

На правах рукописи

ГЕГЕЧКОРИ Александр Евгеньевич

**МНОГОМЕРНАЯ ЛАНЖЕВЕНОВСКАЯ
ДИНАМИКА ДЕЛЕНИЯ, ИНДУЦИРОВАННОГО
ТЯЖЁЛЫМИ ИОНАМИ**

01.04.16 – физика атомного ядра и элементарных частиц

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена на кафедре экспериментальной физики и радиофизики Омского государственного Университета имени Ф. М. Достоевского.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор, заслуженный деятель науки
Российской Федерации Адеев Геннадий Дмитриевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Главанакон Игорь Владимирович;

кандидат физико-математических наук,
доцент Курманов Рамиль Султангареевич

Ведущая организация: Лаборатория ядерных реакций имени Г. Н. Флёрва
Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна

Защита состоится 21 июня 2011 года в 15⁰⁰ часов на заседании совета по защите докторских и кандидатских диссертаций Д 212.269.05 при ГОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет» (634050, г. Томск, проспект Ленина, 2а).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет».

Автореферат разослан « » мая 2011 года.

Учёный секретарь совета по защите
докторских и кандидатских диссертаций
кандидат физико-математических наук

А. В. Кожевников

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Одной из отличительных особенностей реакций с тяжёлыми ионами является, как правило, образование компаунд-систем с высокими энергиями возбуждения и большими угловыми моментами. Это обстоятельство, с одной стороны, позволяет сделать вывод о незначительности оболочечных эффектов, а с другой — о необходимости явного учета ориентации ядра при построении моделей процесса.

Неспособность моделей переходного состояния [1–7] описать наблюдаемые в эксперименте значения анизотропии углового распределения [8] указывает на необходимость динамического описания эволюции ориентационной степени свободы ядра. К сожалению, подавляющее большинство динамических моделей процесса деления не включает рассмотрение ориентации ядра как отдельной коллективной координаты. Этот факт может приводить к тому, что наряду с угловыми распределениями будут также неверно оценены такие характеристики как массово-энергетические распределения осколков, средняя множественность предразрывных частиц, скорость и среднее время деления.

Ерёменко с соавторами предложили рассматривать эволюцию ориентационной степени свободы ядра (K -моды, проекции полного углового момента на ось симметрии ядра) методом Монте-Карло [9, 10]. Величиной, характеризующей эволюцию K -моды в данном подходе, является время релаксации координаты K — τ_K . В качестве коллективной координаты формы авторы выбрали расстояние между центрами масс нарождающихся осколков. Деление является сложным многомерным процессом, для описания которого необходимо использовать по меньшей мере три коллективных координаты формы [11]. Поэтому, в работах [12, 13] предложенная модель была обобщена на трехмерный случай.

Альтернативный способ рассмотрения эволюции K -моды предложил Лестоун [14, 15]. В его работах динамика координаты K описывается уравнением Ланжевена. Такой подход является более последовательным ввиду того, что эволюция всех коллективных степеней свободы ядра описывается единообразно. Однако и модель Лестоуна учитывает только одну коллективную координату формы. В связи с этим представляется актуальным обобщение подхода Лестоуна на случай трёх коллективных координат формы.

Отметим, что построение многомерных динамических моделей процесса деления является актуальной задачей в современной ядерной физике. Интерес к таким моделям связан, в первую очередь, с тем, что учет большего числа степеней свободы ядра при его эволюции от основного состояния до поверхности разрыва позволяет описать большую совокупность экспериментальных данных. Однако расчёты в многомерных моделях сопряжены с рядом трудностей, главная из которых — доступные вычислительные мощности. В работе [16] авторами разработана динамическая модель процесса деления, учитывающая пять коллективных координат формы ядра. Кроме традиционных координат удлинения, шейки и массовой асимметрии, в [16] рассмотрены также координаты деформации правого и левого нарождающихся осколков [17]. Стоит заметить, что предложенная в [16] динамическая модель находится только на начальном этапе развития: эволюция всех коллективных координат рассматривается в рамках алгоритма Метрополиса. Кроме того, авторами [16] учтены только коллективные координаты формы, т. е. ориентационная степень свободы ядра не рассматривалась.

Цель работы:

1. Построить полную четырёхмерную ланжевенговскую динамику деления, индуцированного тяжёлыми ионами.
2. Исследовать применимость ланжевенговской динамики для описания формирования

углового распределения осколков деления возбуждённых компаунд-ядер.

3. Выявить закономерности эволюции ориентационной степени свободы делящегося ядра при его движении от основного состояния до поверхности разрыва.

Научная новизна:

1. Впервые проведён расчёт угловых распределений осколков и множественностей предразрывных частиц в рамках четырёхмерной ланжевендовской динамики деления, индуцированного тяжёлыми ионами.
2. Показано, что при включении в трёхмерную ланжевендовскую модель ориентационной степени свободы ядра наблюдается существенное уменьшение скорости деления и увеличение среднего времени деления.
3. Указана необходимость распространения четырёхмерной динамической модели на более «лёгкие» компаунд-ядра в районе $A \sim 200$.
4. Выявлено увеличение скорости деления и уменьшение среднего времени деления с ростом времени корреляции случайной силы.
5. Показано, что марковское приближение является оправданным для такого медленного процесса, как деление, при значениях времени корреляции случайной силы, меньших 0.5×10^{-21} с, т. е. при температурах выше 2.3 МэВ.

Практическое значение результатов. Проведенные исследования показали важность учёта ориентационной степени свободы ядра при динамическом моделировании процесса деления. Результаты диссертации представляют интерес для научных центров по изучению ядерных реакций: Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (Москва, Россия), Лаборатория ядерных реакций им. Г. Н. Флёрова Объединенного института ядерных исследований (Дубна, Россия), ГНЦ Физико-энергетический институт им. А. И. Лейпунского (Обнинск, Россия), УРАН Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова (Гатчина, Россия), Gesellschaft fuer Schwerionenforschung (Darmstadt, Germany), Grand Accélérateur National d'Ions Lourds (Caen, France), Université Bordeaux I, (Gradignan, France), Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (Rome, Italy) и др.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработана четырёхмерная ланжевендовская модель динамики деления, индуцированного тяжёлыми ионами.
2. Предложенная модель позволяет описывать угловые распределения совместно с характеристиками деления, которые традиционно исследуются в трёхмерной модели: массово-энергетическим распределением осколков, средней множественностью предразрывных частиц в корреляции с массой и энергией осколков, скоростью и средним временем деления.
3. При введении четвёртой координаты — K -моды — в трёхмерную динамическую модель наблюдается значительное увеличение среднего времени деления и уменьшение скорости деления по сравнению с трёхмерным случаем. Этот факт может привести к переоценке значения коэффициента редукции вклада формулы стены k_s , традиционно используемого для описания экспериментальных закономерностей.

4. Марковское приближение является оправданным для такого медленного процесса, как деление, при значениях времени корреляции случайной силы, меньших 0.5×10^{-21} с, т. е. при температурах выше 2.3 МэВ.

Апробация работы. Результаты, представленные в диссертации, докладывались на международном симпозиуме по экзотическим ядрам «EXON — 2009», Сочи, Россия, 28 сентября — 2 октября 2009 года; на Российской научно-практической конференции «Физико-технические проблемы получения и использования пучков заряженных частиц, нейтронов, плазмы и электромагнитного излучения» (с международным участием), Томск, 24 — 26 ноября 2009 года; на 45-ой конференции по ядерной физике в Закопане, Закопане, Польша, 30 августа — 5 сентября 2010 года; на семинарах кафедры экспериментальной физики и радиофизики Омского государственного университета имени Ф. М. Достоевского 2008 — 2011 годов.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 14 печатных работ [1–14], из которых 7 — в изданиях, определённых ВАК.

Личный вклад соискателя. Все результаты диссертации, перечисленные в заключении, получены лично автором. Автор принимал активное участие во всех этапах научно-исследовательской работы по теме диссертации: в решении поставленной задачи, разработке методов и программ для ЭВМ, проведении расчётов, анализе и обсуждении полученных результатов, подготовке статей.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, трёх приложений и списка литературы. Объем диссертации — 115 страниц, включая 20 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 151 наименование.

Содержание работы

Во введении дан краткий обзор существующих динамических моделей эволюции ориентационной степени свободы ядра, обоснована актуальность диссертационной работы.

В первой главе описана использованная в диссертации модель. В настоящей работе использовались коллективные координаты (q_1, q_2, q_3) со следующими пределами изменения: $q_1 \in [0.5, 4.5]$, $q_2 \in [0, 1]$ и $q_3 \in [-1, 1]$. Набор коллективных координат (q_1, q_2, q_3) однозначно выражается через параметры формы (c, h, α) [18]: $q_1 = c$, $q_2 = (h + 3/2)/(h_{sc} + 3/2)$, $q_3 = \alpha/(A_s + \Theta(B)B)$. Здесь $\Theta(B)$ — функция Хевисайда, h_{sc} — значение параметра h , при котором толщина шейки ядра равна нулю при условии, что $\alpha = 0$: $h_{sc} = 5/(2c^3) + (1 - c)/4$. Такой выбор коллективных координат полностью решает проблему запрещённых форм и делает сетку коллективных координат прямоугольной [19].

В стохастическом подходе [20] эволюция коллективных степеней свободы делящегося ядра описывается по аналогии с движением броуновской частицы, помещённой в термостат, образованный всеми остальными степенями свободы ядра. В расчётах обычно используется система стохастических дифференциальных уравнений Ланжевена. В разностной форме эта система имеет вид

$$p_i^{(n+1)} = p_i^{(n)} - \tau \left[\frac{1}{2} p_j^{(n)} p_k^{(n)} \left(\frac{\partial \mu_{jk}(\mathbf{q})}{\partial q_i} \right)^{(n)} - Q_i^{(n)}(\mathbf{q}) - \gamma_{ij}^{(n)}(\mathbf{q}) \mu_{jk}^{(n)}(\mathbf{q}) p_k^{(n)} \right] + \theta_{ij}^{(n)} \xi_j^{(n)} \sqrt{\tau}, \quad (1a)$$

$$q_i^{(n+1)} = q_i^{(n)} + \frac{1}{2} \mu_{ij}^{(n)}(\mathbf{q}) \left(p_j^{(n)} + p_j^{(n+1)} \right) \tau, \quad (1b)$$

где q_i — набор коллективных координат; p_i — сопряжённые им импульсы; m_{ij} ($\|\mu_{ij}\| = \|m_{ij}\|^{-1}$) — инерционный тензор; γ_{ij} — фрикционный тензор; Q_i — консервативная сила; $\theta_{ij}\xi_j$ — случайная сила; θ_{ij} — амплитуда случайной силы ($\theta_{ik}\theta_{kj} = T\gamma_{ij}$); ξ_j — гауссова случайная величина со следующими статистическими свойствами: $\langle \xi_i^{(n)} \rangle = 0$, $\langle \xi_i^{(n_1)} \xi_j^{(n_2)} \rangle = 2\delta_{ij}\delta_{n_1 n_2}$. Угловые скобки здесь и далее означают усреднение по статистическому ансамблю. Верхний индекс n в уравнениях (1) означает, что соответствующая величина вычисляется в момент времени $t_n = n\tau$, где τ — шаг интегрирования уравнений Ланжевена по времени. В уравнениях (1) по повторяющимся индексам подразумевается суммирование от 1 до M , где M — размерность динамической модели (в нашем случае $M = 3$, т. е. в этом уравнении учтены только коллективные координаты формы). Температура термостата T определялась в модели ферми-газа: $T = \sqrt{E_{\text{int}}/a(\mathbf{q})}$, где E_{int} — энергия возбуждения внутренних степеней свободы составного ядра, $a(\mathbf{q})$ — параметр плотности уровней, явный вид которого взят из [21]. Расчёт консервативной силы производился с использованием свободной энергии: $Q_i(\mathbf{q}, I, K) = -\left(\frac{\partial F}{\partial q_i}\right)_T$. Свободная энергия имеет вид $F(\mathbf{q}, I, K, T) = V(\mathbf{q}, I, K) - a(\mathbf{q})T^2$, где $V(\mathbf{q}, I, K)$ — потенциальная энергия ядра, рассчитываемая в модели жидкой капли, учитывающей конечный радиус действия ядерных сил и диффузность поверхности ядра с параметрами Сирка [22, 23].

Как следует из закона сохранения энергии

$$E_{\text{int}} = E^* - E_{\text{coll}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) - V(\mathbf{q}, I, K) - E_{\text{evap}}(t), \quad (2)$$

где E^* — полная энергия возбуждения составного ядра; $E_{\text{coll}} = \frac{1}{2}\mu_{ij}(\mathbf{q})p_i p_j$ — кинетическая энергия коллективного движения ядра; $E_{\text{evap}}(t)$ — энергия возбуждения ядра, унесённая испарившимися частицами к моменту времени t .

Энергия вращения ядра определяется выражением

$$E_{\text{rot}}(\mathbf{q}, I, K) = \frac{\hbar^2 K^2}{2J_{\parallel}(\mathbf{q})} + \frac{\hbar^2 [I(I+1) - K^2]}{2J_{\perp}(\mathbf{q})} = \frac{\hbar^2 I(I+1)}{2J_{\perp}(\mathbf{q})} + \frac{\hbar^2 K^2}{2J_{\text{eff}}(\mathbf{q})}. \quad (3)$$

Функционалы J_{\parallel} и J_{\perp} представляют собой твердотельные моменты инерции ядра относительно оси симметрии и оси, перпендикулярной ей, соответственно; $J_{\text{eff}}^{-1} = J_{\parallel}^{-1} - J_{\perp}^{-1}$. С учётом диффузности ядерной поверхности они рассчитываются выражением $J_{\perp(\parallel)} = J_{\perp(\parallel)}^{(\text{sharp})} + 4Ma_M^2$, где $a_M = 0.704$ фм — параметр диффузности ядерной поверхности, M — масса составного ядра, $J_{\perp(\parallel)}^{(\text{sharp})}$ — моменты инерции ядра, рассчитанные в модели жидкой капли с резким краем.

Начальные значения коллективных координат \mathbf{q}_0 , импульсов \mathbf{p}_0 , полного момента I составного ядра и его проекции на ось симметрии ядра K разыгрывались методом Неймана с образующей функцией [19]

$$P(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0, I, K, t = 0) \sim \exp \left\{ -\frac{V(\mathbf{q}_0, I, K) + E_{\text{coll}}(\mathbf{q}_0, \mathbf{p}_0)}{T} \right\} \delta(\mathbf{q}_0 - \mathbf{q}_{\text{gs}}(I, K)) \sigma(I) P_0(K), \quad (4)$$

где $\mathbf{q}_{\text{gs}}(I, K)$ — координаты основного состояния ядра ($q_1 = 1$, $q_2 = 0.375$, $q_3 = 0$). Функция $\sigma(I)$ описывает начальное распределение составных ядер по моментам и рассчитывается в модели [24]. Для бесспиновых ионов, участвующих в реакциях слияния, и энергий налетающих частиц, существенно превышающих барьер слияния, состояния с различными K должны заселяться с почти равной вероятностью. Исходя из этого, начальное распределение $P_0(K)$ по K выбиралось равномерным на интервале $[-I; I]$, как и в [15].

В рамках модели ферми-газа плотность уровней ядра с энергией возбуждения E_{int} , спином I и его проекцией на ось симметрии K имеет вид

$$\rho_{\text{sph}}(E_{\text{int}}, I, K, \mathbf{q}) = \frac{\sqrt{a(\mathbf{q})}}{12} \left(\frac{\hbar^2}{2J_{\perp}} \right)^{3/2} \frac{\exp \left[2\sqrt{a(\mathbf{q})} E_{\text{int}} \right]}{E_{\text{int}}^2}. \quad (5)$$

В процессе эволюции составного ядра от основного состояния до точки разрыва (вдоль ланжевенской траектории) учитывалось испарение предразрывных лёгких частиц ($j = n, p, \alpha, \gamma$). После испарения предразрывной частицы производился пересчёт всех размерных факторов, кроме функционалов кулоновской и ядерной энергий, а так же моментов инерции ядра, поскольку они не зависят от массового числа составного ядра. Потеря углового момента составным ядром в процессе испарения учитывалась в предположении, что лёгкие частицы, испаряясь, уносят $l_j = 1, 1, 2, 1(\hbar)$ [25]. Такой учёт является необходимым, поскольку в процессе испарения предразрывных лёгких частиц изменяются нуклонный состав и угловой момент начального составного ядра. Как показали проверочные расчеты, даже при испарении нескольких частиц разница между точным значением потенциальной энергии и найденным без пересчета функционалов не превышает 1 МэВ.

Во второй главе дан обзор теорий формирования угловых распределений осколков деления. Описаны модели переходного состояния в седловой точке (ПССТ) [1, 2] и точке разрыва (ПСТР) [3–7]. Отдельный параграф посвящён методу Монте-Карло [9, 10, 12, 13] в динамическом расчёте угловых распределений. Приведён вывод уравнения Ланжевена для ориентационной степени свободы K [15].

Эволюция ориентационной степени свободы описывается уравнением Ланжевена в режиме сверхзатухания. В конечно-разностной форме это уравнение имеет вид [15]

$$K^{(n+1)} = K^{(n)} - \frac{\gamma_K^2 I^2}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial K} \right)^{(n)} \tau + \gamma_K I \sqrt{T\tau} \xi^{(n)}, \quad (6)$$

где ξ — нормально распределённое случайное число с единичной дисперсией, γ_K — параметр, характеризующий взаимодействие ориентационной степени свободы с термостатом (фрикционный параметр K -моды). Преимущество уравнения (6) заключается в том, что в него не входит инерционный параметр K -моды, способ расчёта которого не описан в литературе.

Система уравнений (1) и (6) интегрировалась совместно до выполнения одного из условий: разделения ядра на осколки или образования остатка испарения. Таким образом, состоянием, определяющим угловое распределение в данной модели, считается разрывная конфигурация составного ядра.

Из работ [26, 27] можно получить выражение для γ_K

$$\gamma_K = \frac{1}{r_N D \sqrt{2\pi^3 n_0}} \sqrt{\frac{J_{\parallel} |J_{\text{eff}}| J_R}{I_{\perp}^3}}, \quad (7)$$

где $J_R = \frac{1}{4} M_0 D^2$ (для системы без массовой асимметрии); D — расстояние между центрами масс нарождающихся осколков; $n_0 = 0.263 \text{ МэВ } 10^{-22} \text{ с фм}^{-4}$ — объёмный поток в стандартной ядерной материи [27]; r_N — радиус шейки. Стоит отметить, что выражение (7) было получено для двойной ядерной системы и, следовательно, справедливо только для систем со сформировавшейся шейкой. Экстраполяция на более компактные конфигурации является предметом отдельного исследования и дана лишь для качественной оценки возможной природы взаимодействия ориентационной степени свободы с термостатом.

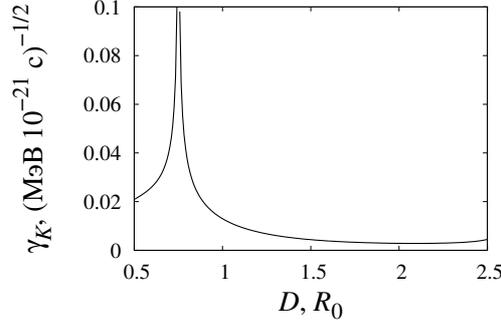


Рис. 1. Зависимость фрикционного параметра ориентационной степени свободы от расстояния между центрами масс нарождающихся осколков для ядра ^{224}Th в одномерном случае ($h = \alpha = 0$). Расстояние D приведено в единицах радиуса начальной сферы R_0

На рис. 1 представлена зависимость γ_K от расстояния D между центрами масс нарождающихся осколков для случая $h = \alpha = 0$. Поменяв некоторые предположения, использованные при выводе (7), можно увеличить или устранить расходимость в сфере, не повлияв при этом на поведение γ_K при больших деформациях [15]. Как видно из рисунка, K почти не меняется при больших деформациях. Наличие же пика в сфере приводит к тому, что равновесие по K устанавливается достаточно быстро для систем, осциллирующих вокруг основного состояния. Более полная и точная модель взаимодействия ориентационной степени свободы с термостатом, скорее всего, приведет к выражению для γ_K , зависящему от коллективных координат формы, коллективных скоростей и ориентации ядра [15].

В работе [28] из анализа угловых распределений осколков в реакциях слияния-деления с актинидными мишенями при подбарьерных и околобарьерных энергиях налетающих тяжёлых ионов была получена эффективная независящая от деформации оценка величины $\gamma_K \sim 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21} \text{с})^{-1/2}$. Эта оценка была дана, исходя из достаточно простой модели деления, и может отличаться от истинного значения в 2 и более раз [15]. В данной работе γ_K также полагалось независимым от деформации. Кроме того, для описания экспериментальных данных по анизотропиям угловых распределений осколков деления использовались и значения, отличные от оценки Лестоуна с соавторами [28].

В рамках предложенной четырёхмерной ланжевендовской модели в главе анализируются экспериментальные энергетические зависимости множественности предделительных нейтронов и анизотропии угловых распределений для реакций $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ при $E_{\text{lab}} = 90 \div 215$ МэВ, $^{20}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi}$ при $E_{\text{lab}} = 148 \div 220$ МэВ, $^{16}\text{O} + ^{232}\text{Th}$ при $E_{\text{lab}} = 90 \div 160$ МэВ, $^{16}\text{O} + ^{238}\text{U}$ при $E_{\text{lab}} = 90 \div 250$ МэВ, $^{16}\text{O} + ^{248}\text{Cm}$ при $E_{\text{lab}} = 110 \div 148$ МэВ. Три последних реакции выбраны нами ввиду того, что модели ПССТ и ПСТР дают для них неудовлетворительные результаты [12, 13]. Результаты расчётов сравнивались с экспериментальными данными работ [29–34].

Угловое распределение осколков деления рассчитывалось с помощью выражения

$$W(\theta) = \frac{1}{N_f} \sum_{j=1} N_f (I^j + 1/2) \left| d_{0K^j}^{I^j}(\theta) \right|^2, \quad (8)$$

где I^j , K^j — значения полного момента и его проекции в момент разрыва ядра для j -й траектории деления; N_f — число событий деления; $d_{0K}^I(\theta)$ — функция вращения Вигнера [2, 29]; θ — угол между направлением вылета осколков деления и осью пучка налетающих ионов.

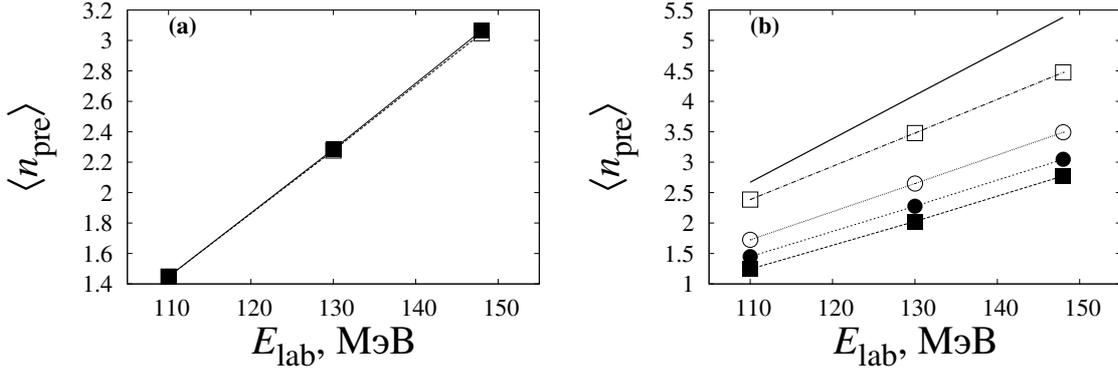


Рис. 2. Множественность предразрывных частиц для реакции $^{16}\text{O} + ^{248}\text{Cm} \rightarrow ^{264}\text{Rf}$. (a) \square — теоретические расчёты с $\gamma_K = 0.154 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{c})^{-1/2}$; \blacksquare — $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{c})^{-1/2}$. В обоих случаях $k_s = 0.35$; (b) \square — теоретические расчёты с $k_s = 1$; \circ — $k_s = 0.5$ \bullet — $k_s = 0.35$ \blacksquare — $k_s = 0.25$. Во всех случаях $\gamma_K = 0.154 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{c})^{-1/2}$; сплошная кривая — систематика работы [35]

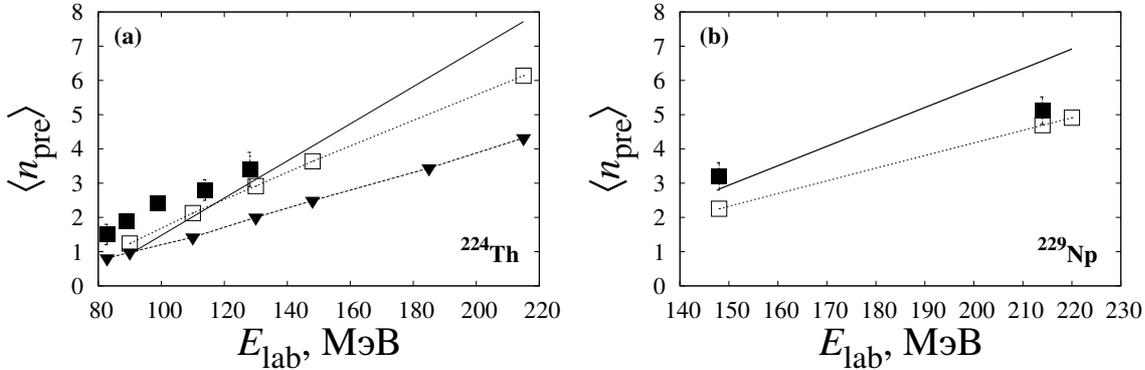


Рис. 3. Множественность предразрывных частиц для реакций (a) $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{224}\text{Th}$ и (b) $^{20}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi} \rightarrow ^{229}\text{Np}$. \square — теоретические расчёты с $k_s = 0.25$ и $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{c})^{-1/2}$; \blacktriangledown — расчёты в рамках трёхмерной модели с $k_s = 0.25$ [36]; \blacksquare — экспериментальные данные; сплошная кривая — систематика работы [35]

Выражение (8) в данном подходе использовалось для расчёта анизотропии углового распределения, определяемой отношением

$$A = W(0^\circ)/W(90^\circ). \quad (9)$$

Как видно из рис. 2, значение фрикционного параметра γ_K не влияет на рассчитанные нейтронные множественности. Это обстоятельство объясняется тем, что K -мода воздействует на остальные коллективные координаты только через член $\hbar^2 K^2 / 2J_{\text{eff}}$ во вращательной энергии ядра. При этом γ_K входит лишь в уравнение движения для K -моды, но не в уравнения для остальных коллективных координат. Таким образом, фрикционный параметр ориентационной степени свободы не оказывает влияния на коллективные координаты формы и, как следствие, на время деления. При этом рассчитанные средние множественности нейтронов увеличиваются с ростом коэффициента редукиции вклада формулы стены k_s . Как отмечают сами авторы, для тяжёлых компаунд-ядер систематика [35] отклоняется от наблюдаемых в эксперименте значений нейтронных множественностей, чем и может объясняться расхождение теоретически рассчитанных значений с систематикой,

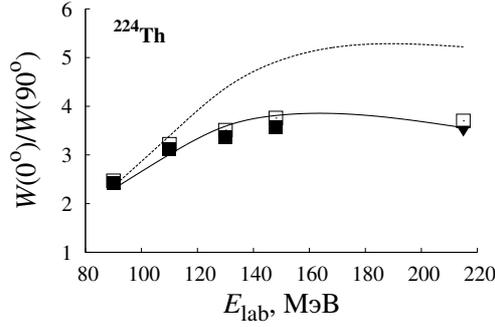


Рис. 4. Анизотропия углового распределения для реакции $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{224}\text{Th}$. \square — теоретические расчёты с $k_s = 0.25$ и $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$; \blacksquare — экспериментальные данные работы [29]; \blacktriangledown — [32]. Сплошная и пунктирная кривые — расчёты в ПСТР и ПССТ соответственно

представленной на рис. 2b сплошной прямой.

Рис. 3 демонстрирует хорошее согласие рассчитанных множественностей предразрывных нейтронов с экспериментальными данными при $k_s = 0.25$ и $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$. Отметим также, что для реакции $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow ^{224}\text{Th}$ четырёхмерная модель воспроизводит множественности предразрывных нейтронов существенно лучше трёхмерной.

Результаты расчётов анизотропии угловых распределений в четырёхмерной модели представлены на рис. 4 и 5. Заметим, что развитая в работе модель достаточно хорошо описывает экспериментальные данные по анизотропии угловых распределений осколков деления. Из рис. 4 видно, что наилучшее согласие теоретических расчётов анизотропии с экспериментом наблюдается для компаунд-ядра ^{224}Th — отклонение рассчитанных значений от эксперимента не превышает 5%. Таким образом, предложенная Лестоуном оценка $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$ хорошо подошла для описания углового распределения в данной реакции несмотря на упомянутое в [15] возможное отличие от истинного значения в два и более раз. Однако в работе не ставилась цель как можно более точно описать имеющиеся экспериментальные данные по анизотропии угловых распределений. Взятое значение γ_K позволяет проверить принципиальную применимость ланжевенновской динамики к описанию эволюции K -моды.

Чтобы выявить влияние параметров k_s и γ_K на результаты расчётов анизотропии, были проведены расчёты с фиксированным значением $k_s = 0.35$ и двумя значениями γ_K : $\gamma_K = 0.154$ и $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$, а также, с фиксированным $\gamma_K = 0.154 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$ и тремя значениями k_s : 0.25, 0.35 и 0.5. Из рис. 6 видно, что при увеличении k_s в два раза, от 0.25 до 0.5, значения анизотропии изменяются не больше чем на 10% от первоначальной величины. Напротив, при увеличении γ_K в два раза, от 0.077 до 0.154 $(\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$, анизотропия увеличивается почти в полтора раза. Этот пример демонстрирует, что определяющим параметром для угловых распределений является именно фрикционный параметр K -моды γ_K , в то время как значение k_s влияет на результаты расчётов анизотропии существенно слабее.

Как следует из рис. 5 и 6, рассчитанные значения анизотропии увеличиваются с ростом параметра γ_K . Это обстоятельство можно объяснить, воспользовавшись решением усреднённого по статистическому ансамблю уравнения (6):

$$\langle K(t) \rangle = K(t_0) \exp \left[-\frac{\gamma_K^2 I^2 \hbar^2}{2J_{\text{eff}}} (t - t_0) \right]. \quad (10)$$

При больших значениях γ_K координата K будет быстрее релаксировать к нулевому зна-

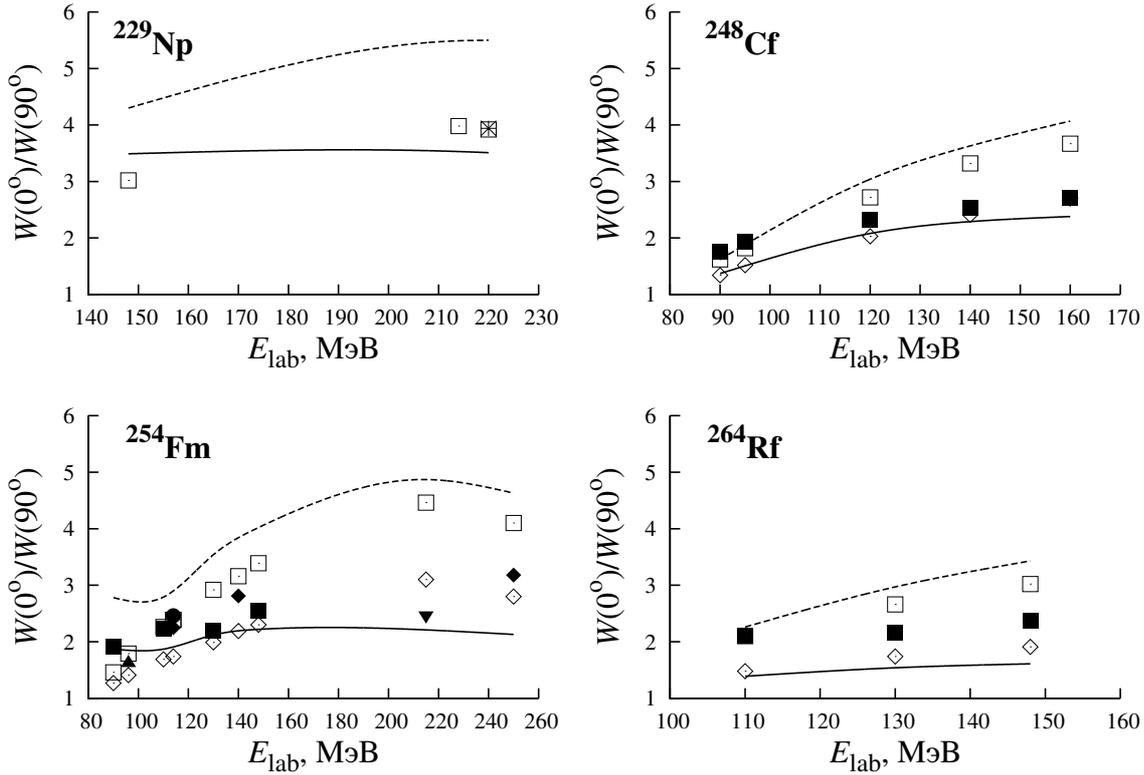


Рис. 5. Анизотропия углового распределения для изученных в работе реакций. \square — теоретические расчёты с $k_s = 0.25$ и $\gamma_K = 0.154 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$ для всех реакций, кроме $^{20}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi}$, где $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$; \diamond — теоретические расчёты с $k_s = 0.35$ и $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$; \blacksquare — экспериментальные данные работы [29]; \blacklozenge — [30]; \bullet — [31]; \blacktriangledown — [32]; \blacktriangle — [33]; $*$ — [34]. Сплошная и пунктирная кривые — расчёты в ПССТ и ПСТР соответственно

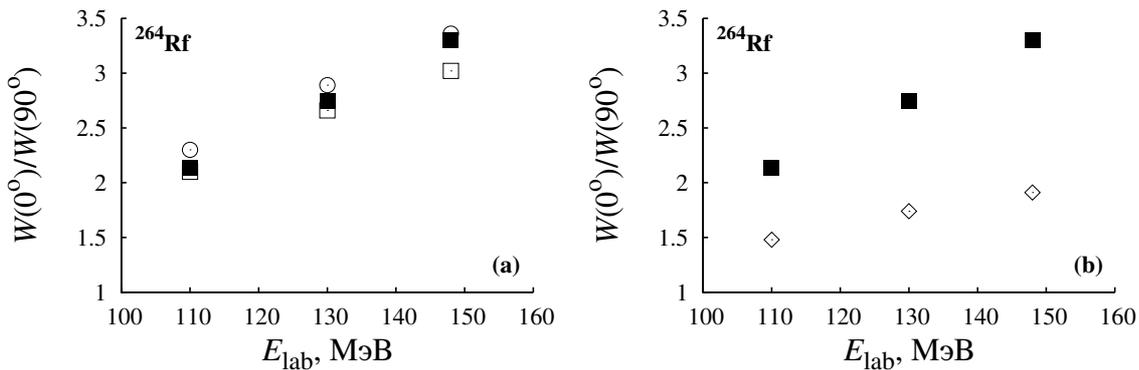


Рис. 6. Зависимость анизотропии углового распределения от параметров k_s и γ_K для реакции $^{16}\text{O} + ^{248}\text{Cm} \rightarrow ^{264}\text{Rf}$. (a) расчёты с $\gamma_K = 0.154 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$: \square — $k_s = 0.25$, \blacksquare — $k_s = 0.35$, \circ — $k_s = 0.5$; (b) расчёты с $k_s = 0.35$: \blacksquare — $\gamma_K = 0.154 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$, \diamond — $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{с})^{-1/2}$.

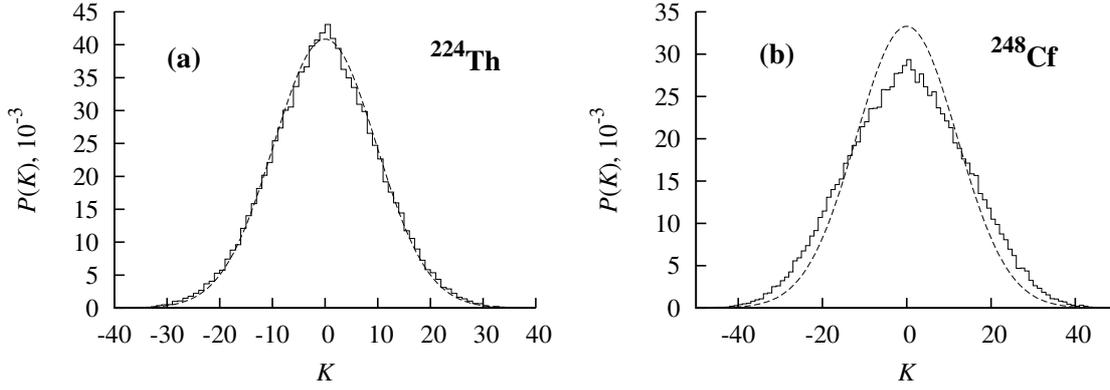


Рис. 7. Динамически рассчитанное в рамках четырёхмерной ланжевеновской динамики распределение значений проекции K спина I для ядер (а) ^{224}Th при $E_{\text{lab}} = 110$ МэВ и (б) ^{248}Cf при $E_{\text{lab}} = 120$ МэВ в точке разрыва. Пунктирной кривой изображено распределение $P(K)$ в модели переходного состояния в точке разрыва; гистограмма — расчёт в рамках четырёхмерной ланжевеновской модели

чению, что приведет к более узкому конечному распределению по K (т. е. распределению с меньшей дисперсией K_0^2). Если воспользоваться приближённым выражением для анизотропии, полученным в модели переходного состояния в случае, когда $(I + 1/2)^2/4K_0^2 \gg 1$,

$$\frac{W(0^\circ)}{W(90^\circ)} \simeq 1 + \frac{\langle I^2 \rangle}{4K_0^2}, \quad (11)$$

то увеличение анизотропии с ростом γ_K становится понятным.

Рис. 5 также демонстрирует, что выбранные значения γ_K позволяют описать экспериментальные данные в разных диапазонах энергии налетающего иона с различной точностью. Так, для ^{248}Cf расчёты с $\gamma_K = 0.154 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{c})^{-1/2}$ воспроизводят экспериментальные значения анизотропии при $E_{\text{lab}} < 100$ МэВ с точностью до 7%, а с $\gamma_K = 0.077 (\text{МэВ } 10^{-21}\text{c})^{-1/2}$ лучше описываются данные при $E_{\text{lab}} \geq 120$ МэВ. Этот факт может служить свидетельством того, что в более реалистичных расчётах необходимо учитывать координатную зависимость γ_K .

Динамически рассчитанные в рамках четырёхмерной ланжевеновской динамики распределения по K в разрыве представлены на рис. 7. Для сравнения на рисунке изображены кривые, полученные в модели ПСТР. Как следует из рисунка, процесс деления является достаточно медленным, чтобы по K установилось статистическое равновесие в разрывных конфигурациях [8]. Отметим также, что теория переходного состояния в седловой точке не применима для тяжёлых делящихся ядер, у которых высота барьера деления меньше температуры ввиду значения параметра делимости или большого углового момента.

Третья глава посвящена двум важным в коллективной ядерной динамике величинам — скорости и среднему времени деления. Рассмотрен вопрос о влиянии ориентационной степени свободы на эти характеристики процесса деления. Приведено обобщение формулы Крамерса [37] на многомерный случай [38] и определение концепций среднего времени первого и последнего прохождения.

Задача расчёта скорости и среднего времени деления является актуальной в коллективной ядерной динамике. Скорость деления пропорциональна ширине деления, определяющей вероятность распада системы из метастабильного состояния (сильно возбуждённое компаунд-ядро) в стабильное состояние (система разделившихся осколков) [20]. Среднее время деления связано с множественностью предразрывных нейтронов и часто использу-

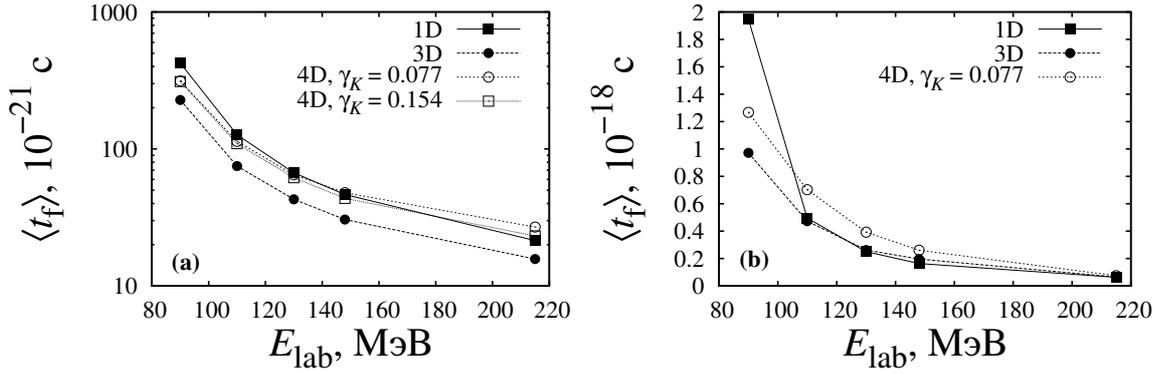


Рис. 8. Зависимость среднего времени деления от энергии налетающего иона для реакции $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ в одномерном, трёхмерном и четырёхмерном случаях без учёта (а) и с учётом испарения (б). Значения фрикционного параметра для K -моды указаны на рисунке в единицах $(\text{МэВ } 10^{-21} \text{ c})^{-1/2}$

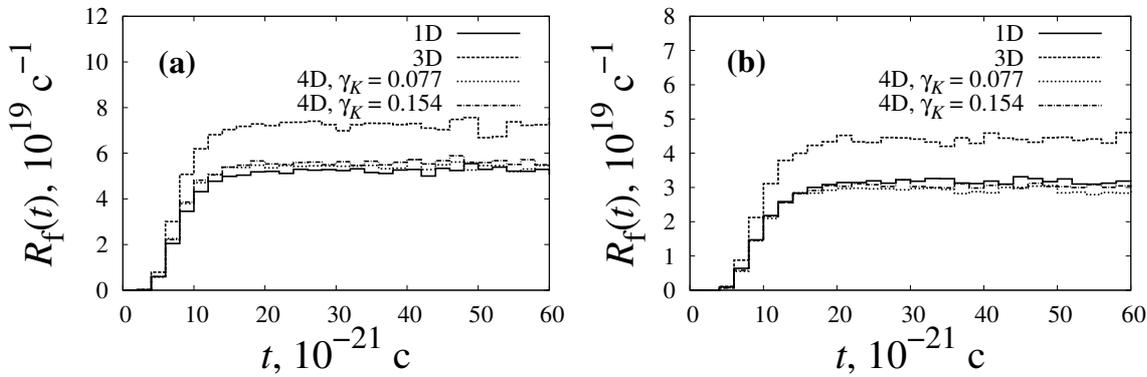


Рис. 9. Скорость деления как функция времени для реакции $^{16}\text{O} + ^{232}\text{Th}$ при $I = 30\hbar$: (а) $E_{\text{lab}} = 148 \text{ МэВ}$; (б) $E_{\text{lab}} = 90 \text{ МэВ}$. Испарение частиц не учтено

ется для извлечения информации о ядерной вязкости [39, 40].

Из общего определения среднего времени деления $\langle t_f \rangle$ для квазистационарных процессов [41]:

$$\int_0^{\langle t_f \rangle} R_f(t) dt = 1, \quad (12)$$

следует, что если время достижения квазистационарного значения скорости деления мало, то среднее время деления обратно пропорционально квазистационарному значению скорости деления, т. е. $\langle t_f \rangle = 1/R_{\text{st}}$.

В ланжевеновских расчётах скорость деления вычисляется по формуле

$$R_f(t) = \frac{1}{N - N_f(t)} \frac{\Delta N_f(t)}{\Delta t}, \quad (13)$$

где N — полное число траекторий, $\Delta N_f(t)$ — число траекторий, разделившихся за временной интервал $t \rightarrow t + \Delta t$, $N_f(t)$ — число траекторий, разделившихся к моменту времени t .

Рис. 8 демонстрирует обнаруженное увеличение среднего времени деления при введении в трёхмерную модель ориентационной степени свободы. Увеличение среднего времени

деления было обнаружено как в расчётах с учётом испарения, так и без его учёта. Кроме того было выявлено, что среднее время деления в четырёхмерной модели не зависит от величины параметра γ_K . Этот факт хорошо согласуется с независимостью нейтронных множественностей от γ_K . В полном согласии с данным результатом находится выявленное в расчётах уменьшение скорости деления при переходе от трёхмерной к четырёхмерной модели, показанное на рис. 9. Увеличение среднего времени деления и уменьшение скорости деления в четырёхмерном случае объясняется ростом барьера деления с ростом K , как это видно из (3). Из выражения для консервативной силы и вида вращательной энергии (3) следует, что консервативные силы, действующие в трёхмерном и четырёхмерном случаях отличаются выражением

$$\Delta Q_i = -\frac{\partial \hbar^2 K^2}{\partial q_i} \frac{1}{2J_{\text{eff}}} = \frac{\hbar^2 K^2}{2J_{\text{eff}}^2} \frac{\partial J_{\text{eff}}}{\partial q_i}. \quad (14)$$

Рассмотрим данное выражение на примере делительной координаты q_1 . Эффективный момент инерции уменьшается при увеличении деформации ядра, т. е. при движении ядра от основного состояния до поверхности разрыва. Таким образом, производная от эффективного момента инерции отрицательна, и, следовательно, консервативная сила, действующая на делительную координату в четырёхмерном случае, меньше чем в трёхмерном. Это обстоятельство на качественном уровне объясняет увеличение среднего времени деления и уменьшение скорости деления в четырёхмерном случае.

Четвёртая глава касается фундаментального вопроса применимости марковского приближения к описанию процесса деления. Традиционно принято считать марковское приближение выполненным, однако число работ, посвящённых этому вопросу по-прежнему невелико. В главе приведены результаты расчётов скорости и среднего времени деления, выполненных с использованием обобщённого уравнения Ланжевена [42]. Данное уравнение является основным инструментом описания систем при наличии эффектов немарковости. Рассчитанные стационарные значения скорости деления сравниваются со значениями, полученными по формуле Крамерса [37], обобщённой на немарковский случай [43].

В работе был исследован вопрос о влиянии эффектов немарковости на скорость и среднее время деления в одномерном случае. Испарение частиц не рассматривалось, а время корреляции случайной силы, входящей в уравнение Ланжевена, было выбрано свободным параметром, независимым от энергии возбуждения, вязкости, формы ядра и других параметров системы. Все эти приближения были сделаны для того, чтобы исключить из анализа эффекты, не связанные с немарковостью.

При наличии эффектов немарковости для случая одной коллективной координаты система уравнений движения имеет вид [20]

$$\dot{q} = \frac{p}{m}, \quad (15a)$$

$$\dot{p} = \mathcal{K} + \frac{p^2}{2m^2} \frac{\partial m}{\partial q} - \int_{-\infty}^t dt' \Gamma(t-t') p(t') + \delta Q(t), \quad (15b)$$

где q — обобщённая координата, p — сопряжённый ей импульс, \mathcal{K} — консервативная сила, m — инерционный параметр, $\Gamma(t)$ — фрикционное ядро, $\delta Q(t)$ — случайная сила. Фрикционное ядро $\Gamma(t)$ связано с $\delta Q(t)$ посредством второй флуктуационно-диссипационной теоремы:

$$\langle \delta Q(t) \delta Q(t') \rangle = m T \Gamma(t-t'), \quad (16)$$

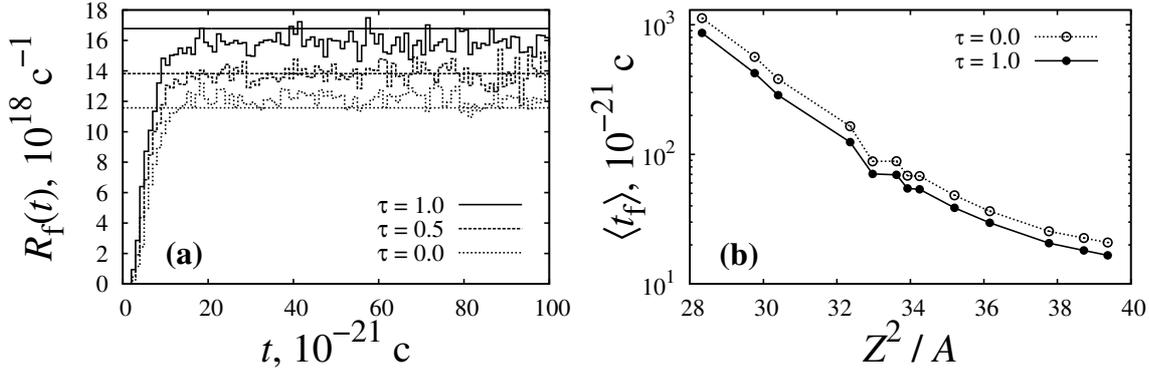


Рис. 10. (a) Скорость деления как функция времени для ядра ^{200}Pb при наличии эффектов немарковости. (b) Зависимость среднего времени деления от параметра Z^2/A . Значения времени корреляции τ случайной силы указаны на рисунке в единицах 10^{-21} с

где T — температура термостата.

В настоящей работе фрикционное ядро выбрано в виде [20]

$$\Gamma(t - t') = \frac{\beta}{\tau} \exp\left(-\frac{|t - t'|}{\tau}\right), \quad (17)$$

где τ — время корреляции случайной силы, $\beta = \gamma/m$ — приведённый коэффициент трения, γ — фрикционный параметр.

Легко показать, что при $\tau \rightarrow 0$ выражение (17) переходит в δ -функцию, таким образом, выбор $\Gamma(t)$ в виде (17) является естественным обобщением случая дельта-коррелированной случайной силы.

Систему (15) с фрикционным ядром (17) можно заменить системой трёх марковских уравнений [20]:

$$\dot{q} = \frac{p}{m}, \quad (18a)$$

$$\dot{p} = \mathcal{K} + \frac{p^2}{2m^2} \frac{\partial m}{\partial q} + Q, \quad (18b)$$

$$\dot{Q} = -\frac{\beta}{\tau} p - \frac{1}{\tau} Q + \frac{\sqrt{2T\gamma}}{\tau} \xi(t), \quad (18c)$$

где $\langle \xi(t) \rangle = 0$, $\langle \xi(t_1)\xi(t_2) \rangle = \delta(t_1 - t_2)$.

Исходя из оценки $\tau = 2.6/T^2 [\text{МэВ}^2] \times 10^{-21}\text{с}$ [25], в работе были выбраны следующие значения времени корреляции случайной силы: 0, 10^{-22} , 0.3×10^{-21} , 0.5×10^{-21} и 10^{-21} с. Отметим, однако, что величина 10^{-21} с для времени корреляции была выбрана нами в методических целях, т. к. маловероятно, чтобы τ было сравнимо с характеристическими временами коллективных степеней свободы. В расчётах скорости и среднего времени деления полное число траекторий N полагалось равным 10^5 , а энергия возбуждения компаунд-ядра $E^* = 200$ МэВ.

Расчёты выявили уменьшение среднего времени деления и увеличение стационарного уровня скорости деления с ростом времени корреляции случайной силы. При этом оказалось, что величина стационарного значения скорости деления для немарковского случая может на 30%-40% превышать стационарный уровень для марковского случая при времени корреляции случайной силы $\tau = 10^{-21}$ с. Однако при близком к нулю времени

корреляции эффекты немарковости проявляются крайне слабо. Так для $\tau = 0.1 \times 10^{-21}$ с отличие марковского и немарковского стационарных уровней крайне мало, и данные для этого значения времени корреляции не представлены на рис. 10, т. к. кривые сливаются с кривыми для марковского случая. Отличие в величине среднего времени деления для случая $\tau = 0$ и $\tau = 10^{-21}$ с составляет от 19% до 25% марковского значения. На рис. 10а также показаны стационарные значения скорости деления, вычисленные по формуле Крамерса, обобщённой на немарковский случай [43]. Как видно, эти значения хорошо согласуются с результатами моделирования.

Поведение скорости и среднего времени деления с ростом времени корреляции случайной силы можно объяснить следующими обстоятельствами. Если время корреляции случайной силы много меньше характерного времени коллективной степени свободы $q(t)$ (марковский случай, который математически можно выразить как $\tau \rightarrow 0$), то можно перейти к следующим приближениям для интеграла из системы уравнений (15) [44]:

$$\int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t') p(t') \simeq p(t) \int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t'), \quad (19)$$

в свою очередь при $\frac{t-t_0}{\tau} \gg 1$

$$\int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t') \rightarrow \frac{\gamma}{m}. \quad (20)$$

Тогда обобщённое уравнение Ланжевена (15) переходит в обычное марковское. При противоположных предположениях о величине τ , а именно, при $\tau \rightarrow \infty$, получим:

$$\int_{t_0}^t dt' \Gamma(t-t') p(t') \simeq \Gamma(0) \int_{t_0}^t dt' p(t) \rightarrow 0, \quad (21)$$

т. е. предел нулевого трения. Таким образом, эффекты немарковости уменьшают влияние эффектов диссипации.

В заключении формулируются основные выводы диссертации:

1. Предложена и разработана динамическая модель для расчёта угловых распределений осколков в реакциях слияния-деления. Динамическая эволюция K -моды, определяющая угловое распределение осколков, описывалась уравнением Ланжевена в режиме сверхзатухания. Эволюция параметров формы делящегося ядра описывалась системой уравнений Ланжевена для коллективных координат, введенных на основе $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации.
2. Разработанная четырёхмерная ланжевенская динамика позволяет рассчитать угловое распределение осколков наряду с характеристиками деления, которые традиционно исследуются в трёхмерной модели: массово-энергетическим распределением осколков, средней множественностью предразрывных частиц в корреляции с массой и энергией осколков [19, 36], скоростью и средним временем деления.
3. Испарение частиц учитывалось на протяжении всего процесса деления. При этом ширины испарения зависели от координаты K . Таким образом, в работе впервые в полном объеме реализована многомерная ланжевенская динамика для углового распределения.

4. Предложенная модель достаточно точно описывает угловые распределения осколков пяти исследованных компаунд-систем в широком интервале энергий налетающего иона. В частности, рассчитанные значения анизотропии близки к экспериментальным данным, и отклонения не превышают 30%.
5. Рассмотрение динамически рассчитанных распределений $P(K)$ по проекции полного момента на ось симметрии показало, что процесс деления таких «тяжёлых» систем, как ^{248}Cf и ^{254}Fm , является достаточно медленным, а средние времена деления достаточно большими, чтобы K -мода успевала релаксировать к статистически равновесному распределению для разрывных конфигураций. Этот вывод тем более справедлив для более «лёгкого» компаунд-ядра ^{224}Th .
6. Результаты расчётов, проведенных в четырёхмерной динамической модели показали, что при переходе от трёхмерной к четырёхмерной модели с учётом K -моды наблюдается существенное уменьшение скорости деления и, соответственно, увеличение среднего времени деления.
7. Проведенные расчёты указывают на необходимость распространения модели на более «лёгкие» компаунд-ядра в районе $A \sim 200$.
8. Расчёты, проведенные с учётом эффектов немарковости в уравнениях Ланжевена, выявили увеличение скорости деления и уменьшение среднего времени деления с ростом времени корреляции случайной силы.
9. Результаты расчётов свидетельствуют о том, что марковское приближение является оправданным для такого медленного процесса, как деление, при значениях времени корреляции случайной силы, меньших 0.5×10^{-21} с, т.е. при температурах выше 2.3 МэВ. Таким образом, результаты, полученные ранее для деления в марковском приближении [19, 25], не нуждаются в пересмотре.
10. Разработанный ранее комплекс программ для динамического моделирования процесса деления с использованием трёх коллективных координат модифицирован для учёта эволюции K -моды.
11. Для анализа роли эффектов немарковости был модифицирован созданный ранее комплекс программ для динамического моделирования процесса деления с использованием одной коллективной координаты.

В приложениях даны формулы тензорной алгебры для перехода от параметров (c, h, α) к коллективным координатам (q_1, q_2, q_3) , приводятся соотношения для расчёта моментов инерции делящегося ядра, а также описан метод численного решения обобщённого уравнения Ланжевена.

Список цитируемой литературы

1. Halpern I., Strutinsky V. M. Angular distributions in particle induced fission at medium energies // Proceedings Of the Second United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, Switzerland, 1957. Vol. 15. United Nations, Geneva, Switzerland, 1958. Pp. 408–418.
2. Vandenbosch R., Huizenga J. R. Nuclear Fission. New York, Academic Press, 1973. 424 p.

3. Bond P. D. Reexamination of fission fragment angular distributions and the fission process: Formalism // *Phys. Rev. C*. 1985. Vol. 32. Pp. 471–482.
4. Bond P. D. Reexamination of fission fragment angular distributions and the fission process: Analysis of data // *Phys. Rev. C*. 1985. Vol. 32. Pp. 483–487.
5. Rossner H. H., Huizenga J. R., Schröder W. U. Statistical scission model of fission-fragment angular distributions // *Phys. Rev. Lett.* 1984. Vol. 53. Pp. 38–41.
6. Rossner H., Huizenga J. R., Schröder W. U. Fission fragment angular distributions // *Phys. Rev. C*. 1986. Vol. 33. Pp. 560–575.
7. John B., Kataria S. K. Statistical prescission point model of fission fragment angular distributions // *Phys. Rev. C*. 1998. Vol. 57. Pp. 1337–1348.
8. Freifelder R., Prakash M., Alexander J. M. Interplay between theory and experiment for fission-fragment angular distributions from nuclei near the limits of stability // *Phys. Rep.* 1986. Vol. 133. Pp. 315–335.
9. Eremenko D. O., Drozdov V. A., Eslamizadex M. H. et al. Stochastic model of tilting mode in nuclear fission // *Phys. At. Nucl.* 2006. Vol. 69. Pp. 1423–1427.
10. Drozdov V. A., Eremenko D. O., Fotina O. V. et al. Stochastic Model of the Tilting Mode in Nuclear Fission // *Tours symposium on nuclear physics V, Tours 2003*. Vol. 704. Tours, France: AIP Conf. Proc., 2004. Pp. 130–138.
11. Krappe H. J. Achievements and problems in modelling fission of hot nuclei // *Proceedings of the XIII Meeting on Physics of Nuclear Fission in Memory of Prof. G. N. Smirenkin, Obninsk, 1995* / Ed. by B. D. Kuzminov. SSCRF-IPPE, Obninsk, 1995. Pp. 134–144.
12. Karpov A. V., Hiryanov R. M., Sagdeev A. V., Adeev G. D. Dynamical treatment of fission fragment angular distribution // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2007. Vol. 34. Pp. 255–269.
13. Хирьянов Р. М., Карпов А. В., Адеев Г. Д. Стохастическая модель формирования угловых распределений осколков деления возбужденных компаунд-ядер // *ЯФ*. 2008. Т. 71. С. 1389–1400.
14. Lestone J. P. Calculating fission rates at high spin: Incorporation of rotational degrees of freedom in thermodynamically fluctuating axially symmetric systems // *Phys. Rev. C*. 1999. Vol. 59. Pp. 1540–1544.
15. Lestone J. P., McCalla S. G. Statistical model of heavy-ion fusion-fission reactions // *Phys. Rev. C*. 2009. Vol. 79. P. 044611.
16. Randrup J., Möller P. Brownian shape motion on five-dimensional potential-energy surfaces: Nuclear fission-fragment mass distributions // *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 106. P. 132503.
17. Möller P., Sierk A. J., Ichikawa T. et al. Heavy-element fission barriers // *Phys. Rev. C*. 2009. Vol. 79. P. 064304.
18. Brack M., Damgaard J., Jensen A. S. et al. Funny hills: The shell-correction approach to nuclear shell effects and its applications to the fission process // *Rev. Mod. Phys.* 1972. Vol. 44. Pp. 320–405.

19. Адеев Г. Д., Карпов А. В., Надточий П. Н., Ванин Д. В. Многомерный стохастический подход к динамике деления возбужденных ядер // ЭЧАЯ. 2005. Т. 36. С. 732–820.
20. Abe Y., Ayik S., Reinhard P.-G., Suraud E. On stochastic approaches of nuclear dynamics // Phys. Rep. 1996. Vol. 275. Pp. 49–196.
21. Игнатюк А. В., Иткис М. Г., Околович В. Н. и др. Деление доактинидных ядер. Функции возбуждения реакции (α, f) // ЯФ. 1975. Т. 21. С. 1185–1205.
22. Krappe H. J., Nix J. R., Sierk A. J. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations // Phys. Rev. C. 1979. Vol. 20. Pp. 992–1013.
23. Sierk A. J. Macroscopic model of rotating nuclei // Phys. Rev. C. 1986. Vol. 33. Pp. 2039–2053.
24. Fröbrich P., Gontchar I. I. Langevin description of fusion, deep-inelastic collisions and heavy-ion induced fission // Phys. Rep. 1998. Vol. 292. Pp. 131–237.
25. Гончар И. И. Ланжевенновская флуктуационно-диссипативная динамика деления возбужденных атомных ядер // ЭЧАЯ. 1995. Т. 26. С. 932–1000.
26. Døssing T., Randrup J. Dynamical evolution of angular momentum in damped nuclear reactions: (I). Accumulation of angular momentum by nucleon transfer // Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 433. Pp. 215–279.
27. Randrup J. Transport of angular momentum in damped nuclear reactions // Nucl. Phys. A. 1982. Vol. 383. Pp. 468–508.
28. Lestone J. P., Sonzogni A. A., Kelly M. P., Vandenbosch R. Near- and sub-barrier fission fragment anisotropies and the failure of the statistical theory of fission decay rates // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1997. Vol. 23. Pp. 1349–1357.
29. Back B. B., Betts R. R., Gindler J. E. et al. Angular distributions in heavy-ion-induced fission // Phys. Rev. C. 1985. Vol. 32. Pp. 195–213.
30. Gavron A., Eskola P., Sierk A. J. et al. New Evaluation of Fission-Fragment Angular Distributions in Heavy-Ion Reactions // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. Pp. 589–592.
31. Карамян С. А., Кузнецов И. В., Музычка Ю. А. и др. Эффективные моменты инерции тяжелых ядер в седловой точке // ЯФ. 1967. Т. 6. С. 494–504.
32. Vaz L. C., Logan D., Duek E. et al. Fission and emission of H and He in the reactions of 215 MeV ^{16}O with ^{181}Ta , ^{208}Pb and ^{238}U // Z. Phys. A. 1984. Vol. 315. Pp. 169–182.
33. Tōke J., Bock R., Dai G.-x. et al. Compound nucleus fission and quasi-fission in reactions of ^{238}U with ^{16}O and ^{27}Al // Phys. Lett. B. 1984. Vol. 142. Pp. 258–262.
34. Rossner H., Hilscher D., Holub E. et al. Angular distributions of fragments from fission induced by 220-MeV ^{20}Ne on targets of ^{165}Ho , ^{197}Au , and ^{209}Bi // Phys. Rev. C. 1983. Vol. 27. Pp. 2666–2678.

35. Иткис М. Г., Музыка Ю. А., Оганесян Ю. Ц. и др. Деление возбужденных ядер с $Z^2/A = 20 - 33$: массово-энергетические распределения осколков, угловой момент и капельная модель // ЯФ. 1995. Т. 58. С. 2140–2165.
36. Nadtochy P. N., Adeev G. D., Karpov A. V. More detailed study of fission dynamics in fusion-fission reactions within a stochastic approach // Phys. Rev. C. 2002. Vol. 65. P. 064615.
37. Kramers H. A. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions // Physica. 1940. Vol. 7. Pp. 284–304.
38. Jing-Shang Z., Weidenmüller H. A. Generalization of Kramers's formula: Fission over a multidimensional potential barrier // Phys. Rev. C. 1983. Vol. 28. Pp. 2190–2192.
39. Hilscher D., Rossner H. Dynamics of nuclear fission // Ann. Phys. (France). 1992. Vol. 17. Pp. 471–552.
40. Hilscher D., Gontchar I., Rossner H. Fission dynamics of hot nuclei and nuclear dissipation // Phys. At. Nucl. 1994. Vol. 57. Pp. 1187–1199.
41. Bhatt K. H., Grangé P., Hiller B. Nuclear friction and lifetime of induced fission // Phys. Rev. C. 1986. Vol. 33. Pp. 954–968.
42. Mori H. A continued-fraction representation of the time-correlation functions // Prog. Theor. Phys. 1965. Vol. 34. Pp. 399–416.
43. Grote R. F., Hynes J. T. The stable states picture of chemical reactions. II. Rate constants for condensed and gas phase reaction models // J. Chem. Phys. 1980. Vol. 73. Pp. 2715–2732.
44. Boilley D., Lallouet Y. Non-Markovian diffusion over a saddle with a generalized Langevin equation // J. Stat. Phys. 2006. Vol. 125. Pp. 473–489.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Гегечкори А. Е., Анищенко Ю. А., Надточий П. Н., Адеев Г. Д. Влияние эффектов немарковости на скорость и времена деления // Ядерная физика. 2008. Т. 71. С. 2041–2051.
2. Гегечкори А. Е., Адеев Г. Д. Угловое распределение осколков деления возбужденных компаунд-ядер в ланжевенновской динамике // Изв. вузов. Физика. 2009. Т. 52, № 11/2. С. 63–68.
3. Анищенко Ю. А., Гегечкори А. Е., Адеев Г. Д. Временные характеристики процесса деления возбужденных ядер в многомерной ланжевенновской динамике // Изв. вузов. Физика. 2009. Т. 52. С. 57–62.
4. Анищенко Ю. А., Гегечкори А. Е., Надточий П. Н., Адеев Г. Д. Скорость деления возбужденных ядер в многомерном стохастическом подходе // Ядерная физика. 2009. Т. 72. С. 2056–2068.

5. Гегечкори А. Е., Адеев Г. Д. Угловое распределение осколков деления возбужденных компаунд-ядер в многомерной ланжевенской динамике // Ядерная физика. 2011. Т. 74. С. 3–12.
6. Анищенко Ю. А., Гегечкори А. Е., Адеев Г. Д. Влияние ориентационной степени свободы на скорость и время деления сильновозбужденных ядер // Ядерная физика. 2011. Т. 74. С. 361–371.
7. Anischenko Y. A., Gegechkori A. E., Adeev G. D. Fission rate and time of highly excited nuclei in multi-dimensional stochastic calculations // Act. Phys. Pol. B. 2011. Vol. 43. Pp. 493–496.
8. Gegechkori A. E., Adeev G. D. Impact of non-markovian effects and orientation degree of freedom on the fission rate and time // International Symposium on Exotic Nuclei, Sochi, Russia, 2009 / Ed. by Y. E. Penionzhkevich, S. M. Lukyanov. Vol. 1224. AIP Conf. Proc., 2010. P. 366–371.
9. Anischenko Y. A., Gegechkori A. E., Nadtochy P. N., Adeev G. D. Fission rate and transient time of highly excited nuclei in multi-dimensional stochastic calculations // International Symposium on Exotic Nuclei, Sochi, Russia, 2009 / Ed. by Y. E. Penionzhkevich, S. M. Lukyanov. Vol. 1224. AIP Conf. Proc., 2010. Pp. 350–355.
10. Гегечкори А. Е. Влияние эффектов немарковости на характеристики вынужденного ядерного деления // Омский научный вестник. 2007. Т. 56, № 2. С. 15–18.
11. Гегечкори А. Е., Адеев Г. Д. Описание вынужденного ядерного деления с помощью обобщенного уравнения Ланжевена // Вестник омского университета. 2007. Т. 44, № 2. С. 31–34.
12. Gegechkori A. E. Orientation degree of freedom as an essential collective coordinate in fission dynamics. // Book of abstracts of the XLV Zakopane Conference on Nuclear Physics «Extremes of the nuclear landscape», Zakopane, Poland, 2010. Pp. 83–84.
13. Gegechkori A. E., Adeev G. D. Impact of non-markovian effects and orientation degree of freedom on the fission rate and time. // Book of abstracts of the International Symposium on Exotic Nuclei (Exon-2009), Sochi, Russia, 2009. P. 101.
14. Anischenko Y. A., Gegechkori A. E., Nadtochy P. N., Adeev G. D. Fission rate and transient time of highly excited nuclei in multi-dimensional stochastic calculations. // Book of abstracts of the International Symposium on Exotic Nuclei (Exon-2009) Sochi, Russia, 2009. P. 96.