ОБЕСПЕЧЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ С ИНТЕРВАЛЬНЫМ ОБЪЕКТОМ УПРАВЛЕНИЯ

Цзэн Вэнь, Гайворонский С.А.

Научный руководитель: Гайворонский Сергей Анатольевич, к.т.н.

Томский политехнический университет

Введение

В ряде промышленных систем автоматического управления (САУ) некоторые параметры объекта управления в процессе его работы могут изменяться в известных и достаточно широких интервалах по априори неизвестным законам. В условиях такой интервальной неопределенности параметров объекта представляет интерес задача обеспечения максимального быстродействия САУ. Если рассматривать подобные САУ как многорежимные, то каждому возможному набору значений интервальных параметров может быть поставлен в соответствие определенный режим работы САУ. В этом случае указанная выше задача сводится к получению максимально возможного быстродействия в системе при наихудшем сочетании интервальных параметров объекта. При этом предполагается, что во всех других режимах быстродействие САУ будет выше. Для получения максимального быстродействия предлагается использовать в САУ наиболее простые в технической реализации типовые линейные регуляторы, широко применяемые в промышленности. Согласно [1-4], их параметрический синтез целесообразно проводить на основе корневого подхода с использованием такого корневого показателя качества, как степень устойчивости. Этот показатель определяет время затухания переходных процессов, характеризующее быстродействие системы.

Постановка задачи

Для стационарных САУ с заданным характеристическим полиномом известна [5,6] методика определения параметров регулятора, обеспечивающих максимальную степень устойчивости. Заметим, что решаемая в [5] задача относится к задаче нелинейного программирования. Представляет интерес ее решение применительно к САУ с интервальными параметрами, входящими вместе с параметрами регулятора в коэффициенты характеристического полинома. Изменение в известных пределах параметров объекта управления приводит к изменению степени устойчивости САУ. Существует набор значений параметров объекта, при которых система имеет минимальную степень устойчивости. Установлено, что при определенных условиях для ее нахождения нет необходимости сканировать весь многогранник возможных значений параметров объекта, а достаточно рассмотреть только его вершины [7]. Таким образом, поставленная выше задача состоит в определении на основе метода нелинейного программирования оптимальных настроек линейного регулятора, при которых достигается максимум минимальной степени устойчивости САУ в вершинах многогранника параметров объекта управления.

Условия максимальной степени устойчивости стационарной системы

Зададим характеристический полином стационарной САУ в виде

$$D(s,\vec{k}) = \sum_{i=0}^{n} d_i(\vec{k}) \cdot s^i , \qquad (1)$$

где $\vec{k}$ – вектор параметров регулятора. Пусть корень полинома, определяющий максимальную степень устойчивости САУ, является комплексно-сопряженным $s = \alpha + j\beta$ (α - величина степени устойчивости). Подставим выражение корня в (1) и получим полином

$$D(\alpha,\beta,\vec{k}) = \sum_{i=0}^{n} d_i(\vec{k}) \cdot (\alpha + j\beta)^i . \qquad (2)$$

Для нахождения максимальной степени устойчивости α необходимо решить систему уравнений, составленную на основе вещественной и мнимой частей полинома (2) и их частных производных по α. Такая система имеет вид

$$\begin{cases} \operatorname{Re} D\left(\vec{k},\alpha,\beta\right) = 0; \\ \operatorname{Im} D\left(\vec{k},\alpha,\beta\right) = 0; \\ \partial \operatorname{Re} D\left(\vec{k},\alpha,\beta\right) / \partial\alpha = 0; \\ \partial \operatorname{Im} D\left(\vec{k},\alpha,\beta\right) / \partial\alpha = 0; \\ \ldots \\ \partial^m \operatorname{Re} D\left(\vec{k},\alpha,\beta\right) / \partial\alpha^m = 0; \\ \partial^m \operatorname{Im} D\left(\vec{k},\alpha,\beta\right) / \partial\alpha^m = 0. \end{cases} \qquad (3)$$

Количество уравнений системы (3) определяется числом искомых переменных, которыми являются α, β и параметры регулятора.

Условия максимальной степени устойчивости системы с интервальными параметрами

Пусть объект управления имеет интервальные параметры T_j, $j=\overline{1,r}$, а регулятор содержит один параметр k. В этом случае характеристический полином имеет вид

$$D(s,k,\left[T_j\right]) = \sum_{i=0}^{n} d_i(k,\left[T_j\right]) \cdot s^i \quad (4)$$

Интервальные параметры $\left[T_j\right]$ образуют многогранник Р с числом вершин $V = 2^r$, где r - число интервальных параметров. Подставим в (4) $s = \alpha + j\beta$ и на основании (3) составим систему уравнений для определения максимальности степени устойчивости в вершине v многогранника Р

$$\begin{cases} \operatorname{Re} D_v\left(k,\alpha,\beta\right) = 0; \\ \operatorname{Im} D_v\left(k,\alpha,\beta\right) = 0; \\ \partial \operatorname{Re} D_v\left(k,\alpha,\beta\right) / \partial\alpha = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где индекс вершины $v=\overline{1,V}$ соответствует определенному режиму функционирования системы. Решив систему (5) V раз, получим V значений искомого параметра k регулятора и соответствующие им значения максимальной степени устойчивости системы в каждом из режимов. Из этих данных необходимо выбрать режим с наименьшей степенью устойчивости $\alpha_{\min}$ и полученное для него значение параметра регулятора k^*.

Далее при k^* следует найти степени устойчивости системы во всех остальных режимах. Если ни в одной из них степень устойчивости не окажется меньше $\alpha_{\min}$, то задача решена. Если же в каком-то из режимов степень устойчивости будет меньше $\alpha_{\min}$, то необходимо продолжить исследования и найти новый наихудший режим. Сделать это возможно графически, для чего следует построить для всех вершин графики зависимости степени устойчивости системы от искомого параметра регулятора. В результате наихудший режим с минимальной степенью устойчивости и соответствующее значение параметра регулятора будут определяться точкой пересечения каких-либо двух из этих графиков.

В данной работе найти такую точку предлагается другим способом – составлением условий вида (5) для всех пар вершин многогранника Р. Так, например, при одном настроечном параметре регулятора система уравнений для пары вершин с индексами i и j будет содержать четыре уравнения

$$\begin{cases} \operatorname{Re} D_i(k,\alpha,\beta_i)=0; \\ \operatorname{Im} D_i(k,\alpha,\beta_i)=0; \\ \operatorname{Re} D_j(k,\alpha,\beta_j)=0; \\ \operatorname{Im} D_j(k,\alpha,\beta_j)=0. \end{cases} \tag{6}$$

где $\operatorname{Re} D_i(k,\alpha,\beta_i)$ и $\operatorname{Im} D_i(k,\alpha,\beta_i)$ - соответственно вещественная и мнимая составляющие характеристического полинома в i-той вершине, $\operatorname{Re} D_j(k,\alpha,\beta_j)$ и $\operatorname{Im} D_j(k,\alpha,\beta_j)$ - вещественная и мнимая составляющие в j-той вершине. Таким образом, необходимо решить систему (6) C_V^2 раз (число сочетаний из V по 2) и из всех решений выбрать то, которое дает минимальное значение $\alpha_{\min}$. Это значение будет соответствовать максимальной степени устойчивости САУ в ее наихудшем режиме. В выбранном решении значение параметра регулятора k будет обеспечивать максимальное быстродействие САУ в наихудшем режиме.

Пример

Применим разработанный подход к САУ, структурная схема которой приведена на рис. 1.

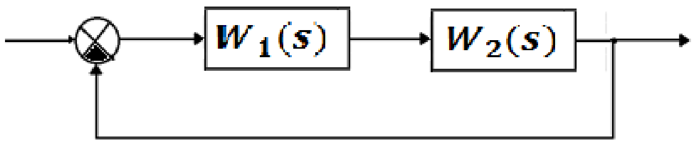

Рис 1. Структурная схема САУ

Пусть в системе используется пропорциональный регулятор $W_1(s)=k$. Объект управления задан передаточной функцией $W_2(s)=1/(T_1 s+1)([T_2]s+1)([T_3]s+1)s$, где $T_1=0,01c$, $[T_2]=[0,02;0,08]c$, $[T_3]=[0,05;0,2]c$. Интервальные параметры T_2 и T_3 образуют прямоугольник Р с четырьмя вершинами. Необходимо найти значение k, при котором система имеет максимальное быстродействие. Запишем передаточную функцию замкнутой системы $W(s)=K/(T_1 s+1)([T_2]s+1)([T_3]s+1)s+k$, из которой определим ее характеристический полином $D(s)=T_1[T_2][T_3]s^4+(T_1[T_2]+T_1[T_3]+[T_2][T_3])s^3+(T_1+[T_2]+[T_3])s^2+s+k$. Сделаем в полиноме $D(s)$ подстановку $s=\alpha+j\beta$ и затем разделим полином на вещественную и мнимую составляющие. На их основе составлены и решены системы уравнений (5) для всех четырех вершин P. Полученные результаты сведены в таблицу 1.

Таблица 1

	Режим 1	Режим 2	Режим 3	Режим 4
	$T_1 = 0.02$ $T_2 = 0.0.5$	$T_2 = 0.08$ $T_3 = 0.05$	$T_2 = 0.02$ $T_3 = 0.2$	$T_2 = 0.08$ $T_3 = 0.2$
Максимальная степень устойчивости α	8.306	4.834	2.402	2.171
Настройка регулятора κ	3.713	2.139	1.16	0.993

Из таблицы 1 видно, что наихудший режим с минимальной степенью устойчивости $\alpha_{\min} = 2.171$ соответствует вершине 4. Однако при $k^* = 0.993$ степень устойчивости системы в других вершинах оказывается меньшей, чем в вершине 4 (в первой - 1,085, во второй - 1,179 и в третьей - 1,471). Поэтому далее необходимо в соответствии с разработанным подходом найти решения систем уравнений (6) для всех пар вершин. Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2

	Режим 1	Режим 2	Режим 3	Режим 4
Режим 1	–	$\alpha = 4.448$ $k = 3.011$	$\alpha = 2.339$ $k = 1.923$	$\alpha = 1.982$ $k = 1.681$
Режим 2	$\alpha = 4.448$ $k = 3.011$	–	$\alpha = 2.362$ $k = 1.649$	$\alpha = 2.030$ $k = 1.497$
Режим 3	$\alpha = 2.339$ $k = 1.923$	$\alpha = 2.362$ $k = 1.649$	–	$\alpha = 2.127$ $k = 1.145$
Режим 4	$\alpha = 1.982$ $k = 1.681$	$\alpha = 2.030$ $k = 1.497$	$\alpha = 2.127$ $k = 1.145$	–

Из таблицы 2 можно сделать вывод, что в САУ максимум минимального значения степени устойчивости $\alpha = 1.982$ достигается в вершинах 1 и 4 при $k = 1.681$. При этом значении параметра регулятора степень устойчивости САУ во второй вершине $\alpha = 2.437$, а в третьей $\alpha = 2.359$. Следовательно, параметр регулятора $k = 1.681$ обеспечивает максимум минимальной степени устойчивости рассматриваемой САУ и при любом наборе значений ее интервальных параметров степень устойчивости САУ будет больше 1,982.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков, А.Н. Метод синтеза систем автоматического управления с максимальной степенью устойчивости и заданной колебательностью / А.Н. Волков, Ю.В. Загашвили // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1997. – № 1. – С. 35-41.
2. Шубладзе, А.М. Достаточные условия оптимальности структур в системах максимальной степени устойчивости произвольного вида / А.М. Шубладзе // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 4. – С. 43-57.
3. Ким, Д.П. Синтез систем управления максимальной робастной степени устойчивости / Д.П. Ким // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – № 5. – С. 52-57.
4. Tatiana Al. Ezangina, Sergey An. Gayvoronskiy. Bundled software for the design of interval dynamic systems. Applied Mechanics and Materials Vols. 446-447 (2014) pp 1217-1221
5. Татаринов, А.В. Задачи математического программирования, содержащие комплексные переменные, и предельная степень устойчивости линейных динамических систем / А.В. Татаринов, А.М. Цирлин // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1995. – № 1. – С. 28–33.
6. Татаринов, А.В. Выбор параметров настроек промышленных регуляторов в системах управления технологическими процессами. / А.В. Татаринов, П.В. Полянская // Приборы и системы. – 2004. – № 7. – С. 38-42.
7. Поляк, Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков – М.: Наука, 2002. – 303 с.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-58-00045 Бел_а).