ИЗЛУЧЕНИЕ ТЕМНЫХ ФОТОНОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

И.В.Ворончихин, Б.И.Василишин
Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. А.Ю. Трифонов
Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050
E-mail: IVV1211@yandex.ru

RADIATION OF DARK PHOTONS IN ELECTROMAGNETIC FIELDS OF SPECIAL KIND

I.V.Voronchikhin, B.I.Vasilishin
Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.Yu. Trifonov
Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050
E-mail: IVV1211@yandex.ru

Abstract. *This paper investigates the characteristics of spontaneous emission of massive photons by a boson moving in a constant and uniform magnetic field. Calculations are based on exact solutions of the Klein-Gordon equation. In the approximation of a small photon mass, corrections to the matrix elements of the transition current related to the mass of the emitted photon.*

Введение. Интенсивные исследования тёмной материи, проводятся как на крупнейших ускорителях (LHC, CEBAF) так и в экспериментах, не использующих ускорители (CAST, ADMX). Одна из трудностей в исследовании тёмной материи заключается в том, что она может наблюдается только при гравитационном взаимодействии. Однако, имеется уникальная возможность существования новой силы взаимодействия между «тёмным» сектором и видимым веществом, передаваемая новым векторным бозоном (тёмным фотоном) [1]. Тёмный фотон может образовываться в реакции вида: $e^- Z \to Z A'$, когда пучок электронов (e^-) попадает на активную мишень (Z). Далее такой бозон может распасться на два лептона из тёмного сектора $A' \to \chi^- \chi$. Проведённые в 2016 году исследования по прямому поиску векторного бозона в суб-гэвном регионе масс в эксперименте NA64, SPS CERN, показали для набранной статистики в $4{,}3 \cdot 10^{10}$ электронов, попавших на мишень, отсутствие сигналов, характерных для такого процесса. Таким образом, были получены новые, более строгие, ограничения на константу смешивания A' с фотонами: $10^{-5} < \varepsilon < 10^{-2}$ для массы $m_{A'} \le 1$ ГэВ [2].

Мощность излучения. Исследование характеристик спонтанного излучения массивных фотонов проведем в пренебрежении спиновыми свойствами излучающей частицы. В этом приближении заряженную частицу можно описывать уравнением Клейна-Гордона. На первом этапе исследования рассмотрим движение электрона в постоянном и однородном магнитном поле (в эксперименте NA64, SPS CERN есть соответствующий участок траектории). Уравнение Клейна-Гордона в декартовой системе координат для частицы в однородном стационарном магнитном поле с векторным потенциалом $A_x = A_z = 0$, $A_y = xH$, имеет вид:

$$\left\{E^2 - m_0^2c^4 + c^2\hbar^2\overline{\nabla}^2 + 2ic\hbar e_0 Hx\frac{\partial}{\partial y} - e_0^2H^2x^2\right\}\psi = 0\,, \tag{1}$$

где E – полная энергия частицы; m_0 – масса частицы; c, $\hbar$, e_0 – скорость света, приведенная постоянная Планка, элементарный заряд соответственно; x, y, z – координаты в декартовой системе; $\overline{\nabla}$ – вектор набла; H – напряженность магнитного поля. Решение уравнения (1) ищется в виде:

$$\psi = e^{i/\hbar(p_3z+p_2y)}F(x).$$

В результате получена нормированная волновая функция уравнения Клейна-Гордона и спектр энергий [3]:

$$\psi(\overline{r},t) = \sqrt{\frac{m_0c^2}{E}}e^{\frac{i}{\hbar}(p_3z+p_2y)}e^{-\frac{i}{\hbar}Et}u_n\left(\sqrt{\frac{e_0H}{c\hbar}}x + \sqrt{\frac{c}{\hbar e_0H}}p_2\right) \qquad E = \sqrt{m_0^2c^4 + c^2p_3^2 + 2c\hbar e_0H\left(n+1/2\right)}\,,$$

где $u_n(x)$ – функция Эрмита; n – номер состояния частицы; p_1, p_2, p_3 – проекции импульса частицы на декартовы координаты. Аналогично безмассовому случаю вероятность перехода $b \to a$ и мощность излучения в единицу времени соответственно равны [3]:

$$w_{ba} = \frac{e_0^2}{2\pi\hbar}\int\frac{d^3\kappa}{\kappa}\delta\left(\sqrt{\kappa^2 + c^2\mu^2} - \kappa_{ba}\right)\Phi \qquad W_{ba} = \frac{e_0^2}{2\pi\hbar}\int d^3\kappa\,\delta\left(\sqrt{\kappa^2 + c^2\mu^2} - \kappa_{ba}\right)\Phi\,,$$

где $\overline{\mathbf{e}}_\phi$, $\overline{\mathbf{e}}_\theta$ – вектора, которые характеризуют линейную поляризацию; $\delta(x - x_0)$ – дельта функция Дирака; $\overline{\boldsymbol{\kappa}}$ – волновой вектор фотона; μ – масса темного фотона. Величины Φ и $\overline{\boldsymbol{\alpha}}$ имеют вид:

$$\Phi = \Phi_2 + \Phi_3 = \left(\overline{\boldsymbol{\alpha}}^*\cdot\overline{\mathbf{e}}_\phi^{\,*}\right)\left(\overline{\boldsymbol{\alpha}}\cdot\overline{\mathbf{e}}_\phi\right) + \left(\overline{\boldsymbol{\alpha}}^*\cdot\overline{\mathbf{e}}_\theta^{\,*}\right)\left(\overline{\boldsymbol{\alpha}}\cdot\overline{\mathbf{e}}_\theta\right) \qquad \overline{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{1}{2m_0c^2}\int e^{-i(\overline{\boldsymbol{\kappa}}\cdot\overline{\mathbf{r}})}\left[\psi_a^*\hat{P}^+\psi_b + \psi_a^*\hat{P}\psi_b\right]d^3x\,,$$

где $\hat{P}$ – оператор обобщенного импульса, который имеет вид:

$$\hat{P} = \frac{\hbar}{i}\overline{\nabla} - \frac{e_0}{c}\overline{\mathbf{A}}\,.$$

В результате для проекций вектора $\overline{\boldsymbol{\alpha}}$ на декартовые координаты, получим:

$$\alpha_1 = i\frac{1}{2\sqrt{EE'}}\sqrt{\frac{2^{n-m}m!}{n!}}e^{-\frac{D}{2}+if}S^{n-m-1}\sqrt{\frac{\hbar e_0H}{2c}}\cdot$$
$$\cdot\left\{\left(2m^{\frac{1}{2}}L_{m-1}^{n-m+1}(D) + n^{-\frac{1}{2}}L_m^{n-m+1}(D)\right)S^2 - \left(n^{\frac{3}{2}}L_m^{n-m-1}(D) + \frac{m^{\frac{1}{2}}}{2}L_{m+1}^{n-m-1}(D)\right)\right\}$$

$$\alpha_2 = e^{if}\frac{1}{2\sqrt{EE'}}\sqrt{\frac{2^{n-m}m!}{n!}}e^{-\frac{D}{2}}S^{n-m}\left\{\sqrt{\frac{e_0H}{c\hbar}}(4p_2 - \hbar\kappa_2)L_m^{n-m}(D) - \frac{e_0H}{c}\left(2SL_m^{n-m+1}(D) + \frac{n}{S}L_m^{n-m-1}(D)\right)\right\}$$

$$\alpha_3 = e^{if}\frac{1}{2\sqrt{EE'}}\sqrt{\frac{2^{n-m}m!}{n!}}e^{-\frac{D}{2}}S^{n-m}\sqrt{\frac{e_0H}{c\hbar}}(2p_3 - \hbar\kappa_3)L_m^{n-m}(D)\,.$$

Здесь p_1, p_2, p_3 и p_1', p_2', p_3' – проекции импульса частицы в начальном и конечном состояниях на декартовые координаты соответственно; E, E' – полные энергии частицы в начальном и конечном состоянии соответственно; n и m – номера начального и конечного состояний частицы соответственно, и использованы обозначения:

$$S = 1/2\sqrt{c\hbar/e_0H}\cdot(\kappa_2 - i\kappa_1) \qquad f = c\hbar/2e_0H\cdot(2k_2 - \kappa_2)\kappa_1 \qquad D = 2S^*S = c\hbar/2e_0H\cdot\left(\kappa_2^2 + \kappa_1^2\right).$$

Предположим, что масса фотона мала и много меньше единицы. Тогда в пределе, при стремлении массы темного фотона к нулю, можем записать поправки к мощности излучения:

$$\delta\left(\sqrt{\kappa^2+c^2\mu^2}-\kappa_{ba}\right)\approx\delta\left(\kappa-\kappa_{ba}+\frac{\mu^2c^2}{2\kappa^2}\right)\approx\delta\left(\kappa-\kappa_{ba}\right)+\frac{\mu^2c^2}{2\kappa^2}\delta'\left(\kappa-\kappa_{ba}\right),\quad \mu\to 0.$$

$$\delta W_{ba}=-\frac{e_0^2\mu^2c^2}{4\pi}\int\frac{d^3\kappa}{\kappa^4}\delta\left(\kappa-\kappa_{ba}\right)\frac{d}{d\kappa}\left[\kappa^2\Phi\right]\Big|_{\mu=0},$$

где $\kappa_{ba}=E-E'$ – разность полных энергий частицы в начальном и конечном состоянии.

Результат. В итоге для поправок к матричным элементам тока перехода связанных с массой излучаемого фотона получим:

$$\frac{d\alpha_1}{d\kappa}=\alpha_1\left\{\frac{c^2\hbar\left(p_3-\hbar\kappa Cos(\theta)\right)Cos(\theta)}{2E'^2}-\frac{c\hbar}{2e_0H}\kappa Sin^2(\theta)+\frac{(n+m-1)}{\kappa}\right\}+\frac{1}{2\sqrt{EE'}}\sqrt{\frac{2^{n-m}m!}{n!}}e^{-\frac{D}{2}}\cdot$$
$$\cdot i\hbar\sqrt{\frac{e_0H}{c\hbar}}\left(\frac{\sqrt{2}}{\kappa}\left\{-2n\sqrt{m}L_{m-2}^{n-m+1}(D)-\frac{1}{\sqrt{n}}\left((n+1)L_{m-1}^{n-m+1}(D)+L_m^{n-m+1}(D)\right)\right\}(S)^{n-m+1}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\kappa\sqrt{2}}\left\{n\sqrt{n}(n-1)L_{m-1}^{n-m-1}(D)+\sqrt{m}\left(nL_m^{n-m-1}(D)-L_{m+1}^{n-m-1}(D)\right)\right\}(S)^{n-m-1}+\right)$$

$$\frac{d\alpha_2}{d\kappa}=\alpha_2\left\{\frac{c^2\hbar\left(p_3-\hbar\kappa Cos(\theta)\right)Cos(\theta)}{2E'^2}-\frac{c\hbar}{2e_0H}\kappa Sin^2(\theta)+\frac{(n+m-1)}{\kappa}\right\}+$$
$$+\frac{1}{2\sqrt{EE'}}\sqrt{\frac{2^{n-m}m!}{n!}}e^{-\frac{D}{2}}\sqrt{\frac{e_0H}{c\hbar}}\frac{1}{\kappa}\left\{\left(\hbar k_2L_m^{n-m}(D)-2n\hbar\left(4k_2-\kappa Sin(\theta)\right)L_{m-1}^{n-m}(D)\right)S^{n-m}-\right.$$
$$\left.-\sqrt{\frac{4\hbar e_0H}{c}}\left(2S^{n-m+1}\left(L_m^{n-m+1}(D)-(n+1)L_{m-1}^{n-m+1}(D)\right)-n(n-1)S^{n-m-1}L_{m-1}^{n-m-1}(D)\right)\right\}$$

$$\frac{d\alpha_3}{d\kappa}=\alpha_3\left\{\frac{\left(k_3-\kappa Cos(\theta)\right)Cos(\theta)}{2K'^2}-\frac{\kappa Sin^2(\theta)}{4\gamma}+\frac{n+m-1}{\kappa}\right\}-\frac{\hbar\sqrt{2\gamma}}{2\sqrt{EE'}}e^{-\frac{D}{2}}.$$
$$\sqrt{\frac{2^{n-m}m!}{n!}}\cdot\left\{\hbar Cos(\theta)L_m^{n-m}(D)+\frac{2(2k_3-\kappa_3)}{\kappa}nL_{m-1}^{n-m}(D)-\frac{2k_3-\kappa_3}{\kappa}L_m^{n-m}(D)\right\}S^{n-m}$$

Заключение. Исследование характеристики спонтанного излучения массивных фотонов электронами, при их торможении адронным калориметром связаны с более значительными трудностями. Тем не менее расчеты проведены на основе точных решений уравнения Клейна-Гордона могут оказаться полезными в общем случае, в качестве опорных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. N. Gninenko, Search for MeV dark photons in a light-shining-through-walls experiment at CERN — Phys. Rev. D 89, 075008 – Published 8 April 2014.
2. D. Banerjee et al. (The NA64 Collaboration), Search for vector mediator of dark matter production in invisible decay mode — Phys. Rev. D 97, 072002 – Published 4 April 2018.
3. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. – М.: Наука, 1983. – 304 с.