УДК 681.5

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ ОБЛАСТЕЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ СИСТЕМЫ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

О.С. Вадутов, С.А. Гайворонский

Предлагается многопараметрический интервальный аналог метода корневого годографа для исследования динамических свойств систем с несколькими интервальными параметрами, линейно входящими в коэффициенты передаточных функций. На основе установленных свойств отображения ребер параметрического многогранника на корневую плоскость разработан алгоритм граничной реберной маршрутизации, позволяющий определять образы границ областей локализации нулей и полюсов системы. Приводится числовой пример.

#### Введение

Одной из основных задач, решаемых при проектировании линейной системы автоматического управления, является получение требуемого качества переходных процессов, которое определяется полюсами и нулями передаточной функции замкнутой системы. Их желаемое расположение на комплексной плоскости обеспечивается при синтезе системы выбором соответствующих настроек линейного регулятора. Однако в реальных системах физические параметры элементов, как правило, точно неизвестны или могут изменяться по заранее неизвестным законам в определенных диапазонах. В результате отличия фактических значений параметров от номинальных (принятых при синтезе регулятора) будут отличаться от желаемых полюсы и нули системы. Поэтому возникает необходимость оценки влияния интервальной неопределенности параметров на динамические свойства системы.

Возможным путем решения данной задачи может быть построение границ областей локализации полюсов и нулей системы. Эти области являются отображениями на комплексную плоскость корней параметрических многогранников соответственно характеристического полинома и полинома числителя передаточной функции замкнутой системы. Важную роль при отображении играет характер вхождения интервальных параметров в указанные полиномы [1]. Здесь мы ограничимся рассмотрением систем, интервальные физические параметры которых входят в коэффициенты полиномов линейно.

В этом случае для построения границ областей локализации корней полинома может быть использована реберная теорема [2], следуя которой необходимо отобразить на корневую плоскость все ребра параметрического многогранника. Однако рассмотренные примеры применения данной теоремы показывают, что отображение всех ребер является сверхдостаточным (образы только некоторых ребер определяют искомые границы). Поэтому для уменьшения вычислительных трудностей представляет интерес исследование возможности нахождения у многогранника интервальных параметров этих существенных ребер.

#### 1. Постановка задачи

Пусть передаточная функция замкнутой системы по задающему или возмущающему воздействиям имеет вид

$$W(s) = \frac{P(s)}{D(s)},$$

где P(s) и D(s) - полиномы, в коэффициенты которых линейно входят интервальные параметры системы. Решение поставленной задачи рассмотрим на примере построения областей локализации полюсов системы, считая, что для нулей задача решается аналогичным образом. Запишем характеристическое уравнение в следующем виде

$$D(s) = \sum_{i=1}^{m} T_i \cdot A_i(s) + B(s) = 0,$$
(1)

где  $T_i$  - интервальные параметры,  $\underline{T}_i \leq T_i \leq \overline{T}_i$ ,  $\underline{T}_i = T_{i\min}, \overline{T}_i = T_{i\max}; A_i(s)$  и B(s) - полиномы по степеням *s*.

Так как *т* параметров заданы своими граничными значениями, то параметрический многогранник, внутри которого  $T_i$  могут изменяться произвольным образом, представляет собой прямоугольный гиперпараллелепипед

$$P_T = \{T_i | \underline{T_i} \le T_i \le \overline{T_i}, i = \overline{1, m}\}$$

содержащий 2<sup>*m*</sup> вершин. Координаты любой точки  $P_T$  относительно вершины  $V_q$ ,  $q = \overline{1, 2^m}$  определяются выражениями

$$T_i = T_i^q + \Delta T_i, \ i = \overline{1, m}; \qquad (2)$$

$$\left(\underline{T_i} - T_i^q\right) \le \Delta T_i \le \left(T_i - T_i^q\right), \qquad (3)$$

где  $\Delta T_i$  - приращение *i*-го интервального параметра,  $T_i^{q}$  - его значение в вершине  $V_{q}$ .

Ставится задача: на основе анализа отображения ребер на плоскость корней опреде-лить прообразы границ областей локализации корней уравнения (1) при любых значениях  $T_i$ ,  $i = \overline{1,m}$  из области  $P_T$ .

## 2. Свойства отображения ребер

Для отображения  $\varphi: P_T \to S$ , где *S* - множество корней (1), необходимо иметь соотношение, свя-

зывающее координаты точек  $P_T$  с *n* корнями характеристического уравнения. Такое соотношение может быть получено в результате подстановки в (1) выражения (2)

$$D^{q}(s) + \Delta T_{1} \cdot A_{1}(s) +$$
  
+  $\Delta T_{2} \cdot A_{2}(s) + \dots + \Delta T_{m} \cdot A_{m}(s) = 0,$  (4)

где 
$$D^{q}(s) = \sum_{i=1}^{m} T_{i}^{q} \cdot A_{i}(s) + B(s)$$
 - вершинный

характеристический полином.

Введем в рассмотрение ребра  $P_{T}$ , которые обозначим  $R_i^q$ , где *i* - индекс  $\Delta T_i$ ,  $i = \overline{1,m}$ , *q* - индекс  $V_q$ , из которой по ребру изменяется  $T_i$ . На основании (4) запишем уравнение отображения  $R_i^q$  на комплексную плоскость корней

$$D^{q}(s) + \Delta T_{i} \cdot A_{i}(s) = 0.$$
<sup>(5)</sup>

Пусть (5) является характеристическим уравнением системы с единичной обратной связью. Тогда передаточная функция системы в разомкнутом состоянии может иметь вид

$$W_i^q(\Delta T_i, s) = \frac{\Delta T_i \cdot A_i(s)}{D^q(s)}.$$
 (6)

Анализируя (5) и (6) с позиции теории корневого годографа [3], заметим, что при изменении  $\Delta T_i$  в интервале (3) корни (5), стремясь от полюсов функции (6) к ее нулям, образуют однопараметрический интервальный корневой годограф. Его ветви назовем реберными ветвями (обозначим  $RS_i^a$ ), а их начала и концы - корневыми узлами  $U_q$ . Тогда для отображения  $\varphi$ :  $P_T \rightarrow S$  будут справедливы выражения:  $\varphi(R_i^q) = RS_i^q$ ,  $\varphi(V_q) = U_q$ .

По определению многогранника  $P_T$  любая его грань является прямоугольником на плоскости изменения двух интервальных параметров  $T_i$  и  $T_j$  из одной вершины  $V_q$ . В соответствии с этим обозначим грань  $G_{ij}^q$ , а ее образ -  $GS_{ij}^q$ . На основании (1) запишем уравнение отображения плоскости  $G_{ij}^q$ при снятии ограничений (2), (3):

$$T_i \cdot A_i(s) + T_J \cdot A_J(s) +$$
$$+ \sum_k T_k^q \cdot A_k(s) + B(s) = 0.$$
(7)

Пусть один <u>из</u> корней уравнения (7) имеет вид  $s_r = \alpha + j\beta$ ,  $r \in \overline{1,n}$ . Подставляя в (7) координаты  $s_r$  и выделяя вещественную и мнимую части, получаем систему двух линейных уравнений с двумя переменными  $T_i$  и  $T_i$ :

$$\begin{cases} T_i \cdot \operatorname{Re} A_i(\alpha, \beta) + T_j \cdot \operatorname{Re} A_j(\alpha, \beta) + \\ + \operatorname{Re} \left[ \sum_k T_k^q \cdot A_k(\alpha, \beta) + B(\alpha, \beta) \right] = 0; \\ T_i \cdot \operatorname{Im} A_i(\alpha, \beta) + T_j \cdot \operatorname{Im} A_j(\alpha, \beta) + \\ + \operatorname{Im} \left[ \sum_k T_k^q \cdot A_k(\alpha, \beta) + B(\alpha, \beta) \right] = 0. \end{cases}$$
(8)

Для уравнений системы (8) характерны следующие два случая.

1. Уравнения независимы, и система имеет единственное решение  $T_i = T_i^*$ ,  $T_j = T_j^*$ . Следовательно,  $\varphi^{-1}(s_r) = P^*$ ,  $P^* = (T_i^*, T_j^*)$ , причем точка  $P^*$  принадлежит плоскости  $G_{ij}^q$ .

2. Уравнения отличаются постоянным множителем. Из этого следует, что в плоскости  $G_{ij}^q$  существует прямая *t*, описываемая любым из уравнений системы (8), причем  $\varphi^{-1}(s_r) = t$ .

Учитывая эти особенности отображения корня *s*<sub>*r*</sub> на плоскость интервальных параметров, рассмотрим границы области *S*<sub>*r*</sub> его локализации при условии

$$\varphi^{-1}(S_r) = G_{ii}^q \,. \tag{9}$$

Пусть  $\varphi^{-i}(s_r) = P^*$ , причем  $P^* \in R_i^{q}$ . Так как координаты  $P^*$  являются единственным решением (8), то  $RS_i^{q}$  - единственная ветвь, проходящая через  $s_r$ . Следовательно, при условии (9) границами  $s_r$  являются непересекающиеся образ<u>ы ре</u>бер  $G_{ij}^{q}$ .

Пусть  $\phi^{-1}(s_r) = t$  и  $t \cap G_{ij}^q = \overline{P_1P_2}$  (точки  $P_L u P_2$ принадлежат ребрам  $G_{ij}^q$ ). Следовательно,  $\phi(P_1P_2) = s_r$  и через  $s_r$  (назовем его особым корневым узлом и обозначим  $U^*$ ) проходит множество ветвей корневых годографов по интервальным параметрам, образующим пересекаемые прямой t ребра. Угол входа каждой такой ветви в  $U^*$  равен углу выхода, и поэтому все пересекающиеся в  $U^*$  ветви лежат между двумя пересекающимися там же реберными ветвями. Следовательно, в этом случае при условии (9) в состав границы  $S_r$  входят пересекающиеся образы двух ребер  $G_{ij}^q$ .

Назовем ребра, отображающиеся на границы корневых областей, граничными ребрами (обозначим  $GR_i^{q}$ ), их образы - граничными реберными ветвями ( $GRS_i^{q}$ ), а связываемые ими корневые узлы - граничными корневыми узлами ( $GU_q$ ).

Покажем, что у  $P_T$  существует единственный набор  $GR_i^{q}$  для всех областей локализации комплексных корней. Пусть  $\varphi(V_q) = s_1, s_1 = \alpha_1 + j\beta_1$ , и  $\varphi(V_q) = s_2, s_2 = \alpha_2 + j\beta_2$ , причем  $s_1$  является граничным для  $S_1$  при  $\varphi^{-1}(S_1) = P_T$ , а  $s_2$  - внутренним для  $S_2$ при  $\varphi^{-1}(S_2) = P_T$ . Допустим, что один из интервальных параметров  $T_i$  при изменении из  $V_q$  выходит за свою границу, определяемую условиями (2) и (3). В результате может оказаться, что  $s_1 \notin S_1$ , а  $s_2 \in S_2$ . В этом случае  $\varphi^{-1}(s_1) \notin P_T$ , а  $\varphi^{-1}(s_2) \in P_T$ , что противоречит существованию у  $s_1$  и  $s_2$  одного прообраза. Поэтому, если хоть одно отображение  $V_q$  является  $GU_q$ , то такими же являются и все другие ее отображения. Из этого можно сделать вывод, что при отображении  $\varphi: P_T \to S$  у  $P_T$  существует единственный набор  $GR_i^q$ , составляющий граничный реберный маршрут.

### 3. Условие наличия особых корневых узлов

На основе проведенного анализа можно заключить, что реберные ветви могут входить в состав границы как полностью, так и частично, причем последнее является результатом их пересечения в  $U^*$ . Данный случай необходимо учитывать при граничной маршрутизации  $P_T$ , в связи с чем представляется целесообразным заранее знать о возможности наличия  $U^*$  в области  $S_r$ .

Очевидно, что необходимым условием  $U \in S_r$ является присутствие прямых *t* в плоскостях  $P_T$ . Заметим, что если в двухмерном пространстве какойлибо грани существует прямая *t*, то и в плоскости любого сечения  $P_T$ , параллельного рассматриваемой грани, также будет соответствующая прямая *t*. Поэтому необходимым условием  $U \in S_r$  является наличие прямой *t* хотя бы в одной из плоскостей  $P_T$ , имеющих одну общую вершину.

Как было указано ранее, условием существования прямой *t* в пространстве параметров  $T_i$  и  $T_j$  и ее отображения в  $U^*(\alpha; j\beta)$  является линейная зависимость уравнений (8). Эта зависимость имеет место, если существуют такие  $\alpha$  и  $\beta$ , что выполняются равенства

$$\frac{\operatorname{Re} A_{i}(\alpha,\beta)}{\operatorname{Im} A_{i}(\alpha,\beta)} = \frac{\operatorname{Re} A_{J}(\alpha,\beta)}{\operatorname{Im} A_{J}(\alpha,\beta)} = \frac{\operatorname{Re} \left[ \sum_{k} T_{k}^{q} \cdot A_{k}(\alpha,\beta) + B(\alpha,\beta) \right]}{\operatorname{Im} \left[ \sum_{k} T_{k}^{q} \cdot A_{k}(\alpha,\beta) + B(\alpha,\beta) \right]}.$$
 (10)

Для этой проверки необходимо решить полученную из (10) систему двух нелинейных уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{Re} A_{i}(\alpha,\beta) \cdot \operatorname{Im} A_{j}(\alpha,\beta) - \\ -\operatorname{Re} A_{j}(\alpha,\beta) \cdot \operatorname{Im} A_{i}(\alpha,\beta) = 0; \\ \operatorname{Re} A_{j}(\alpha,\beta) \times \\ \times \operatorname{Im} \left[ \sum_{k} T_{k}^{q} \cdot A_{k}(\alpha,\beta) + B(\alpha,\beta) \right] - \\ -\operatorname{Im} A_{j}(\alpha,\beta) \times \\ \times \operatorname{Re} \left[ \sum_{k} T_{k}^{q} \cdot A_{k}(\alpha,\beta) + B(\alpha,\beta) \right] = 0. \end{cases}$$
(11)

Левые части каждого из уравнений системы (11) являются полиномами нечетной степени  $\beta$  без свободного члена. Поэтому, если (11) не имеет решения с  $\beta \neq 0$ , то в отображениях рассматриваемой грани и параллельных ей сечений  $P_T$  нет *U*. Отсустствие решений (11) для всех сочетаний интервальных параметров означает, что границы  $S_r$  состоят из непересекающихся реберных ветвей.

### 4. Основные фазовые соотношения

Определим условия принадлежности  $U_q$  границе  $S_r$ . Для этого введем в рассмотрение угол выхода  $R_i^q$  из комплексного  $U_q$ , являющегося полюсом функции (6). Обозначим этот угол  $\Theta_i^q$ . Так как на функцию (6) распространяются все известные свойства корневых годографов, то  $\Theta_i^q$  можно найти из уравнения фаз [3], записанного для  $U_q$ . Если  $D^q(s)$  имеет степень n, а  $A_i(s)$  степень z, тогда  $\Theta_i^q$  при увеличении  $T_i$  находится по формуле

$$\Theta_i^q = 180^\circ - \sum_{k=1}^n \Theta_k + \sum_{l=1}^z \Theta_l$$

а при уменьшении  $T_i$ 

$$\Theta_i^q = -\sum_{k=1}^n \Theta_k + \sum_{l=1}^z \Theta_l ,$$

где  $\Theta_k$  и  $\Theta_l$  - углы между вещественной осью и векторами, направленными из  $U_q$  соответственно к k-му полюсу и к l-му нулю функции (6).

Проанализируем возможные направления движения  $s_r$  из  $U_q$ , рассматривая области отображения граней  $P_T$  с общей вершиной  $V_q$ . В каждой из них направление, движения  $\underline{s}_r$  определяется вектором  $E_{ij} = E_i + E_j$ , где  $\overline{E}_j$  и  $E_j$ - реберные векторы, задаваемые  $\Theta_i^q$  и  $\Theta_j^q$  [4]. Согласно правилам векторной алгебры,  $\underline{E}_{ij}$  выходит из  $U_q$  и лежит внутри образованного  $\overline{E}_i$  и  $\overline{E}_j$  угла  $\Psi_{ij}$ , причем 0° $\leq \Psi_{ij} \leq 180^\circ$ . Так как из  $GU_q$  выходят две граничные реберные

Так как из  $GU_q$  выходят две граничные реберные ветви, то соответствующие им векторы образуют граничный угол  $G\Psi_{ij}$ , также лежащий в диапазоне  $[0...180^\circ]$ . В этом случае все остальные углы  $\Psi_{ij}$ , и, следовательно, определяющие их реберные векторы должны принадлежать  $G\Psi_{ij}$ . Выразим данное условие через углы выхода реберных ветвей, отсчитываемые от положительной вещественной полуоси. Оно соответствует выполнению  $C_m^2$  неравенств

$$\left. \Theta_i^q - \Theta_j^q \right| < 180^\circ \,. \tag{12}$$

Таким образом, на основании проверки (12) можно установить принадлежность вершины  $P_T$  границе области  $S_r$ .

Проанализируем возможные соотношения углов выхода двух реберных ветвей ( $RS_i$  и  $RS_j$ ) из соседних граничных корневых узлов  $S_r$ , связанных одной граничной реберной ветвью  $GRS_k$ . Очевидно, что прообразы  $RS_i$  и  $RS_j$  являются ребрами одной грани  $P_T$ .

Пусть  $U^* \notin S_r$ . При изменении  $T_k$  по ребру  $GR_k$  корень  $s_r$  движется по  $GRS_k$ . При этом могут изме-

няться углы выхода из  $s_r$  ветвей  $RS_i^s$  и  $RS_j^s$ . Однако, так как  $U^* \notin S_r$ , то  $RS_i^s$  и  $RS_j^s$  не пересекаются. Поэтому при переходе  $s_r$  от одного  $GU_q$  к другому будет сохраняться последовательность величин  $\Theta_i^s$  и  $\Theta_j^s$ . Обобщая этот случай на большее число рассматриваемых реберных ветвей, можно заключить, что в соседних граничных корневых узлах значения их углов выхода будут располагаться в одинаковой последовательности.

Пусть  $U^* \in S_r$ , тогда  $RS_i^s$  и  $RS_j^s$  могут пересекаться в  $U^*$ . Если при изменении  $T_k$  возникнет ситуация  $s_r = U^*$ , и далее  $U^*$  выйдет из  $S_r$ , то на оставшемся участке  $GRS_k$  изменится соотношение  $\Theta_i^s$  и  $\Theta_j^s$ . В этом случае в соседних граничных корневых узлах не будет сохраняться последовательность углов выхода реберных ветвей.

## 5. Определение граничного реберного маршрута

На основе установленных фазовых соотношений для граничных реберных ветвей и анализа возможности их пересечения в особых корневых узлах разработаем алгоритм граничной реберной маршрутизации  $P_T$ . Пусть системы (11) не имеют решений ни для одной из граней  $P_T c$  выбранной общей вершиной ( $U^* \notin S_r$ ). Тогда, если известен  $GU_q$  и выходящая из него  $GRS_i^q$ , то очередной граничной реберной ветвью будет та, модуль разности между углом выхода которой и углом выхода известной  $GRS_{i}^{q}$  будет наименьшим (наибольшим). Поэтому, зная величины углов  $\Theta_i^q$ ,  $i = \overline{1, m}$  для любого граничного корневого узла и расположив их в порядке возрастания (убывания), можно определить последовательность ветвей  $RS_i^q$ ,  $q = \overline{1, 2m}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , ограничивающих область локализации комплексного корня.

Этой последовательности соответствует упорядоченный набор ребер  $P_T$  - замкнутый граничный реберный маршрут. Логично заключить, что он состоит из 2m ребер, связывающих m пар вершин  $P_T$ , причем координаты каждой пары имеют противоположные граничные значения интервальных параметров.

Если хотя бы для одной пары интервальных параметров система (11) имеет решение, то в области  $S_r$  возможно наличие  $U^*$ . В этом случае необходимо также найти узел  $GU_q$ , затем для него определить последовательность  $\Theta_i^q$  и соответствующую ей последовательность ребер  $P_m$ . Если при движении по полученному таким образом реберному маршруту очередное ребро и следующее за ним окажутся образоваными интервальными параметрами  $T_i$  и  $T_j$ , для которых система (11) имеет решение, то в граничный реберный маршрут в этом случае следует включить все ребра грани  $G_{ij}$ .

Таким образом, алгоритм определения границ областей локализации корней полинома с интервальными параметрами предусматривает выполнение следующих этапов:

1. Приведение характеристического полинома системы к виду (1).

- 2. Определение координат вершин *P<sub>T</sub>*, соответствующих граничным значениям интервальных параметров.
- Решение систем уравнений (11) в одной из вершин P<sub>T</sub> для установления интервальных параметров, граничные реберные ветви которых могут пересекаться.
- Нахождение на основании (12) граничного комплексного узла области локализации корней.
- Граничная реберная маршрутизация P<sub>T</sub> по углам выхода реберных ветвей из граничного корневого узла с учетом результатов п. 3.
- 6. Отображение на плоскость корней граничного реберного маршрута *P<sub>T</sub>*.

## 6. Пример

Для системы автоматической стабилизации силы натяжения подъемного механизма определим (см. рисунок) границы областей локализации корней характеристического полинома

$$a^{3} + a_{2}s^{2} + a_{1}s + a_{0} = 0$$
,

где  $a_3 = mlJ$ ,  $a_2 = J\chi + m\chi r^2(1 + Tk_1k_2)$ ,  $a_1 = Jc + mcr^2 + mk_1k_2r^2(\chi + Tc)$ ,  $a_0 = mck_1k_2^2$ , m - масса груза, l - длина упругого элемента, J - момент инерции электропривода системы,  $\chi$  - удельный коэффициент демпфирования упругого элемента, c - удельная жесткость упругого элемента, r - радиус приводного шкива электропривода,  $k_1k_2$  - соответственно коэффициент усиления электрической части привода и коэффициент передачи регулятора, T - постоянная времени регулятора.



Постоянные параметры объекта управления имеют значения: J = 0.5 кгм<sup>2</sup>,  $\chi = 1.10^4$  нс,  $c = 2.10^4$  н, r = 0.1 м. Его интервальные параметры заданы диапазонами:  $m \in [50,500]$  кг,  $l \in [50,100]$  м,  $k_1 \in [5,10]$ . Настройки регулятора  $k_2 = 1$ , T = 0.01 с определены для средних (номинальных) значений интервальных параметров.

Приведем характеристический полином системы к виду (1):

$$l \cdot A_1(s) + \frac{1}{m} \cdot A_2(s) + k_1 \cdot A_3(s) + A_4(s) = 0,$$

где  $A_1(s) = Js^3$ ;  $A_2(s) = J(c + \chi s)s$ ;  $A_3(s) = ck_2r^2 + (ck_2Tr^2 + \chi k_2r^2)s + \chi Tk_2r^2s^2$ ;  $A_4(s) = (c + \chi s)r^2s$ .

При трех интервальных параметрах  $P_3$  содержит 8 вершин:  $V_1(50,50,5)$ ,  $V_2(500,50,5)$ ,  $V_3(500,50,10)$ ,  $V_4(50,50,10)$ ,  $V_5(50,100,5)$ ,  $V_6(500,100,5)$ ,  $V_7(500,100,10)$ ,  $V_8(50,100,10)$ , где первая координата - *m*, вторая - *l*, третья -  $k_1$ . В результате решения

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

 Гусев Ю.М., Ефанов В.Н., Крымский В.Г., Рутковский В.Ю. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). Анализ с использованием интервальных характеристических полиномов // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. -1991. - № 1. - С. 3-23. для первой вершины систем (11) установлено, что области локализации корней не содержат особых корневых узлов.

Для трех функций вида (6) в первой вершине определены постоянные полюсы (3,34+j3,88, -3,34-ј3,88, -1,53), а также три набора нулей (три нулевых корня  $A_1(s)$ ; корни  $A_2(s)$ : 0 и -2; корни A<sub>3</sub>(s): -2 и -100). Для корневого узла 3,34+j3,88 найдены  $\Theta_m^{-1} = 34^\circ, \Theta_l^{-1} = 5^\circ, \Theta_{kl}^{-1} = 86^\circ.$  При таких углах условие (12) выполняется и, следовательно,  $V_1$ принадлежит реберному маршруту. Так как,  $\Theta_l \leq \Theta_m \leq \Theta_{kl}$ , то имеем последовательность изменения параметров системы из вершины  $V_1: l \rightarrow m$  $\rightarrow k_1 \rightarrow l \rightarrow m \rightarrow k_1 \rightarrow l$ . Такая очередность соответствует граничному реберному маршруту:  $V_1 \rightarrow V_5$  $\rightarrow V_6 \rightarrow V_7 \rightarrow V_3 \rightarrow V_4 \rightarrow V_1$ . Отображение маршрута на верхнюю полуплоскость корней представлено на рисунке, где построены и все остальные несущественные реберные ветви Р<sub>3</sub>.

- Bartlett A.C., Hollot C.V., Lin H. Root location of an entire polytope polynomials: it suffices to check the edges // Proc. Amer. Contr. Conf. - Minneapolis: MN, 1987.
- Удерман Э.Г. Метод корневого годографа в теории автоматического управления. - М.: Наука, 1972. - 448 с.
- Римский Г.В. Основы общей теории корневых траекторий систем автоматического управления. - Минск: Наука и техника, 1972. - 328 с.

УДК 004.38

# ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В УПРАВЛЕНИИ НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫМИ ОБЪЕКТАМИ (КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ)

В.Э. Дрейзин

Показана недостаточная интеллектуальность существующих инструментальных средств геоинформационных технологий для анализа и поддержки принятия решений в геоинформационных системах (ГИС), используемых для управления распределенными объектами и территориями. Проведена типизация задач, решаемых подобными системами, и рассмотрены возможные методы их решения, часть из которых представляются автору оригинальными.

Современные геоинформационные системы (ГИС) представляют собой новый тип интегрированных информационных систем, которые оперируют координатно-привязанной информацией и, в силу этого, обладают определенной спецификой в организации и обработке данных, но включают методы обработки данных многих ранее существовавших автоматизированных систем.

Хотя разработка ГИС началась более 30 лет назад как чисто географических информационных систем, но качественно новое содержание они получили лишь за последние 8...10 лет. Это связано с тем, что они перестают быть чисто географическими. Общая тенденция их развития состоит в том, что географическая информация служит лишь основой для решения большого числа прикладных задач, связанных с управлением территориально распределенными объектами, землепользованием, навигацией, сельскохозяйственным производством, экологическим мониторингом территорий, прокладкой (трассировкой) разнообразных магистралей и т.п. При этом собственно картографическая информация в данных ГИС является вспомогательной и служит лишь для координатной привязки тех дополнительных данных об объекте управления, отображение и анализ которых являются главными функциями данных ГИС.