УДК 530.12:531.51

КРУПНОМАСШТАБНАЯ СТРУКТУРА ВСЕЛЕННОЙ

В.В. Ласуков

Томский политехнический университет
Тел.: (382-2)-56-37-29

В рамках классической теории гравитации найдены точные решения уравнений Лагранжа в метрике Логунова с неоднородным и не изотропным скалярным полем. Показано, что однородность метрики может сочетаться с неоднородностью и анизотропией скалярного поля, обладающего спиральной пространственной структурой в плоскости наблюдения.

Ранее в работах [1, 2] были рассмотрены модели Вселенной без сингулярностей, заполненной однородным, либо неоднородным изотропным скалярным полем.

В данной работе рассмотрим эволюцию заполненной неоднородным и не изотропным скалярным полем Вселенной с метрикой А.А. Логунова [3]

$$dS^2 = a^6 (dx^0)^2 - a^2 dl^2, \; a = a(x^0), \qquad (1)$$

здесь пространственный элемент длины равен

$$dl^2 = dr^2 + r^2 \left(d\vartheta^2 + \sin^2(\vartheta) d\psi^2\right), \qquad (2)$$

r, ϑ, ψ – лагранжевы координаты, $a(x^0)$ – масштабный фактор. Для метрики (1) уравнения Лагранжа выглядят следующим образом [1]

$$\left(\frac{a''}{a}\right) + 2\left(\frac{a'}{a}\right)^2 - 8\pi G U(\Phi) = 0, \qquad (3)$$

$$\Phi'' + 3\frac{a'}{a}\Phi' - a^{-2}\Delta\Phi = -\frac{dU(\Phi)}{d\Phi}, \qquad (4)$$

здесь $a' = \dfrac{\partial a}{\partial t}$, $dt = a^3 dx^0$, $\Phi' = \dfrac{\partial \Phi}{\partial t}$, Φ – полевая функция скалярного поля, G – гравитационная постоянная, $U(\Phi)$ – потенциальная энергия скалярного поля.

Найдем решение системы уравнений (3, 4) для потенциала $U(\Phi) = U_0$ интересного тем, что для него и только для него метрика остается однородной и изотропной. Нетрудно получить, что для такого потенциала различные частные решения системы уравнений (3, 4) имеют вид

$$a = a_0 \mathrm{ch}^{1/3}(\nu t),$$
$$\Phi(r,t) = \Phi(r) + \Phi(t)$$

или $\Phi(r,t) = \Phi(r)\Phi(t)$, где $\Phi(r), \Phi(t)$ удовлетворяют уравнениям

$$\begin{cases} \Phi''(t) + 3\dfrac{a'}{a}\Phi'(t) = 0, \\ \Delta\Phi(r) = 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Решение первого уравнения системы (5) имеет вид [2]

$$\Phi(t) = C_1 \mathrm{arctg}\left(e^{-\nu t}\right),$$

$\nu = 4\omega$, $\omega = \sqrt{\dfrac{3\pi G U_0}{2}}$ – постоянная, характеризующая скорость временной эволюции масштабного фактора и скалярного поля, C_1 – константа интегрирования.

Так как наблюдаемая картина звездного неба является двумерной поверхностью, то второе уравнение системы (5) удобно исследовать в цилиндрической системе координат

$$\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\Phi\right] + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\psi^2} + \rho^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0. \qquad (6)$$

Уравнение (6) допускает частное решение вида

$$\Phi(\rho,\psi,z) = A\ln(\rho) - B\psi - Cz, \qquad (7)$$

где A, B, C – произвольные постоянные, определяемые краевыми условиями.

Для объяснения наблюдаемой крупномасштабной пространственной структуры Вселенной достаточно предположить, что "холстом" картины звездного неба является поверхность уровня

$$\Phi(\rho,\psi,z) = C_0, \qquad (8)$$

здесь C_0 – произвольная постоянная. Тогда рисунок крупномасштабной структуры звездной картины образуют линии пересечения поверхности уровня

(8) с плоскостью наблюдения $z = z_0$, которые, согласно (7) и (8), являются логарифмическими спиралями

$$\rho = \rho_0 \exp\left[\alpha\left(\frac{\psi}{\psi_{max}}\right)\right], \tag{9}$$

где $\rho_0 \equiv \rho(0)$, $\alpha = \ln\left(\frac{\rho_{max}}{\rho_0}\right)$, $\rho_{max} \equiv \rho(\psi_{max})$,

$\rho_{max} > \rho_0$, $0 \le \psi < \psi_{max}$, либо

$$\rho = \rho_0 \exp\left[-\beta\left(\frac{\psi}{\psi_{max}}\right)\right], \tag{10}$$

здесь $\rho_0 \equiv \rho(0)$, $\beta = \ln\left(\frac{\rho_0}{\rho_{min}}\right)$, $\rho_{min} \equiv \rho(\psi_{max})$, $\rho_0 > \rho_{min}$.

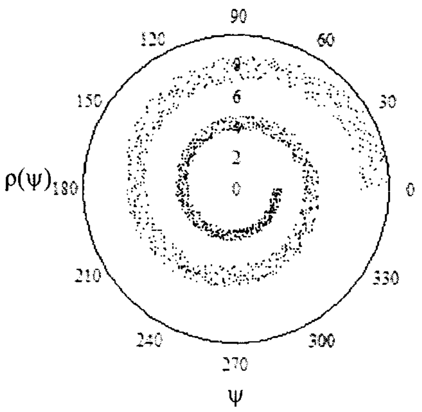
Значения ρ_0, ρ_{min}, ρ_{max}, ψ_{max} могут быть найдены из наблюдений.

Если предположить, что в различных пространственно-временных областях постоянная составляющая скалярного потенциала U_0 различна, то тогда из-за временной компоненты скалярного поля $\Phi(t) = C_1 \operatorname{arctg}\left(e^{-\nu t}\right)$ время жизни $t \approx \nu^{-1}$ крупномасштабных структур имеет наибольшее значение в тех областях, где U_0 принимает наименьшее значение.

Для наглядности проиллюстрируем качественную картину, которую порождает пучок спиралей (10). Для имитации пучка спиралей достаточно предположить, что лишь начальное значение ρ_0 является случайной величиной, а Ψ_{max} имеет фиксированное значение. Тогда, например, скручивающаяся спираль (10) при

$$\rho_0 = 4[\mathrm{rnd}(0,5) + 2], \quad \beta = 0{,}1,$$

(здесь конкретные числовые значения носят иллюстративный характер) дает следующую качественную картину.



Здесь rnd(x) – генератор случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке [0,x]. Существуют также решения уравнения (6)

$$\Phi(\rho,\psi,z) = \frac{\cos(\psi)}{\rho} - Cz,$$

которые образуют шаровые и другие пространственные структуры, образованные пучком конхоид

$$\Phi(\rho,\psi,z) = \rho\cos(\psi) - Cz,$$

или пучком лемнискат Бернулли

$$\Phi(\rho,\psi,z) = \frac{\cos(2\psi)}{\rho^2} - Cz.$$

Найденные решения позволяют сделать следующий вывод:

Если предположить, что крупномасштабные структуры Вселенной могут возникать там, где скалярное поле является постоянной величиной, то видимые в плоскости наблюдения крупномасштабные спиральные структуры Вселенной могут возникать вследствие однородности скалярного поля на поверхностях уровня, что может служить основой для решения проблемы крупномасштабной структуры Вселенной вне рамок теории гравитационной неустойчивости [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ласуков В.В. Вселенная в метрике Логунова // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 2. – С. 39–42.
2. Ласуков В.В. Вселенная в метрике Логунова с неоднородным скалярным полем // Известия вузов. Физика. – 2002. – № 8. – С. 91–92.
3. Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Релятивистская теория гравитации. – М.: Наука, 1989. – 302 с.
4. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. – М.: Наука, 1975. – 450 с.