

На правах рукописи

Иванова Вероника Сергеевна

**ВИБРАЦИОННЫЕ СИЛЫ, ИХ ПРОЯВЛЕНИЕ В ГИРОСКОПЕ СО
СМЕЩЕННЫМ ЦЕНТРОМ МАСС ПРИ ВИБРАЦИИ ОСНОВАНИЯ**

**Специальность: 01.02.06. – «Динамика, прочность машин,
приборов и аппаратуры»**

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой
степени кандидата технических наук**

Томск - 2003

Работа выполнена в Томском политехническом университете

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор Копытов В.И.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор Скрипняк В.А.

кандидат технических наук, доцент Скорых В.Я.

Ведущая организация: Научно-производственный центр «Полюс», г. Томск

Защита состоится "17" декабря 2003 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета Д 216.269.01 при Томском политехническом университете по адресу: 634034, г. Томск, пр. Ленина, 30, корпус 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Томского политехнического университета по адресу: г. Томск, ул. Белинского, 53

Автореферат разослан "17" ноября 2003 г.

Ученый секретарь
диссертационного Совета



Кирсанов С.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы (работы). В системах ориентации и навигации различных подвижных объектов широко применяются гироскопические приборы. Улучшение эксплуатационных характеристик этих систем ведет к росту требований по точности и надежности работы гироскопов. В настоящее время разрабатываются новые типы гироскопов, такие как лазерные, волоконные оптические, твердотельные волновые и другие. Вместе с тем, классический гироскоп, содержащий вращающийся ротор в подвесе, занимает доминирующую позицию и используется во многих системах.

Известно, что вибрация основания, как правило, сказывается на точности практически любых приборов (механических, электромеханических, электронных и т.д.); то же самое происходит и при работе гироскопических приборов. В процессе эксплуатации и испытаний приборы подвержены действию поступательной вибрации основания. В результате чего ухудшается их точность и снижается надежность работы. Поэтому при проектировании гироскопических приборов необходимо учитывать влияние этого воздействия на тот или иной прибор.

С ростом требований к точности и надежности функционирования гироскопических систем проблема поиска методов исследования влияния вибрации основания и возможных путей ее устранения остается актуальной.

Цель работы. Определение динамических (вибрационных) сил, действующих на гироскоп со смещенным центром масс, установленного на вибрирующем основании, и уравновешивающих действие силы тяжести.

Методы исследования. Исследование динамики гироскопа со смещенным центром масс на основе использования уравнения Матье и понятия «вибрационные (динамические) силы», компьютерное моделирование, экспериментальные исследования на специально созданной установке.

На защиту выносятся следующие положения:

- математическая модель гироскопа со смещенным центром масс на вибрирующем основании в установившемся режиме представляется системой двух линейных, дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами;

- в гироскопе на вибрирующем основании скорость прецессии:

- зависит от амплитуды скорости ($S_0 \cdot \omega$) вибрации основания;
- меняет свое направление в зависимости от величины скорости ($S_0 \cdot \omega$) вибрации (т.е. динамической силы);
- зависит от расположения центра масс гироскопа (выше или ниже точки подвеса гироскопа);
- имеет место случай, когда прецессия отсутствует (динамическая сила уравновешивает силу тяжести);.

- основным критерием, определяющим изменение скорости прецессии гироскопа на вибрирующем основании, является «амплитуда скорости ($S_0 \cdot \omega$) вибрации основания», или динамическая сила, зависящая от данной скорости.

Научная новизна. Рассмотрена динамика взаимодействия гироскопического и вибростабилизирующего моментов. Доказывается, что использование понятия вибрационной (динамической) силы, не зависящей от времени, а определяемой параметрами вибрации, существенно упрощает как математические модели, так и открывает пути технической реализации устранения влияния вибрации на точность информации, выдаваемой гироскопом.

Практическая ценность:

- закон изменения динамических сил существенно упрощает физическую и математическую модели гироскопа со смещенным центром масс, установленного на вибрирующем основании. Математическая модель гироскопа со смещенным центром масс описывается системой дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами;

- результаты проведенных исследований позволяют определить величину и направление действия динамической силы, что в свою очередь, дает возможность разрабатывать новые, эффективные методы устранения действия вибрации основания на точность измерения корректируемыми гироскопическими приборами со смещенным центром масс;

- полученные результаты (математическая модель, понятие «вибрационной силы») используются в курсе лекций «Физическое и математическое моделирование колебательных систем».

Реализация результатов. Результаты диссертационных исследований внедрены в учебный процесс на кафедре точного приборостроения Томского политехнического университета.

Апробация работы проведена на следующих конференциях и симпозиумах:

VII Международной научно–практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современная техника и технология» (2001г., г. Томск); Российско - Корейском симпозиуме KORUS2001 (2001, г.Томск); VIII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (2001г., г.Пермь);V Всероссийской научной конференции, посвященной памяти Генерального конструктора Решетнева (Решетневские чтения) (2001г, г. Красноярск); VIII Международной научно–практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современная техника и технология». (2002г, г. Томск); Российско - Корейском симпозиуме KORUS2002 (2002, г. Новосибирск); 3 заседаниях научно-методического семинара кафедры точного приборостроения Томского политехнического университета

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения списка литературы и шести приложений. Основная часть изложена на 103 страницах машинописного текста, содержит 31 рисунок и 6 таблиц. Список литературы содержит 53 наименований на 6 страницах. Приложения выполнены на 10 страницах.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность поставленной задачи, а также приведен краткий перечень рассматриваемых вопросов.

Первая глава посвящена обзору литературы о влиянии вибрации на гироскопы со смещенным центром масс, а также вводится понятие вибрационной (динамической) силы. Дан краткий обзор работ, посвященных исследованию вибрации на гироскопические системы. Приведены основные гироскопические приборы со смещенным центром масс, дана их краткая характеристика. Приведены результаты, объясняющие физическую сущность принципа замены «действия гармонической вибрации основания» на эквивалентную по действию «вибрационную (динамическую) силу», определяемую в виде

$$F_{\text{дин}} = \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot l}, \quad (1)$$

где S_0 – амплитуда вибрации подвеса; ω – частота вибрации основания; l – плечо маятника.

При малых углах φ отклонения маятника от вертикали места диаграмма внешних сил, действующих на массу m , представлена на рис. 1. а.

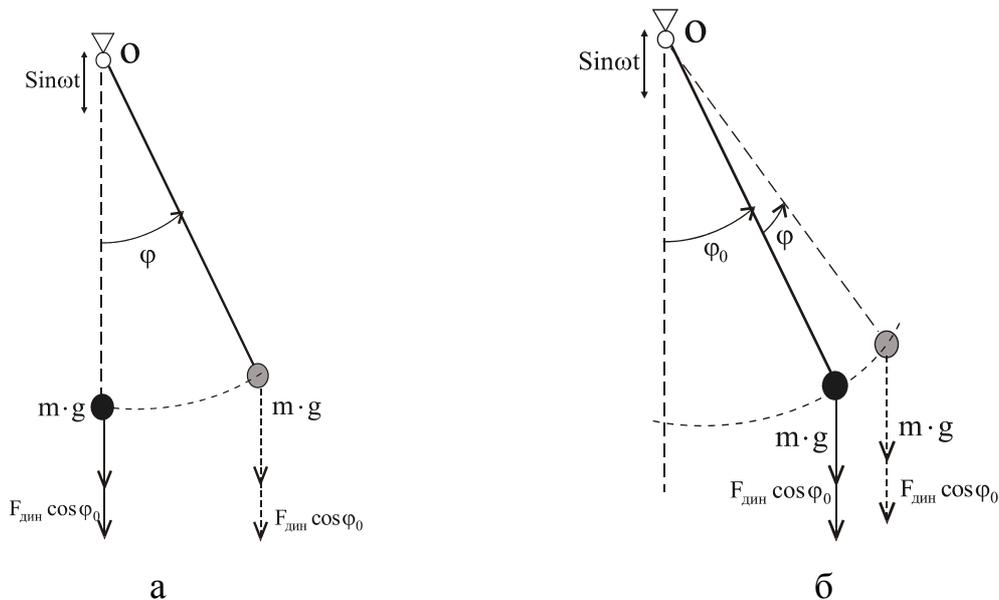


Рис.1. Восстанавливающая сила, действующая на маятник в нормальном положении при вибрации точки подвеса

Результирующая внешняя сила, действующая на маятник по касательной к траектории массы m , имеет место

$$F_{\text{рез.}} = (m \cdot g + F_{\text{дин.}}) \cdot \sin \varphi \approx (mg + F_{\text{дин.}}) \cdot \varphi \quad (2)$$

В данном случае (Рис1.а) направление вертикали соответствует положению динамического равновесия.

В случае, когда положение динамического равновесия маятника не совпадает с вертикалью, диаграмма сил, действующая на массу m , представлена на рис1.б.

Результирующая сила, действующая на маятник по касательной к траектории движения массы m , имеет вид

$$F_{\text{рез.}} = (m \cdot g + F_{\text{дин.}} \cdot \cos \varphi_0) \cdot \sin(\varphi_0 + \varphi) = (mg + F_{\text{дин.}} \cdot \cos \varphi_0) \times \\ \times (\sin \varphi_0 \cdot \cos \varphi + \cos \varphi_0 \cdot \sin \varphi) = m \cdot g \cdot \sin \varphi_0 + F_{\text{дин.}} \cdot \cos \varphi_0 \cdot \sin \varphi_0 + (\varphi)^2$$

где (φ) – малая величина;

φ_0 - положение динамического равновесия; φ - малый угол отклонения маятника от положения динамического равновесия.

Вторая глава посвящена исследованию гиromаятника как некоторой колебательной системы с двумя степенями свободы.

При составлении уравнений движения гиromаятника сделаны следующие допущения:

- трение в опорах отсутствует;
- рамки абсолютно жесткие; в опорах подвеса отсутствуют люфты;
- влияние вращения Земли не учитывается.

В качестве опорной системы координат выбрана система координат $O\xi\eta\zeta$, начало которой расположено в точке опоры гироскопа, а оси ориентированы следующим образом: ось $O\zeta$ - по вертикали места, оси $O\xi$ и $O\eta$ лежат в плоскости горизонта и направлены так, чтобы система была правой.

С гироскопом связана систем координат $OXYZ$, при чем так, что ось Z направлена по оси собственного вращения гироскопа (ось AA), а оси X по оси

ВВ, а Y - соответственно по СС. Определим положение трехгранника OXYZ относительно трехгранника Oξηζ двумя углами: углом ϑ поворота вокруг оси ВВ и углом ψ поворота вокруг оси СС, причем углы ϑ и ψ малы. Система координат $OX_0Y_0Z_0$ - характеризует положение гиromаятника в начальный момент, то есть при $t = 0$.

В параграфе 2.1. составлены и исследованы уравнения движения гиromаятника, расположенного на неподвижном основании, определены частоты и амплитуды собственных колебаний (нутационных и прецессионных) в зависимости от параметров гиromаятника, рассмотрено поведение гиromаятника при различных начальных условиях.

В параграфе 2.2. проведено исследование уравнений движения гиromаятника, расположенного на вибрирующем основании (рис.2).

Уравнения движение гиromаятника на вибрирующем основании имеют следующий вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\vartheta} + \frac{n}{\chi} \cdot \dot{\psi} + \frac{n}{\chi} \cdot \omega_0 \left(1 + \frac{S_0 \cdot \omega^2}{g} \cdot \sin \omega t \right) \cdot \vartheta &= 0 \\ \ddot{\psi} - \chi \cdot n \cdot \dot{\vartheta} + \chi \cdot n \cdot \omega_0 \left(1 + \frac{S_0 \cdot \omega^2}{g} \cdot \sin \omega t \right) \cdot \psi &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где $n = \frac{H}{\sqrt{J_B \cdot J_C}}$ - частота нутационных колебаний;

$\chi = \sqrt{\frac{J_B}{J_C}}$ - параметр, характеризующий распределение масс относительно осей

подвеса ВВ и СС.

$$\frac{H}{J_B} = \frac{H}{\sqrt{J_B \cdot J_C}} \cdot \sqrt{\frac{J_C}{J_B}} = \frac{n}{\chi}; \quad \frac{H}{J_C} = \frac{H}{\sqrt{J_B \cdot J_C}} \cdot \sqrt{\frac{J_B}{J_C}} = \chi \cdot n$$

$$\frac{m \cdot g \cdot l}{J_B} = \frac{m \cdot g \cdot l}{H} \cdot \frac{H}{\sqrt{J_B \cdot J_C}} \cdot \sqrt{\frac{J_C}{J_B}} = \frac{n}{\chi} \cdot \omega_0;$$

$$\frac{m \cdot g \cdot l}{J_C} = \frac{m \cdot g \cdot l}{H} \cdot \frac{H}{\sqrt{J_B \cdot J_C}} \cdot \sqrt{\frac{J_B}{J_C}} = \chi \cdot n \cdot \omega_0.$$

Показано, что движение гиromаятника на вибрирующем основании описывается либо системой двух линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, либо уравнением Матье относительно некоторой функции y , выраженной в комплексной форме через параметры ϑ и ψ , в виде $y = \vartheta + i \cdot \psi$.

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + (a + 2q \cdot \sin \tau) \cdot y = 0 \quad (4)$$

где $a = \frac{n^2}{\omega^2} \cdot \left(1 + \frac{\omega_0}{n}\right)$; $q = \frac{2 \cdot n \cdot S_0 \cdot \omega_0}{g}$.

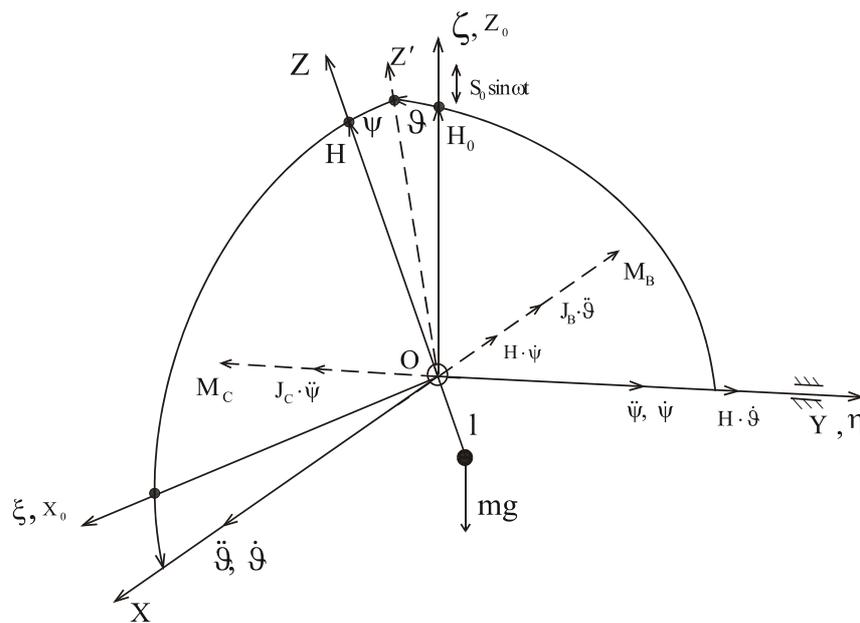


Рис. 2 Взаимное расположение координатных осей гиromаятника и опорной системы координат при $t \neq 0$ со смещенным вниз центром тяжести, расположенным на вибрирующем основании

Замена системы двух дифференциальных уравнений (3) одним уравнением Матье (4) определяет уровень сложности исследований динамики гиromаятника на вибрирующем основании.

В третьей главе рассмотрена возможность замены действия вибрации основания динамической (вибрационной) силой, действующей на гироскоп со смещенным центром масс, на примере гиromаятника.

Выделено два случая: а) центр масс гиromаятника смещен вниз; б) центр масс гиromаятника смещен вверх.

При составлении технических уравнений движения гиromаятника были введены следующие ограничения:

- вибрационная сила $F_{\text{дин}} = \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot l}$ направлена по вертикали места и совпадает с направлением силы тяжести груза $m \cdot g$, присоединенного к гироскопу;
- суммарная внешняя сила, действующая на гироскоп в положении равновесия, будет $m \cdot g + F_{\text{дин}}$, - когда центр масс гиromаятника смещен вниз;
 $m \cdot g - F_{\text{дин}}$, - когда центр масс гиromаятника смещен вверх.

В параграфе 3.1. составлены уравнения, найдено решение и проведен анализ для гироскопа со смещенным вниз центром масс.

Дифференциальные уравнения движения гиromаятника на вибрирующем основании со смещенным вниз центром масс с применением понятия «вибрационная сила» (рис. 3) запишутся следующим образом

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\vartheta} + \frac{n}{\chi} \cdot \dot{\psi} + \frac{n \cdot Q_n}{\chi} \cdot \vartheta &= 0 \\ \ddot{\psi} - n \cdot \chi \cdot \dot{\vartheta} + n \cdot \chi \cdot Q_n \cdot \psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Т.к. $F_{\text{дин}}$ от времени t не зависит, а определяется параметрами вибрации (S_0 - амплитуда; ω - частота) и параметрами гиromаятника, то на гиromаятник дей-

$$\left(\frac{m \cdot g \cdot l}{H} + \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot H} \right) = Q_H \quad (7)$$

Т.к. первое слагаемое (7) $\frac{m \cdot g \cdot l}{H} = \omega_0$ – частота прецессионных колебаний гироскопа, обусловленная действием момента силы тяжести $m \cdot g \cdot l$ и кинетического момента H гироскопа, то второе слагаемое

$$\frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot H} = \omega_{0B} \quad (8)$$

будем называть угловой скоростью прецессионных колебаний, обусловленных действием вибростабилизирующего момента $\frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2}$ и кинетического момента H . Таким образом

$$Q_H = \omega_0 + \omega_{0B} \quad (9)$$

Сумма этих двух слагаемых Q_H в виде (9) является частотой прецессионных колебаний гироскопа, со смещенным вниз центром масс, установленного на вибрирующем основании.

В компактной форме общее решение системы запишется в виде гармонических функций

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= D \cdot \sin[(\omega_0 + \omega_{0B}) \cdot t + \varepsilon] \\ \psi &= D \cdot \cos[(\omega_0 + \omega_{0B}) \cdot t + \varepsilon] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$D = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

где

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{c_1}{c_2}$$

Таким образом, из (10) следует, что гироскоп совершает прецессионные колебания с амплитудой D и с частотой $Q_H = \omega_0 + \omega_{0B}$, определяемой (10).

При сравнении решений полученных для гироскопа со смещенным вниз центром масс, расположенного на неподвижном и вибрирующем основаниях,

видно, что частота Q_H прецессионных колебаний гиromаятника со смещенным вниз центром масс, расположенного на вибрирующем основании изменилась, причем на вибрирующем основании она увеличилась на $\omega_{0в}$, характеризующую частоту прецессионных колебаний гиromаятника, обусловленную действием вибростабилизирующего момента и кинетического момента гироскопа. Таким образом, гиromаятник на вибрирующем основании будет совершать прецессионные колебания с большей частотой.

Увеличение частоты прецессионных колебаний гиromаятника при вибрации основания соответствует прецессионной теории гироскопа при установившемся вращении ротора – чем больше внешний момент (в данном случае результирующий момент), тем больше скорость прецессии.

В параграфе 3.1.2 проведено исследование технических уравнений, которые при $\chi=1$ имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\vartheta} + n \cdot \dot{\psi} + n \cdot Q_H \cdot \vartheta &= 0 \\ \ddot{\psi} - n \cdot \dot{\vartheta} + n \cdot Q_H \cdot \psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Решение запишется

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= c_1 \cdot \cos(n + Q_H) \cdot t + c_2 \cdot \sin(n + Q_H) \cdot t + c_3 \cdot \cos Q_H t - \\ &- c_4 \cdot \sin Q_H t \\ \psi &= c_2 \cdot \cos(n + Q_H) \cdot t - c_1 \cdot \sin(n + Q_H) t + c_3 \cdot \sin Q_H t + \\ &+ c_4 \cdot \cos Q_H t \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Выражения (12) представляют закон движения гиromаятника относительно осей подвеса.

Первые два слагаемых – нутационные колебания с частотой, равной $(n + Q_H) = n \cdot \left(1 + \frac{Q_H}{n}\right)$;

Выражения (12) по форме совпадают с выражениями, полученными для гиromаятника со смещенным вниз центром масс, установленного на неподвижном

основании. Однако, имеются существенные различия, как по частоте прецессионных колебаний, так и нутационных. А именно,

- на неподвижном основании - частота прецессионных колебаний, определяемая действием момента сил тяжести и кинетического момента гироскопа, равна $\frac{m \cdot g \cdot l}{H} = \omega_0$;

- на вибрирующем основании частота Q_H прецессионных колебаний равна сумме частоты прецессии ω_0 , обусловленной действием момента силы тяжести и кинетического момента, и частоты прецессии ω_{0B} , определяемой действием вибростабилизирующего момента и кинетического момента гироскопа.

Для более подробного анализа выразим частоты колебаний ω_0 и ω_{0B} через параметры гироскопа, тогда частота Q_H будет равна

$$Q_H = \omega_0 + \omega_{0B} = \frac{m \cdot g \cdot l}{H} + \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot H} = \frac{l}{H} \cdot \left(m \cdot g + \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot l} \right)$$

первое слагаемое в квадратных скобках – сила тяжести, второе - вибрационная сила. Таким образом, выражение в квадратных скобках является результирующей силой, действующей на гироскоп при вибрации основания.

В параграфе 3.2 анализируется движение гироскопа на вибрирующем основании со смещенным вверх центром масс.

Уравнения движения гироскопа на вибрирующем основании со смещенным вверх центром масс с применением «вибрационной силы» запишутся следующим образом (Рис 4)

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\Theta} + \frac{n}{\chi} \dot{\Psi} - \frac{n}{\chi} \cdot (\omega_0 - \omega_{0B}) \cdot \Theta &= 0 \\ \ddot{\Psi} - \chi \cdot n \cdot \dot{\Theta} - \chi \cdot n \cdot (\omega_0 - \omega_{0B}) \cdot \Psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Система уравнений (13) аналогична системе (5) различия заключаются в математических знаках в третьих слагаемых, последнее объясняется различием в направлении сил, действующих на системы.

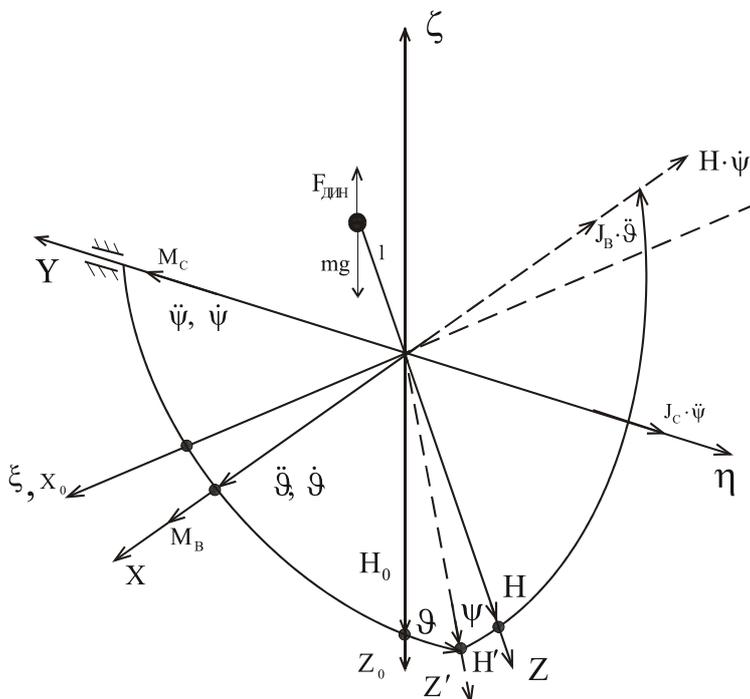


Рис. 4. Взаимное расположение координатных осей гиросмаятника и опорной системы координат при $t \neq 0$ для случая, когда центр масс выше точки подвеса

Параграф 3.2.1. посвящен решению и анализу укороченных уравнений при $\chi=1$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi} + Q_B \cdot \vartheta &= 0 \\ \dot{\vartheta} - Q_B \cdot \psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Решение имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= D \cdot \sin[(\omega_{0B} - \omega_0) \cdot t + \varepsilon] \\ \psi &= D \cdot \cos[(\omega_{0B} - \omega_0) \cdot t + \varepsilon] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Таким образом, из (15) следует, что гиросмаятник совершает прецессионные колебания с амплитудой D и с частотой $Q_B = \omega_{0B} - \omega_0$, т.е. происходит

уменьшение частоты прецессионных колебаний по сравнению с частотой гиromаятника со смещенным вниз центром масс (10).

В параграфе 3.2.2. рассмотрены технические уравнения, которые при $\chi=1$ имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\vartheta} + n \cdot \dot{\psi} + n \cdot Q_B \cdot \vartheta &= 0 \\ \ddot{\psi} - n \cdot \dot{\vartheta} + n \cdot Q_B \cdot \psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Решение данной системы дифференциальных уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= c_1 \cdot \cos(n + Q_B) \cdot t + c_2 \cdot \sin(n + Q_B) \cdot t + c_3 \cdot \cos Q_B t - \\ &- c_4 \cdot \sin Q_B t \\ \psi &= c_2 \cdot \cos(n + Q_B) \cdot t - c_1 \cdot \sin(n + Q_B) \cdot t + c_3 \cdot \sin Q_B t + \\ &+ c_4 \cdot \cos Q_B t \end{aligned} \right\} \quad (17),$$

Выражения (17) представляют закон движения гиromаятника относительно осей подвеса, со смещенным вверх центром масс, расположенного на вибрирующем основании. По форме записи данные выражения совпадают с (12), описывающих движение гиromаятника, расположенного на вибрирующем основании со смещенным вниз центром масс.

В случае (17) частота Q_B прецессионных колебаний гиromаятника представляет собой разность частот

$$Q_B = \omega_{0B} - \omega_0. \quad (18)$$

Соотношение (18) позволяет выделить три характерных случая. А именно:

1. $\omega_{0B} > \omega_0$ - частота прецессии, обусловленная действием вибростабилизирующего момента и кинетического момента гироскопа, больше частоты прецессионных колебаний, обусловленных действием момента силы тяжести и кинетического момента гироскопа.

2. $\omega_{0B} = \omega_0$ - частота прецессии, обусловленная действием вибростабилизирующего момента и кинетического момента гироскопа, равна частоте прецес-

сионных колебаний, обусловленных действием момента силы тяжести и кинетического момента гироскопа, т.е. прецессия отсутствует.

3. $\omega_{0B} < \omega_0$ - частота прецессии, обусловленная действием вибростабилизирующего момента и кинетического момента гироскопа, меньше частоты прецессионных колебаний, обусловленных действием момента силы тяжести и кинетического момента гироскопа.

Физическое содержание данных случаев станет понятным, если частоты колебаний ω_{0B} и ω_0 выразить через параметры гиromаятника.

Действительно, т.к. $\frac{m \cdot g \cdot l}{H} = \omega_0$; $\frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot H} = \omega_{0B}$; то частота

$$Q_B = \omega_{0B} - \omega_0 = \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot H} - \frac{m \cdot g \cdot l}{H} = \frac{1}{H} \cdot \left[\frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2} - m \cdot g \cdot l \right].$$

Выражение в квадратных скобках представляет собой результирующий внешний момент, действующий на гиromаятник при вибрации основания. Преобразуем данное выражение, для чего вынесем за скобки параметр « l » (плечо маятника), получим

$$Q_B = \omega_{0B} - \omega_0 = \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot H} - \frac{m \cdot g \cdot l}{H} = \frac{l}{H} \cdot \left[\frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot l} - m \cdot g \right] \quad (19)$$

выражение в квадратных скобках - результирующая сила, действующая на гиromаятник при вибрации основания (вибрационная сила и сила тяжести направлены в противоположные стороны).

В результате соотношения (19) позволяет выделить три характерных случая действия внешних сил на гиromаятник. А именно:

а) $\frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot l} > m \cdot g$ - вибрационная (динамическая) сила больше силы

тяжести, тогда технические уравнения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\vartheta} + n \cdot \dot{\psi} + n \cdot Q_B \cdot \vartheta &= 0 \\ \ddot{\psi} - n \cdot \dot{\vartheta} + n \cdot Q_B \cdot \psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Технические уравнения движения гиromаятника записанные в виде (20) совпадают с уравнениями (16) и представляются в виде

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= c_1 \cdot \cos(n + Q_B) \cdot t + c_2 \cdot \sin(n + Q_B) \cdot t + c_3 \cdot \cos Q_B t - \\ &- c_4 \cdot \sin Q_B t \\ \psi &= c_2 \cdot \cos(n + Q_B) \cdot t - c_1 \cdot \sin(n + Q_B) t + c_3 \cdot \sin Q_B t + \\ &+ c_4 \cdot \cos Q_B t \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Первые два слагаемые описывают нутационные колебания гиromаятника с частотой $(n + Q_B)$, третье и четвертое слагаемые описывают прецессионные колебания гиromаятника с частотой Q_B .

Изменение величины частоты нутационных колебаний $(n + Q_B)$ гиromаятника со смещенным вверх центром масс, расположенного на вибрирующем основании относительно частоты n нутационных колебаний гиromаятника на неподвижном основании мало, т.к. частота n нутационных колебаний измеряется сотнями Гц, а частота Q_B прецессионных колебаний сотыми долями Гц.

Из выражения (21) следует, что с увеличением параметров вибрации $(S_0; \omega)$ вибрационная сила увеличивается, следовательно, частота Q_B прецессионных колебаний также увеличивается.

Например, когда вибрационная сила $\frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot l}$ будет больше силы тяжести

$m \cdot g$ в два раза, то частота Q_B прецессионных колебаний станет равной частоте $\frac{m \cdot g \cdot l}{H} = \omega_0$ прецессионных колебаний гиromаятника на неподвижном основании. Иными словами, гиromаятник с центром масс, расположенным выше точки опоры на вибрирующем основании совершает прецессионные колебания с такой же частотой, как и гиromаятник с массой внизу на неподвижном основании. Данный случай подтверждается экспериментально и описан в четвертой главе.

$$b) \quad \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot l} = m \cdot g - \text{вибрационная (динамическая) сила равна силе тяжести, технические уравнения запишутся}$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\vartheta} + \frac{n}{\chi} \cdot \dot{\psi} &= 0 \\ \ddot{\psi} - \chi \cdot n \cdot \dot{\vartheta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Данная система дифференциальных уравнений при $\chi = 1$ имеет решение в виде

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= c_1 \cdot \cos nt + c_2 \cdot \sin nt + c_3 \\ \psi &= c_1 \cdot \sin nt - c_2 \cdot \cos nt + c_4 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Из решения видно, что гиросаятник совершает только нутационные колебания около положения динамического равновесия, определяемого постоянными интегрирования c_3, c_4 . Прецессионное движение гиросаятника отсутствует. Данный факт экспериментально наблюдался.

$$c) \quad \frac{m \cdot (S_0 \cdot \omega)^2}{2 \cdot l} < m \cdot g - \text{вибрационная (динамическая) сила меньше силы тяжести; технические уравнения при } \chi=1 \text{ имеют вид}$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\vartheta} + n \cdot \dot{\psi} - n \cdot Q_B \cdot \vartheta &= 0 \\ \ddot{\psi} - n \cdot \dot{\vartheta} - n \cdot Q_B \cdot \psi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Решение данной системы уравнений запишется

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= c_1 \cdot \cos(n - Q_B) \cdot t + c_2 \cdot \sin(n - Q_B) \cdot t + c_3 \cdot \cos Q_B t + \\ &+ c_4 \cdot \sin Q_B t \\ \psi &= c_2 \cdot \cos(n - Q_B) \cdot t - c_1 \cdot \sin(n - Q_B) t - c_3 \cdot \sin Q_B t + \\ &+ c_4 \cdot \cos Q_B t \end{aligned} \right\} \quad (25),$$

где $\omega_{0B} - \omega_0 = Q_B$

Первые два слагаемые выражений (25) описывают нутационные колебания гиросаятника с частотой $(n - Q_B)$, третье и четвертое слагаемые – прецессионные колебания гиросаятника с частотой Q_B .

Величина прецессионных колебаний существенно изменяется в зависимости от параметров вибрации (амплитуды и частоты вибрации).

Таким образом, в третьей главе теоретически доказана целесообразность замены действия вибрации на динамическую силу.

В четвертой главе приведены методики и результаты экспериментальных исследований, а также проведено компьютерное моделирование укороченных (прецессионных) уравнений движения гиromаятника, установленного на вибрирующем основании с переменными и постоянными коэффициентами. Экспериментальные исследования и компьютерное моделирование подтверждают качественно и количественно теоретические исследования гиromаятника на вибрирующем основании.

В процессе проведения экспериментов был зафиксирован режим, в котором прецессия гиromаятника отсутствовала, т.е. гиromаятник на вибрирующем основании вел себя как астатический гироскоп. Данное состояние гиromаятника было зафиксировано при следующих параметрах вибрации: амплитуда вибрации $S_0=1.2$ мм; круговая частота $\omega = 580$ рад\сек, т.е. скорость вибрации $V_{\text{виб.}}=0.7$ м\с.

Было получен режим, в котором скорость прецессии гиromаятника, расположенного на вибрирующем основании совпала по величине со скоростью прецессии гиromаятника, установленного на неподвижном основании (частота вибрации $f = 130$ Гц; скорости вибрации $V = 0.9$ м\с; $S_0=1.2$ мм)

В результате компьютерного моделирования были получены законы движения гиromаятника по углам Ψ и ϑ . Для гиromаятника со смещенным вниз центром масс компьютерное моделирование показало, что решения, полученные для углов ψ и ϑ моделированием уравнений с переменными коэффициентами полностью совпадает с решением, полученным с применением понятия вибрационной силы.

Для гиromаятника со смещенным вверх центром масс, установленного на вибрирующем основании, в случае, когда сила тяжести равна вибрационной силе ($\omega = 583$ рад\сек, $V_{\text{виб.}} = 0.7$ м\сек, $S_0 = 1.2$ мм) у гиromаятника остаются только нутационные колебания, т.е. гиromаятник ведет себя как астатический гироскоп. Дальнейшее увеличение скорости вибрации приводит к уменьшению периода прецессионных колебаний. Когда вибрационная сила больше силы тяжести примерно в 1,7 раза ($V_{\text{виб.}} = 0.965$ м\с) период прецессии гиromаятника, установленного на вибрирующем основании, равен периоду гиromаятника, установленного на неподвижном основании.

Оценка погрешности эксперимента показывает достаточно хорошую достоверность полученных результатов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе впервые проведено исследование влияния динамических (вибрационных) сил на механическую систему, в качестве которой выбран гироскоп со смещенным центром масс типа гиromаятника. Показано, что математическая модель гиromаятника (технические уравнения) с введением понятия «вибрационные силы» существенно упрощается – система дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами представляется системой двух линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Введение вибрационной силы позволяет весьма просто объяснить наблюдаемые изменения характера прецессионных движений гироскопа со смещенным центром масс в зависимости от параметров вибрации.

Установлено, что в гироскопе со смещенным центром масс, расположенном на вибрирующем основании, скорость прецессии:

- зависит от амплитуды и частоты (S_0 ; ω) вибрации основания (т.е. от динамической силы);

- зависит от расположения центра масс гироскопа (выше или ниже точки подвеса гироскопа); меняет свое направление в зависимости от величины скорости (S_0 ; ω) вибрации (т.е. динамической силы по сравнению с силой тяжести);
- имеет место случай, когда прецессия отсутствует (динамическая сила уравнивает силу тяжести).

Экспериментально подтверждено количественное изменение характера прецессионного движения гиромаятника в зависимости от параметров вибрации. А именно:

- у гиромаятника со смещенным вниз центром масс происходит увеличение частоты прецессионных колебаний с увеличением вибрационной силы;
- у гиромаятника со смещенным вверх центром масс впервые удалось наблюдать и количественно оценить необычные состояния прецессионного движения гиромаятника: в случае равенства вибрационной силы и силы тяжести гироскоп со смещенным центром масс ведет себя как астатический гироскоп (прецессионные колебания практически отсутствуют); когда вибрационная сила больше силы тяжести примерно в 1,7 раза частота прецессии гиромаятника, установленного на вибрирующем основании, становится равной частоте прецессии гиромаятника, установленного на неподвижном основании.

Экспериментальные исследования и компьютерное моделирование подтверждают целесообразность замены действия вибрации основания на вибрационную силу при проведении различных исследований гироскопа со смещенным центром масс, установленного на вибрирующем основании.

Полученные результаты динамики гиромаятника на вибрирующем основании позволяют определить величину и направление действия динамической силы, что в свою очередь, дает возможность разрабатывать новые, эффективные методы устранения действия вибрации основания на точность измерения корректируемыми гироскопическими приборами со смещенным центром масс.

Публикации. Основные научные результаты достаточно полно отражены в опубликованных работах:

1. Волкова В.С. (Иванова В.С.), Копытов В.И. Влияние вибрации основания на прецессионное движение гиromaятника // Современные техника и технологии: Труды седьмой международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Томск: Изд. ТПУ, 2001. – Т.1. – СС. 125-127.
2. Волкова В.С. (Иванова В.С.), Глазачев В. И. Копытов В.И Вибрационные силы и их проявления // 8-мой всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов // Пермь, 2001. – с.162
3. Volkova V.S. (Ivanova V.S.), Kopytov V.I. Base vibration influence on the gyro pendulum precession motion // Proceedings of the 5-th Korea-Russia International Symposium on Science and technology (KORUS 2001), Tomsk, TPU pp.29-32.
4. Иванова В.С.(Волкова В.С.) Влияние вибрационных сил на динамику гиromaятника // Решетневские чтения: Тезисы докладов V Всерос. Научной конф., посвящ. Генеральн. Конструктора ракетно-космич. Систем, проводимой в составе 1-ого Международного Сибирского Авиакосмического салона «САКС-2001» / САА. – Красноярск, 2001. -. С 101-102.
5. Ivanova V.S. (Volkova V.S.) Experimental researches of the base vibration influence the on the gyro pendulum precession motion. //Proceedings of the 8th International Scientific and Practical conference of students, post-post-graduates and young scientists. Modern technique and technologies, MTT'2002, Russia, Tomsk, April 8-April 12, 2002, pp.42-43.
6. Ivanova V.S. (Volkova V.S.), Kopytov V.I. The use of conception “vibration force” in gyroscope. // Proceedings of the 6-th Korea-Russia International Symposium on Science and technology (KORUS 2002), Novosibirsk, NSTU.

Подписано к печати **12.11.2003**

Формат 60×84/24. Бумага

Плоская печать. Усл. печ.л. 1 .Ус.-изд.л. 0,93

Тираж **100** экз. Заказ №