

## ДЕТАЛИ МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИ СЛОЖНЫХ ВЯЗКИХ СРЕД В ОБЛАСТЯХ С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ СКВАЖИН

**М. Джанхорбани, С.Н. Харламов**

Научный руководитель - профессор, доктор физ. –мат. наук Харламов С. Н.

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г.Томск, Россия*

**Цель данной работы** состоит в систематизации сведений в вопросах численного моделирования и интегрирования уравнений математической физики высшего порядка с нетривиальной формулировкой краевых условий, вызванной особенностями взаимодействий компонент и фаз в гетерогенных и гомогенных смесях, нелинейностью изменений теплофизических свойств и формы границ области течения во внутренних системах (трубах и каналах), а также построения эффективного алгоритма интегрирования системы уравнений переноса импульса, тепла и массы для задач транспорта шлама по стволам скважины.

**Введение.** В настоящее время исследователи все чаще обращаются к программному продукту ANSYS FLUENT для прогноза гидродинамики и тепломассопереноса в сложных по составу смесях. Все это позволяет более детально (по физическим эффектам, условиям на границах) прогнозировать сложные процессы как в нескольких отдельных, так и взаимодействующих между собой фазах. При этом, фазы могут быть разнообразными жидкостями, газами или твердыми частицами с произвольными теплофизическими свойствами и практически в любой комбинации при выяснении особенностей интенсификации процессов тепло- и массопереноса, гидро- и газодинамических, ламинарно – турбулентных процессов. Стоит отметить, что использование компьютеров для численного решения дифференциальных уравнений, описывающих гидродинамику смесей в стволах скважин относится к работам Йохо и др. [4] Т.к. была разработана оригинальная модель транспорта шлама (NMB), в которую были включены стандартные данные бурения: скорость операций механического бурения, скорость насоса, размер долота, геометрия ствола скважины и механические свойства бурового раствора. Данная модель ориентирована на прогноз процессов формирования профиля ствола скважины, параметров очистки скважины путем расчета динамических и диффузионных локальных параметров (составляющих поля скоростей и концентраций) посредством численного интегрирования дифференциальных уравнений задачи, представленных в своей конечно-разностной форме, описывающих процессы переноса продуктов бурения по стволу скважины. Далее процесс поиска решений требовал уяснения особенностей движения составляющих смесей, поэтому возникла проблема построения полных моделей пространственных процессов переноса и выделения разработки более устойчивых алгоритмов системы определяющих уравнений. Вид отдельных уравнений математической модели представлен ниже.

**Детали моделирования.** Транспорт шлама по скважине описывается в рамках механики неоднородных гетерогенных и гомогенных сплошных сред (определяющие уравнения переноса массы импульса и энергии таких смесей представлены, например, в работах Нигматулина Р.И. [2]). Причем в рамках подхода Эйлера-Лагранжа жидкая фаза рассматривается как континуум и рассчитывается в рамках уравнений Навье-Стокса. Дисперсная фаза (частицы, пузырьки или капли) обменивается импульсом, массой и энергией с жидкой фазой. Основное предположение подхода - дисперсная вторая фаза занимает небольшую объемную долю. На практике эти проблемы подразумевают, что дискретная фаза должна присутствовать при довольно низкой объемной доле, обычно менее 10-12% [1].

Моделирование многофазной смеси в рамках подхода Эйлера допускает существование отдельных и взаимодействующих между собой фаз. Фазы могут быть жидкостями, газами или твердыми веществами практически в любой комбинации. Для каждой фазы используется эйлеров подход. В другом случае (в эйлерово-лагранжевом методе) анализ сложных гетерогенных смесей предполагается использование модели дискретной фазы.

Прогноз свойств многофазного потока как взаимопроникающего континуума опирается на понятие фазовых объемных долей:

$$V_q = \int_V \alpha_q dV \quad (1)$$

Уравнение неразрывности для фазы q имеет вид [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) + S_q \quad (2)$$

(где  $v_q$  - скорость фазы q, а  $\dot{m}_{pq}$  характеризует массообмен от p-й к q-й фазе. Баланс импульса для фазы q дает:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = -\alpha_q \nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau}_q + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \sum_{p=1}^n (\vec{R}_{pq} + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq} - \dot{m}_{qp} \vec{v}_{qp}) + (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{vm,q}) \quad (3)$$

где  $\tau$  - тензор напряжений-деформаций фазы

$$\check{\tau}_q = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{v}_q + \nabla \vec{v}_q^T) + \alpha_q (\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q) \nabla \cdot \vec{v}_q \vec{I} \quad (4)$$

Здесь  $\mu_q$  и  $\lambda_q$  - сдвиговая и объемная вязкость фазы  $q$ ,  $F_q$  - сила внешнего тела,  $F_{lift,q}$  - сила подъема,  $F_{vm,q}$  - сила виртуальной массы,  $R_{pq}$  - сила взаимодействия между фазами, а  $p$  - это сила давления разделяется на все фазы.  $R_{pq}$  определяется как:

$$\sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} = \sum_{p=1}^n K_{pq} (\vec{v}_p - \vec{v}_q) \quad (5)$$

где  $K_{pq}$  - коэффициент обмена между фазами.

Подъемная сила будет более значительной для более крупных частиц, при условии, что диаметр частиц намного меньше, чем расстояние между частицами. Однако включение подъемных сил не подходит для плотно упакованных частиц или для очень мелких частиц. Это дано:

$$\vec{F}_{lift} = -0.5 \rho_q \alpha_q (\vec{v}_q - \vec{v}_p) \times (\nabla \times \vec{v}_q) \quad (6)$$

«Виртуальный массовый эффект», возникающий, когда вторичная фаза  $p$  ускоряется относительно первичной фазы  $q$ . Инерция массы первичной фазы, с которой сталкиваются ускоряющиеся частицы (или капли, или пузырьки), оказывает «виртуальную массовую силу» на частицы, и это дается (сравнить с формулой, данной для метода Лагранжа):

$$\vec{F}_{vm} = 0.5 \alpha_p \rho_q \left( \frac{dq \vec{v}_q}{dt} - \frac{dp \vec{v}_p}{dt} \right) \quad (7)$$

Заметим, что эффект виртуальной массы является значительным, когда плотность вторичной фазы намного меньше плотности первичной фазы.

**Заключение.** В работе обсуждаются результаты транспорта шлама по скважинам, рассчитанные с привлечением указанных подходов Эйлера и Лагранжа. Установлено, что на характер движения частиц сильно влияет реология и режим течения смеси, а также закрутка стенки бурильной колонны. Эти процессы можно прогнозировать с помощью критериальных связей типа [Чен 3 ]

$$\nu_s = 120.0 \left( \frac{\mu_e}{d \rho_f} \right) \left[ \sqrt{1 + 0.0727 d \left( \frac{\rho_p}{\rho_f} - 1 \right) \left( \frac{d \rho_f}{\mu_e} \right)^2} - 1 \right] \quad (8)$$

#### Литература

1. <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node1.htm>
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. -М.: Наука, 1987. -Т.1. 464с.; -Т.2. -360с.
3. Chien,S.F. Settling Velocity of Irregularly Shaped Particles // SPE paper. -1993. -№ 26121.
4. Iyoho, A. W., Horeth II, J. M., & Veenkant, R. L. A Computer Model for Hole-Cleaning Analysis // Society of Petroleum Engineers. -1988. -№.9. doi:10.2118/16694-PA