} U(x, p) &= \frac{E(p)ch(\gamma(L-x))}{ch(\gamma L)}, \\ I(x, p) &= \frac{E(p)sh(\gamma(L-x))}{Z_w ch(\gamma L)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Если на вход устройства подать напряжение, равное дельта функции Дирака

$$u(0, t) = \delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{если } t = 0; \\ 0 & \text{если } t \neq 0, \end{cases}$$

$$W_u(x, p) = \frac{sh(\gamma(L-x))}{sh(\gamma L)},$$

то в пространстве изображений вместо $E(p)$ нужно подставить единицу [18–20].

Таким образом, получаем передаточные функции для напряжений при заземленном и свободном концах обмотки трансформатора соответственно.

$$W_u(x, p) = \frac{sh(\gamma(L-x))}{sh(\gamma L)}, \quad W_u(x, p) = \frac{ch(\gamma(L-x))}{ch(\gamma L)}.$$

С помощью полученных передаточных функций легко получить установившийся и начальный режимы работы обмотки трансформатора [19].

Учитывая, что при $p \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0$, из первого выражений (5) и (6) можно получить соотношения для распределения напряжений при установившемся режиме работы обмотки трансформатора. При ее заземленном конце мы получаем

$$\begin{aligned} u_{уст}(x) &= \lim_{p \rightarrow 0} W_u(x, p) = \\ &= \frac{sh(\gamma(L-x))}{sh(\gamma L)} = \frac{L-x}{L} = 1 - \frac{x}{L}, \end{aligned} \quad (7)$$

при ее разомкнутом конце имеем

$$u_{уст}(x) = \lim_{p \rightarrow 0} W_u(x, p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{ch(\gamma(L-x))}{ch(\gamma L)} = 1. \quad (8)$$

В другом предельном случае, при $p \rightarrow \infty, \gamma \rightarrow \frac{1}{L} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$ из первых выражений (5) и (6) можно

получить начальное распределение напряжения [5] $u(x, 0) = u_{нач}$ в обмотке трансформатора. При ее заземленном конце получаем

$$\begin{aligned} u_{нач}(x) &= \lim_{p \rightarrow \infty} W_u(x, p) = \\ &= \frac{sh(\gamma(L-x))}{sh(\gamma L)} = \frac{sh\left(\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}(1-x/L)\right)}{sh\left(\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}\right)}, \end{aligned} \quad (9)$$

при ее разомкнутом конце имеем

$$\begin{aligned} u_{нач}(x) &= \lim_{p \rightarrow \infty} W_u(x, p) = \\ &= \frac{ch(\gamma(L-x))}{ch(\gamma L)} = \frac{ch\left(\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}(1-x/L)\right)}{ch\left(\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}\right)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Теперь найдем распределения напряжения вдоль обмотки трансформатора при воздействии постоянного напряжения в ее начале и при условии заземленного конца обмотки трансформатора. Для этого нужно найти оригинал произведения передаточной функции, умноженной на изображение постоянного напряжения E

$$\frac{E}{p} W_u(x, p) = \frac{E}{p} \frac{sh(\gamma(L-x))}{sh(\gamma L)}.$$

Корни характеристического уравнения определяются следующим образом

$$p = 0, \quad sh(\gamma p) = 0 \rightarrow \gamma_k = jk\pi \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\frac{\sqrt{(L_o p_k + R)p_k C_2}}{\sqrt{L_o C_1 p_k^2 + RC_1 p_k + 1}} = j \frac{k\pi}{L} \rightarrow p_k = -\frac{R}{2L_o} \pm j\beta_k,$$

где β_k – собственная частота, определяемая соотношением

$$\beta_k = \frac{k\pi}{\sqrt{L_o(L^2 C_2 + k^2 \pi^2 C_1)}}.$$

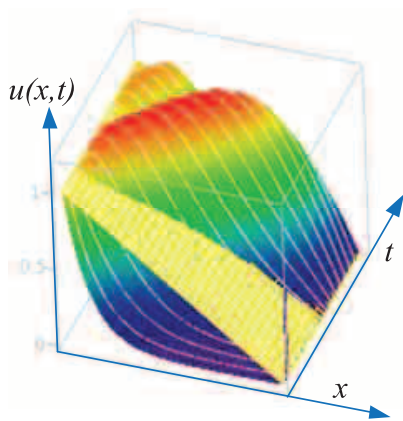
Тогда выражение для распределения напряжения вдоль обмотки можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{u(x,t)}{E} &= 1 - \frac{x}{L} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{sh(\gamma_k(L-x))e^{p_k t}}{p_k L ch(\gamma_k L) \left(\frac{d\gamma}{dp}\right)_{p=p_k}} = \\ &= 1 - \frac{x}{L} - \frac{2}{\pi} e^{-\frac{R}{2L_o} t} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin\left(k\pi \frac{x}{L}\right) \cos(\beta_k t)}{k \left(1 + \frac{C_1}{C_2} k^2 \pi^2\right)}. \end{aligned} \quad (11)$$

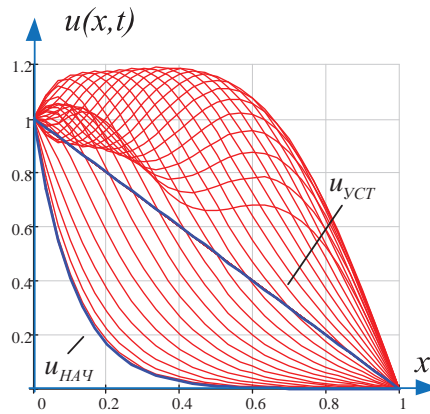
Результат расчета распределения напряжения по формуле (11) при параметрах обмотки $L=1$ м, $L_o=0,1$ Гн, $C_1=2000$ пф, $C_2=25$ пф, $R=10$ Ом, $E=1$ В приведен на рис. 3.

Проделив аналогичные операции можно получить распределение напряжения вдоль обмотки трансформатора в случае разомкнутой на конце обмотки:

$$\begin{aligned} \frac{u(x,t)}{E} &= 1 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{ch(\gamma_k(L-x))e^{p_k t}}{p_k L sh(\gamma_k L) \left(\frac{d\gamma}{dp}\right)_{p=p_k}} = \\ &= 1 - \frac{4}{\pi} e^{-\frac{R}{2L_o} t} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin\left(\left(\frac{2k+1}{2}\right) \frac{x\pi}{L}\right) \cos(\beta_k t)}{(2k+1) \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \left(\frac{2k+1}{2}\right)^2 \pi^2\right)}. \end{aligned} \quad (12)$$



a/a



б/б

Рис 3. а) пространственно-временная картина распределения напряжения вдоль обмотки трансформатора. Для сравнения указана плоскость установившегося режима; б) та же картина в профиле. Жирные линии показывают начальное значение напряжения $u_{HAЧ}$ и напряжение при установившемся режиме $u_{УСТ}$ (обмотка заземлена на конце)

Fig. 3. а) spatial and temporal pattern of stress distribution along the transformer winding. Steady state plane is given for comparison; б) the same pattern in profile. The bold lines indicate voltage initial value $u_{HAЧ}$ and voltage at steady state $u_{УСТ}$ (winding is grounded in the end)

Здесь коэффициенты β_k определяются выражением

$$\beta_k = \frac{\left(\frac{2k+1}{2}\right)\pi}{\sqrt{L_o \left(L^2 C_2 + \left(\frac{2k+1}{2}\right)^2 \pi^2 C_1 \right)}}.$$

Результат расчета распределения напряжения по формуле (12) при параметрах обмотки $L=1$ м, $L_o=0,1$ Гн, $C_1=2000$ пф, $C_2=25$ пф, $R=10$ Ом, $E=1$ В приведен на рис. 4.

Перенапряжения, возникающие вдоль обмотки трансформатора, определяются начальным и конечным распределением напряжения, а также величинами элементов распределенной схемы. Поставим задачу минимизации перенапряжения вдоль обмотки. Для этого запишем дифференциальное уравнение для передаточной функции напряжения, переписав систему (2) в предположении, что величинами элементов можно варьировать

$$\frac{d}{dx} \frac{L_o C_1 p^2 + RC_1 p + 1}{L_o p^2 + Rp} \frac{d}{dx} U(x,p) - C_2 U(x,p) = 0.$$

Умножая уравнение на p и устремляя p к бесконечности, получаем в случае заземленной обмотки:

$$\frac{d}{dx} C_1(x) \frac{d}{dx} U_{УСТ}(x) - C_2(x) U_{УСТ}(x) = 0,$$

$$U_{УСТ}(x) = E \left(1 - \frac{x}{L} \right),$$

и уравнение для емкости и его решение

$$\frac{d}{dx} C_1(x) + C_2 \left(1 - \frac{x}{L} \right) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow C_1(x) = C_2 \left(\frac{x^2}{2} - Lx \right) + \text{const.}$$

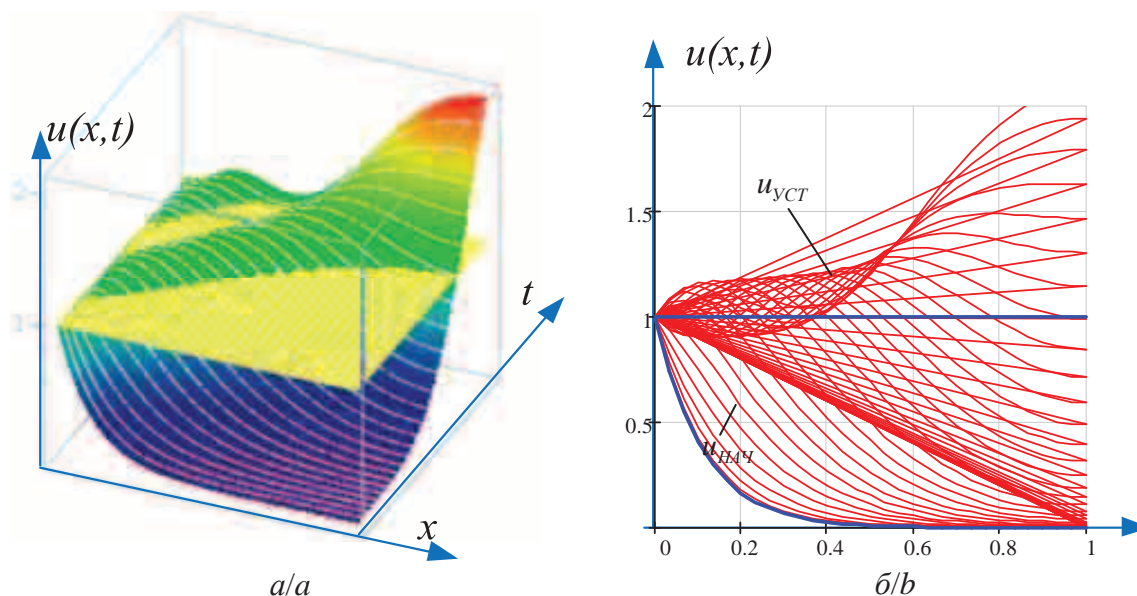


Рис 4. а) пространственно-временная картина распределения напряжения вдоль обмотки трансформатора. Для сравнения указана плоскость установившегося режима. б) та же картина в профиле. Жирные линии показывают начальное значение напряжения $u_{нач}$ и напряжение при установившемся режиме $u_{уст}$ (обмотка разомкнута на конце)

Fig. 4. а) spatial and temporal pattern of stress distribution along the transformer winding. Steady state plane is given for comparison; б) the same pattern in profile. The bold lines indicate voltage initial value $u_{нач}$ and voltage at steady state $u_{уст}$ (coil is open at the end)

Постоянную надо выбирать так, чтобы при всех возможных x емкость C_1 была положительна и превышала естественную емкость обмотки C_1 .

Заключение

Авторами получена передаточная функция распределения напряжения вдоль обмотки трансформатора, позволяющая определять: начальное и установившееся распределения напряжений

(формулы 9, 10 и 7, 8 соответственно) и перенапряжений при переходных режимах; оптимальные значения распределенных емкостей, и минимизировать перенапряжения вдоль обмотки.

Чтобы снизить перепады напряжения, можно использовать дополнительные емкости, включая их между обмотками катушки, или создавать кольцевые экраны, охватывающие часть обмотки катушек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. – М.: Энергия, 1980. – 927 с.
2. Kulkarni S.V., Khaprde S.A. Transformer engineering-design and practice. – New York: Marcel Dekker, Inc. 2004. – 936 p.
3. Analysis of Three-Phase Power Transformer Windings Forces Caused by Magnetic Inrush and Short-Circuit Currents / Hongkui Li, Yan Li, Xi Sun, Dongxu Li, Youteng Jing // Proc. of 2009 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices. – Chengdu, China, September 25–27, 2009. – P. 233–236.
4. Веников В.А. Электромеханические переходные процессы в электрических системах. – М.: Высш. шк., 1985. – 536 с.
5. Переходные процессы в электрических системах / И.П. Крючков, В.А. Старшинов, Ю.П. Гусев, М.В. Пиратов. – М.: ИД МЭИ, 2008. – 416 с.
6. Геллер Б., Веверка А. Импульсные процессы в электрических машинах. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.
7. Геллер Б., Веверка А. Волновые процессы в электрических машинах. – М.: Государственное энергетическое издательство, 1960. – 632 с.
8. Investigation of transformer electromagnetic forces caused by external faults using FEM / A.C. de Azevedo, I. Rezende, A.C. Delaiba, J.C. de Oliveira, B.C. Carvalho, H. de S. Bronzeado // IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition. – Venezuela, Latin America, 2006. – P. 1–6.
9. Lavrinovich V.A., Isaev Y.N., Mytnikov A.V. Advanced control state technology of transformer // International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering. – 2013. – V. 5. – Iss. 17. – № 4. – P. 94–98.
10. Lavrinovich V.A., Isaev Y.N., Mytnikov A.V. Modeling of mechanical stress process of transformer winding caused by short circuit currents // International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering. – 2014. – V. 6. – Iss. 19. – № 2. – P. 59–63.
11. Lavrinovich V.A., Isaev Y.N., Mytnikov A.V. Modeling of state control procedure of power transformer winding by short probe pulses // International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering. – 2014. – V. 6. – Iss. 18. – № 1. – P. 145–147.
12. Математическая модель трансформатора при его диагностики коротким импульсом / Ю.Н. Исаев, В.А. Колчанова, Г.А. Елгина, А.В. Лавринович // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6; URL: www.science-education.ru/113-10526 (дата обращения: 15.04.2015).
13. Колчанова В.А., Исаев Ю.Н., Елгина Г.А. Моделирование трансформаторной обмотки при воздействии импульса напряжения в среде MATLAB Simulink // Современные проблемы

- науки и образования. – 2013. – № 6; URL: www.science-education.ru/113-10763 (дата обращения: 15.04.2015).
14. Ильдарханов Р.Г., Усачев А.Е. Контроль состояния обмоток силовых трансформаторов путем спектрального анализа передаточных функций // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2010. – № 3–4. – С. 38–47.
 15. Левинштейн М.Л. Операционное исчисление в задачах электроэнергетики. 2-е изд., доп. – Л.: Энергия, 1972. – 358 с.
 16. Шостак Р.Я. Операционное исчисление. – М.: Изд-во Высшая школа, 1972. – 279 с.
 17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1977. – 831 с.
 18. Исаев Ю.Н., Купцов А.М. Практика использования системы MathCAD в расчетах электрических и магнитных цепей. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2013. – 180 с.
 19. Исаев Ю.Н. Системы автоматического управления. – Томск: Изд-во ТПУ, 2013. – 142 с.
 20. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 1 / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 654 с.

Поступила 01.06.2015 г.

UDC 621.3.001.24

INVESTIGATION OF WAVE PROCESSES OF TRANSFORMER WINDINGS AS A DISTRIBUTED ELECTRIC CIRCUIT

Yusup N. Isaev,

National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk,
634050, Russia. E-mail: isaev_yusup@mail.ru

Elena V. Startseva,

National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk,
634050, Russia. E-mail: s.e.v.75@mail.ru

Artyom V. Schekotuev,

National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk,
634050, Russia. E-mail: Shchekotuev@yandex.ru

Relevance of the work is caused by the need of localize the defects of the transformer windings at diagnosis. It is possible to determine the spatial location of the defects along the transformer winding only if the transformer is considered as a system with distributed parameters.

The main aim of the study is to present the transformer winding in the form of distributed electric circuit and to study the transients of such a circuit in two cases, at grounded winding end and at open winding end; to determine primary and steady voltage distribution along the transformer windings at the grounded winding end and open winding end; to search for possible ways to overcome the over-voltage arising along the transformer winding. The aim of the work is to obtain as well the transitional function caused by a unit action, in order to use subsequently the Duhamel integral which allows obtaining the transients in the transformer winding at an arbitrary external action.

The methods used in the study are based on equations solution in partial derivatives using Laplace transform and transfer functions. It uses the initial conditions along the transformer winding and the boundary conditions at the ends of the windings. The final solution of partial differential equations is represented as a series, that is in the form of wave superposition with different frequencies.

The results. The obtained transfer function of the voltage distribution along transformer windings allows determining: primary and steady stress distribution; over-voltage transient conditions; optimal values of distributed capacitance, and minimizing overvoltage along the winding.

Key words:

Transformer winding, wave processes, distributed parameters, boundary condition, transfer function.

REFERENCES

- Ivanov-Smolenski A.V. *Elektricheskie mashiny* [Electric machinery]. Moscow, Energiya Publ., 1980. 927 p.
- Kulkarni S.V., Khaprde S.A. *Transformer engineering-design and practice*. New York, Marcel Dekker, Inc. 2004. 936 p.
- Hongkui Li, Yan Li, Xi Sun, Dongxu Li, Youteng Jing. Analysis of Three-Phase Power Transformer Windings Forces Caused by Magnetic Inrush and Short-Circuit Currents. *Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices*. Chengdu, China, September 25–27, 2009. pp. 233–236.
- Venikov V.A. *Elektromekhanicheskie protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Electromechanical transients in electrical systems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1985. 536 p.
- Kryuchkov I.P., Starshinov V.A., Gusev Yu.P., Piratov M.V. *Perexhodnye protsessy v elektricheskikh sistemakh* [Transients in electric systems]. Moscow, MEI Press, 2008. 416 p.
- Heller B., Veverka A. *Volnovye protsessy v elektricheskikh mashinakh* [Wave processes in electric machines]. Moscow, State energy Publ., 1960. 632 p.
- Heller B., Veverka A. *Impulsnye protsessy v elektricheskikh mashinakh* [Switching in electric machines]. Moscow, Energiya Publ., 1973. 440 p.
- De Azevedo A.C., Rezende I., Delaiba A.C., De Oliveira J.C., Carvalho B.C., De S. Bronzeado H. Investigation of transformer electromagnetic forces caused by external faults using FEM. *IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition*. Venezuela, Latin America, 2006. pp. 1–6.
- Lavrinovich V.A., Isaev Y.N., Mytnikov A.V. Advanced control state technology of transformer. *International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering*, 2013, vol. 5, Iss. 17, no. 4, pp. 94–98.
- Lavrinovich V.A., Isaev Y.N., Mytnikov A.V. Modeling of mechanical stress process of transformer winding caused by short circuit currents. *International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering*, 2014, vol. 6, Iss. 19, no. 2, pp. 59–63.
- Lavrinovich V.A., Isaev Y.N., Mytnikov A.V. Modeling of state control procedure of power transformer winding by short probe pulses. *International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering*, 2014, vol. 6, Iss. 18, no. 1, pp. 145–147.
- Isaev Yu.N., Kolchanova V.A., Elgina G.A., Lavrinovich V.A. Matematicheskaya model transformatora pri ego diagnostike korotkim impulsom [Mathematical model of the transformer at its short pulse diagnosis]. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*, 2013, no. 6. Available at: www.science-education.ru/113-10526 (accessed 15 April 2015).
- Isaev Yu.N., Kolchanova V.A., Elgina G.A. Modelirovanie transformatornoy obmotki pri vozdeystvii impulsa napryazheniya v srede MATLAB Simulink [Simulation of transformer winding under the influence of voltage pulse by MATLAB Simulink]. *Sovremennyye problemy nauki y obrazovaniya*, 2013, no. 6. Available at: www.science-education.ru/113-10763 (accessed 15 April 2015).
- Ildarkhanov R.G., Usachyov A.E. Kontrol sostoyaniya obmotok silovyykh transformatorov putem spektralnogo analiza peredatochnyykh funktsii [Control of condition of power transformer windings by spectral analysis of the transfer functions]. *Izvestiya vuzov. Problemy energetiki*, 2010, no. 3–4, pp. 38–47.
- Levinshtein M.L. *Operatsionnoe ischislenie v zadachakh elektroenergetiki* [Operational calculus in problems of electric power engineering]. Leningrad, Energiya Publ., 1972. 358 p.
- Shostak P.Ya. *Operatsionnoe ischislenie* [Operational calculus]. Moscow, Visshaya shkola Publ., 1972. 279 p.
- Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Mathematical Handbook for scientists and engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 831 p.
- Isaev Yu.N., Kuptsov A.M. *Praktika ispolzovaniya sistemy MATKAD v raschetakh elekticheskikh y magnitnykh tsepey* [Practice of using the system MathCAD in calculation of electric and magnetic circuits]. Moscow, SOLON-PRESS, 2013. 180 p.
- Isaev Yu.N. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya* [Automated control systems]. Tomsk, TPU Publ. house, 2013. 142 p.
- Pupkov K.A., Egupov N.D. *Metody klassicheskoy i sovremenoy teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of classic and modern control theory]. Moscow, MGTU im. N.E. Bauman Press, 2004. 654 p.

Received: 01 June 2015.