АНАЛИЗ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ ПОЛОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА

С.Х.К. Лэ
Научный руководитель: М.А. Шеремет, д.ф.-м.н., доцент
Томский политехнический университет
E-mail: lexuanhoangkhoa@gmail.com

Введение

Развитие энергетики и электроники ведет к повышению тепловых нагрузок различных элементов оборудования, входящего в состав энергетических систем [1–3]. Одним из способов надежного теплоотвода является применение различного рода интенсификаторов [4–6], а также пористых вставок [7, 8]. Прогнозирование их работы является актуальной задачей при создании стабильных систем отвода теплоты.

Постановка задачи

В настоящей работе моделируются режимы естественной конвекции в замкнутой пористой полости (рис. 1) с использованием различных моделей для описания транспортных процессов внутри пористой структуры.

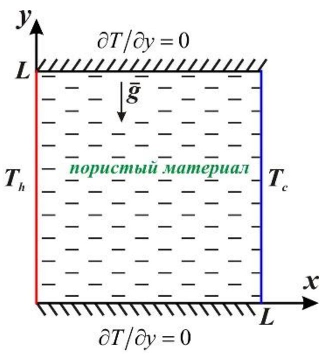

Рис. 1. Область решения задачи

Рассматривается квадратная область, заполненная пористым материалом, с изотермическими вертикальными стенками и адиабатическими горизонтальными стенками. Внутри полости циркулирует ньютоновская жидкость, удовлетворяющая приближению Буссинеска. Считается, что режим течения и теплопереноса является ламинарным.

Математическая модель

Для описания гидродинамики и теплопереноса внутри пористой полости используются дифференциальные уравнения, записанные в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность – температура», и три транспортные модели для пористой среды (модель Дарси, модель Дарси–Бринкмана и модель Дарси–Бринкмана–Форхгеймера). Для этих трех моделей уравнение энергии является общим:

$$\eta\frac{\partial\Theta}{\partial\tau}+\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial\Theta}{\partial X}-\frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\Theta}{\partial Y}=\frac{\alpha_{pf}}{\sqrt{\mathrm{Ra}\cdot\mathrm{Pr}}}\nabla^2\Theta. \quad (1)$$

Здесь X, Y – безразмерные декартовы координаты; Θ – безразмерная температура; Ψ – безразмерная функция тока; Ra – число Рэлея; Pr – число Прандтля; η – относительная объемная теплоемкость; α_{pf} – относительный коэффициент температуропроводности.

Уравнение Пуассона для функции тока в случае нелинейных моделей для пористой среды (Дарси–Бринкмана и Дарси–Бринкмана–Форхгеймера) имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}=-\Omega \quad (2)$$

Здесь Ω – безразмерная завихрённости скорости.

В случае же линейной модели Дарси уравнение Пуассона для функции тока может быть записано в виде:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}=-\mathrm{Da}\sqrt{\frac{\mathrm{Ra}}{\mathrm{Pr}}}\frac{\partial\Theta}{\partial X} \quad (3)$$

Оставшееся уравнение дисперсии завихренности имеет следующий вид:

– для модели Дарси–Бринкмана:

$$\varepsilon\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}+\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial\Omega}{\partial X}-\frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\Omega}{\partial Y}=\varepsilon\sqrt{\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Ra}}}\left(\frac{\partial^2\Omega}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Omega}{\partial Y^2}-\varepsilon\frac{\Omega}{\mathrm{Da}}\right)+\varepsilon^2\frac{\partial\Theta}{\partial X} \quad (4)$$

– для модели Дарси–Бринкмана–Форхгеймера:

$$\begin{aligned}\varepsilon\frac{\partial\Omega}{\partial\tau}+\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial\Omega}{\partial X}-\frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\Omega}{\partial Y}&=\varepsilon\sqrt{\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Ra}}}\left(\frac{\partial^2\Omega}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\Omega}{\partial Y^2}-\varepsilon\frac{\Omega}{\mathrm{Da}}\right)+\varepsilon^2\frac{\partial\Theta}{\partial X}-\frac{1.75}{\sqrt{150}}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mathrm{Da}}}\times\\&\times\sqrt{\left(\frac{\partial\Psi}{\partial X}\right)^2+\left(\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\right)^2}\left\{\Omega-\frac{\left(\frac{\partial\Psi}{\partial X}\right)^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}+\left(\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\right)^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2}+2\frac{\partial\Psi}{\partial X}\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\frac{\partial^2\Psi}{\partial X\partial Y}}{\left(\frac{\partial\Psi}{\partial X}\right)^2+\left(\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\right)^2}\right\} \quad (5)\end{aligned}$$

В результате применение модели Дарси ограничивается уравнениями (1) и (3), модели Дарси–Бринкмана – уравнениями (1), (2) и (4), а модели Дарси–Бринкмана–Форхгеймера – уравнениями (1), (2) и (5).

Граничные условия для сформулированных дифференциальных уравнений в частных производных запишем в безразмерном виде:

- на горизонтальных стенках: $\Psi = 0,\ \partial\Psi/\partial Y = 0,\ \partial\Theta/\partial Y = 0$,
- на левой стенке $X = 0$: $\Psi = 0,\ \partial\Psi/\partial X = 0,\ \Theta = 1$,
- на правой стенке $X = 1$: $\Psi = 0,\ \partial\Psi/\partial X = 0,\ \Theta = 0$

Сформулированная краевая задача математической физики решались методом конечных разностей. Значения завихренности скорости на стенках определялись на основе соотношения второго порядка точности [9, 10]. Для численного решения уравнений параболического типа (1), (4) и (5) применялась локально-одномерная схема Самарского. Аппроксимация уравнений эллиптического типа (2) и (3) проводилась на основе центральных разностей. Разработанный алгоритмы были протестированы на тестовых задачах, а также на множестве сеток.

Результаты

Моделирование было проведено в широком диапазоне изменения определяющих параметров: $10^4 \le \mathrm{Ra} \le 10^6$ и $10^{-4} \le \mathrm{Da} \le 10^{-2}$. В результате исследований установлены корреляционные соотношения для среднего числа Нуссельта на нагреваемой стенке для рассмотренных моделей пористой среды:

– для модели Дарси:

$$\overline{Nu} = 0.389 \cdot \mathrm{Ra}^{0.501} \cdot \mathrm{Da}^{0.501}$$

– для моделей Дарси–Бринкмана и Дарси–Бринкмана–Форхгеймера:

$$\overline{Nu} = 0.181 \cdot \mathrm{Ra}^{0.347} \cdot \mathrm{Da}^{0.211}$$

Представленные зависимости отражают получение завышенных значений интенсивности теплообмена в случае линейной модели Дарси, когда рассматривается течение с умеренными скоростями и проницаемостью среды. В случае же низких значения чисел Рэлея и Дарси расхождения между моделями будут минимальны, что позволяет применять модель Дарси для расчетов. Также следует отметить, что в рассматриваемом диапазоне изменения чисел Рэлея и Дарси нелинейные модели отражают сопоставимые результаты по интегральному теплообмену.

Заключение

Было проведено математическое моделирование режимов термогравитационной конвекции в пористой полости с использованием линейной и нелинейных моделей гидродинамики внутри пористой среды. Получены корреляционные соотношения для среднего числа Нуссельта. Показаны особенности учета нелинейности в случае умеренного течения внутри полости.

Список использованных источников

1. Nikolaenko Yu.E., Alekseik Ye.S., Kozak D.V., Nikolaienko T.Yu. Research on two-phase heat removal devices for power electronics // Thermal Science and Engineering Progress. – 2018. – Vol. 8. – P. 418–425.
2. Wu R., Fan Y., Hong T., Zou H., Hu R., Luo X. An immersed jet array impingement cooling device with distributed returns for direct body liquid cooling of high power electronics // Applied Thermal Engineering. – 2019. – Vol. 162. – 114259.
3. Bahiraei M., Heshmatian S. Electronics cooling with nanofluids: A critical review // Energy Conversion and Management. – 2018. – Vol. 172. – P. 438–456.
4. Chen H.T., Lin M.C., Chang J.R. Numerical and experimental studies of natural convection in a heated cavity with a horizontal fin on a hot sidewall // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2018. – Vol. 124. – P. 1217–1229.
5. Melka B., Smolka J., Hetmanczyk J., Lasek P. Numerical and experimental analysis of heat dissipation intensification from electric motor // Energy. – 2019. – Vol. 182. – P. 269–279.
6. Al-Maghalseha M., Mahkamov K. Methods of heat transfer intensification in PCM thermal storage systems: Review paper // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2018. – Vol. 92. – P. 62–94.
7. Asl A.K., Hossainpour S., Rashidi M.M., Sheremet M.A., Yang Z. Comprehensive investigation of solid and porous fins influence on natural convection in an inclined rectangular enclosure // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2019. – Vol. 133. – P. 729–744.
8. Astanina M.S., Rashidi M.M., Sheremet M.A., Lorenzini G. Effect of porous insertion on convective energy transport in a chamber filled with a temperature-dependent viscosity liquid in the presence of a heat source term // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2019. – Vol. 144. – 118530.
9. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
10. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.