

На правах рукописи



**Хо Минь Дай**

**ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ АНАЛИЗА  
ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ**

Специальность: 05.11.01 – Приборы и методы измерения  
(электрические и магнитные величины)

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Томск – 2021

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»

**Научный руководитель:** Муравьев Сергей Васильевич,  
доктор технических наук, профессор

**Официальные оппоненты:** Газизов Тальгат Рашитович,  
доктор технических наук, доцент, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, заведующий кафедрой телевидения и управления

Лысенко Игорь Евгеньевич,  
доктор технических наук, доцент, Инженерно-технологическая академия Южного федерального университета, г. Таганрог, главный научный сотрудник

Защита диссертации состоится «29» июня 2021 года в 15:00 часов на заседании диссертационного совета ДС.ТПУ.31 при федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» по адресу: 634028, г. Томск, ул. Савиных, 7, ауд. 215.

С диссертацией можно ознакомиться в Научно-технической библиотеке федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» и на сайте: [dis.tpu.ru](http://dis.tpu.ru)

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 2021 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат технических наук, доцент



П.Ф. Баранов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Повышение требований к качеству продукции и эффективности производства, обусловленное развитием науки и техники, влечет за собой радикальное изменение требований к измерениям. Одно из основных требований состоит в снижении погрешности (или неопределенности) результатов измерений. Стремление свести погрешность к минимуму характеризует основные направления развития практической метрологии и приборостроения. Эта направленность особенно важна в ситуациях, где требуемая точность измерений приближается к точности, которую могут обеспечить эталоны.

Повышение точности измерений, как правило, основано на оценивании погрешностей и различных способах их исключения из результатов измерений. К традиционным методам повышения точности измерений относятся итерационные методы, методы образцовых мер и тестовые методы. Для их эффективной реализации требуется вводить в измерительную систему аппаратную избыточность, метрологические характеристики которой нередко должны иметь более высокие значения по сравнению с исходной измерительной системой. Необходимым условием для применения традиционных методов является превалирование систематической составляющей погрешности над случайной составляющей, причем случайная составляющая возрастает после применения традиционных методов. Следовательно, при разработке методов повышения точности результатов измерений следует отдавать предпочтение подходам, обеспечивающим одновременное уменьшение всех составляющих погрешности вне зависимости от их природы и без необходимости введения аппаратной избыточности.

При обработке результатов измерений следует также учитывать, что могут иметь место определенные ограничения, накладываемые на допустимые свойства данных, такие как требования нормальности распределений и независимости наблюдений, отсутствия выбросов, постоянства дисперсии для всех наблюдений и т.д. Такие данные называются *гомоскедастичными*. Однако в реальных условиях результаты измерений часто характеризуются *гетероскедастичностью*, т.е. неравной дисперсией. Эта ситуация обычно имеет место при измерении определенной величины разными (разнотипными) приборами и (или) разными методами измерения или в разных условиях окружающей среды. Гетероскедастичность данных измерений возникает, в частности, в таких ситуациях, как: межлабораторные и (или) ключевые сличения, согласование значений фундаментальных констант, сбор данных с узлов сенсорных сетей и т.п. Традиционные методы параметрической статистики не могут эффективно работать с гетероскедастичными данными без предварительной проверки согласованности и устранения выбросов. Стандартной оценкой для таких данных является *взвешенное среднее*, для которой требования нормальности и независимости наблюдений остаются в силе.

**Целью диссертационной работы** является разработка и экспериментальные исследования методов повышения точности оценивания значений физических величин в условиях гетероскедастичности.

В связи с поставленной целью должны быть решены следующие **задачи**:

- анализ известных методов повышения точности результатов измерений;

- разработка аддитивного и мультипликативного методов повышения точности оценок измеряемых величин в совокупных измерениях;
- разработка метода повышения точности оценки опорного значения измеряемой величины с помощью агрегирования предпочтений;
- экспериментальные исследования аддитивного и мультипликативного методов повышения точности в совокупных измерениях сопротивления;
- экспериментальные исследования метода повышения точности оценки опорного значения с помощью агрегирования предпочтений при согласовании значений фундаментальных физических констант и измерениях напряжения постоянного тока и угловой скорости.

**Методы исследования.** Используются методы теории измерений, теории погрешностей, агрегирования предпочтений, а также теории многомерного регрессионного анализа. Численные экспериментальные исследования проводились с использованием метода Монте-Карло для генерации синтетических измерительных данных с помощью специально разработанного программного обеспечения в пакетах MATLAB и LabVIEW.

**Достоверность полученных результатов** диссертационной работы подтверждается сравнением результатов, полученных разработанными методами, с результатами, полученными известными методами обработки измерительных данных.

### **Научная новизна**

1. На основе параметрического уравнивания предложены, теоретически и экспериментально исследованы метод аддитивных совокупных измерений и метод мультипликативных совокупных измерений для линейных и мультипликативных комбинаций искомых измеряемых величин соответственно.
2. Предложен и исследован усовершенствованный метод комплексирования интервалов агрегированием предпочтений IF&PA, где первым результатом комплексирования является наилучшее дискретное значение в ранжировании консенсуса, найденном для набора наведенных интервалами ранжирований дискретных значений; второй результат комплексирования формируется повторным применением IF&PA к окрестности первого результата в границах, равных половине расстояния между соседними дискретными значениями.
3. Исследованы свойства разбиения диапазона актуальных значений (ДАЗ), полученного объединением исходных интервалов в методе IF&PA; показано, что влияние нормы разбиения ДАЗ на точность результата комплексирования носит существенно нелинейный характер.

**Практическая ценность работы.** Результаты диссертационной работы могут быть использованы для повышения точности обработки неравноточных интервальных измерительных данных. Типичными практическими применениями усовершенствованного метода IF&PA могут быть: межлабораторные и (или) ключевые сличения, согласование значений фундаментальных констант, сбор данных

с узлов сенсорных сетей и т.д. Разработанные методы аддитивных и мультипликативных совокупных измерений могут найти применение в совокупных измерениях для повышения точности измерения аддитивных величин.

**Реализация и внедрение результатов работы.** Результаты исследований использованы при выполнении НИР по гранту 18-19-00203 Российского научного фонда "Агрегирование предпочтений для решения задач обработки многомерных гетероскедастичных измерительных данных", 2018-2020 гг.

Результаты работы также используются: в федеральном бюджетном учреждении "Государственный региональный центр стандартизации, метрологии и испытаний в Томской области" при обработке результатов измерений; в учебном процессе отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники ТПУ. Акты внедрения приложены к диссертационной работе.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Предложенные методы аддитивных и мультипликативных совокупных измерений обеспечивают получение оценок измеряемой величины с неопределенностью в 2-3 раза меньшей по сравнению с методом непосредственной оценки.
2. Усовершенствованный метод IF&PA позволяет гарантированно повысить точность второго результата комплексирования и существенно снизить его неопределенность по сравнению с первым результатом комплексирования.
3. Нелинейный характер влияния нормы разбиения ДАЗ на точность результата комплексирования приводит к возможности появления одинаковых результатов при разных мощностях разбиения и служит основой для усовершенствования метода IF&PA.

**Апробация результатов работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях: XXIII Международная научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых "Научная сессия ТУСУР", г. Томск, 2018 г. (доклад отмечен дипломом II степени); XIV Международная научно-техническая конференция "Актуальные проблемы электронного приборостроения", г. Новосибирск, 2018 г. (диплом I степени); XV и XVI Международная научно-практическая конференция "Электронные средства и системы управления", г. Томск, 2019 и 2020 гг. (диплом III степени в 2019 г.); IX Международная конференция школьников, студентов, аспирантов, молодых ученых "Ресурсоэффективные системы в управлении и контроле: взгляд в будущее", г. Томск, 2020 г.; XIV Всероссийская научная конференция молодых ученых "Наука. Технологии. Инновации", г. Новосибирск, 2020 г.; International virtual conference IEEE SENSORS 2020, Rotterdam, The Netherlands, 2020; 17th IMEKO TC10 and EUROLAB Virtual Conference "Global Trends in Testing, Diagnostics & Inspection for 2030", Dubrovnik, Croatia, 2020.

**Публикации.** Основные результаты исследований отражены в 12 публикациях: 4 статьи в ведущих научных журналах и изданиях, рекомендуемых ВАК, все проиндексированы в базах данных Scopus и (или) Web of Science; 8 статей в сборниках трудов международных и российских конференций; 2 свидетельства о

государственной регистрации программ для ЭВМ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 105 наименований. Работа содержит 123 страницы основного текста, включая 30 рисунков и 23 таблицы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулирована цель исследований, определены решаемые задачи, указаны научная новизна и практическая ценность результатов работы.

**В первой главе** «Методы уменьшения систематической погрешности измерений» проведен анализ известных методов повышения точности измерений, включая итерационные методы, методы образцовых мер и тестовые методы.

Традиционные методы уменьшения систематической погрешности измерений строятся на принципах аппаратной или временной *избыточности*, которая позволяет получать дополнительную информацию об измеряемой величине и погрешностях измерений, и исключать последние из результата измерения.

Для реализации *итерационного метода* в состав средства измерения (СИ) требуется вводить обратный преобразователь, имеющий более высокую точность по сравнению с прямым преобразователем. При измерении неэлектрических величин, создание таких преобразователей во многих случаях представляет собой более сложную задачу, чем создание высокоточных СИ. Поэтому область применения итерационных методов ограничивается измерением электрических величин. Недостатком данного метода является то, что градуировочная характеристика (ГХ) средства измерения должна быть практически линейной и монотонной.

*Метод образцовых мер* состоит в определении реальной градуировочной характеристики СИ с помощью измерения образцовых сигналов, формируемых на выходе одной или нескольких мер, и решении системы уравнений для получения значения измеряемой физической величины. При существенно нелинейной ГХ необходимо использовать достаточное количество образцовых мер. Для применения метода образцовых мер и итерационного метода требуется коммутирующее устройство для отключения от СИ входной измеряемой величины и периодического подключения образцовых мер или выхода обратного преобразователя.

В *тестовом методе* измеряются сигналы блоков аддитивных и (или) мультипликативных тестов, формируемых из образцовых мер. Значение измеряемой величины определяется из системы уравнений, составленной с учетом комбинаций сигналов в зависимости от структуры СИ. При использовании тестового метода точность скорректированного результата зависит от стабильности тестовых блоков. Техническая сложность тестового метода при измерении электрических величин с использованием мультипликативных тестов заключается в необходимости обеспечивать высокое обобщенное входное сопротивление масштабного преобразователя. Недостатком тестового метода является также необходимость вычисления отношений разностей близких между собой чисел, что существенно увеличивает случайную составляющую погрешности. При измерении неэлектрических величин формирование блока аддитивных тестов на основе обратного

преобразователя часто сопряжено с техническими трудностями.

Проведенный в первой главе анализ показал, что при разработке методов повышения точности результатов измерений следует отдавать предпочтение подходам, обеспечивающим одновременное уменьшение всех составляющих погрешности вне зависимости от их природы и без необходимости введения аппаратной избыточности.

**Во второй главе** «Повышение точности оценок измеряемых величин в совокупных измерениях» предложены методы аддитивных и мультипликативных совокупных измерений.

Пусть имеются  $n$  объектов  $o_1, \dots, o_n$ , характеризующихся искомыми независимыми измеряемыми величинами  $X_1, \dots, X_n$  одного рода, значения которых представим в векторной форме  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ . Для получения оценок значений  $\mathbf{x}$  число необходимых измерений должно равняться  $n$ . При организации совокупных измерений проводят  $N$  измерений (где  $N$  – число известных функций, связывающих измеряемые величины),  $N > n$ ; причем,  $N - n$  избыточных измерений позволяют получить наилучшие оценки значений  $\mathbf{x}$  с повышенной точностью.

В известном *параметрическом методе уравнивания* (ПМУ) используется *система параметрических уравнений связи*  $y_i^* = f_i(x_1, \dots, x_n)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , где  $y_i^*$  – это истинные значения измеряемых величин в каждом  $i$ -ом опыте совокупных измерений. Пусть  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)^T$  – это вектор результатов измерений;  $\hat{y}_i$  – уравненные результаты измерений (значения функций);  $\mathbf{W} = \text{diag}(u_1^{-2}, \dots, u_N^{-2})$  – диагональная взвешенная матрица весов для  $\mathbf{y}$ , где  $u_i^2$  – неопределенность результата измерения  $y_i$ ;  $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)^T$  – вектор оценок значений искомых измеряемых величин.

ПМУ позволяет получать оценки  $\hat{\mathbf{x}}$  значений искомых измеряемых величин, которые зависят от степени линейности функций связи измеряемых величин  $f_i$ . Если эти функции существенно нелинейны, применение ПМУ требует дополнительных усилий по их линеаризации.

Указанный недостаток можно преодолеть, если при организации совокупных измерений формировать функции связи  $f_i$ , обеспечивая их линейность в виде  $f_i(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) = k_{i1}\hat{x}_1 + \dots + k_{in}\hat{x}_n$ , где  $k_{ij}$  – известные коэффициенты. При этом должны выполняться следующие условия: (i) функция  $f_i$  должна быть линейной комбинацией искомых измеряемых величин и (ii) из соображений практической реализуемости совокупных измерений, следует отдавать предпочтение двоичным значениям коэффициентов  $k_{ij}$ , т.е.  $k_{ij} \in \{0, 1\}$ . Приведенные выше соображения легли в основу разработки метода *аддитивных совокупных измерений* (АСИ).

В методе АСИ организуются измерения следующих комбинаций (т.е. сумм) значений величины на  $n$  объектах  $o_1, \dots, o_n$ : всех значений  $x_j$ , взятых по одному; всех значений  $x_j$ , взятых по два, и т.д. при  $j = 1, \dots, n$ . На рисунке 1 показаны возможные комбинации значений измеряемой величины в методе АСИ.

Число комбинаций значений (или измерений) величин  $k$  объектов равно  $C_n^k$ ,  $k = 1, \dots, n$ , а общее количество измерений (параметрических уравнений связи)

равно  $N = \sum_{k=1}^n C_n^k = 2^n - 1$ . Комбинация значений, взятых по  $k$  объектам, может быть представлена  $i$ -ой строкой бинарной ( $N \times n$ ) матрицы плана  $\mathbf{K}$ , где  $k_{ij} = 1$  (или 0) означает, что объект  $o_j$  присутствует (или отсутствует) в  $i$ -ой комбинации значений измеряемой величины.



Рисунок 1 – Возможные комбинации значений измеряемой величины

Матрица  $\mathbf{K}$  фактически задает последовательность (план) проведения измерений, где в каждом  $i$ -ом опыте измеряется  $i$ -ая величина, значение которой равно сумме значений величин  $x_j$ , имеющих коэффициент  $k_{ij} = 1$ ,  $i = 1, \dots, N$ , т.е.  $\hat{y}_i = k_{i1}\hat{x}_1 + \dots + k_{in}\hat{x}_n$ .

Вектор  $\hat{\mathbf{x}}$  оценок значений искомых измеряемых величин и его ковариационная матрица  $\mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}}$ , полученные методом АСИ, определяются по формулам:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{K}^T \mathbf{W} \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{W} \mathbf{y}, \quad \mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{K}^T \mathbf{W} \mathbf{K})^{-1}. \quad (1)$$

В работе предложен метод *мультипликативных совокупных измерений* (МСИ) на основе организации совокупных измерений, где измеряемые однородные величины комбинируются мультипликативно, т.е.  $f_i = c_i \prod_{j=1}^n x_j^{k_{ij}}$ , где  $c_i$  – известные коэффициенты;  $k_{ij}$  – известные элементы матрицы плана  $\mathbf{K}$ .

Вектор  $\hat{\mathbf{x}}$  оценок значений искомых измеряемых величин и его ковариационная матрица  $\mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}}$ , полученные методом МСИ, определяются по формулам:

$$\hat{\mathbf{x}} = \exp^\circ \left[ (\mathbf{K}^T \mathbf{W}_q \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{W}_q \mathbf{q} \right], \quad \mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}} = \text{diag}(\hat{\mathbf{x}}) (\mathbf{K}^T \mathbf{W}_q \mathbf{K})^{-1} \text{diag}(\hat{\mathbf{x}}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_N)^T$ ,  $q_i = \ln(y_i / c_i)$  – новые переменные после логарифмирования,  $\mathbf{W}_q = \text{diag}(y_1^2 u_1^{-2}, \dots, y_N^2 u_N^{-2})$  – диагональная взвешенная матрица для вектора  $\mathbf{q}$ ,  $\exp^\circ(\cdot)$  – поэлементное экспоненцирование.

Неопределенность  $u(\hat{x}_j)$  оценки  $\hat{x}_j$  значения искомой измеряемой величины, полученной методами АСИ и МСИ, рассчитываются как корень квадратный из  $j$ -го диагонального элемента матрицы  $\mathbf{U}_{\hat{\mathbf{x}}}$  в формулах (1) и (2), соответственно.

Предложенные методы позволяют снизить неопределенности оценок значений  $n$  искомых измеряемых величин и могут применяться в случае гетероскедастичности.

**В третьей главе** «Повышение точности оценки измеряемой величины с помощью агрегирования предпочтений» предложен метод повышения точности оценки измеряемой величины на основе комплексирования интервалов агрегированием предпочтений.

Метод комплексирования интервальных измерительных данных агрегированием предпочтений IF&PA (interval data fusion with preference aggregation) разработан в научном коллективе под руководством проф. Муравьева С.В.

Пусть  $x_k$  – результат измерения величины  $X$  с соответствующей стандартной неопределенностью  $u_k$ . Входные данные для IF&PA состоят из набора  $m$  замкнутых интервалов  $\{I_k\}$ ,  $k = 1, \dots, m$ , где каждый интервал  $I_k = [x_k^H, x_k^B]$  на вещественной оси характеризуется нижней границей  $x_k^H = x_k - u_k$ , верхней границей  $x_k^B = x_k + u_k$  и средней точкой  $x_k$ .

Цель метода IF&PA состоит в определении такого *результатирующего интервала*  $[x^* \pm u^*]$ , который согласован с максимальным количеством исходных интервалов  $\{I_k\}$ ,  $k = 1, \dots, m$ , и с максимальной степенью правдоподобия содержит значение  $x^*$ , которое может служить представителем всех этих интервалов. *Результатом комплексирования*  $x^*$  является средняя точка результирующего интервала с соответствующей неопределенностью  $u^*$ .

Метод IF&PA включает в себя три основных этапа, описанных ниже. Пример практической реализации этапов показан на рисунке 2.

**Этап 1.** Формирование *диапазона актуальных значений* (ДАЗ)  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  посредством объединения исходных интервалов  $\{I_k\}$ ,  $k = 1, \dots, m$ , где его нижняя и верхняя границы определяются по формулам

$$a_1 = \min\{x_k^H \mid k = 1, \dots, m\} \text{ и } a_n = \max\{x_k^B \mid k = 1, \dots, m\}; \quad (3)$$

объединенный интервал разбивается на  $n - 1$  равных подынтервалов длиной

$$h = (a_n - a_1) / (n - 1) \quad (4)$$

для получения дискретных элементов  $a_2, \dots, a_{n-1}$ , где  $a_i = a_{i-1} + h$ ,  $i = 2, \dots, n - 1$ .

**Этап 2.** Представление интервалов инранжированиями, т.е. ранжированиями, наведенными интервалами  $\{I_k\}$ , сформированными в соответствии с условиями при  $i, j = 1, \dots, n$ :

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & a_i \in I_k \text{ и } a_j \notin I_k \Rightarrow a_i \succ a_j; \\ \text{(ii)} \quad & a_i, a_j \in I_k \text{ или } a_i, a_j \notin I_k \Rightarrow a_i \sim a_j; \\ \text{(iii)} \quad & a_i \notin I_k \text{ и } a_j \in I_k \Rightarrow a_i \prec a_j; \\ \text{(iv)} \quad & a_i, a_j \text{ соседние элементы} \Rightarrow j \equiv i + 1, \end{aligned} \quad (5)$$

где используются два типа бинарных отношений – строгий порядок  $a_i \succ a_j$  и толерантность  $a_i \sim a_j$ ; построение профиля предпочтений  $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$  из  $m$  инранжирований  $\lambda_k$ .

**Этап 3.** Нахождение всех возможных ранжирований консенсуса  $\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N\}$  для профиля  $\Lambda$  по правилу Кемени рекурсивным алгоритмом ветвей и границ RECURSALL, после чего осуществляется свертка всех найденных ранжирований в единственное итоговое ранжирование консенсуса  $\beta_{\text{fin}}$ ; определение результата комплексирования  $x^*$  как наиболее предпочтительной альтернативы в итоговом ранжировании консенсуса  $\beta_{\text{fin}}$ .

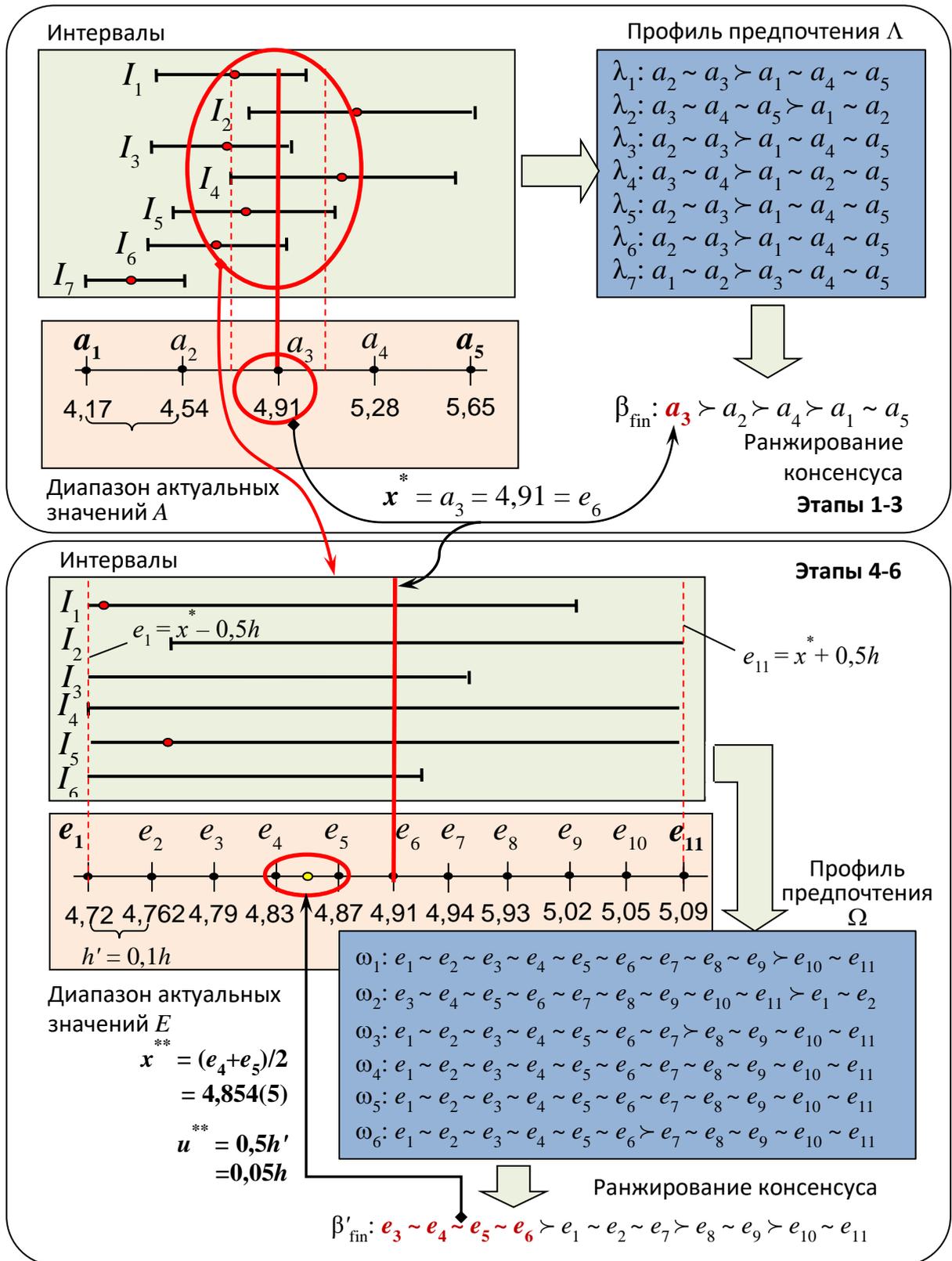


Рисунок 2 – Пример применения процедуры IF&PA

Неопределенность  $u^*$  результата комплексирования  $x^*$  зависит от нормы  $h$  и определяется по формуле:

$$u^* = \pm 0,5h. \tag{6}$$

Для вычисления  $h$  необходимо выбрать значение  $n$  числа подынтервалов (мощности разбиения) ДАЗ. Поскольку задача о ранжировании Кемени является

*NP*-трудной, т.е. характеризующейся экспоненциальным ростом времени решения от размерности задачи  $n$ , было принято ограничение  $n \leq 20$ , при котором алгоритм RECURSALL позволяет находить все точные ранжирования Кемени за приемлемое время в несколько миллисекунд.

Для снижения неопределенности  $u^*$  результата комплексирования  $x^*$  в диссертационной работе предложено усовершенствование метода IF&PA путем добавления этапов 4-6, представленных ниже.

**Этап 4.** Формирование нового ДАЗ  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{11}\}$  с нижней границей  $e_1 = x^* - 0,5h$  и верхней границей  $e_{11} = x^* + 0,5h$ ; разбиение ДАЗ  $E$  на  $n - 1 = 10$  равных подынтервалов длиной (нормой)  $h' = 0,1h$  для получения элементов  $e_2, e_3, \dots, e_{10}$  (см. рисунок 2).

**Этап 5.** Представление обновленных исходных интервалов  $\{I_k\}$  новыми инранжированиями  $\omega_k$ . Заметим, что исходные интервалы  $\{I_k\}$  входят в новый ДАЗ  $E$  только теми своими частями, которые удовлетворяют условию  $e_1 \leq e_i \leq e_{11}$ ,  $e_i \in I_k, i = 1, \dots, 11$ . Следовательно, некоторые из обновленных исходных интервалов будут усечены, а некоторые будут проигнорированы как не удовлетворяющие вышеупомянутому условию, т.е. значение  $m$  может уменьшиться до  $m_{\text{con}}$ . Инранжирования  $\omega_k$  формируются с использованием условий (5), где вместо  $A$  используется множество  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_{11}\}$ , а исходные интервалы  $\{I_k\}$  являются обновленными. Таким образом, формируется новый профиль предпочтения  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{m_{\text{con}}}\}$ .

**Этап 6.** Определение уточненного результата комплексирования  $x^{**}$  как наилучшей альтернативы в итоговом ранжировании консенсуса  $\beta'_{\text{fin}}$  для профиля  $\Omega$ . Выполняются те же операции, что и на этапе 3, но для нового профиля предпочтения  $\Omega$  вместо профиля  $\Lambda$ .

Неопределенность  $u^{**}$  результата комплексирования  $x^{**}$  рассчитывается как половина нормы разбиения  $h'$ , т.е.

$$u^{**} = 0,5h' = 0,05h. \quad (7)$$

Из формул (6) и (7) можно видеть, что точность второго результата комплексирования  $x^{**}$  существенно увеличивается по сравнению с первым результатом  $x^*$  за счет повторного использования IF&PA, что позволяет обновлять ДАЗ в окрестности  $x^*$  в границах, равных половине исходной нормы ДАЗ, т.е.  $\pm 0,5h$ .

Показанный на рисунке 2 пример применения метода IF&PA содержит следующие данные: исходный набор  $m = 7$  интервалов  $\{I_k\}$ ,  $k = 1, \dots, 7$ ; ДАЗ  $A = \{a_1, \dots, a_5\}$ ; его разбиение на  $n = 4$  подынтервала; соответствующий профиль предпочтений  $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_7\}$ ; результат первого комплексирования интервалов  $x^* = 4,91$ ; обновленный набор  $m_{\text{con}} = 6$  интервалов  $\{I_k\}$ ,  $k = 1, \dots, 6$  (интервал  $I_7$  не учитывается, так как он не пересекается с диапазоном  $E$ ); ДАЗ  $E = \{e_1, \dots, e_{11}\}$ , построенный вокруг  $x^* = e_6$  и разбитый на  $n = 10$  подынтервалов; соответствующий профиль предпочтений  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_6\}$ ; результат второго комплексирования интервалов  $x^{**} = 4,854(5)$ , рассчитанный как выборочная медиана четырех лучших альтернатив  $\{e_3, \dots, e_6\}$  для  $\beta'_{\text{fin}}$ ; и неопределенность результата второго комплексирования  $u^{**}$ .

Точность представления дискретных значений  $a_i$  напрямую связана с дли-

ной  $h$  подынтервала разбиения и, следовательно, с мощностью  $n$  разбиения. В работе показано, что влияние нормы  $h$  на точность результата комплексирования  $x^*$  существенно нелинейно.

Обозначим множество числовых последовательностей, полученных при разбиении ДАЗ на  $n - 1$  ( $n \in \mathbb{N}, n > 1$ ) равных подынтервалов, через  $A_n = \{a_1^{(n)}, a_2^{(n)}, \dots, a_i^{(n)}, \dots, a_n^{(n)}\}$ . Тогда для любой пары натуральных чисел  $p, q \in \mathbb{N}$  ( $p \neq q, p, q > 1$ ), имеем:

$$A_p = \{a_1^{(p)}, a_2^{(p)}, \dots, a_i^{(p)}, \dots, a_p^{(p)}\}, \quad (8)$$

$$A_q = \{a_1^{(q)}, a_2^{(q)}, \dots, a_j^{(q)}, \dots, a_q^{(q)}\}. \quad (9)$$

Ясно, что

$$a_j^{(q)} = a_1^{(q)} + (j-1)(a_q^{(q)} - a_1^{(q)}) / (q-1). \quad (10)$$

Пусть  $x_p^* = a_i^{(p)}$ ,  $i = 1, \dots, p$ , является результатом комплексирования, полученным с помощью метода IF&PA при разбиении ДАЗ на  $q - 1$  равных подынтервалов. Определим *точность* оценки  $x_p^*$ , понимаемой как отклонение  $x_p^*$  от его номинального значения  $x_{\text{НОМ}}$  следующим выражением:

$$\xi_p = x_p^* - x_{\text{НОМ}}. \quad (11)$$

В работе были исследованы свойства разбиений ДАЗ, что позволило получить неравенство

$$a_1^{(q)} + (j-1,5) \frac{a_q^{(q)} - a_1^{(q)}}{q-1} < x_{\text{НОМ}} < a_1^{(q)} + (j-0,5) \frac{a_q^{(q)} - a_1^{(q)}}{q-1}. \quad (12)$$

Из неравенства (12) с учетом выражений (8)-(10) следует неравенство для индекса  $j$ :

$$\frac{x_p^* - \xi_p - a_1^{(p)}}{a_p^{(p)} - a_1^{(p)}}(q-1) + 0,5 < j < \frac{x_p^* - \xi_p - a_1^{(p)}}{a_p^{(p)} - a_1^{(p)}}(q-1) + 1,5. \quad (13)$$

Для случая разбиения ДАЗ на  $q - 1$  равных подынтервалов, результат комплексирования может быть записан как  $x_q^* = a_j^{(q)} = a_1^{(q)} + (j-1)h_q$ , где индекс  $j$  удовлетворяет неравенству (13). Точность  $\xi_q$  оценки  $x_q^*$ , имеет вид:

$$\xi_q = x_q^* - x_{\text{НОМ}} = x_q^* - x_p^* + \xi_p. \quad (14)$$

Выражения (13) и (14) позволяют рассматривать точность  $\xi_q$  как функцию от мощности разбиения  $q$  и в явном виде исследовать ее интересные свойства. График поведения точности  $\xi_q$  при увеличении мощности  $q$  от 6 до 20 для каждого из трех различных номинальных значений  $x_{\text{НОМ}}$  показан на рисунке 3. Видно, что кривые на рисунке 3 имеют пилообразный характер. Это означает, что точность  $\xi_q$  может скачкообразно изменяться при монотонном увеличении числа подынтервалов разбиения  $q$  и зависит от положения (которое, вообще говоря, является случайной величиной) номинального значения  $x_{\text{НОМ}}$  относительно центра подынтервала длины  $h_q$ .

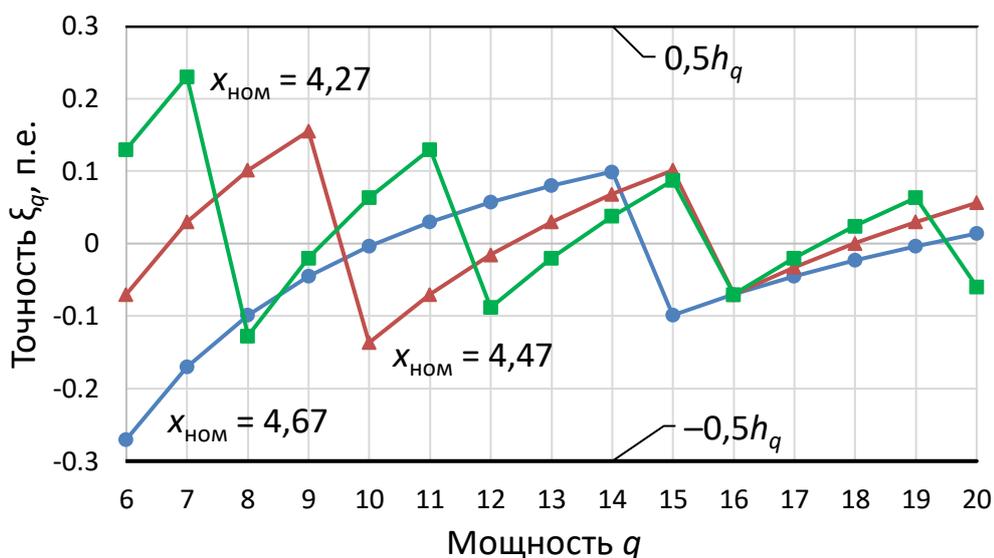


Рисунок 3 – Зависимость отклонения  $\xi_q$  от мощности  $q$  разбиения ДАЗ для  $x_{НОМ} = \{4,67, 4,47, 4,27\}$  при  $a_1^{(6)} = 2$  и  $a_6^{(6)} = 5$ ,  $p = 6$

Нежелательное влияние нелинейности разбиения ДАЗ на точность результата комплексирования существенно минимизируется предложенным в работе усовершенствованием IF&PA (см. описанные выше этапы 4-6).

**В четвертой главе** «Экспериментальные исследования предложенных методов повышения точности» приведены результаты экспериментальной апробации методов АСИ и МСИ в задаче повышения точности измерений активных сопротивлений; приведены результаты обработки синтетических и реальных интервальных данных усовершенствованным методом IF&PA при согласовании значений фундаментальных физических констант; рассматриваются также результаты обработки этим методом реальных данных для повышения точности измерений напряжения постоянного тока и угловой скорости. Все обрабатываемые измерительные данные характеризовались гетероскедастичностью.

*Исследования АСИ и МСИ.* Для получения линейных комбинаций искоемых измеряемых величин были организованы измерения сопротивлений пяти резисторов  $R_j, j = 1, \dots, 5$ , и всех их возможных 26 последовательных соединений, т.е. количество всех измерений  $N = 31$ . Измерения проводились двумя типами мультиметров, один из которых был примерно в 20 раз менее точным (UT61E), чем другой (AM-1097). Полученные результаты измерений были обработаны методом АСИ и, для сравнения, известным методом S&G и методом непосредственной оценки (НО) для получения оценок  $\hat{x}_j$  искоемых сопротивлений, их неопределенностей  $u(\hat{x}_j)$ .

О качестве каждого метода обработки результатов измерений судили по отклонению  $\xi_j$  полученной оценки  $\hat{x}_j$  сопротивления от ее номинального значения  $x_j^{НОМ}$ , как в формуле (11), и по неопределенности  $u(\hat{x}_j)$ , см. таблицу 1.

Из таблицы 1 видно, что отклонения оценок искоемых сопротивлений от номинальных значений, полученные разными методами приблизительно одинаковы при использовании обоих типов мультиметров; наименьшие неопределенности

оценок искомых сопротивлений получены методом АСИ; для наибольших номинальных сопротивлений выигрыш в неопределенности АСИ по сравнению с НО составил примерно 2 раза (для мультиметра повышенной точности) и 3 раза (для мультиметра пониженной точности).

Таблица 1 – Неопределенности  $u(\hat{x}_j)$  и отклонения  $\xi_j$ , Ом, полученные методами АСИ, S&G и НО

$R_j$	$x_j^{\text{НОМ}}$	Мультиметр повышенной точности						Мультиметр пониженной точности					
		НО		S&G		АСИ		НО		S&G		АСИ	
		$u(\hat{x}_j)$	$\xi_j$	$u(\hat{x}_j)$	$\xi_j$	$u(\hat{x}_j)$	$\xi_j$	$u(\hat{x}_j)$	$\xi_j$	$u(\hat{x}_j)$	$\xi_j$	$u(\hat{x}_j)$	$\xi_j$
R <sub>1</sub>	100	0,18	0,01	2,18	0,00	<b>0,18</b>	<b>0,01</b>	0,61	0,01	12,67	0,80	<b>0,61</b>	<b>0,01</b>
R <sub>2</sub>	1100	1,06	0,25	2,29	0,42	<b>0,65</b>	<b>0,29</b>	6,49	1,97	12,72	1,29	<b>4,25</b>	<b>1,97</b>
R <sub>3</sub>	1100	1,06	0,25	2,29	0,54	<b>0,65</b>	<b>0,30</b>	6,49	2,07	12,72	1,43	<b>4,25</b>	<b>2,04</b>
R <sub>4</sub>	4420	2,71	0,45	2,38	1,10	<b>1,54</b>	<b>0,87</b>	32,08	5,07	13,52	2,66	<b>11,77</b>	<b>2,94</b>
R <sub>5</sub>	4420	2,71	0,65	2,38	1,15	<b>1,54</b>	<b>1,02</b>	32,08	5,07	13,52	2,66	<b>11,77</b>	<b>2,97</b>

Для получения *мультипликативных комбинаций* искомых измеряемых величин были проведены три опыта, в которых использовалась мостовая схема. В каждом опыте, разные комбинации резисторов R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> и R<sub>3</sub> были включены в плечи мостовой цепи, а в роли регулируемого плеча R<sub>c<sub>i</sub></sub>,  $i = 1, 2, 3$ , использовался калибратор Fluke 5520A. В качестве гальванометра использовался модуль мультиметра National Instruments NI PXI-4072, который позволяет измерять малые токи. В каждом опыте мост уравнивался путем регулировки R<sub>c<sub>i</sub></sub> с помощью калибратора Fluke 5520A до достижения нулевого значения тока, протекающего через гальванометр.

Результаты измерений были обработаны методом МСИ, см. таблицу 2. Для сравнения искомые сопротивления измерялись также методом НО с использованием мультиметра АМ-1097 в режиме омметра.

Таблица 2 – Неопределенности  $u(\hat{x}_j)$  и отклонения  $\xi_j$ , Ом, полученные методами МСИ и НО

$R_j$	$x_j^{\text{НОМ}}$	НО		МСИ	
		$\xi_j$	$u(\hat{x}_j)$	$\xi_j$	$u(\hat{x}_j)$
R <sub>1</sub>	4420	0,35	2,71	<b>0,25</b>	<b>0,16</b>
R <sub>2</sub>	1100	0,35	1,06	<b>0,22</b>	<b>0,07</b>
R <sub>3</sub>	1000	0,25	1,01	<b>0,23</b>	<b>0,06</b>

Из таблицы 2 видно, что неопределенности оценок искомых сопротивлений, полученные методом МСИ, в 16-17 раз меньше по сравнению с методом НО.

Исследования усовершенствованного IF&PA при согласовании значений фундаментальных физических констант. Согласованный набор рекомендованных значений основных фундаментальных констант периодически обновляется Комитетом по данным Международного союза науки ICSU (КОДАТА). В диссертационной работе усовершенствованный метод IF&PA был применен для обработки как синтетических (смоделированных) случайных значений, так и реальных значений постоянной Планка, взятых из наборов данных КОДАТА.

Для проверки метода на синтетических данных были сгенерированы 100 индивидуальных задач для нормального и равномерного распределений постоянной Планка с номинальным значением  $x_{\text{ном}} = 6,626070150 (69) \times 10^{-34}$  Дж·с (рекомендованное значение КОДАТА 2017 г.) при  $m = 15$ . Для каждой индивидуальной задачи данные обрабатывались методом IF&PA и традиционным методом Бёрджа, основанным на вычислении среднего взвешенного значения. Были определены соответствующие результирующие оценки  $x^{**}$  и  $x_{\text{birge}}$  постоянной Планка  $h$  вместе с их относительными неопределенностями  $u_{\Gamma}^{**} = u^{**}/x^{**}$  и  $u_{\text{birge}_\Gamma} = u_{\text{birge}}/x_{\text{birge}}$ . Мерами точности процедур IF&PA и Бёрджа являлись соответственно  $\xi^{**} = |x_{\text{ном}} - x^{**}|$  и  $\xi_{\text{birge}} = |x_{\text{ном}} - x_{\text{birge}}|$ . Результаты, полученные двумя методами для конкретной индивидуальной задачи, сведены в таблицу 3.

Таблица 3 – Оценки постоянной Планка для одной из индивидуальных задач

Метод	Оценка $h$ , Дж·с	Оценка $u_{\Gamma}$	$\xi / 10^{-34}$ , Дж·с
Бёрджа	$x_{\text{birge}} = 6,626\ 070\ 153 (23) \times 10^{-34}$	$u_{\text{birge}_\Gamma} = 6,76 \times 10^{-10}$	$\xi_{\text{birge}} = 2,5 \times 10^{-9}$
IF&PA	$x^{**} = 6,626\ 070\ 149 (97) \times 10^{-34}$	$u_{\Gamma}^{**} = 1,10 \times 10^{-9}$	$\xi^{**} = 7,2 \times 10^{-10}$

На рисунке 4 показаны кривые  $\xi(v)$  и  $u(v)$ , где значения отклонений  $\xi$  и неопределенностей  $u$  отсортированы в порядке возрастания, а  $v$  – это номер индивидуальной задачи. На графике точность визуализируется расстоянием между кривыми  $\xi(v)$ ,  $u(v)$  и осью  $x$ ; чем меньше расстояние, тем выше точность метода.

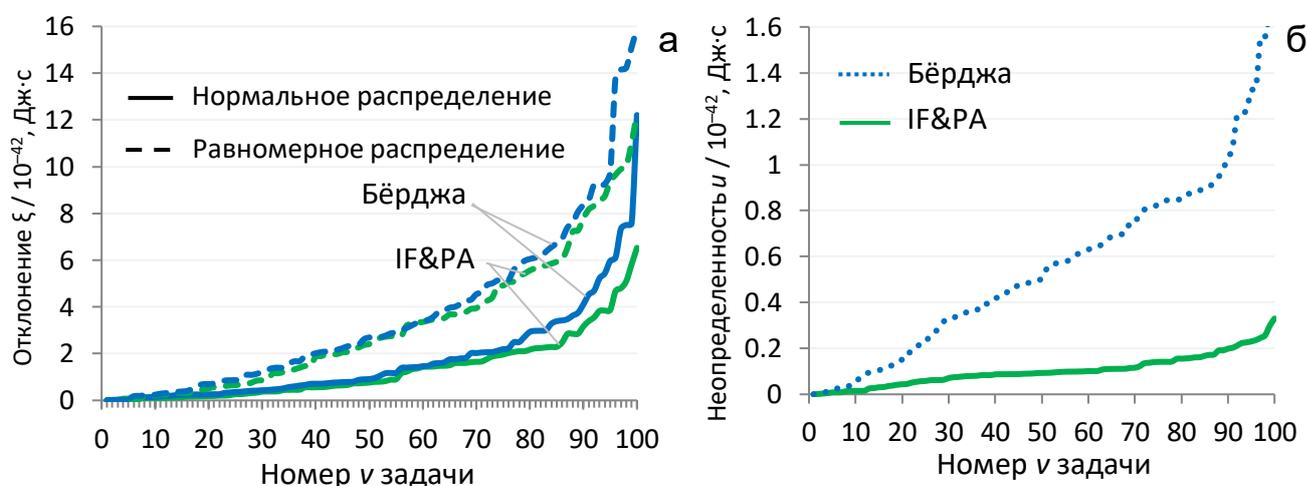


Рисунок 4 – Отклонения  $\xi$  (а) и неопределенности  $u$  (б), полученные методами IF&PA (зеленые линии) и Бёрджа (синие линии)

Из рисунка 4 видно, что кривые  $\xi(v)$  для IF&PA ближе к оси  $x$ , чем кривые, полученные методом Бёрджа как для нормального, так и для равномерного распределения; а неопределенности, полученные с помощью IF&PA, существенно ниже, чем неопределенности процедуры Бёрджа. Эти результаты указывают на более высокую точность IF&PA по сравнению с процедурой Бёрджа.

Проверка метода на реальных данных проводилась для значений постоянной Планка, использованных при согласованиях КОДАТА в 2006 и 2017 гг. Результаты обработки исходных данных согласования КОДАТА 2017 г. (см. рисунок 5), целью которого был пересмотр Международной системы единиц, приве-

дены в таблице 4. Оценка, найденная методом Бёрджа, является официально принятой в качестве рекомендованного значения КОДАТА 2017 г.

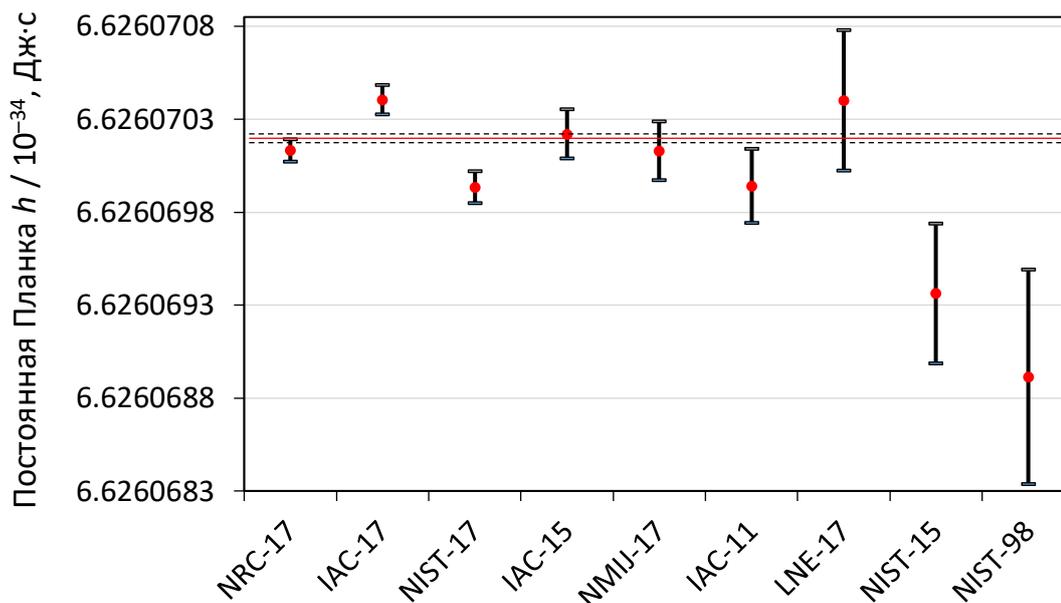


Рисунок 5 – Измеренные значения постоянной Планка, предоставленные различными организациями (обозначения даны в соответствии с кодификацией КОДАТА); оценка  $h^{**}$  IF&PA (красная линия) и границы неопределенности (пунктирные линии)

Таблица 4 – Полученные оценки постоянной Планка для данных рисунка 5

Метод	Оценка $h$ , Дж·с	Оценка $u_r$
Бёрджа	$h_{\text{birge}} = 6,626\ 070\ 150\ (69) \times 10^{-34}$	$u_{\text{birge}_r} = 1,0 \times 10^{-8}$
<b>IF&amp;PA</b>	<b><math>h^{**} = 6,626\ 070\ 136\ (06) \times 10^{-34}</math></b>	<b><math>u_r^{**} = 1,3 \times 10^{-9}</math></b>

Из таблицы 4 видно, что оценка IF&PA довольно близка к рекомендованной и имеет гораздо меньшую неопределенность. Заметим, что для получения результата комплексирования метод IF&PA использовал все девять доступных исходных значений постоянной Планка, в то время как метод Бёрджа был вынужден не включать значение NIST-98 в итоговое согласование.

*Исследования усовершенствованного IF&PA для обработки результатов измерений напряжения постоянного тока и угловой скорости.* В диссертационной работе была проведена апробация усовершенствованного метода IF&PA при обработке реальных интервальных данных, полученных при измерении

- напряжения постоянного тока пятью цифровыми мультиметрами разных моделей M838, DT9205A, UT61E, В7-38М и МУ-68 и
- угловой скорости разными пятью МЭМС-гироскопами L3G4200D, установленными в различных точках специального поворотного стола с программным управлением.

Результаты сравнивали с результатами обработки тех же исходных данных методом взвешенного среднего (ВС). Для методов IF&PA и ВС рассчитывались оценки опорного значения измеряемой величины, ее неопределенности, и отклонения оценки опорного значения от ее номинального значения.

В таблице 5 приведены оценки опорных значений  $x^{**}$  и  $x_{BC}$  при измерении напряжения постоянного тока, соответствующих неопределенностей  $u^{**}$  и  $u_{BC}$ , а также отклонений  $\xi^{**}$  и  $\xi_{BC}$ , полученные методами IF&PA и BC, соответственно, при различных номинальных значениях  $x_{НОМ}$ , формируемых прецизионным калибратором Fluke 5520A.

Таблица 5 – Результаты применения методов IF&PA и BC при измерении постоянного напряжения

$x_{НОМ}$ , В	IF&PA			BC		
	$x^{**}$ , В	$u^{**}$ , В	$\xi^{**}$ , В	$x_{BC}$ , В	$u_{BC}$ , В	$\xi_{BC}$ , В
1	<b>0,9993</b>	<b>0,0001</b>	<b>0,0007</b>	0,9997	0,0005	0,0003
5	<b>4,9998</b>	<b>0,0007</b>	<b>0,0002</b>	4,9990	0,0038	0,0010
10	<b>9,9998</b>	<b>0,0012</b>	<b>0,0002</b>	9,9999	0,0060	0,0001
25	<b>25,0045</b>	<b>0,0045</b>	<b>0,0044</b>	25,0028	0,0107	0,0028
50	<b>49,9959</b>	<b>0,0077</b>	<b>0,0041</b>	49,9907	0,0381	0,0093

На рисунке 6 показаны отклонения опорных значений от  $x_{НОМ}$ , полученные методами IF&PA и BC, и соответствующие неопределенности в зависимости от количества  $n$  подынтервалов и номинальных значений постоянного напряжения.

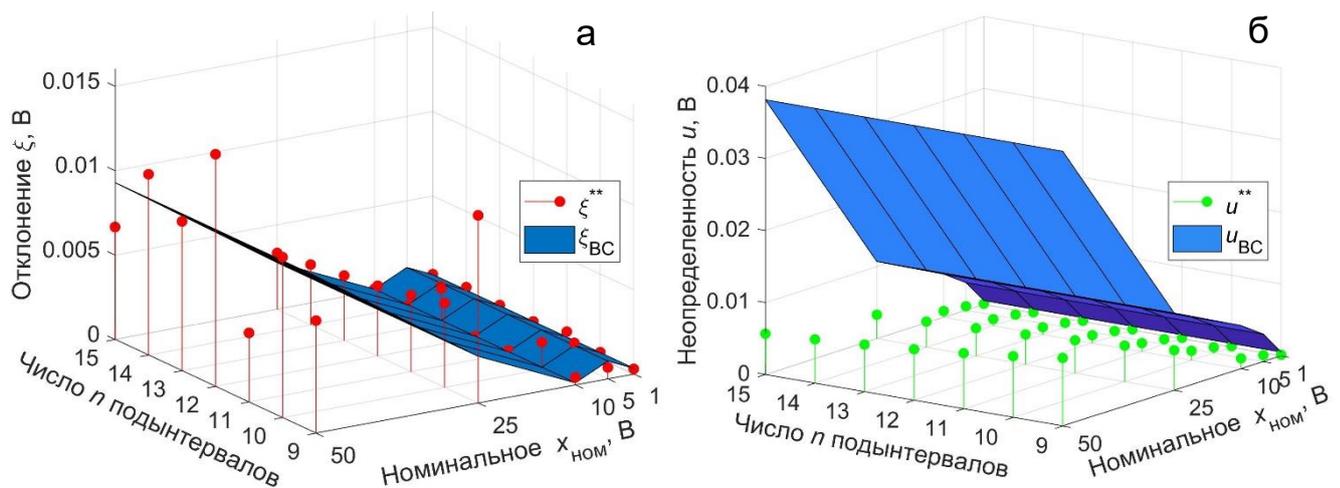
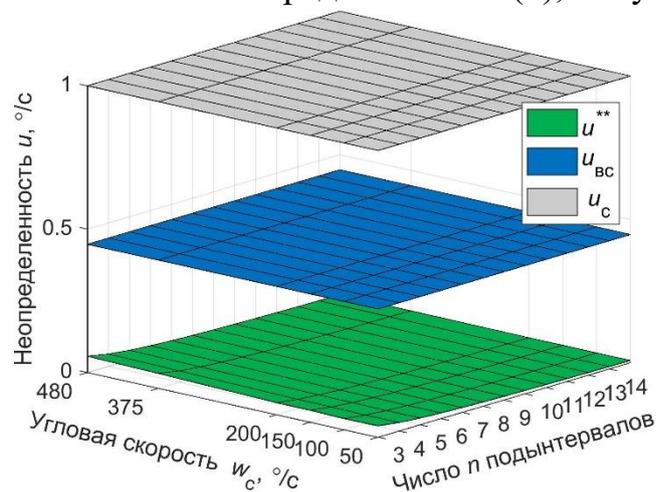


Рисунок 6 – Отклонения оценок опорных значений от  $x_{НОМ}$  (а) и соответствующие неопределенности (б), полученные методами IF&PA и BC



На рисунке 7 показаны значения неопределенностей, полученные с помощью IF&PA  $u^{**}$  (зеленая кривая), BC  $u_{BC}$  (синяя кривая), и номинальных неопределенностей  $u_c$  гироскопов (серая кривая) в зависимости от номинальных значений  $w_c$  и мощности  $n$ .

Рисунок 7 – Неопределенности методов IF&PA и BC при разных мощностях  $n$  и номинальных значениях угловых скоростей

В таблице 6 приведены результаты оценки опорных значений  $w^{**}$  и  $w_{BC}$  угловой скорости, соответствующих неопределенностей  $u^{**}$  и  $u_{BC}$ , полученные методом IF&PA и BC соответственно при различных номинальных значениях  $w_c$  с неопределенностями  $u_c$ .

Таблица 6 – Результаты применения методов IF&PA и BC при измерении угловой скорости

$w_c, \text{ }^\circ/\text{с}$	$u_c, \text{ }^\circ/\text{с}$	IF&PA		BC	
		$w^{**}, \text{ }^\circ/\text{с}$	$u^{**}, \text{ }^\circ/\text{с}$	$w_{BC}, \text{ }^\circ/\text{с}$	$u_{BC}, \text{ }^\circ/\text{с}$
480	0,2500	<b>480,2241</b>	<b>0,0155</b>	480,1825	0,4472
270	0,2500	<b>269,9902</b>	<b>0,0123</b>	269,8885	0,4472
200	0,1250	<b>200,1525</b>	<b>0,0114</b>	200,0110	0,4472
150	0,1250	<b>150,1105</b>	<b>0,0114</b>	150,0258	0,4472
100	0,1250	<b>100,1090</b>	<b>0,0105</b>	100,0038	0,4472
50	0,1250	<b>50,0876</b>	<b>0,0108</b>	50,0080	0,4472

Из полученных результатов следует, что в большинстве случаев опорные значения измеряемых величин, полученные IF&PA и BC, различаются незначительно, что позволяет считать оценку IF&PA достоверной. Значения неопределенности, полученные процедурой IF&PA, в среднем в десять раз ниже, чем значения, полученные методом BC.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

- Предложены, теоретически и экспериментально исследованы метод аддитивных совокупных измерений и метод мультипликативных совокупных измерений для линейных и мультипликативных комбинаций искомых измеряемых величин соответственно. Методы обеспечивают получение оценок измеряемой величины с неопределенностью в 2-3 раза меньшей по сравнению с методом непосредственной оценки.
- Предложен и исследован усовершенствованный метод комплексирования интервалов IF&PA, где первым результатом комплексирования является наилучшее дискретное значение в ранжировании консенсуса, найденном для набора наведенных интервалами ранжирований дискретных значений; а второй результат комплексирования формируется повторным применением IF&PA к окрестности первого результата в границах, равных половине расстояния между соседними дискретными значениями. Метод позволяет гарантированно повысить точность второго результата комплексирования и существенно снизить его неопределенность по сравнению с первым результатом комплексирования.
- Исследованы свойства разбиения диапазона актуальных значений (ДАЗ), полученного объединением исходных интервалов в методе IF&PA. Нелинейный характер влияния нормы разбиения ДАЗ на точность результата комплексирования приводит к возможности появления одинаковых результатов при разных мощностях разбиения и служит основой для усовершенствования метода IF&PA.
- Экспериментальные результаты подтвердили возможность применения раз-

работанных методов АСИ, МСИ и усовершенствованного IF&PA в таких задачах, как получение надежных оценок значений физических величин и согласование значений фундаментальных физических констант в условиях гетероскедастичности.

- Результаты диссертационной работы были использованы в Государственном региональном центре стандартизации, метрологии и испытаний в Томской области и в отделении автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники ТПУ, а также при выполнении НИР по гранту РФФИ 18-19-00203.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### *Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК*

1. Но, М.Д. Adjustment of fundamental physical constant values using the interval fusion with preference aggregation / S.V. Muravyov, L.I. Khudonogova and M.D. Ho // Measurement. – 2020. – Vol. 163. – P. 108037. (Scopus, WoS, Q1).
2. Но, М.Д. Accuracy enhancement of measurand estimate on the base of additive combined measurements / M.D. Ho, S.V. Muravyov // Sensor Review. – 2020. – Vol. 40. – No. 3. – P. 377–383. (Scopus, WoS, Q2).
3. Но, М.Д. Inertial MEMS Sensors Accuracy Improvement by Interval Fusion with Preference Aggregation / S.V. Muravyov, P. Baranov, L.I. Khudonogova, M.D. Ho // Proceedings of 2020 IEEE Sensors (25-28 October 2020, Rotterdam, Netherlands). – P. 9278598. (Scopus).
4. Но, М.Д. Precise Measurand Value Estimating by Interval Fusion with Preference Aggregation: Heteroscedasticity Case / S.V. Muravyov, L.I. Khudonogova, M.D. Ho // 17th IMEKO TC10 and EUROLAB Virtual Conference "Global Trends in Testing, Diagnostics & Inspection for 2030" (20-22 October 2020, Dubrovnik, Croatia). – P. 208-213. (Scopus).

### *Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ*

5. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2020664470 (RU); заявка № 2020663640 от 06.11.2020, дата рег. 13.11.2020; Бюл. № 11 от 13.11.2020 // Муравьев С.В., Хо М.Д., Худоногова Л.И. Программный комплекс для комплексирования интервалов агрегированием предпочтений.
6. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2020664471 (RU); заявка № 2020663641 от 06.11.2020, дата рег. 13.11.2020; Бюл. № 11 от 13.11.2020 // Муравьев С.В., Хо М.Д. Программное обеспечение для обработки аддитивных совокупных измерений.

### *Статьи в других изданиях*

7. Хо, М.Д. Устранение влияния параметров тестов на скорректированный результат измерения / М.Д. Хо, С.В. Муравьев // Сборник избранных статей научной сессии ТУСУР. – 2018. – Томск: В-Спектр. – Ч. 2. – С. 49-51.
8. Хо, М.Д. Уменьшение погрешности при индивидуальной градуировке терморезисторов / М.Д. Хо, С.В. Муравьев // Труды XIV международной научно-

- технической конференции актуальные проблемы электронного приборостроения. – 2018. – Новосибирск: Изд-во НГТУ. – Т.3. – С.161-165.
9. Хо, М.Д. Повышение точности оценки измеряемой величины на основе аддитивных совокупных измерений / М.Д. Хо, С.В. Муравьев // Материалы докладов XV Международной научно-практической конференции "Электронные средства и системы управления". – 2019. – Томск: В-Спектр. – Ч. 2. – С. 69-73.
  10. Хо, М.Д. Повышение точности оценки измеряемой величины на основе мультипликативных совокупных измерений / М.Д. Хо, С.В. Муравьев // Материалы докладов XVI Международной научно-практической конференции "Электронные средства и системы управления". – 2020. – Томск: В-Спектр. – Ч. 2. – С. 27-30.
  11. Хо, М.Д. Повышение точности цифровых средств измерений на основе метаанализа / М.Д. Хо, Д.Б. Буй // Сборник научных трудов IX Международной конференции школьников, студентов, аспирантов, молодых ученых "Ресурсоэффективные системы в управлении и контроле: взгляд в будущее". – 2021. – Томск: Изд-во ТПУ. – С. 227-231.
  12. Хо, М.Д. Уменьшение неопределенностей измерений методом взвешенных границ на основе линейного программирования / М.Д. Хо, С.В. Муравьев // Сборник научных трудов XIV Всероссийской научной конференции молодых ученых "Наука. Технологии. Инновации". – 2020. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, – Ч. 2. – С. 90-94.