

ТОМСКИЙ ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ И ОРДЕНА ТРУДОВОГО
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.В.КУЙБИШЕВА

Научно-исследовательский институт прикладной математики и
механики

Уч. № 04900017456

На правах рукописи

УДК 533; 621.362:537.84

Галкин Владислав Михайлович

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ
В ГЕОФИЗИЧЕСКИХ МГД ГЕНЕРАТОРАХ

(01.02.05 – механика жидкостей, газа и плазмы)

Д и с с е р т а ц и я
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научные руководители:

доктор физико-математических
наук, доцент Васенин И.М.,

кандидат физико-математических
наук, старший научный сотрудник
Бутов В.Г.

РЕФЕРАТ

Диссертация изложена на 140 страницах машинописного текста, содержит 34 рисунка, 7 таблиц, библиография включает 105 наименований.

Ключевые слова: МГД КАНАЛ, СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА, ЗАКОН ОМА, УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА, ДВУХФАЗНОЕ НЕРАВНОВЕСНОЕ ПОЛИДИСПЕРСНОЕ ТЕЧЕНИЕ, МОЩНОСТЬ, ВЫПАДЕНИЕ ЧАСТИЦ, СХЕМА ФАКТОРИЗАЦИИ, СХЕМА МАК-КОРМАКА, ДО-ТРАНС-СВЕРХЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ, ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ КАНАЛ, ОСРЕДНЕНИЕ, ПЛОСКОСТЬ СИММЕТРИИ.

Работа посвящена разработке методов расчета и численному исследованию течения равновесной плазмы в разгонной и преобразовательной частях импульсных сверхзвуковых МГД генераторов прямоугольной формы при наличии двухфазной неравновесности.

Во введении обосновывается актуальность диссертационной работы. Дается краткий обзор литературы по истории создания, применения и особенностям МГД генераторов. Коротко рассмотрено состояние на настоящий момент в области численного моделирования и исследования процессов в МГД генераторах.

Первая глава посвящена описанию и обоснованию методов расчета смешанных неравновесных двухфазных течений в разгонной части МГД канала. Рассмотрена физическая и математическая постановка задачи. Изложены методы сведения исходных трехмерных уравнений к двумерным. Рассмотрены три способа: совместный расчет в двух плоскостях симметрии, расчет в одной плоскости симметрии с использованием замыкающих соотношений, осреднение по одной поперечной координате. Для разных замыкающих уравнений проведено сравнение с имеющимися результатами. Для расчета до-трансзвуковой области использовался метод приближенной факторизации, для расчета сверхзвуковой области - маршевая схема Мак-Кормака.

Во второй главе рассмотрено сверхзвуковое двухфазное тече-

ние в преобразовательной части МГД канала фарадеевского типа при наличии магнитного поля. Подробно рассмотрены постановка и реализация методов расчета в двумерной постановке газодинамических и электрофизических параметров при магнитном числе Рейнольдса меньше единицы.

В третьей главе на основе предложенных подходов проведена оценка параметров по степени их влияния на генерируемую мощность и на выпадение частиц на стенки сопла. Показано слабое влияние режима работы МГД генератора на процесс выпадения. Проведено сравнение с имеющимися численными и экспериментальными данными.

Рассмотрена вариационная задача о построении сверхзвуковой части сопла. Методами нелинейного программирования построены два семейства контуров: удовлетворяющие требованию повышения ресурса МГД генератора и требованию безударного сопряжения с заданной частью.

В заключении сформулированы основные выводы, полученные в работе.

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ.	6
Использование упрощенных постановок при решении вариационных задачах	10
Применение упрощенных постановок в гидродинамике. . . .	11
Применение упрощенных постановок в магнитной гидродинамике.	13
I. РАСЧЕТ СМЕШАННОГО ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В РАЗГОННОЙ ЧАСТИ СОПЛА МГД ГЕНЕРАТОРА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ. .	25
I.1. Исходная система уравнений, постановка задачи .	26
I.2. Методы расчета течения в прямоугольных каналах, сведение трехмерных уравнений к двумерным . . .	31
I.2.1. Метод осреднения.	32
I.2.2. Метод плоскостей симметрии.	37
I.3. Схемы расчета параметров течения в разгонной части.	43
I.3.1. Расчет параметров частиц.	43
I.3.2. Расчет параметров течения в до-трансзвуковой области.	46
I.3.3. Расчет параметров течения в сверхзвуковой области	50
I.4. Тестовые расчеты.	52
I.5. О границах применимости моделей	61
2. РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВОГО ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ЧАСТИ СОПЛА МГД ГЕНЕРАТОРА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ФАРАДЕЕВСКОГО ТИПА СО СПЛОШНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ. ПОСТАНОВКА И РЕАЛИЗАЦИЯ.	66
3. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ	75
3.1. Сравнение с одномерными расчетами	75

3.2. Результаты двумерных расчетов.	83
3.2.1. Влияние моно и полидисперсного распределения на МГД течение.	94
3.2.2. Влияние двухфазной неравновесности на МГД те- чение.	98
3.2.3. О факторах, влияющих на процесс выпадения К- фазы.	99
3.2.4. Влияние дозвуковой области на параметры тече- ния.	108
3.2.5. Построение безударного сопла и сопла с умень- шенным выпадением К- фазы.	110
3.2.6. Нахождение оптимального по энергосъему профи- ля преобразовательной части сопла.	124
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.	128
ЛИТЕРАТУРА	130

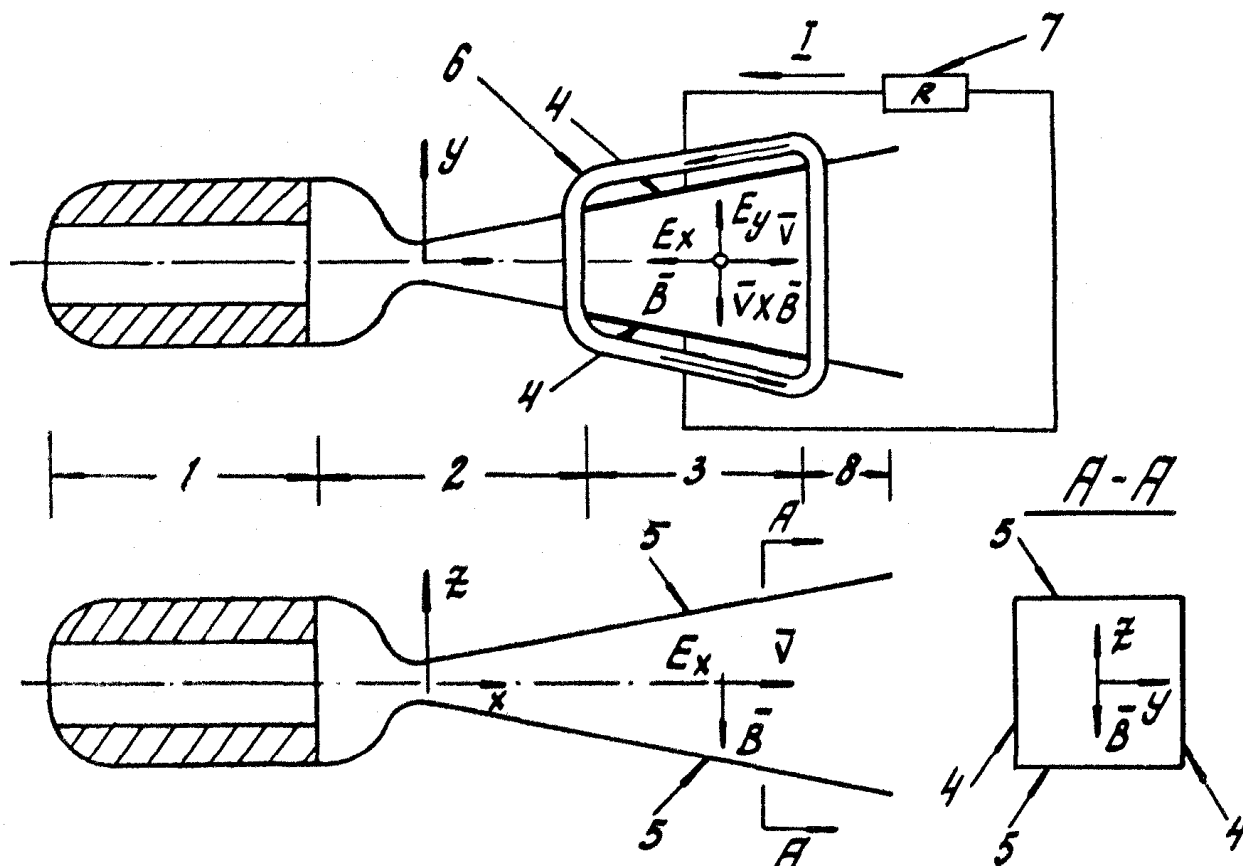
Идея прямого преобразования энергии движущейся проводящей жидкости непосредственно в электрическую принадлежит Фарадею. Однако, его первая попытка в 1832 г. использовать в качестве МГД генератора комбинацию из реки Темзы, магнитного поля земли и моста Ватерлоо не увенчалась успехом. Впервые это удалось в 1852 г. соотечественнику Фарадея Волластону, использовавшего для этих целей приливную волну в одном из заливов Ла-Манша /1/. Роль рабочего тела в этом опыте выполняла морская вода, обладающая необходимой проводимостью.

Следующая удачная попытка практической реализации МГД метода преобразования энергии произошла спустя столетие, в 1959 г. Фирма "Авко эверет" (США) испытала МГД генератор на аргоне с температурой рабочего тела 3000 градусов. Этой же фирмой в 1964 г. на установке "Марк-5" впервые был реализован режим самовозбуждения и автономной работы /2/. Эта установка имела классическую схему, изображенную на рис. I. В качестве нагрузки использовалась собственная магнитная система. Роль генератора плазмы выполнял ракетный двигатель на керосине и жидком кислороде. Ионизирующей присадкой было едкое кали.

Под руководством академика Велихова Е.Н. в 1969 г. в СССР был создан самовозбуждающийся импульсный МГД генератор, работающий на продуктах сгорания специальных твердых топлив с ионизирующими присадками /3-7/. В нашей стране также проводились работы по созданию опытно-промышленных установок на природном газе и воздухе /8/.

Отметим, что в настоящее время существуют различные схемы МГД преобразования энергии, которые принято различать по следующим характерным признакам /9/: открытый, замкнутый тип; на жид-

Схема МГД генератора



- 1 - генератор плазмы;
- 2 - разгонная часть;
- 3 - преобразовательная часть;
- 4 - электродные стенки;
- 5 - изоляционные стенки;
- 6 - магнитная система;
- 7 - нагрузка;
- 8 - диффузор.

Рис. I

ком, на газообразном носителе; непрерывного, импульсного действия; единичного, многократного использования; кондукционного, индукционного вида.

Особенность импульсных МГД генераторов, рассматриваемых в данной работе, состоит в том, что максимальная температура рабочего тела находится в районе 4000°K , в то время как проводимость газов за счет ионизации при такой температуре мала /10/. Поэтому для увеличения проводимости используется легко ионизирующаяся при данной температуре присадка, роль которой обычно выполняют соединения щелочных металлов калия или цезия.

Остановимся на наиболее характерной открытой схеме импульсного кондукционного МГД генератора, работающего на двухфазных продуктах сгорания специальных твердых топлив.

К числу достоинств МГД способа преобразования энергии относятся: безинерционность, отсутствие ограничений на единичную мощность блока, высокая удельная мощность (до 500 Мвт/м^3). Это позволило создать и использовать в СССР семейство геофизических импульсных МГД генераторов (ИМГДГ): "Памир", "Урал", "Хибины" /7, II/. Данные геофизические ИМГДГ дают в нагрузке 5–40 Мвт при токе порядка 15000 А, что позволяет проводить геоэлектрическое картирование земной коры и верхней мантии за один пуск на площади 100000 км^2 с глубиной зондирования до 100 км /3–6/. В настоящее время в геофизике не существуют способы, которые могли бы составить по данным параметрам конкуренцию электромагнитному зондированию с применением ИМГДГ.

Особенностью подобных геофизических ИМГДГ является то, что в генераторе плазмы сгорает высокоэнтальпийное топливо, содержащее наряду с ионизирующими добавками горючее в виде алюминия. В результате газ, протекающий по тракту установки, содержит конденсированную фазу в виде окиси алюминия.

Численное исследование двухфазных течений в газодинамических трактах ИМГДГ является сложной задачей. И хотя расчет двухфазных течений достаточно широко развит для сопел ракетных двигателей /12-23/, подобные расчетные схемы для ИМГДГ только начинают разрабатываться.

С одной стороны, это связано с тем, что хорошо развитые методы расчета осесимметричных течений нельзя непосредственно перенести на случай газодинамических трактов, имеющих прямоугольное сечение. С другой стороны, в преобразовательной части ИМГДГ необходимо одновременно с расчетом газодинамических параметров рассчитывать воздействие на газ электромагнитной силы. Потребность в создании численных методик велика и стимулируется следующими обстоятельствами:

1. Возможность замены части дорогостоящих и сложных натуральных и стендовых опытов /24/ численным экспериментом, что позволяет экономить время и средства.

2. Прогнозирование и оптимизация как конструкции, так и рабочего цикла ИМГДГ на этапе проектирования без проведения эксперимента.

3. Повышение ресурса МГД установок /11/.

Рассмотрим более подробно последний пункт. ИМГДГ состоит из одноразового генератора плазмы, который заменяется после каждого пуска и многоразовой разгонно-преобразовательной части, в процессе пуска на проточную часть канала наряду с термохимическим воздействием оказывает свое влияние и К-фаза. Скорость ее в сверхзвуковой части достигает 1-2 км/с и при выпадении ее на стенки канала возникает эрозия /25/. Вследствие этого МГД установка разрушается и после нескольких пусков выходит из строя.

Таким образом, весьма актуальной является проблема создания таких контуров газодинамического тракта, на которые выпадение К-

фазы либо отсутствует полностью, либо в сведено к минимуму. Расчеты позволяют находить такие контура.

Использование упрощенных постановок при решении вариационных задач

Близкие задачи возникают в аэромеханике при построении оптимальных аэродинамических форм методами вариационного исчисления. Для внешнего обтекания наиболее характерной является задача построения тела минимального волнового сопротивления, а для внутренних течений построение сверхзвуковой части сопла, дающего максимум тяги или другой интегральной характеристики при определенных ограничениях, включая изопериметрические /16-22, 26/. Наиболее общим и универсальным методом решения вариационных задач аэромеханики и газовой динамики является метод множителей Лагранжа. Этим методом, в частности, впервые была сформулирована задача построения оптимального контура осесимметричного сопла без выпадения частиц при двухфазном течении /18/. Однако при рассмотрении газодинамических задач со сложным видом уравнений, описывающих течение, использование метода множителей Лагранжа становится проблематичным в силу его сложности и громоздкости /13/. Это стимулировало использование прямых методов вариационного исчисления. Суть этих методов в газовой динамике такова: искомая оптимальная образующая аппроксимируется известными функциями с неизвестными параметрами. Дополнительные условия геометрического характера дают связи между некоторыми параметрами, оставшиеся N свободных параметров образуют N -мерное пространство, т.е. минимизируемый функционал является теперь функцией N -переменных /16-19/. Поскольку эта функция нелинейна, то поиск ее экстремума является задачей нелинейного программирования /19, 22, 27-29/. Как показали практические расчеты, основным фактором,

определяющим возможность нахождения экстремума прямым методом, является фактор времени. Он определяется временем одного прямого расчета, которое, как показала практика, не должно превышать 5-7 мин. Для существующих программ расчета трехмерных сверхзвуковых течений чистого газа с диапазоном чисел маха 2,8-3, время счета составляет 5-10 мин. При неравновесном течении смеси газа и частиц, это время возрастает в несколько раз.

Если же рассмотреть до-трансзвуковую область, то для нахождения параметров течения в прямоугольном канале методом установления требуется время порядка часа для чистого газа /30, 31/. Для неравновесного полидисперсного течения время, по-видимому, возрастет на порядок. В литературе упоминания о подобных расчетах не встречались. Естественно, что ни о проведении параметрических расчетов, ни об оптимизации сверхзвуковых частей при таких временных характеристиках говорить не приходится. Поэтому возникает необходимость использовать упрощенные одномерные и квазидвумерные модели, а также пользоваться более эффективными методами, чем метод установления /32-45/.

Применение упрощенных постановок в гидродинамике

Рассмотрим применение двумерных моделей.

В задачах внешнего обтекания используется способ решения трехмерных уравнений в окрестности плоскости симметрии, которая является особой и позволяет находить решение отдельно, фактически для двумерных уравнений /46-54/. В работах /46, 47/ изучается теплообмен в плоскостях симметрии затупленных тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком. Аналогичный подход использовался в /51/ при изучении ламинарного пространственного пограничного слоя при сильном вдуве. Необходимо отметить важную особенность, возникаю-

щую при расчете в плоскостях симметрии и связанную с необходимостью замыкания получающейся системы уравнений. Для случаев пространственного обтекания это выражается в присутствии членов с окружающим градиентом давления. Предложен ряд подходов для решения этой проблемы. В работе /54/ проанализировано, при каких условиях эти членами можно пренебречь. В /52/ для нахождения этих членов используется решение невязкой задачи, в /53/ используется процедура обрезания рядов, а в /55/, с целью упрощения уравнений пространственного пограничного слоя использовался метод меридиональных сечений.

Как отмечено в /54/, плоскость симметрии является особой для пространственных течений, поэтому система уравнений на ней будет зависеть от двух переменных, и хотя профиль скорости в этом случае является плоским, боковое стекание или растекание может влиять на локальные и интегральные характеристики течения. Когда поперечные компоненты течения малы, неплохо зарекомендовал себя метод осесимметричной аналогии, предложенный в работе /59/ для течений идеального газа. В /60/ близкий подход использовался для расчета теплообмена в трехмерном потоке и показал очень хорошее совпадение с летным экспериментом.

При расчете внутренних течений также используются упрощенные постановки, позволяющие избегать решения достаточно сложных пространственных уравнений.

Карлсон и Хорнбек в /56/ рассмотрели установившееся ламинарное течение в канале с квадратным сечением и показали, что использование для замыкания алгебраического выражения, которое выполняется в плоскости симметрии, дает результаты, близкие к точному решению. Под точным решением понимается использование в качестве замыкающего соотношения дифференциального уравнения, полученного при анализе порядка величин полной системы уравнений.

В работе /57/ рассматривается метод расчета течения и теплообмена на начальном участке канала прямоугольного сечения. Применяемая авторами модель основана на использовании двух взаимосвязанных систем в форме уравнений пограничного слоя и близка к идее использования канонического потока с коэффициентами, учитывающими неоднородность в распределении параметров по сечению канала /58/. Каждая из двух систем уравнений описывает течение в осредненном виде во всей области между стенками в одной из взаимно перпендикулярных плоскостей и учитывает тепловые потери и потери на трение на второй паре стенок, а также неоднородности распределений параметров во втором направлении. В качестве дополнительной гипотезы, определяющей связь двух поперечных составляющих скорости, использовалось интегральное соотношение. Для совместного решения систем уравнений для плоскостей $z = 0$ и $y = 0$ использовался метод последовательных приближений на каждом шаге по продольной координате. Сходимость контролировалась по совпадению значений скорости и полной энтальпии на оси канала. Авторы работы /57/ считают, что такой подход является экономичным, так как не требует решения трехмерных уравнений. Это утверждение не является очевидным в силу того, что для сходимости может потребоваться столько итераций, что по времени может быть сравнимо с расчетом всего трехмерного поля.

Применение упрощенных постановок в магнитной гидродинамике

Что касается магнитогидродинамических явлений, то, по мнению авторов работ /8, 58, 61/, следует прибегать к далеко идущей схематизации явлений. Один из наиболее простых, но достаточно эффективных способов заключается в использовании нульмерной аналогии. При таком подходе все параметры усредняются по объему рассматри-

ваемой области. Несмотря на простоту получающихся выражений, нульмерное приближение дает ясное физическое толкование таких величин, как коэффициент преобразования энергии, коэффициент нагрузки, параметр взаимодействия и показывает связь между генерируемой мощностью и условиями работы МГД генератора /8, 9, II, 6I-63/. Так, с использованием нульмерной теории выявлено, что коэффициент преобразования мощности увеличивается с ростом параметра взаимодействия, однако достижение значений больших 0,3 сопряжено с трудностями /8, II, 6I/. В этих работах показано, что в зависимости от особенностей течения газа в канале МГДГ, условно можно выделить две группы:

1. МГДГ активного типа, в которых в электроэнергию преобразуется в основном кинетическая энергия потока.

2. МГДГ реактивного типа, в которых скорость потока по длине канала изменяется незначительно, т.е. в электроэнергию преобразуется преимущественно тепловая энергия газа.

В работе /64/ представлены результаты первых семи энергетических испытаний МГДГ малой массы близкого по своим характеристикам к установке "Памир-I"; на основании нульмерного приближения проведены оценки электрофизических параметров. Показано, что параметр взаимодействия совпадает с величиной, характерной для установки "Памир-I". Причем в качестве рабочего тела так же использовался двухфазный поток, полученный в результате сгорания смесового топлива с ионизирующей добавкой.

Применение одномерного подхода, полученного путем осреднения исходных трехмерных уравнений по поперечному сечению канала, оказалось достаточно эффективным /30, 58, 65-73/. При этом считается, что все параметры, включая давление и температуру, постоянны в поперечном сечении канала. Однако, если профиль канала меняется по координате "X", то возникает поперечная скорость, а

наличие эффекта Холта приводит к появлению продольной составляющей плотности тока. Взаимодействие с магнитным полем приводит к появлению поперечной силы, которая должна уравниваться поперечным градиентом давления /II/. В одномерном приближении эти явления не учитываются. Кроме того одномерное приближение при расчете двухфазного течения не дает возможности учесть выпадение частиц на стенки или выявить наличие зоны свободной от частиц. Тем не менее, несмотря на эти очевидные недостатки, результаты полученные на основе одномерной модели имеют важное значение.

Необходимо отметить, что одна из первых вариационных задач была поставлена и решена в одномерной постановке Ньуренгером /66/. В своей работе он решил задачу о нахождении максимума мощности. Рассматривая дозвуковые и сверхзвуковые случаи он получил, что при больших параметрах взаимодействия для сжимаемой жидкости внешняя нагрузка, необходимая для получения оптимальной мощности может быть на порядок больше, чем нагрузка, соответствующая случаю несжимаемой жидкости. Причем минимальная мощность генерируется при числе Маха, равном единице. Если имеет место дозвуковой поток на входе, то в оптимальном режиме газ ускоряется до Маха равного единице на выходе, соответственно при сверхзвуковом входе замедляется до этой же величины. В работе /67/ на основе постановки вариационной задачи из /30/ получено, что максимум удельной мощности достигается при числах Маха больше единицы, если показатель адиабаты близок к 1.2 и при числах Маха меньше единицы, если показатель адиабаты близок к 5/3. В работах /8, 58, 61, 66/ проанализировано влияние коэффициента нагрузки на режим работы МГД генератора. Показано, что в канале возможно появление локальных областей, работающих как с подводом, так и с отбором мощности. Изучение в одномерной постановке МГДГ

реактивного типа с постоянной скоростью по длине показало, что существенным недостатком такого режима является необходимость сильного раскрытия сечения канала. Причем особенно сильно это проявляется с увеличением коэффициента преобразования энергии /8/. Более благоприятные геометрические соотношения можно получить в МГДГ активного типа при режиме $T = \text{const}$ /65/. Причем в генераторном режиме возможны два случая - ускорение дозвукового потока или замедление сверхзвукового потока. Показано, что торможение сверхзвукового потока может осуществляться без запираания, т.е. везде число Маха будет больше единицы. Что, тем не менее, не исключает возможности смешанного течения при достаточно больших значениях коэффициента преобразования мощности.

В работах /68, 70/, основанных на одномерном приближении, рассматривалось турбулентное течение проводящего газа в МГД канале. Проведено расчетное исследование течения в МГДГ со сплошными электродами. Рассматривались режимы $T = \text{const}$ и $U = \text{const}$. Подтверждено, что предельные характеристики МГДГ могут быть ограничены отрывом пограничного слоя. Рассмотрен вопрос о построении профиля канала, обеспечивающего безотрывное течение и высокое значение коэффициента преобразования энергии. Сформулирована вариационная задача о выборе оптимального МГД генератора с учетом развития пограничного слоя и ограничения, связанного с его отрывом. Указан способ перехода от вариационной задачи к задаче на условный экстремум. Разработан алгоритм поиска, основанный на реализации метода "бегущей волны". В упрощенной постановке выполнено расчетное исследование оптимальных МГД генераторов с большим коэффициентом преобразования мощности. На основе одномерной постановки в работе /68/ рассматривается применение метода "скользящего допуска" для оптимизации диагонального МГД канала с учетом турбулентности. Показана возможность повышения коэффици-

ента преобразования на 10-12 % за счет рационального профилирования электродных и боковых стенок. Проводя одномерный расчет реального МГД канала при малых значениях Re_m , в /71/ показано, что с точностью до 10 % по интегральной мощности, эффекты неоднородности учитываются при усреднении только удельного сопротивления. В работе /72/ решена задача о входе сжимаемого газа в однородное магнитное поле. Показано, что если параметр взаимодействия мал, то скорость остается непрерывной при входе в область с магнитным полем.

Из рассмотренных работ видно, что на основе одномерной постановки можно получить ответы на многие вопросы, возникающие при рассмотрении магнитной гидродинамики. По двухфазным течениям в МГДГ работ значительно меньше.

К первым из них относится работа /73/, где в квазиодномерном приближении проведен расчет характеристик неравновесного двухфазного течения с учетом коагуляции частиц в сверхзвуковом МГДГ.

Показано качественное различие характера течения в разгонной и преобразовательной частях МГД генератора. Так как объемная пондеромоторная сила приложена только к газу, а также на объем газовой фазы действует сила трения газа о частицы, то торможение газовой фазы происходит интенсивнее, чем при равновесном течении. Поэтому характерной особенностью двухфазного рабочего тела в преобразовательной части МГД канала является наличие участка, где направление обмена кинетической и тепловой энергией между фазами по сравнению с областью ускорения меняет свой знак. Часть энергии, отданная совокупности частиц газовой фазой в разгонном участке, возвращается вновь газовой фазе и может быть использована в МГД цикле.

Далее авторы выделяют три характерные области в преобразова

тельной части МГДГ.

1. Область по направлению теплового и динамического взаимодействия между фазами, совпадающая с разгонной частью.

2. Область практически равновесного течения.

3. Область частичного возвращения кинетической энергии, затраченной газом на ускорение К- фазы.

Причем утверждается, что размеры третьей области незначительны. Результаты, приведенные в третьей главе диссертации показывают обратное – эта область занимает больше половины преобразовательной части МГДГ, а вторая область вырождается для двумерного случая в кривую, разграничивающую две другие области.

Другой работой, в которой рассмотрены, аспекты связанные с двухфазным течением является /II/. В этой работе проведен анализ экспериментов на установке "Памир-I" и показано, что эрозионный унос определяет ресурс работы МГДГ. Получено, что толщина пленки К- фазы составляет около 0,1 мм. В ходе изучения влияния неравновесности на процесс преобразования энергии получено, что одномерные расчеты дают удовлетворительное совпадение при моно и полидисперсном приближении. В качестве размера частиц в монодисперсном приближении выбирался среднемассовый размер, а учет коагуляции и дробления приводил к изменению этой величины всего на 10 %. Проведенное сравнение показало, что лучшее соответствие эксперименту получено при использовании двухфазного течения по сравнению с моделью псевдогаза. Для параметров, характерных для установки "Памир-I" показано, что в преобразовательной части МГДГ пондеромоторная сила превышает силу вязкого межфазного взаимодействия.

В /I05/ описывается инженерный метод, основанный на одномерном описании двухфазного полидисперсного течения смеси химически реагирующих газов и К- фазы с учетом коагуляции и дробле-

ния частиц. Рассчитываются так же приэлектродные и концевые эффекты.

К сказанному надо добавить, что в работах /11, 73, 105/ фактически отражено состояние дел на настоящий момент при двухфазном течении в МГДГ.

Наряду с осреднением искомых величин по сечению, используется осреднение по расходу. В общем случае, мы должны рассматривать некий канонический поток, причем свойства его будут зависеть от выбора способа осреднения, от выбора системы определяющих средних параметров, от выбора формы дополнительных замыкающих связей /58, 74, 76/. Если распределение газодинамических параметров по сечению существенно неоднородно, то можно задать распределение этих параметров по сечению или ввести коэффициенты, учитывающие неоднородность /10, 74-76/. Однако при помощи этих приемов невозможно исследовать процесс выпадения К- фазы на стенки.

Другой подход заключается в использовании двумерных моделей для описания и исследования течения в МГДГ при магнитном числе Рейнольдса меньше единицы /1, 56, 77-88/. Естественно, что первоначально были исследованы наиболее простые осесимметричные и плоские течения. Правомерность применения модели плоского течения к течению в прямоугольных каналах обсуждается в /58/.

В /88/, путем численного интегрирования нестационарных уравнений магнитной гидродинамики до получения стационарного состояния решена задача о двумерном стационарном течении плазмы в коаксиальной системе.

Течение сверхзвукового потока электропроводного газа в неоднородном магнитном поле рассмотрено в работах /81, 82/. Решалась система уравнений невязкой, нетеплопроводной сжимаемой жидкости для плоского случая. Эффект Холла не учитывался. В результате численных расчетов получено, что воздействие силы Лоренца

приводит к эффекту двумерного поджатия потока к оси канала в зоне волны сжатия, поэтому течение здесь происходит как бы в сходящемся канале с отбором энергии. Устойчивый переход через скорость звука в этом случае может происходить только в ударной волне.

В /80/ для плоского случая рассмотрена задача о сверхзвуковом течении в канале МГДГ со скошенным потоком на входе. Для канала со сплошными электродами задавалась нулевая нормальная плотность тока на входе, выходе и изоляторах, а также нулевое значение касательной составляющей напряженности электрического поля. Для идеального секционированного канала задавалась нормальная составляющая плотности тока, равной нулю на изоляторах и константе на входе и выходе из канала. Чтобы ограничить Хопловский потенциал, в канале задается продольный ток. Плотность тока на электродах считалась заданной. При числе Маха на входе равном 2.5 и показателе адиабаты 1.14 получено, что эффекты, связанные со скосом потока пропорциональны параметру МГД взаимодействия и полному току.

В работах /78, 89/, посвященных расчету сверхзвукового течения в канале МГДГ, двумерное описание течения аналогичное /80/ с использованием точного решения из /72/ для распределения токов, сравнивалось с более простым модельным распределением /84/. Получена зависимость интегральной мощности МГДГ от величины полного тока. Кроме этого, проведено сравнение с одномерной моделью. В /89/ показано, что из-за взаимодействия поперечного перепада давления и ponderomotorной силы происходит периодическое отражение возмущения от стенок.

В работе /85/ проведено численное исследование некоторых эффектов в секционированном МГДГ с последовательным включением электродов, причем ряд существенных результатов удалось получить в двумерной (плоской) постановке. В частности получено, что внут-

ренный к.п.д. может менять свой знак по длине канала.

В работе /84/ исследовались двумерные электрические эффекты в рамочном МГДГ. На основе предложенных допущений разработан способ численного решения электродинамической задачи в параметрической форме, что позволяет анализировать электрические характеристики канала, располагая один раз полученным решением эллиптического уравнения.

При рассмотрении задачи о входе сжимаемого газа в однородное магнитное поле, показано, что согласно развитому методу, концевые эффекты могут быть учтены отдельно /72/.

В работе /90/ рассмотрены гидравлические модели течения в канале МГДГ, основанные на уравнениях плоского пограничного слоя; предложено рассматриваемую область разбить на сектора и использовать в них разные уравнения. Для углового сектора предлагается использовать одномерное представление параметров, вблизи оси канала - трехмерное, а сшивку производить с использованием плоской модели. Расчет электромагнитных членов проводился по модели, взятой из /58/, причем для замыкания задавалась средняя плотность тока.

В /86/ находилось поперечное распределение тока в канале работающего на угле МГДГ с диагонально секционированными электродами. Для заданных по закону одной седьмой профилей скорости и энтальпии решалась двумерная задача. Причем для электрического потенциала решалась задача Пуассона. Получено неплохое совпадение однако, так как не учитывались токи утечки, результаты оказались несколько завышенными.

В работе японских исследователей /87/ рассматривается МГДГ на однофазных продуктах сгорания. Если судить по генерируемой мощности 11.3 МВт и тепловой мощности - 100 МВт, то близкими параметрами обладает установка "Памир-1" /8/. Известно, что при

коротком замыкании, плотность тока на электродах достигает больших значений, из-за чего уменьшается их ресурс. Анализ изменения характера работы сверхзвукового МГДГ фарадеевского типа при замыкании выполнен на основе двумерного подхода. Газодинамические параметры находились из осредненных в плоскости $y - z$ уравнений Навье-Стокса, используемых совместно с моделью турбулентного течения, основанной на гипотезе о пути перемешивания. Уравнения электродинамики решались при допущении, что магнитное число Рейнольдса много меньше единицы, т.е. магнитное поле задано и не зависит от рассчитываемых величин, а индуцированное магнитное поле не учитывается. На основании уравнений Максвелла и обобщенного закона Ома записывается уравнение Пуассона для электрического потенциала, которое решается методом Галеркина. В результате расчетов показано, что размыкание короткозамкнутых по линиям тока электродов является весьма эффективным средством борьбы против их перегрузки и разрушения.

В работах /91, 92/ численно исследовался диагональный МГДГ со сверхзвуковым потоком на входе. Течение описывалось осредненной по одной из координат двумерной системой уравнений невязкого нетеплопроводного газа. В /91/ проведенное сравнение одно и двумерных расчетов показало совпадение интегральных величин. В /92/ исследовались течения с Т-слоем, показано, что в процессе эволюции Т-слой превращается во внутреннее сопло.

Таким образом, из анализа работ можно сделать вывод, что они в основном используют три следующие модели: модель плоского течения; модель осредненного течения; параметрическое задание профилей параметров. Причем вопросы двухфазного течения в этих работах практически не отражены.

Что касается трехмерных расчетов в МГДГ, то их не так много, это связано как со сложностью рассматриваемого явления, так и с

ограниченными возможностями ЭВМ.

В качестве примера можно сослаться на работу /79/, в которой на основе уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости проведено численное исследование трехмерного МГД потока в изогнутом канале прямоугольного сечения.

В работе /31/ показано, что при течении смеси газа и частиц в прямоугольном канале частицы подходят ближе к граням канала, чем к ребрам.

В цикле работ /93, 94/ на основе параболизированных уравнений Навье-Стокса и К-Е модели турбулентности рассмотрены трехмерные течения сжимаемого газа в каналах крупномасштабных МГДГ типа У-25. Одновременно с расчетом газодинамических величин из двумерных уравнений находились электрофизические параметры. В ходе проведенных численных исследований выявлено, что величина скорости во вторичном течении может достигать 100 м/сек.

Остановимся коротко на особенностях расчета электрофизических параметров в рассматриваемых выше работах. Основные допущения используемые в них - малость индуцированного магнитного поля по сравнению с внешним, или, что то же самое, магнитное число Рейнольдса меньше единицы, а также пренебрежение током смещения. Это характерно для процессов, происходящих в МГДГ. Из анализа перечисленных выше работ видно, что для расчета электрофизических параметров наряду с упрощенной, алгебраической моделью /8, 78/, используются более точные приближения, основанные как на аналитических /58/, так и на численных методах решения эллиптических уравнений.

В /96/ решение этой задачи основано на сведении ее к двумерной задаче нестационарной теплопроводности, решение которой получают методом установления, причем для численного решения использовался конечно-разностный метод факторизованных смещений

из /97/.

Необходимость данной работы обусловлена тем, что в силу трудности получения достоверной информации о процессах, происходящих в МГД генераторах, а также сложности и дороговизны натуральных экспериментов, особое значение приобретают вопросы численного исследования ряда прикладных задач, возникающих при проектировании геофизических МГДГ.

На основании рассмотренных выше работ можно сделать вывод, что трехмерные расчеты течений в МГДГ остаются нечастым явлением, а по причине ограниченных возможностей ЭВМ служат пока лишь для выяснения качественной стороны. Причем работы, посвященные пространственным двухфазным течениям в МГДГ в настоящее время отсутствуют. В двумерной постановке этот вопрос тоже не исследован, а хорошо разработанные одномерные и нульмерные подходы в состоянии рассмотреть только ограниченный круг вопросов.

Поэтому диссертационная работа в какой-то мере восполняет пробел, который сложился в настоящее время в области численного исследования двухфазных течений в МГДГ. Работа посвящена двумерным постановкам, которые с одной стороны позволяют исследовать явления недоступные одномерному подходу, например процесс выпадения частиц на стенки, а с другой стороны, в отличие от трехмерных задач, позволяют обходиться существующими ЭВМ при проведении параметрических исследований.

1. РАСЧЕТ СМЕШАННОГО ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В РАЗГОННОЙ ЧАСТИ СОПЛА МГД ГЕНЕРАТОРА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Главная особенность течения в разгонной части заключается в отсутствии электромагнитных явлений. Это упрощает постановку задачи. Будем считать течение стационарным, газ идеальным, невязким, нетеплопроводным, химически не реагирующим. Так как газ, истекающий из генератора плазмы, содержит вторую фазу в виде жидких или твердых частиц окислов металлов, то для расчета и анализа таких течений воспользуемся моделью многоскоростной и многотемпературной сплошной среды. В этой модели реальное течение смеси газа и частиц заменяется на взаимопроникающее движение газа и "газа" частиц, причем "газ" частиц представляет собой аппроксимацию дискретных частиц сплошной средой. Основными допущениями этой модели являются следующие /12-15, 23/:

1. Все частицы имеют сферическую форму и разделены на N различных фракций с одинаковыми размерами в каждой из них.

2. Среда является многоскоростной и многотемпературной, т.е. в каждой точке потока имеется $N + 1$ скоростей и $N + 1$ температур.

3. Массообмен отсутствует (конденсация и испарение не учитывается, подвода газа или частиц вдоль по потоку нет).

4. Учитывается только теплообмен между частицами и газом, с внешней средой теплообмен отсутствует.

5. Вязкие силы учитываются лишь при взаимодействии частиц с газом; трение между газом и стенками канала, а также внутреннее трение в газе отсутствуют.

6. Градиент температуры внутри частицы пренебрежимо мал.

7. Объемом частиц можно пренебречь.
8. Давление создает только газ, вкладом частиц пренебрегаем.
9. Гравитационные силы не учитываются.
10. Теплоемкости газа и частиц постоянны.
11. Влияние электромагнитного поля на частицы отсутствует.
12. Процессы коагуляции и дробления частиц, связанные со взаимодействием частиц различных фракций, в данной работе не учитываются.

В силу того, что проводимость газа в МДГ на два порядка выше проводимости обычных газов, электростатические заряды с частиц стекают, делая частицы электронейтральными.

При рассмотрении течения в преобразовательной части полагаем, что проводимость создается только газовой фазой /105/.

1.1. Исходная система уравнений, постановка задачи

Пусть X , Y , Z - декартовы координаты (рис.1). Ось совпадает с осью газодинамического тракта. В приближении многожидкостной модели сплошной среды смешанное, стационарное, трехмерное, двухфазное течение смеси газа и полидисперсных частиц в областях непрерывности параметров описывается уравнениями для газа:

$$\nabla(\rho \vec{v}) = 0;$$

$$\rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p - \sum_{i=1}^N \vec{F}_i; \quad (1.1)$$

$$\nabla(\rho H \vec{v}) = -\sum_{i=1}^N (c_p F_{4i} + \vec{v}_i \cdot \vec{F}_i);$$

$$P = \rho R T;$$

$$H = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{P}{\rho} + \frac{(\vec{V})^2}{2};$$

и для "газа частиц":

$$\nabla(\rho_i \vec{V}_i) = 0;$$

$$\rho_i (\vec{V}_i \cdot \nabla) \vec{V}_i = \vec{F}_i; \quad (I.2)$$

$$\nabla(\rho_i T_i \vec{V}_i) = \frac{C_p}{C_v} F_{4i}.$$

где

∇ - оператор набла;

$\vec{V} = (u, v, w)$ - вектор скорости газа;

$\vec{F}_i = (F_{1i}, F_{2i}, F_{3i});$

ρ, P, T - плотность, давление и температура газа;

H - полная энтальпия;

κ - показатель адиабаты;

R - газовая постоянная;

C_p - теплоемкость газа;

C_v - теплоемкость вещества частиц;

i - индекс соответствует фракции "газа" частиц.

$$\vec{F}_i = \rho_i C_{Ri} (\vec{V} - \vec{V}_i);$$

(I.3)

$$F_{4i} = \rho_i C_{4i} (T - T_i);$$

Для системы (I.1) на стенках задается условие непротекания, для системы (I.2) граничные условия на стенках не выставляются, поэтому после выпадения частица из рассмотрения исключается.

Постановка граничных условий на левой и правой границах рассматриваемой области будет анализироваться ниже.

В (I.3) в качестве C_{Ri} и C_{Li} использовались выражения, учитывающие влияние инерционности и разреженности среды, полученные Хендерсоном и соотношение Ковано-Дрейка [12-15, 23]:

$$C_{Ri} = \frac{24}{\left(Re + \sqrt{x/2} M_i \left(4.33 + \frac{3.65 - 1.53 \cdot T_i/T}{1 + 0.353 \cdot T_i/T} \exp(-0.247 \cdot \sqrt{2/x}) \right) \right)} \cdot \frac{4.5 + 0.38(0.03 \cdot Re + 0.48 \cdot \sqrt{Re})}{1 + 0.03 \cdot Re + 0.48 \cdot \sqrt{Re}} + \quad (I.4)$$

$$+ 0.1 M_i^2 + 0.2 M_i^3) \cdot \exp(-0.5 \cdot M_i / \sqrt{Re}) +$$

$$+ 0.6 \sqrt{x/2} M_i \cdot (1 - \exp(-M_i / Re));$$

$$C_{Li} = 6 \mu / (d_i^2 \cdot g_{io} \cdot Pr) \cdot Nu$$

Здесь числа Нуссельта - Nu , Рейнольдса - Re и Маха - M_i определяются по следующим формулам:

$$Nu = \frac{Nu_0}{1 + 3.42 (M_i / (Re \cdot Pr)) Nu_0};$$

$$Nu_0 = 2 + 0.459 \cdot Re^{0.55} \cdot Pr^{0.33};$$

$$Re = \frac{\text{abs}(\vec{V}_i - \vec{V}) g_{io} d_i}{\mu};$$

$$M_i = \frac{\text{abs}(\vec{V}_i - \vec{V})}{a}.$$

Коэффициент динамической вязкости газа определяется по формуле Сазерленда:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0.71}.$$

Здесь

Re - число Прандля;

d_i - диаметр частиц i -ой фракции;

ρ_{i0} - плотность материала частиц;

a - местная скорость звука в газе;

μ_0 - динамическая вязкость газа при T_0 .

Необходимо отметить, что при переходе течения от дозвукового к сверхзвуковому стационарная система (I.I) меняет свой тип от эллиптического к гиперболическому.

Для решения систем уравнений гиперболического типа наибольшее распространение получили маршевые методы с использованием схем Годунова /32-36/, Годунова-Колгана /37-39/, Мак-Кормака /40-43/.

Сложнее дело обстоит при решении систем уравнений смешанного типа, когда они в расчетной области при переходе через звуковую линию меняют свой тип с эллиптического на гиперболический.

В настоящее время наибольшая популярность принадлежит методу установления и методам приближенной факторизации.

Метод установления основан на замене исходной стационарной системы смешанного типа нестационарной системой гиперболического типа. Стационарное решение получают при времени, стремящемся к бесконечности, задавая стационарные граничные условия. Для решения этим методом используются упомянутые ранее схемы Годунова, Годунова-Колгана, Мак-Кормака /32-43/. К положительным сторонам этого метода следует отнести простоту реализации, к недостаткам - крайне непроизводительные затраты машинного времени и, как следствие, затруднительность проведения парамет-

рических исследований,

Метод приближенной факторизации первоначально был развит для расчета потенциальных течений. Дальнейшее его развитие шло как в направлении повышения эффективности при расчете потенциальных течений /44/, так и в направлении обобщения на непотенциальные случаи /45/.

Основная идея этого итерационного метода заключается в том, что дифференциальный оператор второго порядка, который определяет способ нахождения нового приближения, заменяется произведением более простых операторов. В свою очередь, эти операторы в зависимости от конкретной задачи подбираются такими, чтобы их можно было легко обрабатывать.

В попытках распространить метод приближенной факторизации на непотенциальные случаи наибольший успех сопутствовал авторам работы /45/. Применяя метод приближенной факторизации к новой записи исходных уравнений Эйлера, им удалось не только сократить время счета на порядок по сравнению с методом установления, но и добиться второго порядка точности в трансзвуковой области течения при расчете непотенциальных течений. Второе особенно важно, так как результаты расчета до-трансзвуковой области можно использовать в качестве начальных данных для расчета сверхзвукового течения с использованием схемы Мак-Кормака /40/, имеющей также второй порядок на регулярных сетках.

В силу того, что методы решения системы (I.I) существенно зависят от типа уравнений, разделим рассматриваемую область на две подобласти: до-трансзвуковую и сверхзвуковую. Для каждой из них применяется свой алгоритм расчета течения. Для расчета до-трансзвуковой области - метод приближенной факторизации с обобщением подхода работы /45/, для сверхзвуковой - разностную схему Мак-Кормака /40/. Подробно особенности этих алгоритмов

будут рассмотрены ниже.

Как отмечалось во введении, решение уравнений, описывающих трехмерное двухфазное смешанное течение в настоящее время затруднено из-за малой мощности отечественных ЭВМ. Поэтому актуальной остается задача построения таких моделей, которые, с одной стороны, позволяли бы учитывать эффекты пространственности течения, а с другой стороны, снимали бы жесткие требования на быстродействие и объем памяти машин. Нульмерное и одномерное приближения, несмотря на хорошее описание качества физического явления /8, 9, II, 30, 58, 6I, 62, 65-73/, не в состоянии дать какую-либо информацию ни о выпадении второй фазы на стенки, ни о изменении параметров течения поперек сопла. Поэтому естественным является использование моделей, основанных на двумерном приближении. Выбору адекватных моделей посвящены последующие разделы.

1.2. Методы расчета течения в прямоугольных каналах

Как отмечалось во введении, при проведении численных исследований в настоящее время применяется несколько приемов, позволяющих вместо решения достаточно сложных уравнений, описывающих трехмерное течение, использовать более простые двумерные модели. К их числу относятся модель плоского течения /30, 58, 65-73/, замена трехмерного расчета осесимметричным с использованием правила эквивалентности /59/, расчет в плоскостях симметрии /46-54, 56/, использование двумерных уравнений, полученных путем осреднения по одной из координат /57, 9I, 92/. Использование модели плоского течения обосновано только для небольшого класса течений в каналах с параллельными стенками, поэтому рассматриваться здесь не будет, тем более, что два последних метода, из перечисленных выше, автоматически реализуют и этот случай.

I.2.I. Метод осреднения

Основная идея метода осреднения заключается в том, что в сечении $x = \text{const}$ рассчитываются двумерные параметры, которые в "среднем" соответствуют параметрам трехмерного течения в этом же сечении. Если $F = F(x, y, z)$, то осредняя F на интервале $[-\delta(x), \delta(x)]$, где $\delta(x)$ - образующая контура по координате z , получим основную формулу осреднения:

$$\langle F(x, y, z) \rangle = \frac{1}{2\delta(x)} \int_{-\delta(x)}^{\delta(x)} F(x, y, z) dz \quad (I.5)$$

Причем среднее значение $\langle F \rangle$ будет функцией только двух независимых переменных. Здесь и далее знак $\langle \rangle$ означает среднюю величину. Тогда

$$\langle a \pm b \rangle = \langle a \rangle \pm \langle b \rangle \quad (I.6)$$

$$\langle a \cdot b \rangle = \langle a \rangle \cdot \langle b \rangle + \varphi(a, b) \quad (I.7)$$

где $\varphi(a, b) = \langle (a - \langle a \rangle) \cdot (b - \langle b \rangle) \rangle$ коэффициент ко-
вариации.

Определение коэффициента ковариации, который зависит от характера изменения a , b , является самостоятельной задачей. Возможны несколько подходов, включающих в себя как рассмотрение полной системы, так и использование экспериментальных результатов для нахождения коэффициента ковариации. Следуя /II, 9I/ положим его равным нулю. Правомочность такого допущения можно проверить путем сравнения решения осредненных уравнений с точным решением, что будет сделано ниже.

Рассмотрим осреднение уравнений (I.I)-(I.2). Если

$$F(x) = \int_0^{u(x)} f(y, x) dy,$$

то используя правило дифференцирования интеграла с переменным пределом интегрирования /27/ будем иметь:

$$\frac{dF(x)}{dx} = \int_0^{u(x)} \frac{\partial f(y, x)}{\partial x} dy + f(u(x), x) \cdot \frac{du(x)}{dx} \quad (I.8)$$

Применяя (I.8) и (I.5) к функции $f(x, y, z)$ и осредняя относительно координаты z от стенки $-\delta(x)$ до стенки $\delta(x)$ получим:

$$\begin{aligned} & \left\langle \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \right\rangle = \\ &= \frac{1}{2\delta(x)} \int_{-\delta(x)}^{\delta(x)} \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} dz = \\ &= \frac{1}{2\delta(x)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\delta(x)}^{\delta(x)} f(x, y, z) dz - \right. \\ & \quad \left. - f(x, y, \delta(x)) \frac{d\delta(x)}{dx} + f(x, y, -\delta(x)) \cdot \frac{d\delta(x)}{dx} \right\} = \\ &= \frac{1}{2\delta(x)} \cdot \left\{ \frac{\partial (\langle f(x, y, z) \rangle 2\delta(x))}{\partial x} - \right. \\ & \quad \left. - [f(x, y, \delta(x)) + f(x, y, -\delta(x))] \cdot \delta'_x \right\}. \end{aligned} \quad (I.9)$$

Кроме (I.9) потребуются следующие соотношения:

$$\left\langle \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} \right\rangle = \frac{1}{2\delta(x)} \int_{-\delta(x)}^{\delta(x)} \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} dz = \frac{\partial \langle f(x, y, z) \rangle}{\partial y} \quad (I.10)$$

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} \right\rangle &= \frac{1}{2\delta(x)} \int_{-\delta(x)}^{\delta(x)} \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} dz = \\ &= \frac{1}{2\delta(x)} \cdot \{f(x, y, \delta(x)) - f(x, y, -\delta(x))\}. \end{aligned} \quad (I.11)$$

Рассмотрим поведение $F(x, y, \delta(x))$ и $F(x, y, -\delta(x))$ на противоположных стенках. Прямоугольный канал является телом с двумя плоскостями симметрии. Если на входе задано симметричное относительно плоскостей симметрии распределение параметров, то в разгонной части симметрия течения сохранится. В преобразовательной части из-за наличия магнитного поля течение станет несимметричным. Однако, если магнитное поле будет иметь одну компоненту $\vec{B} = (0, 0, B_z(x))$, то одна плоскость симметрии $z = 0$ сохранится. Для четных величин относительно плоскости симметрии $z = 0$ будет:

$$F(x, y, -\delta(x)) = F(x, y, \delta(x)) ; \quad (I.13)$$

$$\text{для нечетных: } F(x, y, -\delta(x)) = -F(x, y, \delta(x)) . \quad (I.14)$$

В системе (I.1)-(I.2) четными будут $\rho, u, v, p, \rho_i, u_i, v_i, T_i$. Нечетными - w, w_i , причем очевидно, что для (I.14), (I.5) будет:

$$\langle F \rangle = 0 \quad (I.15)$$

Система уравнений (I.1)-(I.2) записанная в дивергентной форме будет иметь вид:

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} + \frac{\partial \vec{C}}{\partial z} + \vec{F} = 0 \quad (1.16)$$

где:

для газа

$$\vec{A} = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho u v, \rho u w, \rho u H)^T;$$

$$\vec{B} = (\rho v, \rho v u, \rho v^2 + p, \rho v w, \rho v H)^T;$$

$$\vec{C} = (\rho w, \rho w u, \rho w v, \rho w^2 + p, \rho w H)^T;$$

(1.17)

$$\vec{F} = (0, \sum_{i=1}^N F_{1i}, \sum_{i=1}^N F_{2i}, \sum_{i=1}^N F_{3i}, \sum_{i=1}^N (c_p F_{4i} + \vec{V}_i \cdot \vec{F}_i))^T;$$

для частиц

$$\vec{A} = (\rho_i u_i, \rho_i u_i^2, \rho_i u_i v_i, \rho_i u_i w_i, \rho_i u_i T_i)^T;$$

$$\vec{B} = (\rho_i v_i, \rho_i v_i u_i, \rho_i v_i^2, \rho_i v_i w_i, \rho_i v_i T_i)^T; \quad (1.18)$$

$$\vec{C} = (\rho_i w_i, \rho_i w_i u_i, \rho_i w_i v_i, \rho_i w_i^2, \rho_i w_i T_i)^T;$$

$$\vec{F} = (0, -F_{1i}, -F_{2i}, -F_{3i}, -\frac{c_p}{c_v} F_{4i})^T.$$

Осредним (1.16)-(1.18) относительно ординаты z . Для этого кроме выражений (1.13)-(1.17) и (1.9)-(1.11), воспользуемся условием непротекания для газа

$$\frac{w}{u} \delta(x) = \delta'_x(x).$$

При осреднении уравнений для "газа" частиц необходимо рассмотреть два возможных случая:

I. Частицы на стенку не выпадают. Т.е. плотность частиц на стенке равна нулю и соответственно на стенке равны нулю комплексы $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ из (1.18), что позволяет использовать при осреднении выражения (1.9)-(1.11).

2. Частицы выпадают на стенку. Т.е. $S_i(x) = \delta(x)$, где $S_i(x)$ - сепаратриса "I-ой" фракции. Так как углы выпадения на стенки малы и составляют один-два градуса, то с большой точностью можно считать, что $S_{i,x}'(x) = \delta_x'(x)$. Это допущение позволяет, как и в предыдущем пункте, воспользоваться при осреднении выражениями (I.9)-(I.II).

Таким образом, после осреднения (I.I6)-(I.I8) полученная система уравнений будет выглядеть так:

$$\frac{\partial \langle \vec{A} \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle \vec{B} \rangle}{\partial y} + \langle \vec{C} \rangle + \langle \vec{F} \rangle = 0 \quad (I.19)$$

где

для газа

$$\langle \vec{A} \rangle = (\langle \rho u \rangle, \langle \rho u^2 + p \rangle, \langle \rho u v \rangle, \langle \rho u n \rangle)^T; \quad (I.20)$$

$$\langle \vec{B} \rangle = (\langle \rho v \rangle, \langle \rho u v \rangle, \langle \rho v^2 + p \rangle, \langle \rho v n \rangle)^T;$$

$$\langle \vec{C} \rangle = \frac{\delta_x'(x)}{\delta(x)} (\langle \rho u \rangle, \langle \rho u^2 + p \rangle - p/\delta, \langle \rho u v \rangle, \langle \rho u n \rangle)^T;$$

$$\langle \vec{F} \rangle = (0, \sum_{i=1}^N \langle F_{1i} \rangle, \sum_{i=1}^N \langle F_{2i} \rangle, \sum_{i=1}^N \langle (c_p F_{4i} + \vec{V}_i \cdot \vec{F}_i) \rangle)^T;$$

для частиц

$$\langle \vec{A} \rangle = (\langle \rho_i u_i \rangle, \langle \rho_i u_i^2 \rangle, \langle \rho_i u_i v_i \rangle, \langle \rho_i u_i T_i \rangle)^T;$$

$$\langle \vec{B} \rangle = (\langle \rho_i v_i \rangle, \langle \rho_i v_i u_i \rangle, \langle \rho_i v_i^2 \rangle, \langle \rho_i v_i T_i \rangle)^T; \quad (I.21)$$

$$\langle \vec{C} \rangle = \frac{\delta_x'(x)}{\delta(x)} \cdot (\langle \rho_i u_i \rangle, \langle \rho_i u_i^2 \rangle, \langle \rho_i u_i v_i \rangle, \langle \rho_i u_i T_i \rangle)^T;$$

$$\langle \vec{F} \rangle = (0, -\langle F_{1i} \rangle, -\langle F_{2i} \rangle, -\frac{c_p}{c_B} \langle F_{4i} \rangle)^T.$$

Причем в результате применения операции осреднения к уравнению импульсов в проекции на ось Z , данное уравнение пропадает.

Для замыкания (I.19)-(I.20), следуя /58, 91/, пренебрежем наряду с ковариационными также членами типа:

$$\frac{\delta'_x(x)}{\delta(x)} \cdot (\langle P \rangle - P/\delta). \quad (I.22)$$

Как легко показать, (I.22) и ковариационные члены имеют одинаковый порядок, тогда в (I.20) $\langle \vec{A} \rangle$, $\langle \vec{B} \rangle$, $\langle \vec{F} \rangle$ - останутся неизменными, а $\langle \vec{C} \rangle$ запишем так:

$$\langle \vec{C} \rangle = \frac{\delta'_x}{\delta} \langle \rho u \rangle \cdot (1, u, v, H)^T. \quad (I.23)$$

Таким образом, из системы уравнений (I.1)-(I.2), описывающей трехмерное течение, получена система для осредненных относительно координаты " Z " двумерных уравнений. Аналогичные уравнения получены для газа в /91, 92/, а для двухфазных уравнений в /98/. Граничные условия после осреднения не изменятся.

Рассмотрим другой подход.

I.2.2. Метод плоскостей симметрии

Рассмотрим систему уравнений (I.16)-(I.18) в упрощенной постановке. Будем считать, что второй фазы нет. Это упрощение, позволяя сократить количество выкладок, не влияет на результаты, поэтому приводимые далее формулы можно распространить и на более общий вид (I.16)-(I.18).

Как отмечалось в предыдущем разделе, параметры течения в прямоугольном канале симметричны относительно двух плоскостей симметрии $y = 0$ и $z = 0$.

Имеем $W(x, y, 0) = 0$ для любых значений " x " и " y ". В силу этого система уравнений (I.16)-(I.17) примет вид:

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} + \vec{C} = 0; \quad (I.24)$$

здесь

$$\vec{A} = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho u v, \rho u H)^T;$$

$$\vec{B} = (\rho v, \rho u v, \rho v^2 + p, \rho v H)^T;$$

$$\vec{C} = \rho \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=0} \cdot (1, u, v, H)^T.$$

Из уравнения импульсов в проекции на ось z получится:

$$\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0.$$

То есть получена система двумерных уравнений, описывающих течение в плоскости симметрии. Однако число переменных в (I.24) на единицу превышает число уравнений из-за дополнительной переменной:

$$\frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=0}.$$

Рассмотрим способы замыкания (I.24).

Запишем систему аналогичную (I.24), но для плоскости $y = 0$, где $v(x, 0, z) = 0$:

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{C}}{\partial z} + \vec{B} = 0; \quad (I.25)$$

здесь

$$\vec{A} = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho u w, \rho u H)^T;$$

$$\vec{C} = (\rho w, \rho w u, \rho w^2 + p, \rho w H)^T;$$

$$\vec{B} = \rho \cdot \frac{\partial V}{\partial y} / y=0 \cdot (1, u, w, H)^T.$$

Граничными условиями на стенках в соответствующих плоскостях симметрии будут:

$$\frac{V}{u} / f(x) = f'_x(x) \quad \text{для системы (I.24),}$$

$$\frac{W}{u} / \delta(x) = \delta'_x(x) \quad \text{для системы (I.25),}$$

где $f'_x(x)$ и $\delta'_x(x)$ - тангенсы углов наклона стенок канала по осям "y" и "z". Если воспользоваться допущением, что

$$\frac{\partial W}{\partial z} / z=0 = \frac{\partial W}{\partial z} / z=0; \frac{\partial V}{\partial y} / y=0 = \frac{\partial V}{\partial y} / y=0, \quad (I.26)$$

то, зная распределение W в плоскости симметрии $y = 0$ и V в плоскости симметрии $z = 0$, можно найти

$$\frac{\partial W}{\partial z} \quad \text{и} \quad \frac{\partial V}{\partial y}$$

на линии $y = z = 0$. Помимо этого, величину

$$\frac{\partial W}{\partial z} / z=0$$

можно найти из уравнения импульсов в проекции на ось z при $z = 0$, если продифференцировать по z :

$$\frac{\partial(\rho u \frac{\partial W}{\partial z})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \frac{\partial W}{\partial z})}{\partial y} + 2\rho \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2 + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0, \quad (I.27)$$

и положить, что

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} /_{z=0} = \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} /_{\substack{z=0 \\ y=0}} .$$

Аналогичные выкладки можно проделать и для уравнения импульсов в проекции на ось "у" при $y = 0$.

Таким образом, системы уравнений (I.24)-(I.25) с использованием допущения (I.26) или (I.27) замыкаются и позволяют находить распределение параметров течения в плоскостях симметрии прямоугольного канала.

Другие, более простые способы заключаются в том, что для нахождения параметров течения только в одной плоскости, вместо систем (I.24)-(I.27) используется одна система (I.24) или (I.25).

Отличительная черта таких подходов заключается в необходимости привлечения дополнительных выражений для замыкания используемой системы.

Остановимся, к примеру, на системе (I.24). В таком случае, нам необходимо знать распределение $\frac{\partial W}{\partial z}$ в плоскости $z = 0$. Рассмотрим несколько способов.

1. В простейшем случае

$$\frac{\partial W}{\partial z} /_{z=0} = 0 \quad (I.28)$$

Тогда система (I.24) будет описывать плоское течение и совпадать с уравнениями, использовавшимися для описания течения проводящего газа в работах /78, 80, 82/.

2. Если представить W как линейную функцию от z в виде $W = a_0 + a_1 \cdot z$, то используя условия на оси $W = 0$ и стенке $W = u \cdot \delta'_x$, будем иметь: $a_0 = 0$, $a_1 = u \cdot \frac{\delta'_x}{\delta}$, т.е.

$$W = u \cdot \frac{\delta'_x}{\delta} \cdot z .$$

Тогда

$$\frac{\partial w}{\partial z} / z=0 = u \cdot \frac{\delta'_x}{\delta} . \quad (I.29)$$

Если стенки канала по оси z плоские или бесконечно удалены, то (I.29) переходит в (I.28). Необходимо отметить, что при этом способе система (I.24) совпадает с системой (I.19), (I.23), получаемой путем осреднения по z , если в последней опустить знаки осреднения.

В общем случае можно выразить искомую величину в виде произведения известной производной $\frac{\partial V}{\partial y} / y=0$ и множителя " α ". В этом случае для (I.28) будет $\alpha = 0$. Рассмотрим, получающиеся при $\alpha = I$ и при $\alpha = \frac{\delta'_x}{\delta} \cdot \frac{f}{f'_x}$.

3. $\alpha = I$, тогда

$$\frac{\partial w}{\partial z} / z=0 = \frac{\partial V}{\partial y} / y=0 . \quad (I.30)$$

Отметим, что зная распределение компоненты скорости V в плоскости $z = 0$, можно легко найти $\frac{\partial V}{\partial y} / y=0$. Очевидно, что (I.30) и (I.26) для квадратного сопла совпадают.

4. $\alpha = \frac{\delta'_x}{\delta} \cdot \frac{f}{f'_x}$, тогда

$$\frac{\partial w}{\partial z} / z=0 = \frac{\partial V}{\partial y} / y=0 \cdot \frac{\delta'_x}{\delta} \cdot \frac{f}{f'_x} . \quad (I.31)$$

Выражение (I.31) легко получается из (I.29) и аналогичной формулы для плоскости $y = 0$: $\frac{\partial V}{\partial y} / y=0 = u \cdot \frac{f'_x}{f}$. Если предположить, что скорость " u " слабо меняется поперек сопла и приближенно равна значению на оси, то можно записать

$$u(x, y, 0) = u(x, 0, z) = u_0 .$$

Далее исключая u_0 из выражений

$$\frac{\partial w}{\partial z} / z=0 = u_0 \frac{\delta'_x}{\delta} \quad \text{и} \quad \frac{\partial v}{\partial y} / y=0 = u_0 \frac{f'_x}{f}$$

получим формулу (I.31). Сравнивая (I.31) и (I.30) для квадратного канала, видно, что (I.31) тождественно переходит в (I.30).

Таким образом, получены двумерные модели из исходной трехмерной системы (I.16)-(I.17). Необходимо отметить, что все вышесказанное в данном разделе относится и к уравнениям для "газа" частиц.

Сопоставляя вышеописанные подходы (I.28)-(I.31), можно выявить их сильные и слабые стороны.

Недостатком замыкания (I.28) является то, что описывается плоское течение и не учитывается раскрытие канала по другой стенке. Способы (I.29) и (I.31) учитывают как наличие, так и отсутствие расширения по другой стенке. Особенности этих двух способов явно проявляются при сверхзвуковом характере течения - изменение образующей стенки по "Z" отражается на всем сечении при данном "X". На самом же деле информация об изменении контура сопла распространяется по характеристическим направлениям. Применение (I.30) лишено недостатков, перечисленных выше, однако использование его для случаев, когда сечение канала сильно отличается от квадратного, неправомерно. В этих случаях наиболее приемлемы расчеты в двух плоскостях симметрии с использованием (I.26), (I.27). Но если течение обладает только одной плоскостью симметрии, то остается одна возможность - использовать осредненные уравнения.

I.3. Схемы расчета параметров течения в разгонной части сопла

Говоря о численной реализации рассмотренных моделей, необходимо отметить, что в то время как уравнения для газа меняют свой тип, свойства уравнений, описывающих вторую фазу, не меняются. В силу этого алгоритм расчета параметров "газа" частиц одинаков для до-транс и сверхзвуковых областей и заключается в интегрировании системы уравнений вдоль траекторий частиц.

I.3.1. Расчет параметров частиц

Система для частиц, записанная вдоль их траекторий $\frac{dy}{dx} = \frac{v_i}{u_i}$ в плоскости симметрии $z = 0$ имеет вид:

$$u_i \frac{du_i}{dx} = c_{Ri} (u - u_i);$$

$$u_i \frac{dv_i}{dx} = c_{Ri} (v - v_i); \quad (I.32)$$

$$u_i \frac{dT_i}{dx} = \frac{c_p}{c_v} c_{Li} (T - T_i);$$

$$\frac{d \ln(\rho_i u_i)}{dx} = - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_i}{u_i} \right) + \frac{\partial w_i}{\partial z} /_{z=0}.$$

Для замыкания системы (I.32) будем использовать соотношения относительно $\frac{\partial w_i}{\partial z} /_{z=0}$, аналогичные (I.25)-(I.31). Система (I.32) требует постановки начальных условий на входе в сопло. Предполагается, что на входе реализуется равновесное течение, т.е. $u_i = u$, $v_i = v$, $T_i = T$. Плотность частиц в начальном сечении определяется в соответствии с нормально-логарифмическим законом распределения частиц по фракциям

/I2/ и условием, что отношение расхода К- фазы в начальном сечении к расходу смеси в этом же сечении равно весовой доли К- фазы.

Параметры "газа" частиц находятся с помощью безусловно-устойчивой схемы второго порядка точности аналогично /I5/.

Если записать уравнения (I.32) в условном виде

$$\frac{dE}{dx} = F(H - E), \quad (I.33)$$

то расчетная схема для (I.33) будет выглядеть следующим образом:

$$E_{j+1}^{K+1} = \frac{E_j + \Delta x \cdot F_{j+\frac{1}{2}}^K \cdot (H_{j+\frac{1}{2}} + F_{j+1}^K \cdot H_{j+1} \cdot \Delta x / 2)}{1 + \Delta x \cdot F_{j+\frac{1}{2}}^K (1 + F_{j+1}^K \cdot \Delta x / 2)} \quad (I.34)$$

здесь

j - номер сечения;
 K - номер итерации,

$$F_{j+\frac{1}{2}}^K = \frac{F_j + F_{j+1}^K}{2};$$

$$H_{j+\frac{1}{2}} = \frac{H_j + H_{j+1}}{2};$$

При $K = 0$

$$F_{j+1}^0 = F_j.$$

Причем значение H_{j+1} параметров газа определяется интерполяцией при нахождении траекторий частиц. Критерием сходимости служит отличие искоемых величин на двух соседних итерациях.

Если использовать в качестве координат линии тока газа и их ортогональные дополнения, то переходя к новым переменным

вместо системы (I.32), после несложных преобразований получим:

$$\frac{d u_i}{d \varphi} = c_{R_i} (u - u_i) \mathcal{D};$$

$$\frac{d v_i}{d \varphi} = c_{R_i} (v - v_i) \mathcal{D};$$

(I.35)

$$\frac{d T_i}{d \varphi} = \frac{c_p}{c_B} c_{L_i} (T - T_i) \cdot \mathcal{D};$$

$$\begin{aligned} \frac{d \ln(\rho_i / |\vec{v}_i|)}{d \varphi} = & -\mathcal{D} \left\{ \mathcal{D} \cdot C \cdot (\tilde{B} \cdot (\vec{v})^2 \cdot (\vec{v}_i)^2 \frac{\partial \theta_i}{\partial \varphi} + \right. \\ & \left. + \frac{(u_i v - v_i u)^2}{(\vec{v}_i)^2} c_{R_i} \right) + \frac{\partial W}{\partial z} / z=0 \Big\}. \end{aligned}$$

А уравнение траекторий примет вид:

$$\frac{d \psi}{d \varphi} = \tilde{B} (u v_i - v u_i) \mathcal{D};$$

здесь

$$\mathcal{D} = \frac{1}{c(u u_i + v v_i)};$$

$$\theta_i = \arctg\left(\frac{v_i}{u_i}\right);$$

$$\tilde{B} = B \varphi / (2 \psi).$$

Вид коэффициентов C и B будет определен далее. Так как система (I.35) сохраняет все свойства (I.32), то для ее решения будем использовать схему (I.34) вдоль координаты φ .

1.3.2. Расчет параметров течения в до-трансзвуковой области

Для нахождения параметров газа в до-трансзвуковой области воспользуемся методом приближенной факторизации, распространенным на непотенциальные осесимметричные течения в работе /45/.

Введем в рассмотрение ортогональные координаты ψ и φ , где ψ - функция тока, а φ - ее ортогональное дополнение. Система уравнений (1.24) для газа в новых координатах будет иметь вид:

$$(1-F) \cdot F\varphi + K_1 \cdot \theta\psi + K_2 = 0; \quad (1.36)$$

$$F\psi - L_1 \theta\varphi + L_2 = 0; \quad (1.37)$$

$$\frac{\partial \ln S}{\partial \varphi} = \frac{\alpha F_2}{2F} \cdot \frac{\partial \ln H}{\partial \varphi} - (\alpha-1) \alpha F_6 (\tilde{b} \cdot \sin \theta + \tilde{a} \cdot \cos \theta);$$

$$\frac{\partial H}{\partial \varphi} = \frac{F_5}{c} \cdot \tilde{c};$$

здесь

$$H = \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2};$$

$$S = \rho / \rho^\alpha;$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{v}{u}\right);$$

$$K_1 = \frac{1}{F_1}; \quad K_2 = F_2 \frac{\partial \ln(c_2 B)}{\partial \varphi};$$

$$L_1 = \frac{1}{F_4}; \quad L_2 = F_2 \frac{\partial \ln(c \cdot c_1)}{\partial \psi};$$

$$C_1 = (2(x-1) \cdot H)^{\frac{1}{2}};$$

$$C_2 = C_1 \frac{x+1}{x-1} \cdot (S \cdot x)^{-\frac{1}{x+1}};$$

F - квадрат числа Маха;

F_i ($i = 1-6$) нелинейные положительные функции зависимых переменных. Уравнения для B и C примут вид:

$$\frac{\partial \ln B}{\partial \psi} = \frac{F_5}{C} \cdot \mathcal{A};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln C}{\partial \psi} = & \frac{1}{(x-1)F} \cdot \left\{ \frac{1}{x} \frac{\partial \ln S}{\partial \psi} - \frac{F_2}{F} \frac{\partial \ln C_1}{\partial \psi} \right\} + \\ & + F_3 \cdot F_5 \cdot (\tilde{b} \cos \theta - \alpha \cdot \sin \theta); \end{aligned}$$

здесь

$\mathcal{A}$ - правая часть уравнения неразрывности;

$\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ - правые части уравнений импульса;

$\tilde{C}$ - правая часть уравнения энергии.

Проводя перекрестное дифференцирование, заменим (I.36) - (I.37) подсистемой второго порядка:

$$\left(\left(\frac{1-F}{K_1} \right) F_\psi + \frac{K_2}{K_1} \right)_\psi + \left(\frac{1}{L_1} F_\psi + \frac{L_2}{L_1} \right)_\psi = 0 \quad (I.38)$$

$$((1-F)L_1 \theta_\psi - (1-F)L_2)_\psi + (K_1 \theta_\psi + K_2)_\psi = 0 \quad (I.39)$$

Полученная система второго порядка обладает всеми свойствами системы (I.36) - (I.37). Кроме этого, по своим характеристическим свойствам и форме записи каждое из уравнений (I.38) - (I.39) подобно уравнению для полного потенциала, что позволяет реакти-

зовать для них метод приближенной факторизации. Остальные уравнения являются обыкновенными дифференциальными вдоль соответствующих координатных линий и для их расчета используются обычные схемы. Для описания схемы метода приближенной факторизации выберем, например, уравнение (I.38). Запишем его в виде:

$$L F = (\alpha F_\varphi) \varphi + (\beta F_\psi) \psi + \gamma = 0 \quad (I.40)$$

где

$$\alpha = (1 - F)/K_1; \quad \beta = 1/L_1;$$

$$\gamma = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{K_2}{K_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{L_2}{L_1} \right).$$

Двустойная итерационная схема для (I.40) имеет вид:

$$N \varepsilon^n = \sigma \tau L F^n; \quad N \varepsilon = N_1 \cdot N_2 \varepsilon; \quad N_2 \varepsilon = \delta; \quad N_1 \delta = \sigma \tau L F;$$

где

$\varepsilon^n = F^{n+1} - F^n$ - изменение функции F за одну итерацию;

$L F^n$ - невязка решения;

σ - положительная константа;

" L " - разностный аналог дифференциального оператора " $\bar{L}$ " из (I.40), причем " L " аппроксимирует " $\bar{L}$ " со вторым порядком точности.

Схема расчета согласно /45/ разделяется на два этапа. На первом реализуется скалярная прогонка по φ , при этом в дозвуковой области используются центральные разности для аппроксимации производных по φ в операторе L :

$$(1 - \tau \alpha_{ij}^n \bar{\Delta}_\varphi) \delta_{ij}^n = \sigma \tau L F_{ij}^n;$$

а в сверхзвуковых зонах используются направленные разности:

$$(1 - \tau \alpha_{ij-1}^n \bar{\Delta}_\varphi) \delta_{ij}^n = \sigma \tau L F_{ij}^n;$$

где

$\bar{\Delta}^{\rightarrow}$ - правая разность;

$\overleftarrow{\Delta}$ - левая разность.

На втором этапе реализуется скалярная трехточечная прогонка по ψ :

$$(\overleftarrow{\Delta}\psi - \tau B_{ij}'' \overleftarrow{\Delta}\psi \overrightarrow{\Delta}\psi) F_{ij}'' = \delta_{ij}''$$

Из рассмотрения приведенной схемы видно, что расчет функции δ необходимо вести против потока в дозвуковой области

$$\delta_{ij}'' = \frac{1}{1 - \tau \alpha_{ij-1}'' / \Delta\psi} \left\{ \sigma \tau L F_{ij}'' - \tau \alpha_{ij-1}'' / \Delta\psi \delta_{ij-1}'' \right\}$$

и по потоку в сверхзвуковой области

$$\delta_{ij}'' = \frac{1}{1 + \tau \alpha_{ij}'' / \Delta\psi} \left\{ \sigma \tau L F_{ij}'' + \tau \alpha_{ij}'' / \Delta\psi \delta_{ij+1}'' \right\}.$$

Поскольку на звуковой линии коэффициент " α " обращается в нуль, то на ней

$$\delta = \sigma \tau L F,$$

что является граничным условием для вышеприведенных схем. Граничные условия для ξ определяются видом граничных условий для исходного уравнения второго порядка. Уравнения (I.38)-(I.39) требуют постановки краевых условий по всей границе рассматриваемой области, за исключением выходного сверхзвукового сечения.

Для (I.38) в качестве этих условий используются уравнения первого порядка (I.36)-(I.37), которые выбираются таким образом, чтобы на рассматриваемом участке границы была задана выводная производная. Для уравнения (I.39) задано граничное условие первого рода, так как значения функции известны на всей границе за исключением выхода, где граничное условие задавать не требуется.

Для обеспечения быстрого затухания ошибок итерационный параметр τ меняется циклически:

$$\tau = \tau_k \cdot (\tau_{\max} / \tau_{\min})^{\frac{k-1}{d-1}} ;$$

где

$$\tau_{\min} \approx 0.5 \cdot \tau_k$$

$$\tau_{\max} \approx 10 \cdot \tau_k$$

$$d = 10 ;$$

τ_k - шаг определяемый из условия Куранта, $K = 1+10$, $\sigma = 1.2$. Построение разностной схемы для (I.39) производится аналогично.

Таким образом, алгоритм расчета двухфазного до-трансзвукового течения, обеспечивающий второй порядок точности, состоит из этапов:

0. Задание начального поля газа и нулевых правых частей при $S = \text{const}$, $H = \text{const}$ и линейном распределении угла θ во входном сечении.

I. Проведение нескольких итерационных циклов для газа в соответствии с выше изложенным, при этом правые части фиксируются.

2. По найденному полю с использованием схемы (I.34) вдоль координаты φ рассчитываются параметры частиц и находятся новые правые части для уравнений газа.

Далее происходит переход к пункту I. Критерием сходимости служит отличие в коэффициенте расхода на двух соседних итерациях.

I.3.3. Расчет параметров течения в сверхзвуковой области

В сверхзвуковой области при решении системы (I.24) для газовой фазы использовалась явная конечно-разностная схема Мак-Кормака /40/, имеющая второй порядок точности на гладких решениях. Рассмотрим реализацию схемы на примере уравнения

$$\frac{\partial A_i}{\partial x} + \frac{\partial B_i}{\partial y} + C_i = 0 \quad (I.41)$$

Путем преобразования координат $x = X$, $L = y/b(x)$, где $b(x)$ - образующая контура сопла, отобразим расчетную область на прямоугольник. Запишем уравнение (I.41) в новых координатах:

$$\frac{\partial A}{\partial X} + \frac{\partial B}{\partial L} + C = 0; \quad (I.42)$$

где $B = B_i - A_i \cdot b'_x \cdot L$; $A = A_i \cdot b$; $C = C_i \cdot b$.
 A L меняется от 0 до 1.

Для (I.42) двухшаговая схема Мак-Кормака записывается следующим образом:

предиктор

$$\tilde{A}_{i+1,j} = A_{ij} - \Delta x \left(\frac{B_{ij+1} - B_{ij}}{\Delta L} + C_{ij} \right), \quad (I.43)$$

корректор

$$A_{i+1,j} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{A}_{i+1,j} + A_{ij} - \Delta x \left(\frac{\tilde{B}_{i+1,j} - \tilde{B}_{i+1,j-1}}{\Delta L} + \tilde{C}_{i+1,j} \right) \right\}; \quad (I.44)$$

знак $\sim$ обозначает, что величины берутся с предиктора, Δx , ΔL - шаги по x и L .

Условие устойчивости схемы (I.43)-(I.44) применительно к (I.24) имеет вид:

$$\Delta x \leq \min \left(\frac{\sigma \cdot \Delta L}{\mathcal{L} + |b \cdot L|} \right), \quad \mathcal{L} = \frac{|uV| + a\sqrt{u^2 + v^2 - a^2}}{(u^2 - a^2)};$$

где σ - постоянный множитель, обеспечивающий запас устойчивости из-за нелинейных эффектов. Расчет частиц проводится вдоль их траекторий с использованием схемы (I.34). Результаты

расчета дают начальные величины для нахождения параметров в преобразовательной части.

1.4. Тестовые расчеты

Как отмечалось ранее, наша задача заключается в том, чтобы, с одной стороны, упростить достаточно сложную систему трехмерных уравнений (1.1)-(1.2) путем сведения к двумерным задачам, с другой стороны, попытаться при таком упрощении максимально отразить пространственный характер течения. Естественно, что критерием точности должны служить результаты трехмерного расчета. К сожалению, в литературе практически отсутствуют сведения о расчетах течения в прямоугольных МГД каналах в трехмерной постановке с учетом второй фазы и влияния дозвуковой области. Поэтому для сравнения использовались результаты работ [31, 98], причем сравнения проводились отдельно для до-трансзвуковой области и отдельно для сверхзвуковой области, геометрические характеристики которых аналогичны реальным каналам геофизических МГДГ. То есть, до-трансзвуковая область имеет радиусно-конический профиль, а в сверхзвуковой области наклон стенок не превышает десяти градусов.

Коротко остановимся на схеме, применявшейся для расчета трехмерных течений в [31, 98]. В сверхзвуковой части сопла использовался трехмерный аналог маршевой схемы Мак-Кормака, а в до-трансзвуковой – метод установления с использованием той же схемы. При расчетах полагалось, что второй фазы и магнитного поля нет. Начальные параметры и число узлов сетки были одинаковы для трехмерного расчета (далее точная постановка) и для расчетов с использованием моделей (1.26)-(1.31). В качестве теста для до-трансзвуковой области использовался канал квадратного сечения (рис.1.1). На рис.1.2 – рис.1.3 приведены результаты тестовых расчетов применительно к до-трансзвуковой области в квадратном сопле. По оси абсцисс отложено значение " X ", от

Схема до-трансзвуковой части сопла квадратного сечения

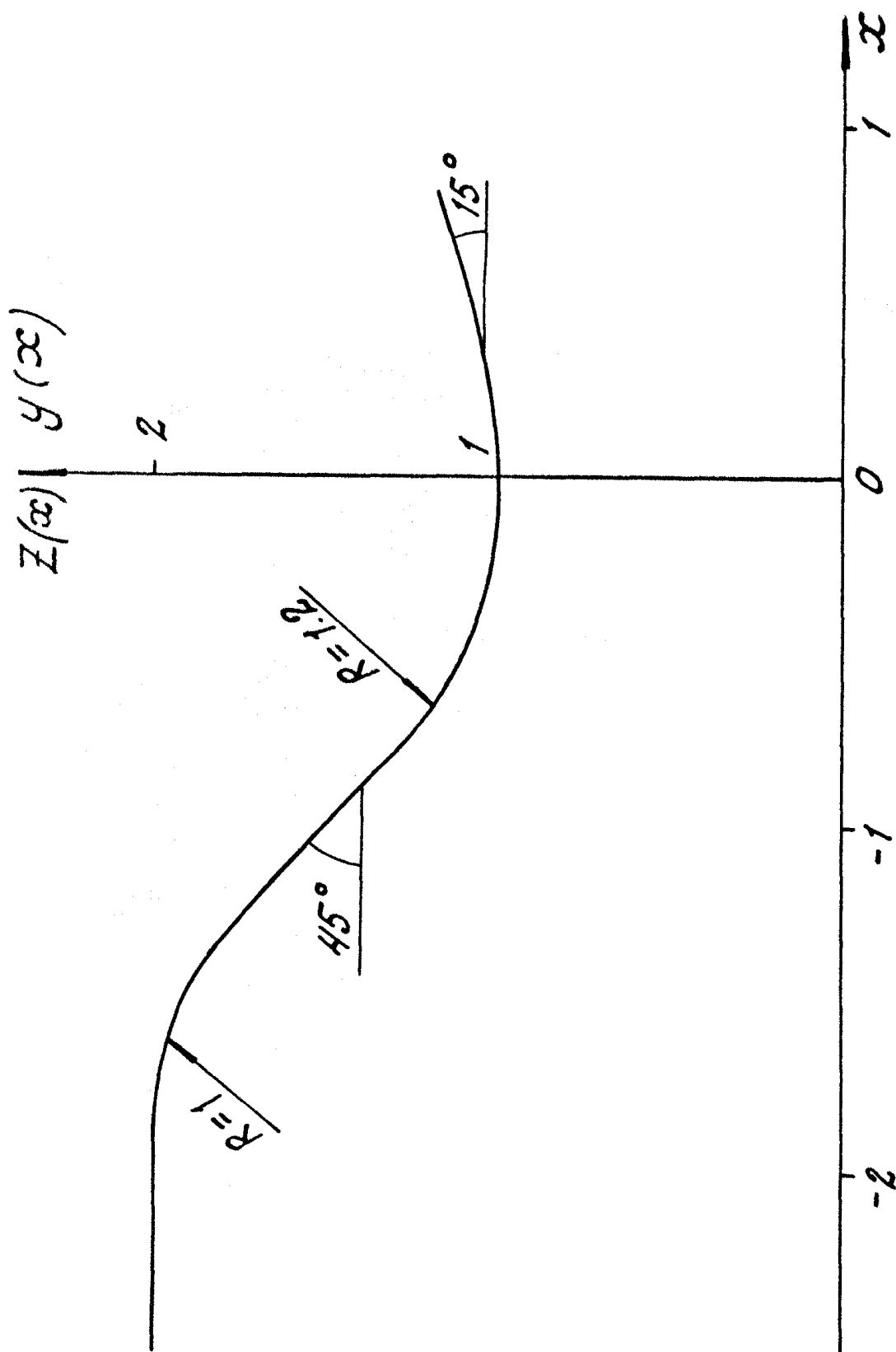
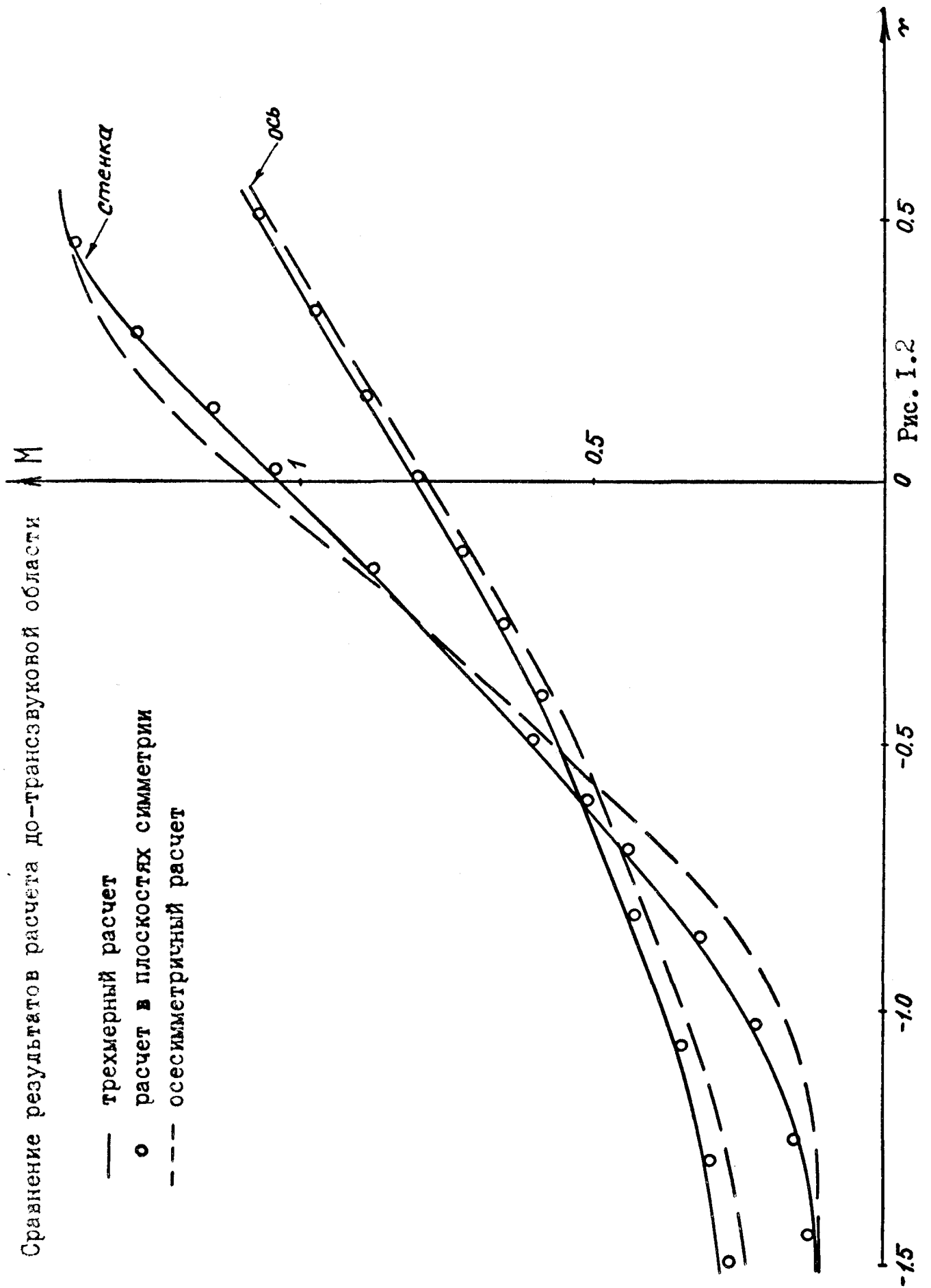
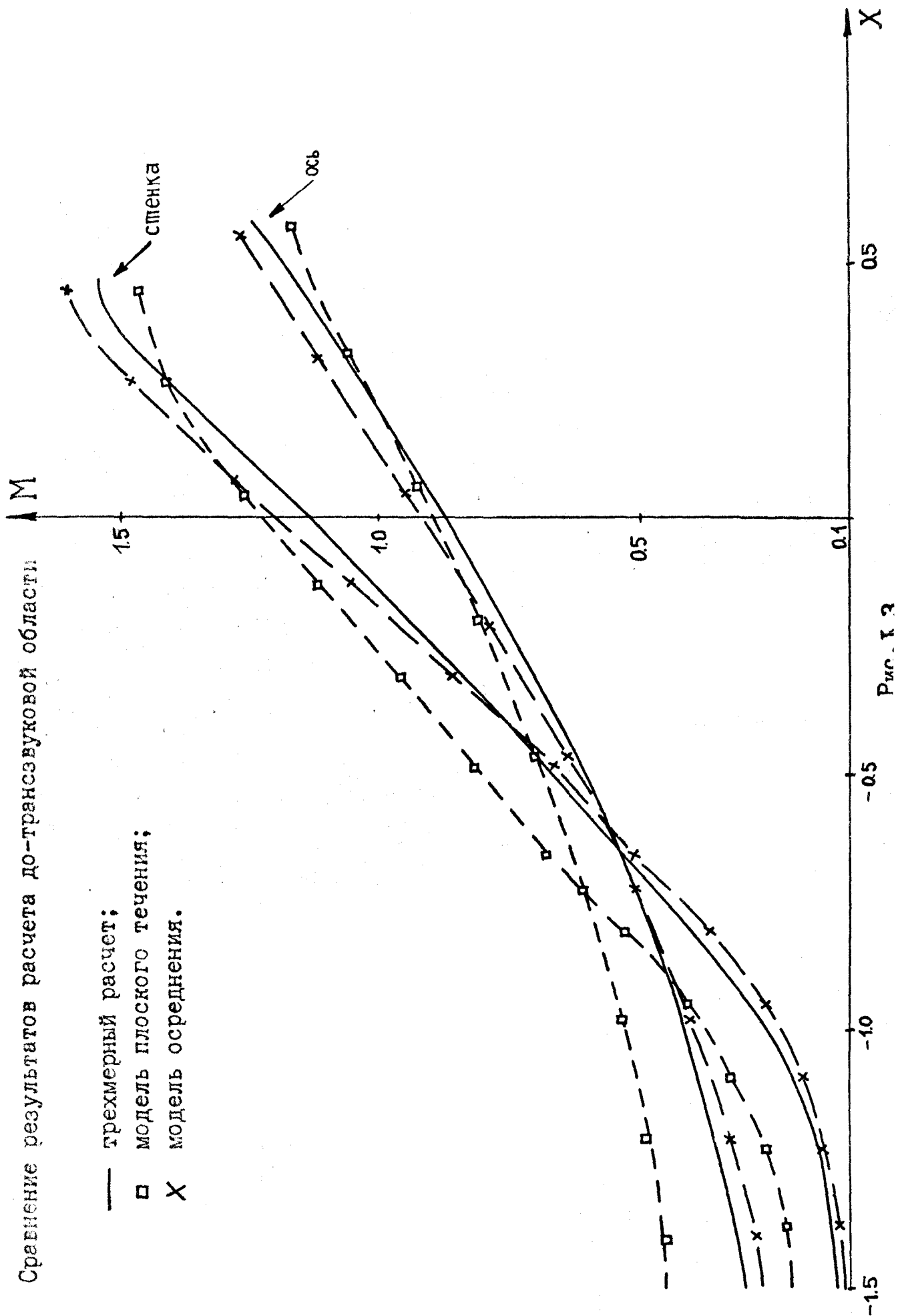


Рис. I.I





несенное к половине размера критического сечения, по оси ординат отложены значения числа Маха на оси и стенке сопла в плоскости $z = 0$, $y = 0$. Результаты расчетов по формулам (I.26), (I.27) графически совпали. Как следует из сравнения результатов, решение наиболее близкое к точному получено при использовании (I.26) и (I.29).

Максимальное отличие от трехмерного результата составило: для осесимметричного (эквивалентного по площади) расчета 27.3 %; для расчета в плоскостях симметрии 6.8 %; для модели осреднения 12.5 %; для плоского течения 46 %. Надо отметить следующие два момента; результаты расчетов по упрощенным двумерным методикам близки к трехмерному решению, но если трехмерный расчет потребовал 1.5 часа работы ЭВМ БЭСМ-6 на сетке $20 \times 10 \times 10$, то каждый из перечисленных выше расчетов с использованием метода приближенной факторизации занят не более 2 минут машинного времени на сетке 20×10 .

Аналогичные расчеты и сравнения для течения в сверхзвуковой области проводились для сопла прямоугольного сечения, изображенного на рис. I.4. Образующие сопла $z = z(x)$ и $y = y(x)$ кубические параболы с соответствующими параметрами:

$$\begin{aligned} \text{начало сопла} - \quad & x = 0, \quad z(0) = 1, \quad z'_x(0) = 0, \quad y(0) = 1.5, \\ & y'_x(0) = 0; \\ \text{конец сопла} - \quad & x = 9, \quad z(9) = 1.5, \quad z'_x(9) = 0, \quad y(9) = 3, \\ & y'_x(9) = 0. \end{aligned}$$

При таких параметрах сопло близко к реальному каналу "Памир" из /II/. На рис. I.5-рис. I.7 приведены зависимости числа Маха от "X" по оси и стенке в плоскостях $z = 0$, $y = 0$. Максимальное отличие от трехмерного результата составило: для (I.24)-(I.26) - 0.97 %; для (I.28) - 26.7 %; для (I.29) - 3.4 %; для (I.30) - 11.4 %; для (I.31) - 2.1 %.

То есть наилучшие результаты получены при расчете в плос-

Схема сверхзвуковой части сопла прямоугольного сечения

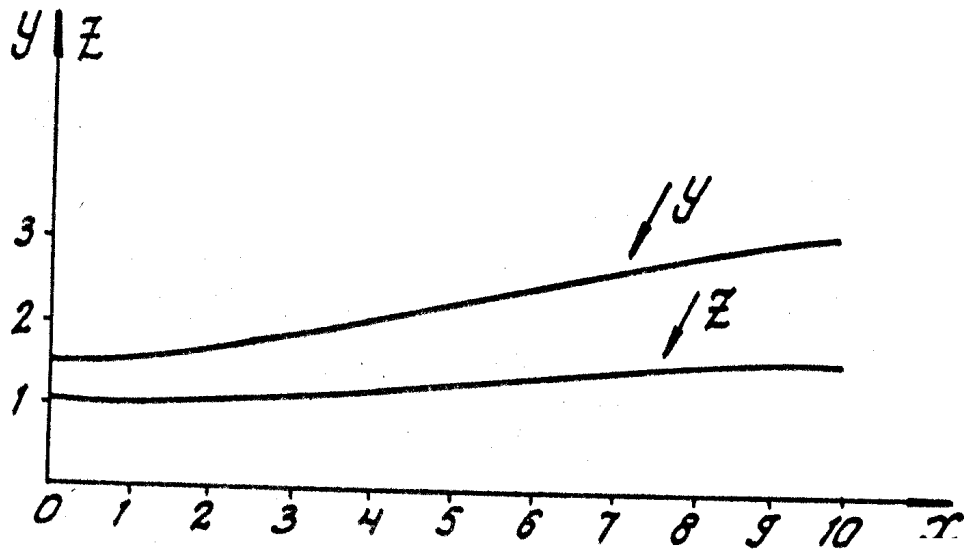
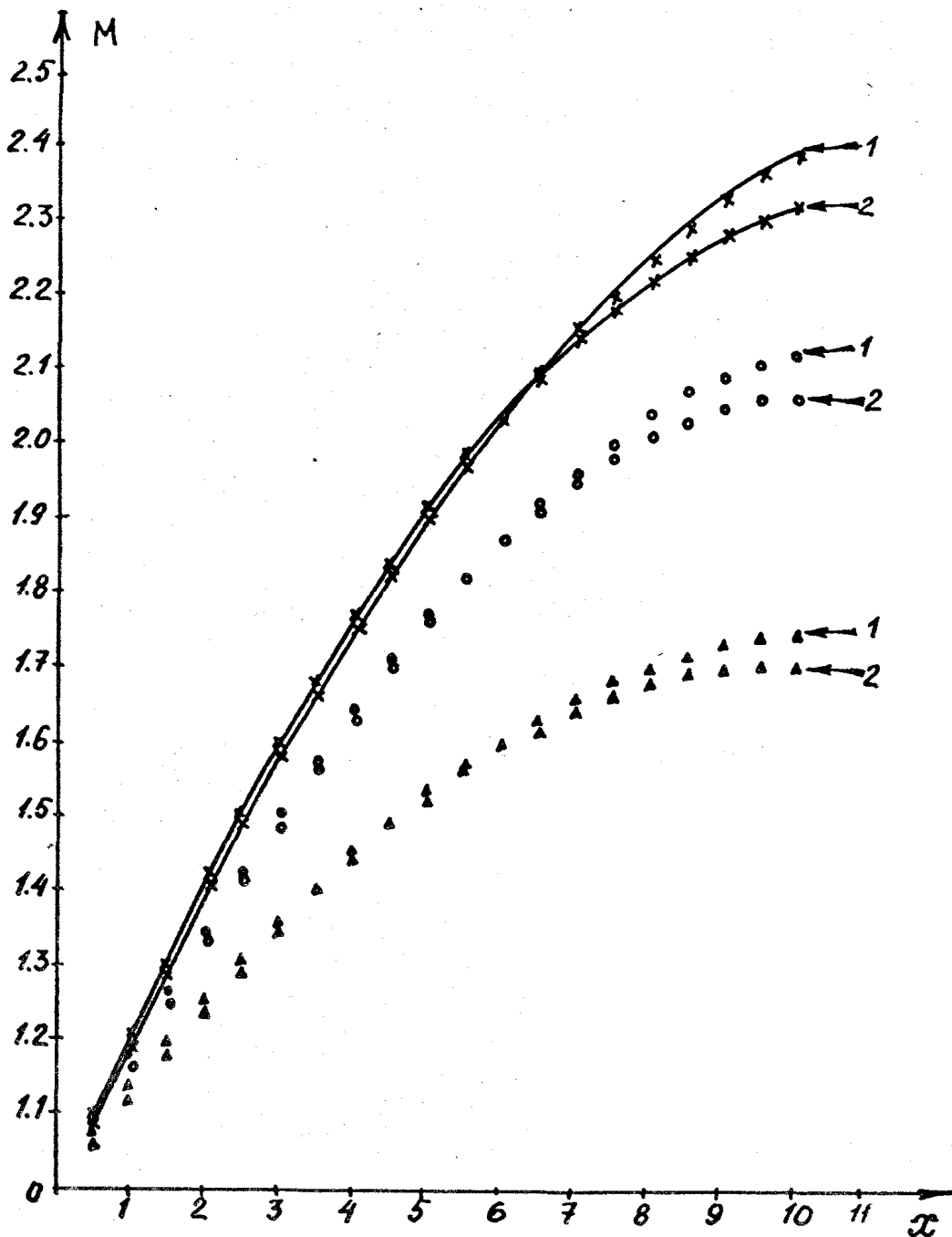


Рис. I.4

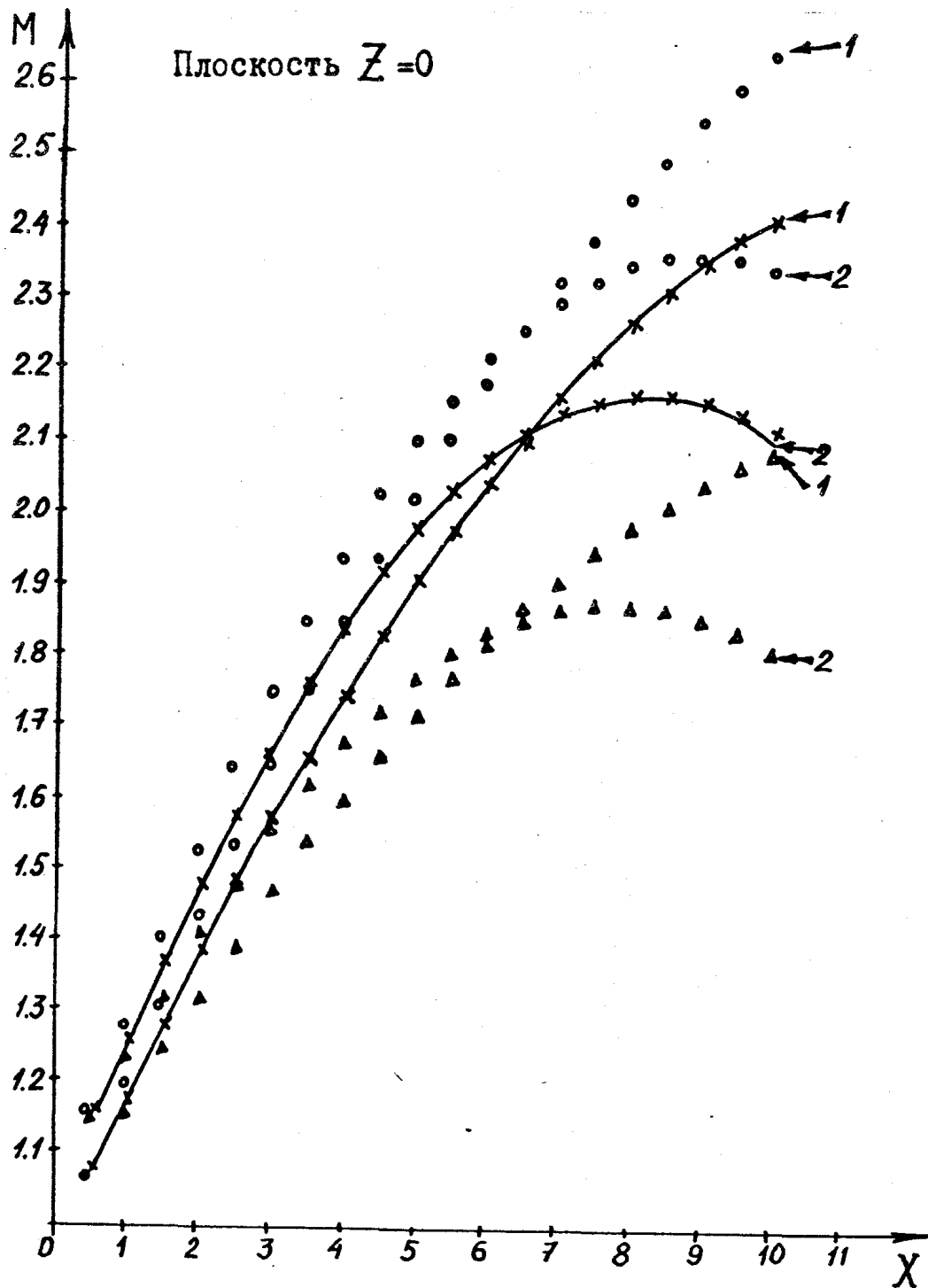
Сравнение результатов расчета сверхзвуковой области.
Плоскость $Y=0$



- трехмерный расчет;
- x расчет в плоскостях симметрии;
- Δ модель плоского течения;
- o расчет с использованием модели (1.30);
- 1 - ось;
- 2 - стенка.

Рис. 1.5

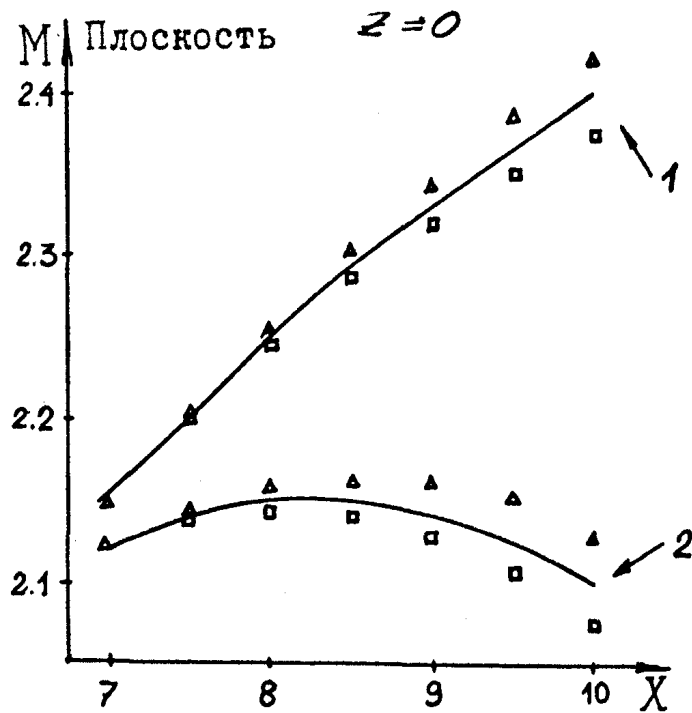
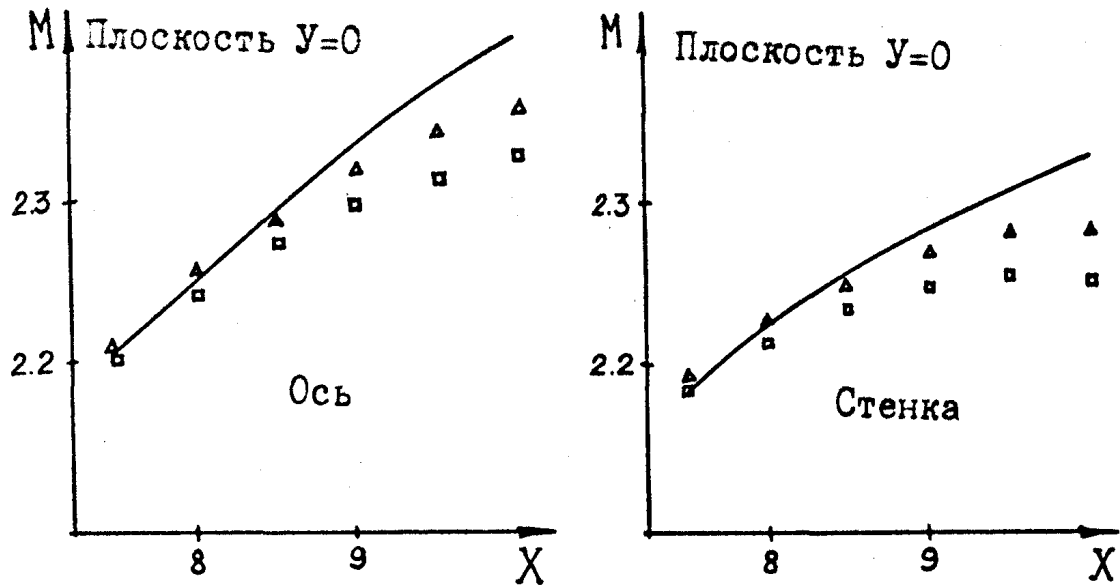
Сравнение результатов расчета сверхзвуковой области



- трехмерный расчет
- x расчет в плоскостях симметрии;
- Δ модель плоского течения;
- o расчет с использованием модели (I.30);
- 1 — ось;
- 2 — стенка.

Рис. I.6

Сравнение результатов расчета сверхзвуковой области



- трехмерных расчет;
- модель осреднения;
- △ расчет с использованием модели (I.3I);
- 1 - ось;
- 2 - стенка.

Рис. I.7

костях симметрии, наихудшие - при использовании моделей (I.28) и (I.30). Что касается модели (I.29) и (I.3I), то они дают близкие результаты, а по точности приближаются к расчету в плоскостях симметрии.

Подводя итог вышесказанному, можно сделать следующие выводы:

1. Расчет в двух плоскостях наиболее приемлем по точности, однако использовать его можно только в части, где течение имеет две плоскости симметрии;

2. При наличии магнитного поля течение в преобразовательной части МГДГ симметрично только относительно одной плоскости. Поэтому там для расчета газодинамических параметров применимы осредненные по нормали к плоскости симметрии уравнения.

I.5. О границах применимости моделей

В связи с полученными выше двумерными моделями встает вопрос о границах их применимости для описания пространственных течений. Из общих соображений ясно, что чем более гладко ведут себя газодинамические параметры в случае трехмерных течений, тем точнее должны описывать их поведение методы, базирующиеся на решении двумерных уравнений. Для дозвуковых областей это справедливо. При сверхзвуковом течении, когда возможно появление существенных неоднородностей поперек сопла типа ударных волн, точность снижается. Особенно хорошо это видно на следующем примере.

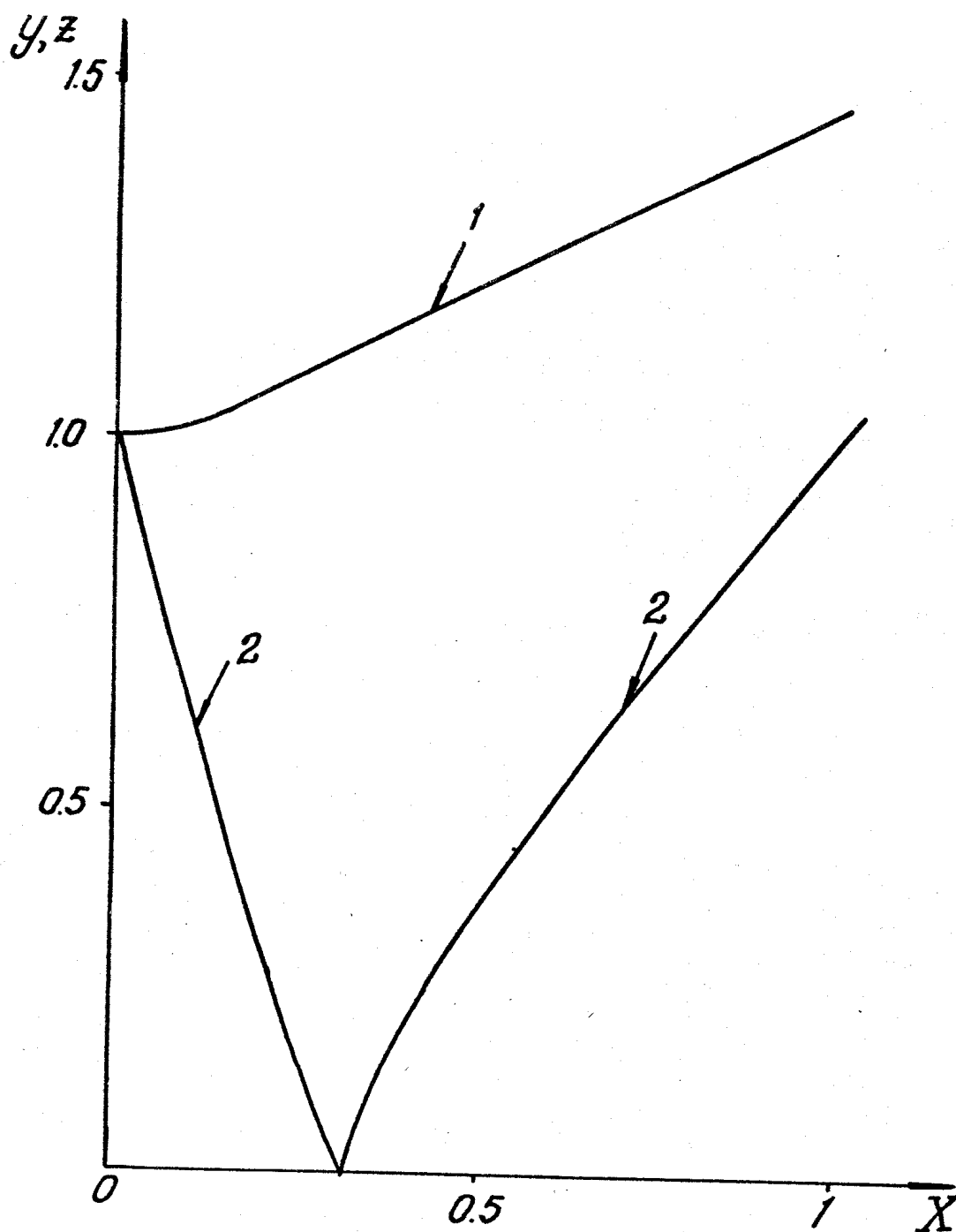
Возьмем сопло с образующей:

$$z = y = 2.5 \cdot x^2 + 1 \quad \text{при } 0 \leq x < 0.1,$$

$$z = y = 0.5 \cdot x + 0.975 \quad \text{при } 0.1 \leq x \leq 1.$$

При таких крутых стенках, как известно, возникает висячий скачок, положение которого близко к характеристике. На рис. I.8 изображен рассматриваемый контур и характеристика

Поведение характеристики при течении с сопле
с крутой образующей



1 - контур сопла;
2 - характеристика $\frac{dy}{dx} = \tan(\theta \pm \alpha)$.

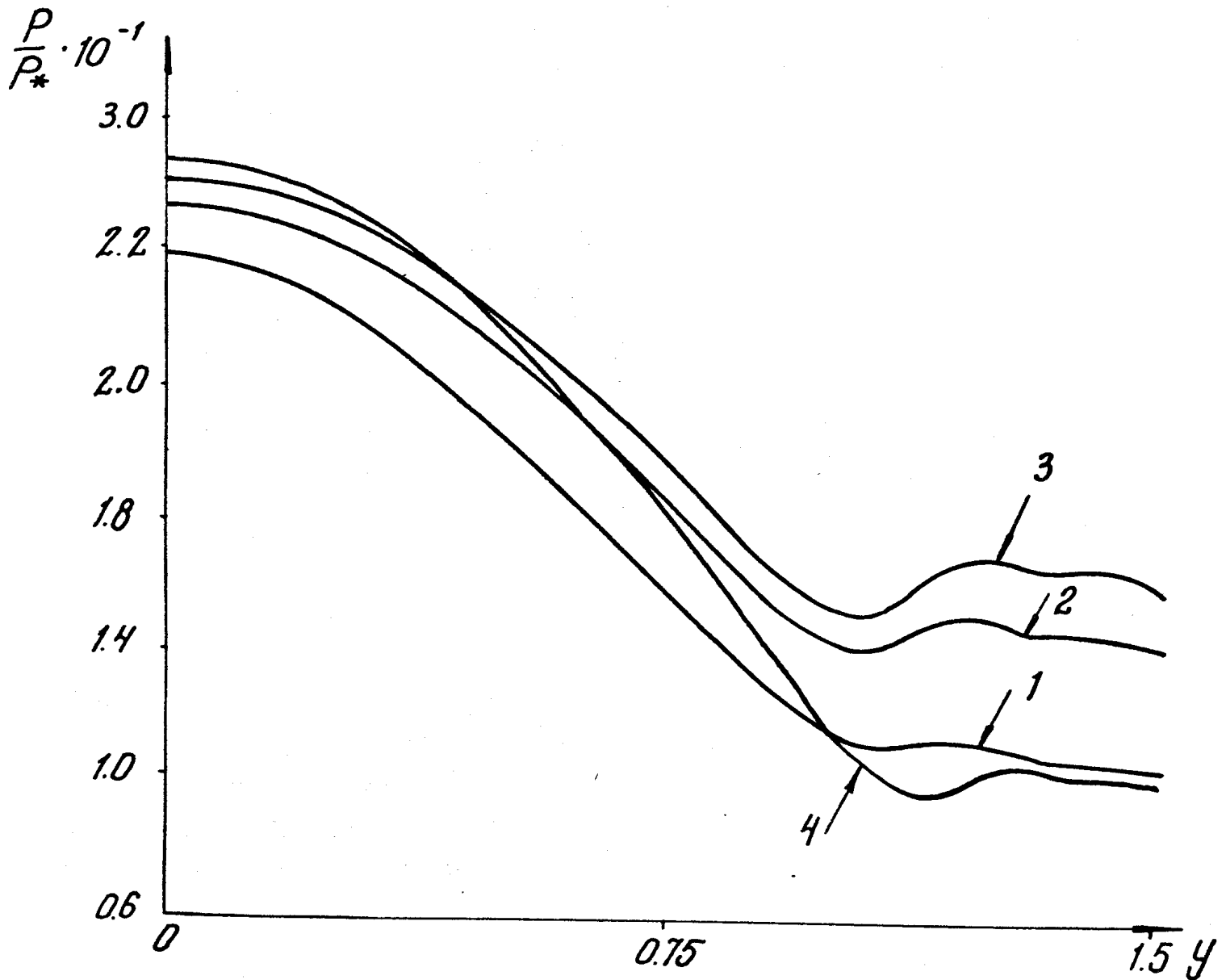
Рис. I.8

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\theta \pm \alpha).$$

Из рис. I.9, на котором изображено распределение давления в конечном сечении видно, что отличие от точного решения достигает у стенки 18 % при использовании модели плоскостей симметрии и 51 % при расчете по модели осреднения. Для сравнения на рис. I.10 изображено поведение характеристик в сопле, близком к профилю установки "Памир" из /II/, на котором в предыдущих разделах проводится сравнение моделей. Видно, что в этом контуре тангенс угла в два раза меньше, чем у контура на рис. I.8. Соответственно меньше и различие при сравнении трехмерного расчета с двумерным - 0.97 % при использовании модели плоскостей симметрии и 3.4 % при расчете по модели осреднения. Таким образом, можно сделать вывод, что использование двумерных моделей для расчета течения в канале даст достоверные результаты, если стенки канала имеют наклон не превышающий 12-15 градусов.

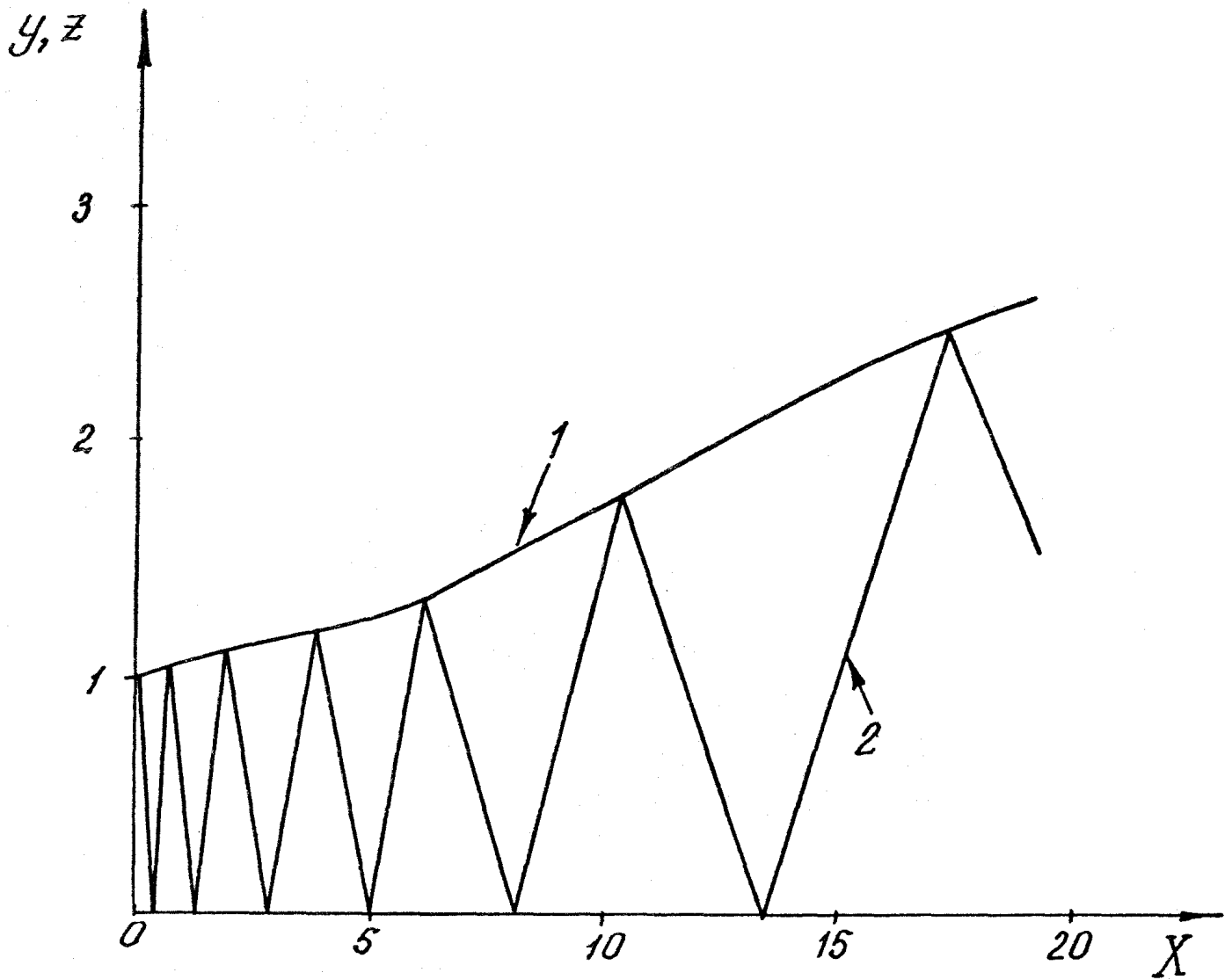
В следующей главе рассмотрим особенности течения проводящего двухфазного газа в преобразовательной части МГДГ.

Сравнение результатов расчета при течении
в сопле с крутой образующей



- 1 - модель осреднения;
2 - расчет в плоскостях симметрии;
3 - трехмерный расчет;
4 - осесимметричный расчет, правило эквивалентных площадей.
- Рис. 1.9

Поведение характеристики при течении в сопле
с пологой образующей



1 - контур сопла;
2 - характеристика $\frac{dy}{dx} = \tan(\theta \pm \alpha)$.

Рис. 1.10

2. РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВОГО ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ЧАСТИ СОПЛА МГД ГЕНЕРАТОРА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ФАРАДЕЕВСКОГО ТИПА СО СПЛОШНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ. ПОСТАНОВКА И РЕАЛИЗАЦИЯ

Система уравнений Эйлера, описывающая течение проводящей среды, при наличии внешнего магнитного поля с учетом допущений, изложенных в главе I выглядит следующим образом /10, 74, 75/:

для газа

$$\nabla(\rho \vec{v}) = 0;$$

$$\rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla P - \sum_{i=1}^N \vec{F}_i + \vec{j} \times \vec{B} + \rho_e \vec{E};$$

$$\nabla(\rho H \vec{v}) = - \sum_{i=1}^N (c_p \cdot F_{4i} + \vec{v}_i \cdot \vec{F}_i) + \vec{j} \cdot \vec{E};$$

$$P = \rho R T;$$

$$H = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \frac{P}{\rho} + \frac{(\vec{v})^2}{2};$$

для "газа" частиц

(2.1)

$$\nabla(\rho_i \vec{v}_i) = 0;$$

$$\rho_i(\vec{v}_i \cdot \nabla) \vec{v}_i = \vec{F}_i;$$

$$\nabla(\rho_i T_i \vec{v}_i) = \frac{c_p}{c_v} F_{4i}.$$

Кроме этого необходимы связи между электромагнитными величинами $\vec{j}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$, которые даются уравнениями Максвелла и обобщенным Законом Ома для случая изотропно проводящей среды

/74, 75, 93/:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \rho_e / \epsilon ;$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 ;$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} ; \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{j} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ;$$

$$\vec{j} + \frac{\beta}{|\vec{B}|} \vec{j} \times \vec{B} = \sigma (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) + \rho_e \vec{V} ;$$

здесь:

ρ_e - объемный заряд;

ϵ - диэлектрическая проницаемость среды;

μ - магнитная проницаемость среды;

β - параметр Холла;

σ - удельная проводимость среды;

$\vec{j}$ - плотность тока;

$\vec{B}$ - магнитная индукция;

$\vec{E}$ - напряженность электрического поля.

В исходном виде система (2.2) достаточно сложна, однако при анализе порядков величин, входящих в (2.1)-(2.2) для случаев течения в МГДГ можно пренебречь током смещения и конвективным током, переносящим избыточный заряд. Не останавливаясь на выкладках, которые подробно изложены, например в /74, 75, 93/, рассмотрим критерии, которые существенны для МГД течений. (Далее индексом " 0 " обозначены характерные величины).

Коэффициент нагрузки

$$K = \frac{E_0}{u_0 \cdot B_0}$$

характеризует отношение напряженности электрического поля и поля, индуцируемого при движении среды в магнитном поле. Из нульмерного приближения следует, что $K = 0$ при $u_0 \cdot B_0 \neq 0$ соответствует режиму короткого замыкания, $K = 1$ - режиму холостого хода, а $K = 0.5$ - режиму максимального энергосъема.

Параметр магнитогидродинамического взаимодействия

$$S = \frac{\sigma_0 B_0^2 L_0}{\rho_0 V_0}$$

характеризует отношение объемной лоренцевой силы к силам инерции. На практике он редко превышает 0.3.

Магнитное число Рейнольдса получается из сравнения индуцированного и внешнего магнитных полей:

$$Re_m = \mu_0 \sigma_0 V_0 L_0 .$$

Если данная величина мала, то влиянием индуцированного магнитного поля по сравнению с внешним можно пренебречь.

Для МДГ, которые рассматриваются в этой работе, характерные величины с индексом " 0 " имеют следующие значения:

ширина рассматриваемой области	$L_0 \sim 0.1 \text{ м},$
скорость рабочего тета	$V_0 \sim 1000 \text{ м/с},$
проводимость	$\sigma_0 \sim 100 \text{ см/м},$
магнитная проницаемость	$\mu_0 \sim 10^{-6} \text{ гн/м}.$

На основании этих величин получаем оценку:

$$Re_m \sim 0.01 .$$

То есть влиянием индуцированного магнитного поля можно пренебречь.

Из системы (2.2) с учетом оценок полученных в /74, 75, 93/ оставим уравнения, которыми будем пользоваться в дальнейшем:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{j} &= 0; \\ \nabla \times \vec{E} &= 0; \\ \vec{j} + \frac{B}{|\vec{B}|} \vec{j} \times \vec{B} &= \sigma (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}).\end{aligned}\tag{2.3}$$

Кроме того, для нахождения параметра Холта и удельной проводимости и воспользуемся зависимостями /2, 10/:

$$B = \mu_e |\vec{B}|;$$

$$\mu_e = \mu_{e*} \frac{P_*}{P} \cdot \sqrt{\frac{T}{T_*}};$$

$$\sigma = \sigma_* \sqrt{\frac{P_*}{P}} \cdot \left(\frac{T}{T_*}\right)^{\frac{3}{4}} \exp\left[-\frac{I_i}{2} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_*}\right)\right];$$

$$\sigma_* = \sigma(P_*, T_*);$$

$$\mu_{e*} = \mu_{e*}(P_*, T_*);$$

здесь

μ_e - подвижность электронов;

I_i - потенциал ионизации.

Знак " $*$ " обозначает опорные значения подвижности электронов и проводимости для соответствующих значений температуры и давления, которые обычно берутся из эксперимента. Выражение для электронной проводимости в литературе обычно называется форму-

лой Саха. Коротко рассмотрим электрофизические свойства рабочего тела по аналогии с /II, 58, 6I, 77/.

Ионизация газа, которая происходит в результате его нагрева, называется термической или равновесной, т.к. ионизация и рекомбинация протекают с одинаковыми скоростями. Существенным является также тот факт, что температура электронной и ионной составляющей плазмы равны. Для однократной ионизации, которая имеет место в МГД генераторах, сохраняется сумма нейтральных частиц и электронов. Отношение концентрации электронов к этой сумме называется степенью ионизации, которая в МГДГ много меньше единицы.

Особенность рабочего тела, используемого в генераторах плазмы, заключается в том, что в качестве источника электронов используются ионизирующие присадки, роль которых обычно выполняют соли калия или цезия в количестве одного-двух процентов.

Плазма в МГДГ фактически является квазинейтральной, т.к. дебаевская длина порядка микрона /2, II/, что значительно меньше характерного масштаба МГДГ. Кроме того, в силу малой подвижности ионов по сравнению с электронами, ионную проводимость обычно не учитывают /6I/. Не рассматриваются также в данной работе приэлектродные и концевые эффекты.

Рассмотрим особенности нахождения электрических полей и токов на основе уравнений (2.3). Возможны два способа решения: точное и модельное.

I. Используя соотношение из (2.3):

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0$$

введем электрический потенциал " ψ " такой, что

$$j_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad j_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Из $\nabla \times \vec{E} = 0$ и условия $E_z = 0$ получим

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0.$$

Используя закон Ома, можно записать для ψ уравнение Пуассона:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\beta}{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \\ & = \frac{\partial (uB)}{\partial x} + \frac{\partial (vB)}{\partial y}. \end{aligned}$$

Далее с использованием известных методов, например /88, 96/, и учитывая граничные условия, получают решение, которое обычно называют точным.

2. Модельное распределение основывается на особенностях работы МГДГ фарадеевского типа /9, II, 58, 61/ и учитывает малость углов наклона стенок канала. Пусть $\Delta\psi = \text{const}$ - разность потенциалов между анодом и катодом (считается, что анод и катод имеют бесконечную проводимость и падения потенциала вдоль них нет). Тогда $E_x = E_z = 0$, $j_z = 0$, $\vec{B} = (0, 0, B_z(x))$

$$\Delta\psi = \int_{-h}^h E_y dy = \langle E_y \rangle 2h, \quad (2.4)$$

здесь $h = h(x)$ - полуширина канала между электродами. Для генератора фарадеевского типа хорошим приближением является

$$j_y = j_y(x) \quad /58/. \text{ Следовательно}$$

$$j_y \equiv \langle j_y \rangle = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h j_y dy. \quad (2.5)$$

Используя (2.4)-(2.5) и закон Ома, получим:

$$j_y = \langle j_y \rangle = \left\langle \frac{\sigma}{1+\beta^2} \right\rangle \left(\langle v\beta \rangle B + \frac{\Delta\varphi}{2h} - \langle u \rangle B \right); \quad (2.6)$$

$$j_x = \sigma v B - j_y \beta;$$

$$E_y = u B + \frac{1+\beta^2}{\sigma} j_y - \beta v B;$$

здесь: $B = B_2(x)$

Зная j_y и учитывая малость углов наклона стенок, можно найти общий ток на электродах /91/:

$$I = \int_{x_0}^{x_k} a(x) \cdot j_y \cdot dx;$$

где:

$a(x)$ - ширина электродной стенки;

x_0 - начало электродной зоны;

x_k - конец электродной зоны.

Тогда генерируемая мощность будет:

$$W = \Delta\varphi \cdot I \quad (2.7)$$

Расчеты, проведенные в работах /78, 80, 90/, показали близость результатов для этих двух способов. В данной работе применим модельное распределение, которое позволяет не решать уравнение Пуассона и основывается на алгебраических соотношениях (2.4)-(2.7).

Отметим особенность, связанную с выражением (2.7). В работах /30, 66/ показано, что мощность, отдаваемая МГДГ во внешнюю нагрузку может находиться по разности энтальпии на входе и на

выходе преобразовательной части. Однако это применимо только к одномерным моделям. В нашем случае уравнения (2.1) не исключают возможности выпадения К- фазы на стенки преобразовательной части, в связи с чем, даже в режиме газодинамической продувки, когда отсутствует магнитное поле, потоки энтальпий на входе и на выходе не будут равны.

Перейдем к рассмотрению газодинамических явлений в преобразовательной части МГДГ.

Из-за действия в преобразовательной части канала магнитного поля течение теряет свою симметрию относительно плоскости $y = 0$ (z направлена к изоляторным стенкам), в то время как для плоскости $z = 0$ симметрия сохраняется. Поэтому наиболее обосновано использование осредненных в плоскости $y = 0$ исходных трехмерных уравнений (2.1).

Осредняя исходную систему в направлении изоляционных стенок и опуская знак средней величины, получим по аналогии с системой (I.19)-(I.22) для газа и для частиц вдоль их траекторий

$dy/dx = v_i/u_i$, следующую систему:

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} = -\vec{F} + \vec{D} - \vec{C},$$

$$\vec{A} = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uH)^T;$$

(2.8)

$$\vec{B} = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho vH)^T;$$

$$\vec{C} = \frac{\delta'_x}{\delta} (\rho u, \rho u^2, \rho uv, \rho uH)^T;$$

$$\vec{F} = (0, \sum_{i=1}^N F_{xi}, \sum_{i=1}^N F_{zi}, \sum_{i=1}^N (c_p F_{xi} + \vec{V}_i \cdot \vec{F}_i))^T;$$

$$\vec{D} = (0, j_y B_z, -j_x B_z, \vec{j} \cdot \vec{E})^T;$$

$$u_i \frac{du_i}{dx} = c_{Ri} (u - u_i);$$

$$u_i \frac{dv_i}{dx} = c_{Ri} (V - v_i);$$

$$u_i \frac{dT_i}{dx} = \frac{c_p}{c_v} c_{Li} (T - T_i); \quad (2.9)$$

$$\frac{d(\ln g_i u_i)}{dx} = - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_i}{u_i} \right) + u_i \frac{\delta'_x}{\delta}.$$

В работах /30, 67/ показано, что при использовании в качестве рабочего тела продуктов сгорания специальных топлив оптимальным является сверхзвуковой режим течения в преобразовательной части. Причем, число Маха на выходе должно быть больше или равно единице. В противном случае, после перехода к дозвуковому течению в области, лежащей вниз по потоку от линии перехода, будет реализовываться ускорительный режим /2/. Такие режимы являются нерасчетными и на практике их стараются избегать. Будем считать, что МГДГ работает в расчетном режиме, т.е. везде будет сверхзвуковое течение. Тогда для расчета газодинамических параметров с учетом дополнительных источников членов в уравнениях газовой фазы для импульса и энергии, будем использовать маршевые схемы (I.34), (I.43), (I.44), которые применялись для расчета в разгонной части. Учитывая, что плотность газа имеет один порядок с плотностью "газа" частиц и на три порядка меньше плотности материала частиц, влиянием объемных пондеромоторных сил на К-фазу можно пренебречь.

3. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

3.1. Сравнение с одномерными расчетами

Прежде, чем перейти к исследованию закономерностей, присущих двухфазному течению проводящей жидкости в МГДГ, проведем сравнение двумерного подхода, описанного выше и одномерного. Это, с одной стороны, позволит в какой-то мере сравниться с результатами, полученными по известным ранее методикам, а с другой стороны, выявить особенности, присущие двумерной модели. Ранее неплохое совпадение одно и двумерных расчетов для чистого газа было получено в /89, 91/.

Не приводя здесь подробные выкладки, сошлемся на монографии /1, 2, 8, 9, 11, 61, 66, 73/, где одномерные уравнения широко используются и лишь коротко остановимся на их получении и решении.

Как показано ранее, система уравнений (2.8)-(2.9) получается путем осреднения исходной трехмерной системы уравнений (2.1) относительно поперечной координаты. Замыкание проводится аналогично /91/, при этом пренебрегаем ковариационными членами и членами типа (1.22). Повторяя этот процесс еще раз относительно другой поперечной координаты и учитывая изменения в (2.5)-(2.6), получаем широко известное одномерное приближение, которое в нашем случае будет выглядеть так:

$$\rho u S = \text{const}; \quad S = 4 \cdot f(x) \cdot \delta(x);$$

$$\frac{dS(\rho u^2 + P)}{dx} = -S'_x P - S \left\{ \sum_{i=1}^N F_{ii} + j_y \cdot B_z \right\};$$

$$\frac{dS_{\text{сум}}}{dx} = S \left\{ - \sum_{i=1}^N (c_p F_{4i} + u_i F_{1i}) + j_y E_y \right\};$$

$$\rho_i u_i S = \text{const};$$

$$u_i \frac{du_i}{dx} = c_{Ri} (u - u_i);$$

$$u_i \frac{dT_i}{dx} = \frac{c_p}{c_B} C_{Li} (T - T_i); \quad (3.1)$$

$$E_y = \frac{\Delta \varphi}{2h};$$

$$j_y = \frac{\sigma}{1 + \beta^2} (E_y - uB);$$

$$j_x = -j_y \beta.$$

Алгоритм решения системы (3.1) остается без изменений: в до-трансзвуковой области используется упрощенная соответствующим образом схема приближенной факторизации, а в сверхзвуковой маршевая схема. Сравнение одномерных и двумерных результатов проводилось на канале прямоугольной формы, взятой из /25/. Проточная часть характеризовалась следующими геометрическими параметрами (рис.3.1):

максимальный наклон в дозвуковой области	35 градусов;
максимальный наклон в сверхзвуковой области	12 градусов;
полуразмер критического сечения	0.03 м;
длина дозвуковой области	0.1 м;
длина всей разгонной области	0.67 м;
длина преобразовательной области	1.0 м.

Газодинамические параметры были следующими:

давление торможения 6220000 Па;

Профиль сопла МГДУ

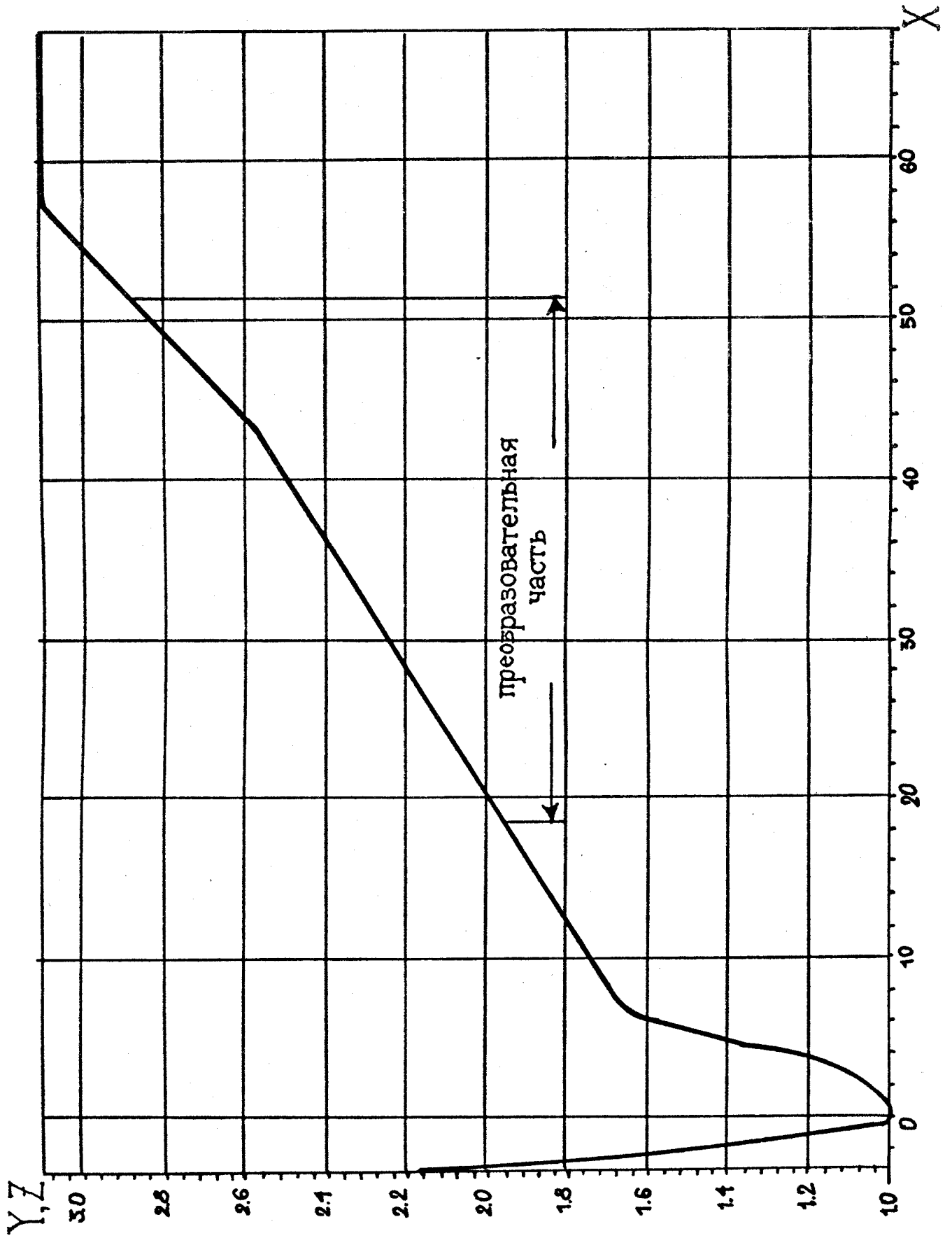


Рис. 3.1

динамическая вязкость газа	8.9×10^{-5} Па·с;
при температуре торможения	3865 К;
весовая доля второй фазы	0.39;
число Прандтля	0.72;
теплоемкость вещества второй фазы	1940 Дж/(кг·К);
молекулярный вес смеси	37.6 кг/кмоль;
показатель адиабаты равновесный	1.155 ;
среднемассовый радиус второй фазы	6.7×10^{-6} м.

Сравнивались газодинамические параметры на входе в преобразовательную часть МГД генератора для случаев моно и полидисперсного распределения. При монодисперсном распределении радиус частиц был равен среднемассовому радиусу, при полидисперсном использовалось нормально-логарифмическое распределение по размерам с числом фракций равным 10 (табл.3.1). Для сравнения брали в одномерном расчете полученные величины, в двумерном – найденные по формуле (1.5) средние величины при числе точек поперек сопла равном 10 и точности по расходу – 0.1 %. В табл.3.2 приведены сравнения расхода рабочего тела, найденного из расчета, с экспериментальными данными из /25/. Полученные результаты позволяют сделать заключение, что рассматриваемые модели адекватно описывают физический процесс.

Из анализа табл.3.3 можно сделать два важных вывода:

1. Одномерный и двумерный расчеты газодинамических параметров дают близкие результаты – максимальное отличие 2.25 %. Поэтому можно сказать, что для класса контуров, подобных изображенному на рис.3.1, профиль разгонной части сопла оказывает слабое влияние на средние параметры течения.

2. Расчеты для моно и полидисперсного распределения мало отличаются – максимальное отличие 0.93 %.

Аналогичные сравнения проведены при расчете мощности для ре-

Таблица 3.1

Нормально-логарифмический закон распределения,
среднемассовый радиус второй фазы 6.7 микрон, средне-
квадратичное отклонение 1.50

Номер фракции	Массовая доля фракции	Диаметр фрак- ции (микрон)
1	1.0788×10^{-3}	2.2061
2	5.0322×10^{-2}	5.3394
3	2.1671×10^{-1}	8.4728
4	2.7208×10^{-1}	11.606
5	2.0544×10^{-1}	14.739
6	1.2425×10^{-1}	17.873
7	6.7775×10^{-2}	21.006
8	3.5247×10^{-2}	24.139
9	1.7977×10^{-2}	27.273
10	9.1300×10^{-3}	30.406

Таблица 3.2

Неравновесное течение. Сравнение
результатов расчета с экспериментом

	Двумерный расчет	Одномер- ный расчет	Экспе- римент
Расход (кг/с)	16.2	16.5	16.7
Отличие от эксперимента %	2.99	1.2	0

Таблица 3.3

Неравновесное течение. Вход в преобразовательную часть. Сравнение результатов для осредненных параметров

	Двумерный расчет	Одномерный расчет	Отличие %
$\langle u \rangle$ (м/с) I фр	1924.5	1968.7	2.25
$\langle u \rangle$ (м/с) IO фр	1932.3	1975.3	2.18
Отличие %	0.40	0.33	
$\langle P \rangle$ (па) I фр	354147.0	348530.0	1.61
$\langle P \rangle$ (па) IO фр	352985.0	345320.0	2.22
Отличие %	0.33	0.93	
$\langle T \rangle$ (К) I фр	2667.9	2618.0	1.91
$\langle T \rangle$ (К) IO фр	2662.3	2612.4	1.91
Отличие %	0.21	0.21	

жима максимального энергосъема. Исходные электрофизические параметры были следующими:

магнитная индукция	3.6 тл;
удельная проводимость опорная	102.94 см/м;
подвижность электронов опорная	0.16 I/тл;
потенциал ионизации	45300°К.

Для контура, изображенного на рис.3.1, в табл.3.4 приведена мощность, рассчитанная по одномерной и двумерной моделями для случаев моно и полидисперсного распределения. Из сравнения видно, что аналогичное /II/ использование среднемассового размера частиц в монодисперсной модели для расчета генерируемой мощности вполне оправдано. При небольшом (меньше процента) отличии от полидисперсного расчета, такой прием позволяет сократить время счета. Если для расчета течения в разгонной и преобразовательной частях МГДГ в двумерной постановке при монодисперсном распределении потребовалась 31 минута работы ЭВМ БЭСМ-6, то при полидисперсном - 1 час 25 минут. А одномерный расчет занимает не более 4 минут.

Как видно из табл.3.4, отличие по мощности между двумерным и одномерным расчетами превышает 16 %, между тем как разница в газодинамических параметрах (табл.3.3) менее 3 %. Такая существенная разница объясняется наличием двумерных эффектов, к числу которых относится появление пристеночной зоны, свободной от второй фазы с проводимостью на порядок меньше, чем в ядре потока.

То, что наибольший вклад в отличие двумерного и одномерного расчетов вносит именно эта зона, легко показать при сравнении равновесного и неравновесного течения. При равновесном течении коэффициенты взаимодействия между фазами бесконечно большие, поэтому траектории газа и частиц совпадают, а пристеночная область, свободная от частиц, отсутствует.

Как следует из сравнения табл.3.5 и табл.3.3-3.4, где приведены результаты расчетов равновесного и неравновесного течения по одномерной и двумерной моделям, разница в результатах для равновесного течения получилась меньше, чем для неравновесного. Что касается генерируемой мощности, то здесь, аналогично работе /73/, мощность больше при равновесном течении в нашем случае на 20 %.

Другим предельным случаем является замороженное течение. Результаты, приведенные в табл.3.6 показывают, что при замороженном течении энергия, запасенная в К- фазе, в МГД цикле не используется. Поэтому мощность меньше, чем в случае неравновесного течения. Из этой таблицы также видно влияние двумерных эффектов на мощность.

Рассмотрим далее эффекты, которые принципиально невозможно выявить из одномерных расчетов, не прибегая к экспериментальным данным.

3.2. Результаты двумерных расчетов

Рассмотрим более подробно двумерные эффекты для трех основных режимов работы МГД генератора:

1. Режим газодинамической продувки, когда магнитная индукция равна нулю;

2. Режим холостого хода, когда сопротивление внешней нагрузки настолько велико, что ток в ней отсутствует;

3. Режим максимального энергосъема.

На рис.3.2-3.8, где приведены результаты расчетов при этих режимах с исходными данными из предыдущего раздела, используются следующие обозначения:

кружочками обозначены результаты полидисперсного расчета;
сплошной линией – монодисперсного;

Таблица 3.4

Неравновесное течение. Сравнение результатов по максимальной генерируемой мощности

	Двумерный расчет	Одномерный расчет	Отличие %
Мощность (МВт) I Фр.	12.103	14.540	16.76
Мощность (МВт) IO фр.	12.096	14.513	16.65
Отличие %	0.06	0.19	

Таблица 3.5

Равновесное течение. Сравнение осредненных параметров на входе в преобразовательную часть и максимальной генерируемой мощности

		Двумерный расчет	Одномерный расчет	Отличие %
$\langle u \rangle$	(м/с)	2052.3	2055.1	0.14
$\langle P \rangle$	(па)	312492.2	309887.4	0.83
$\langle T \rangle$	(К)	2586.4	2584.2	0.09
$\dot{W}$	(МВт)	15.276	16.315	6.37

Таблица 3.6

Мощность (МВт) в режиме максимального энергосъема.

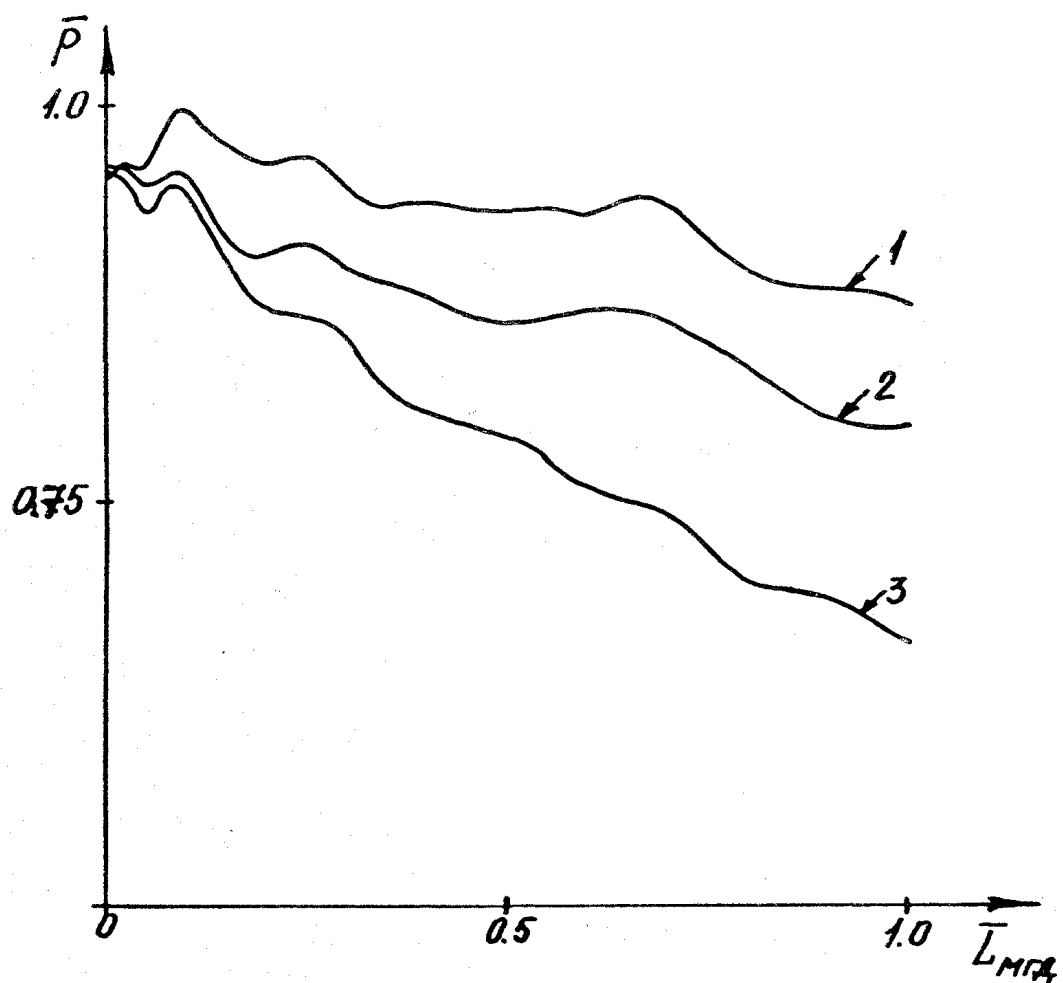
Параметры на входе в преобразовательную часть

одинаковые

	Двумерный расчет	Одномерный расчет
Заморож. теч.	9.75	10.40
Неравн. теч.	12.10	14.54
Прирост мощности	24.1 %	39.8 %

Распределение давления вдоль стенок МГД канала.

Число фракций = 10

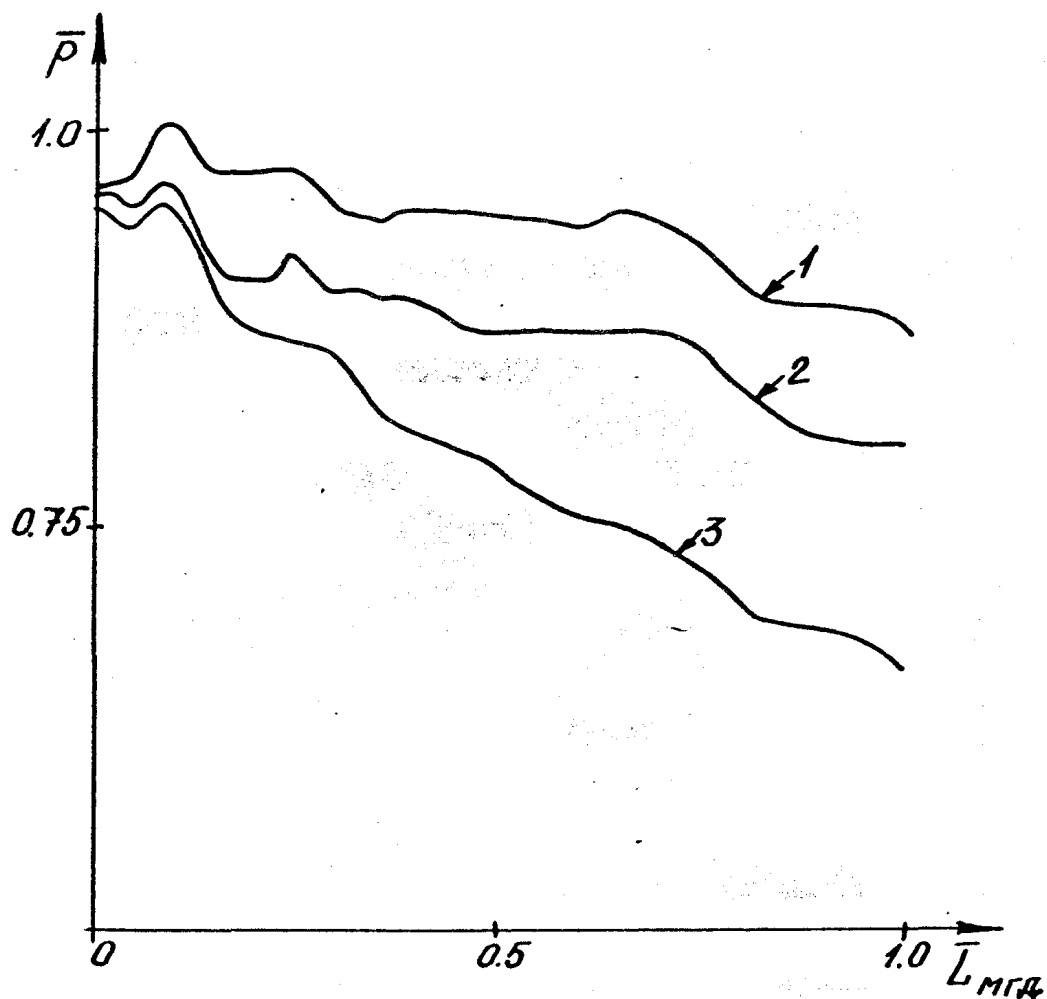


- 1 - $B=3.6$ Тл, $W=W_{\max}$, катод;
- 2 - $B=3.6$ Тл, $W=W_{\max}$, анод;
- 3 - $B=0$, газодинамическая продувка.

Рис. 3.2

Распределение давления вдоль стенок МГД канала.

Число фракций = I



- 1 - $B=3.6$ Тл, $W=W_{\max}$, катод;
- 2 - $B=3.6$ Тл, $W=W_{\max}$, анод;
- 3 - $B=0$, газодинамическая продувка.

Рис. 3.3

Распределение проводимости поперек МГД канала

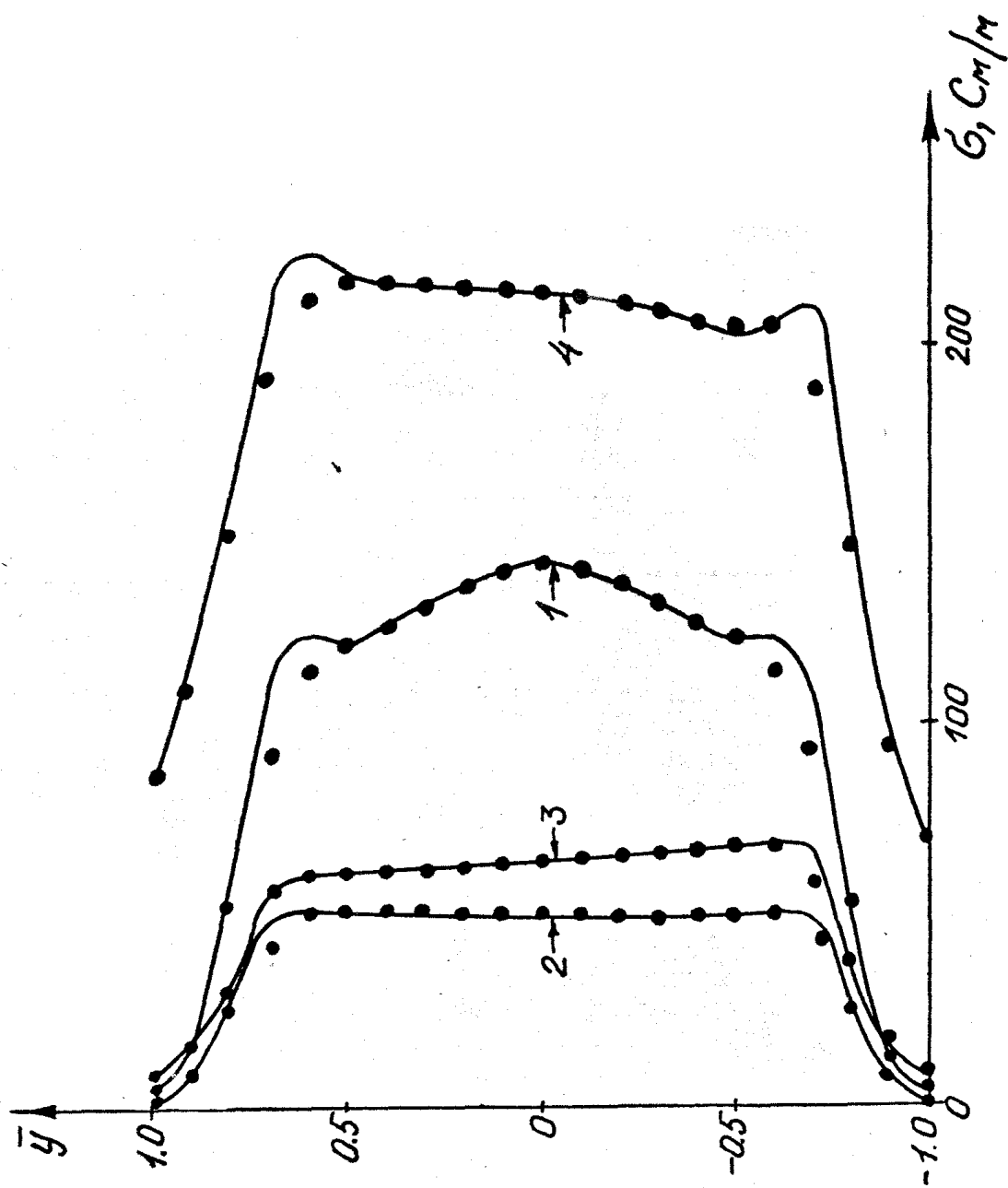


Рис. 3.4

Распределение числа Маха поперек МГД канала

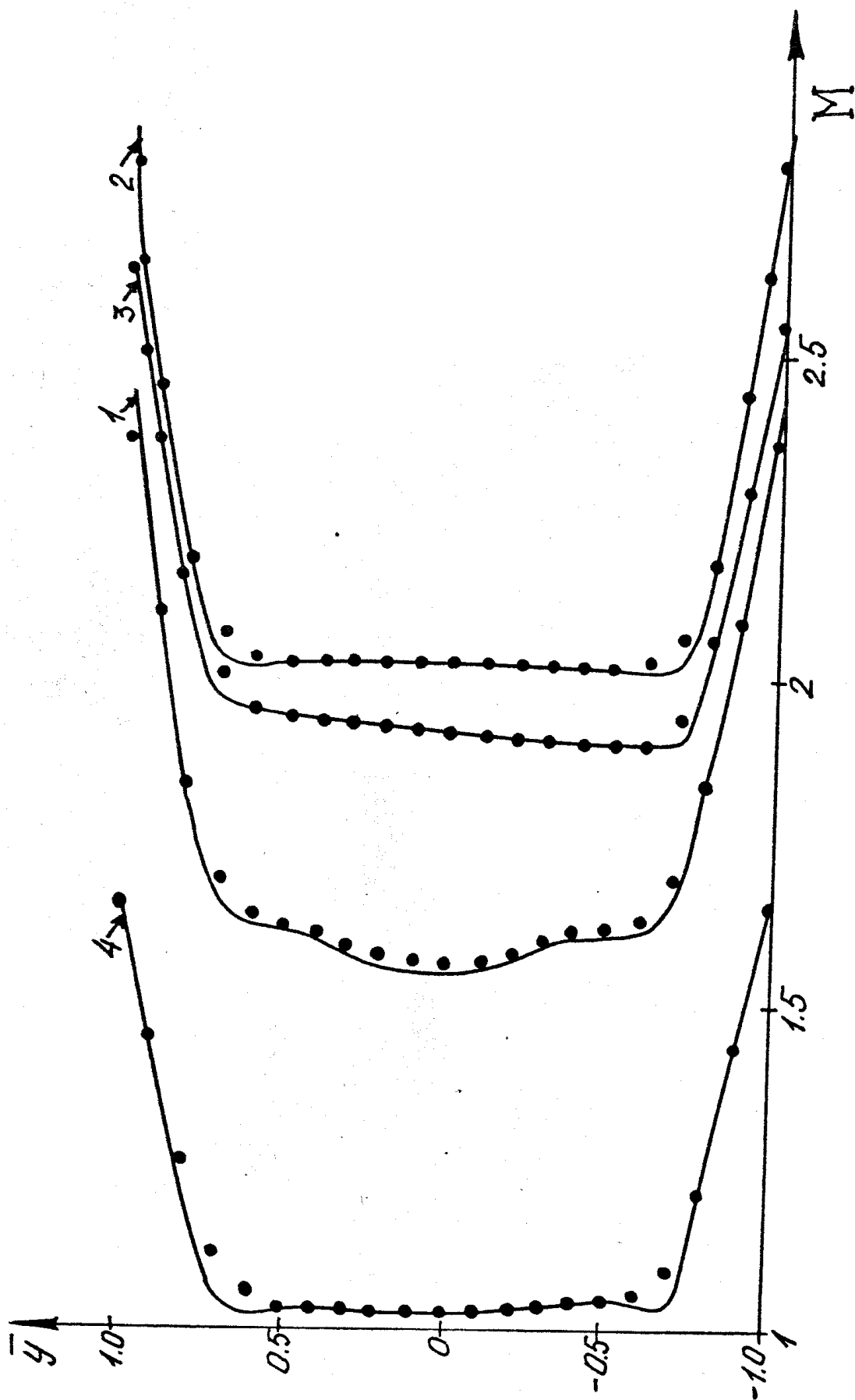


Рис. 3.5

Распределение E_y в конце МГД канала

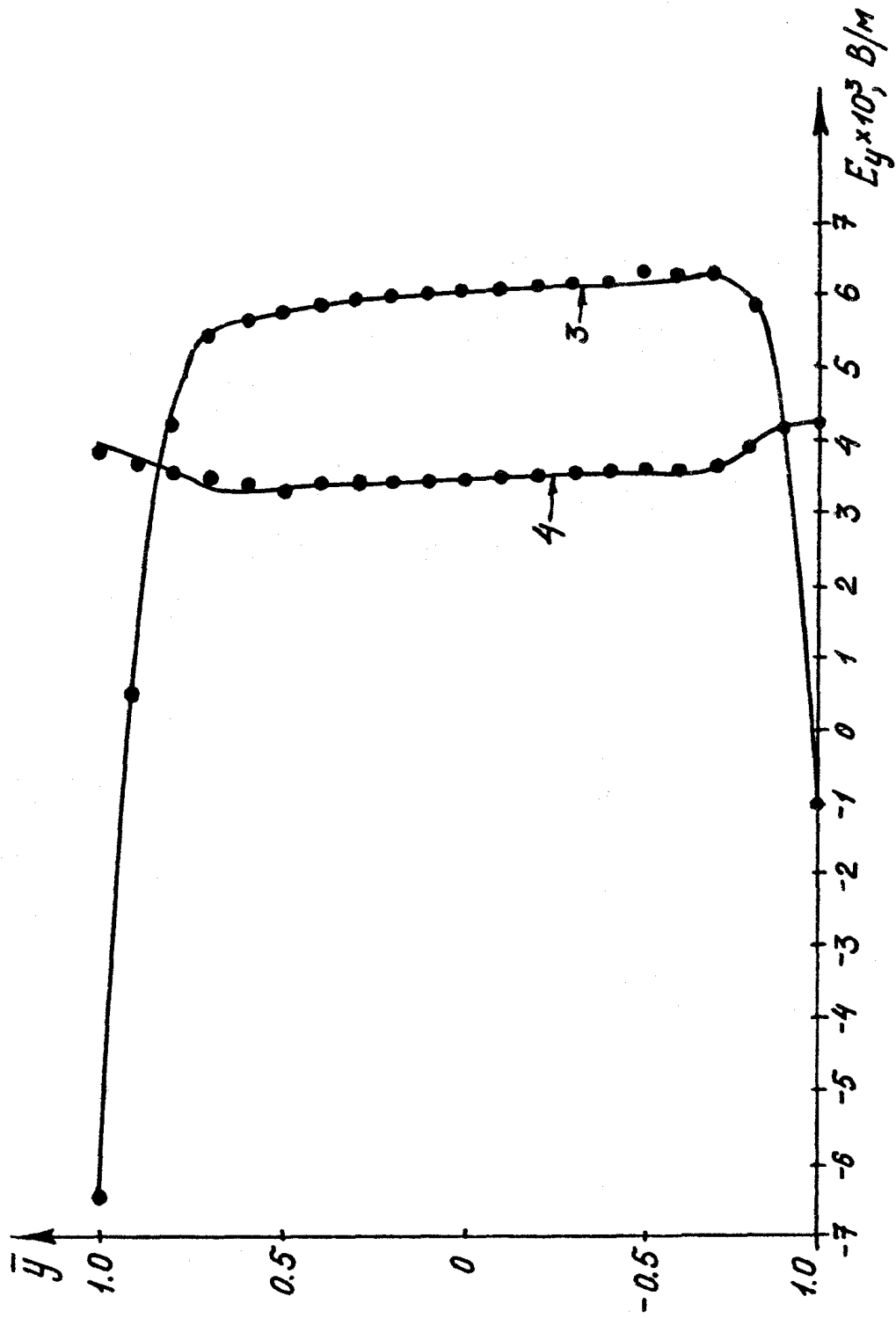
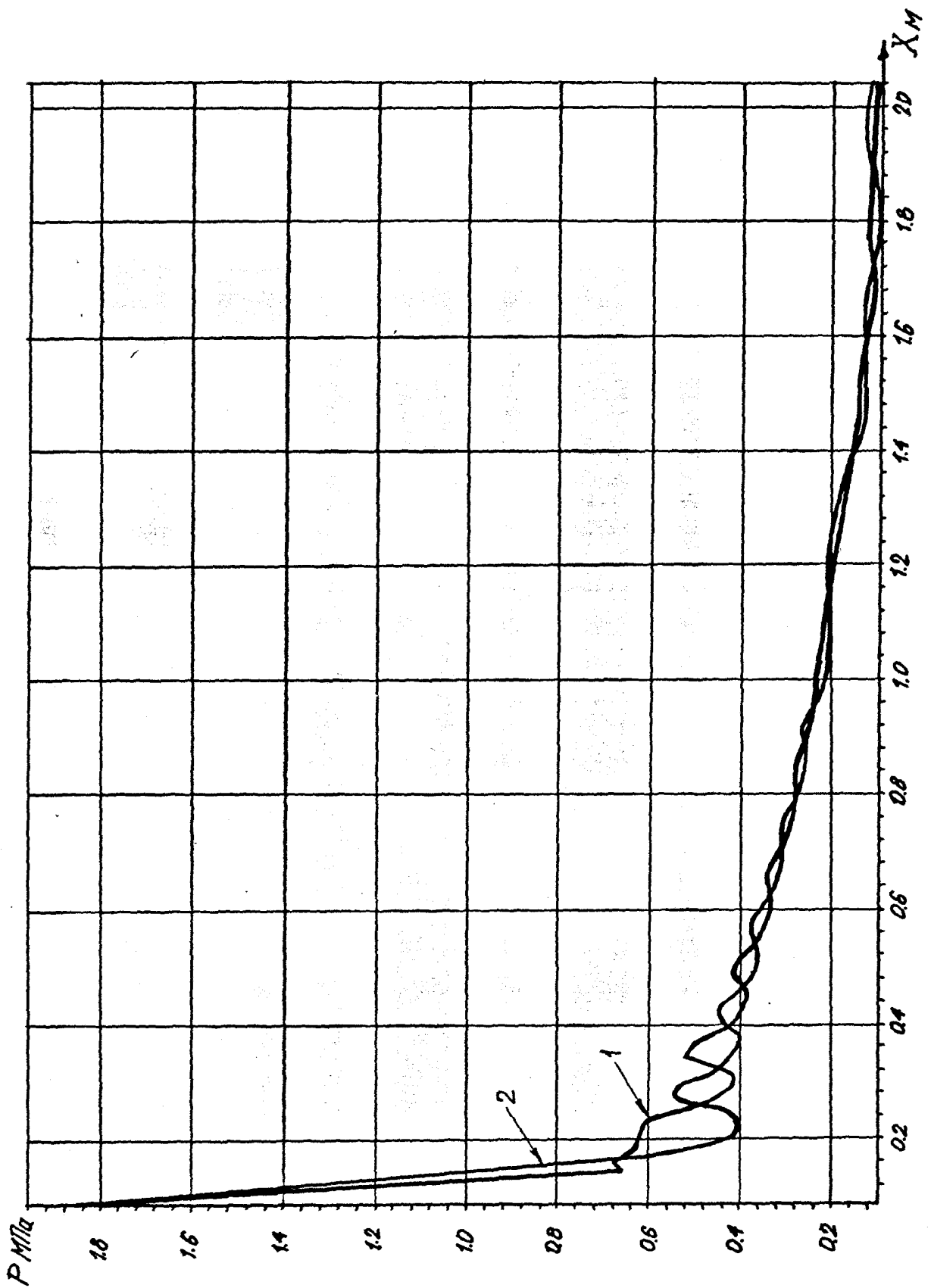


Рис. 3.6

Сверхзвуковая часть. Распределение давления вдоль оси и стенки. Режим продувки.



1 — стенка; 2 — ось. Рис. 3.7

Распределение плотности "газа" частиц поперек МГД канала.
Число фракций = 1

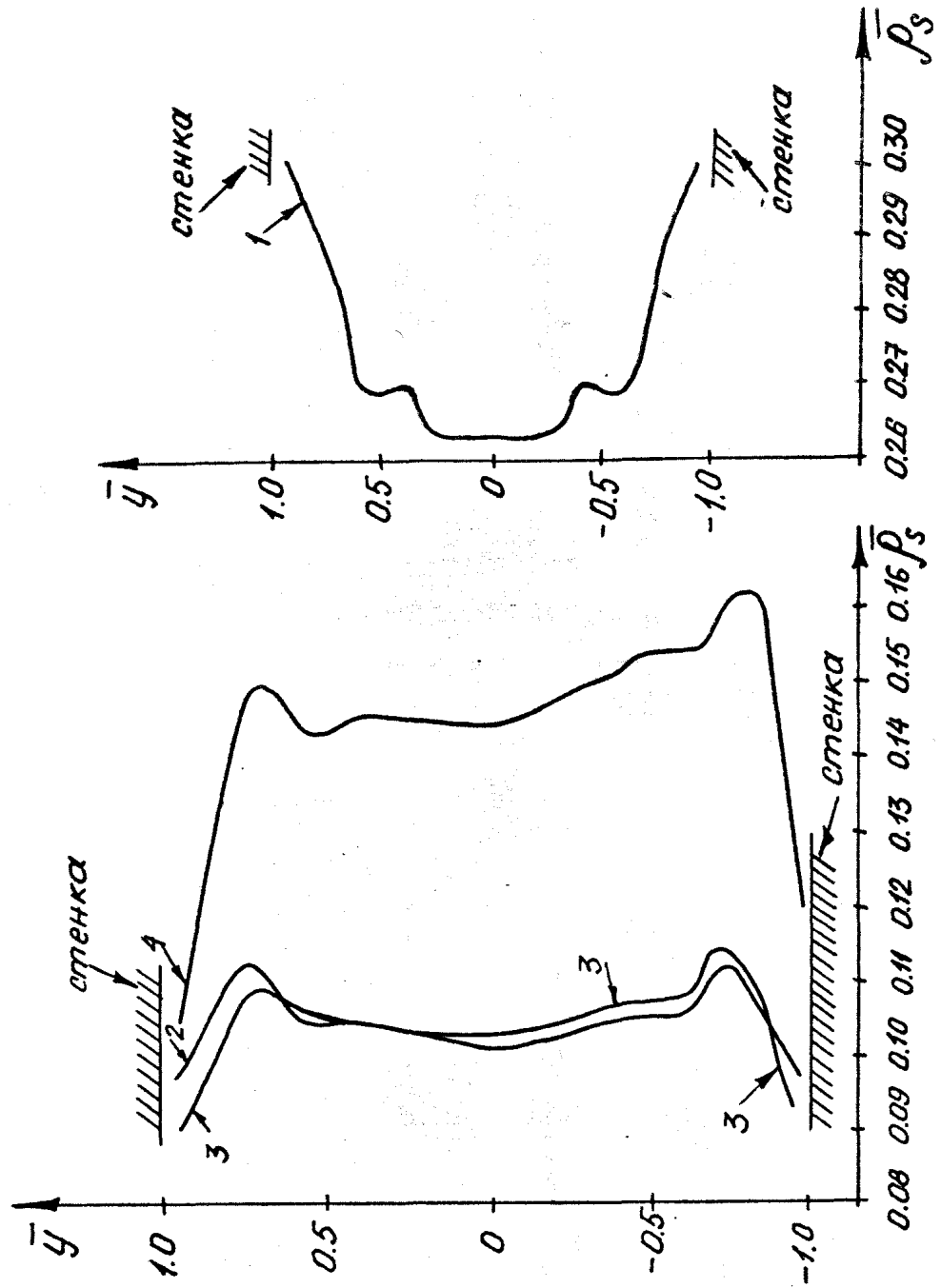


Рис. 3.8

- I - вход в преобразовательную часть;
- 2, 3, 4 - выход из преобразовательной части;
- 2 - газодинамическая продувка;
- 3 - холостой ход;
- 4 - режим максимального энергосъема.

3.2.1. Влияние моно и полидисперсного распределения на МГД течение

Как следует из рисунков, в результате МГД взаимодействия происходит перераспределение параметров течения. Если на входе имеет место симметричное распределение, то на выходе, даже в режиме холостого хода, профили параметров течения приобретают асимметричный вид (рис.3.2-3.6, 3.8-3.9). Особенно это заметно в режиме максимального энергосъема. В таком режиме разница давления между анодом и катодом достигает на выходе 19.8 % (рис. 3.2-3.3), а скоростная неравномерность поперек канала достигает 13 % (рис.3.9). Однако учет полидисперсного характера течения по сравнению с монодисперсным слабо влияет на общую картину.

Из анализа рис.3.2-3.3 видно, что несмотря на одинаковый характер изменения давления вдоль преобразовательной части (разница не превышает 3.2 %), при полидисперсном распределении кривая давления имеет более сглаженный вид. Аналогичное явление наблюдается на рис.3.4-3.5.

Объясняется данный эффект просто: при монодисперсном распределении имеет место одна сепаратриса. Из-за того, что между сепаратрисой и стенкой располагается свободная от второй фазы зона, где газ не тратит свою кинетическую энергию на разгон частиц, скорость там выше, чем в области течения смеси газа и К-фазы. При полидисперсном характере течения отсутствует столь резкий поперечный градиент в скорости на границе зоны чистого газа. Из-за наличия нескольких сепаратрис параметры поперек те-

Скоростное отставание к-фазы поперек МГД канала.
Число фазций = 1

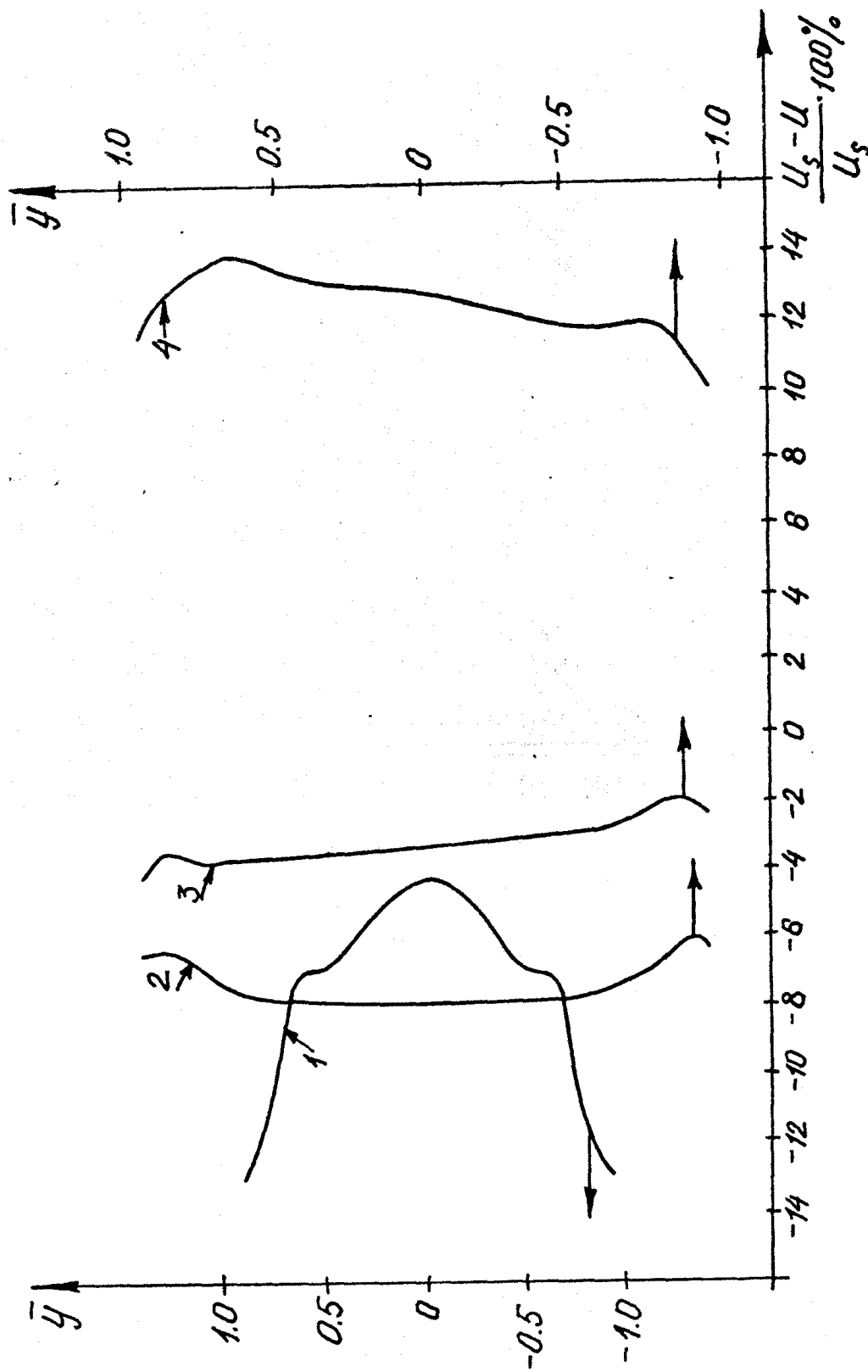


Рис.3.9

чения меняются у стенки более плавно. Особенно хорошо это видно из распределения проводимости и числа Маха поперек МГД канала (рис. 3.4-3.5). Однако на напряженность электрического поля этот эффект, как видно из рис. 3.6, влияния практически не оказывает.

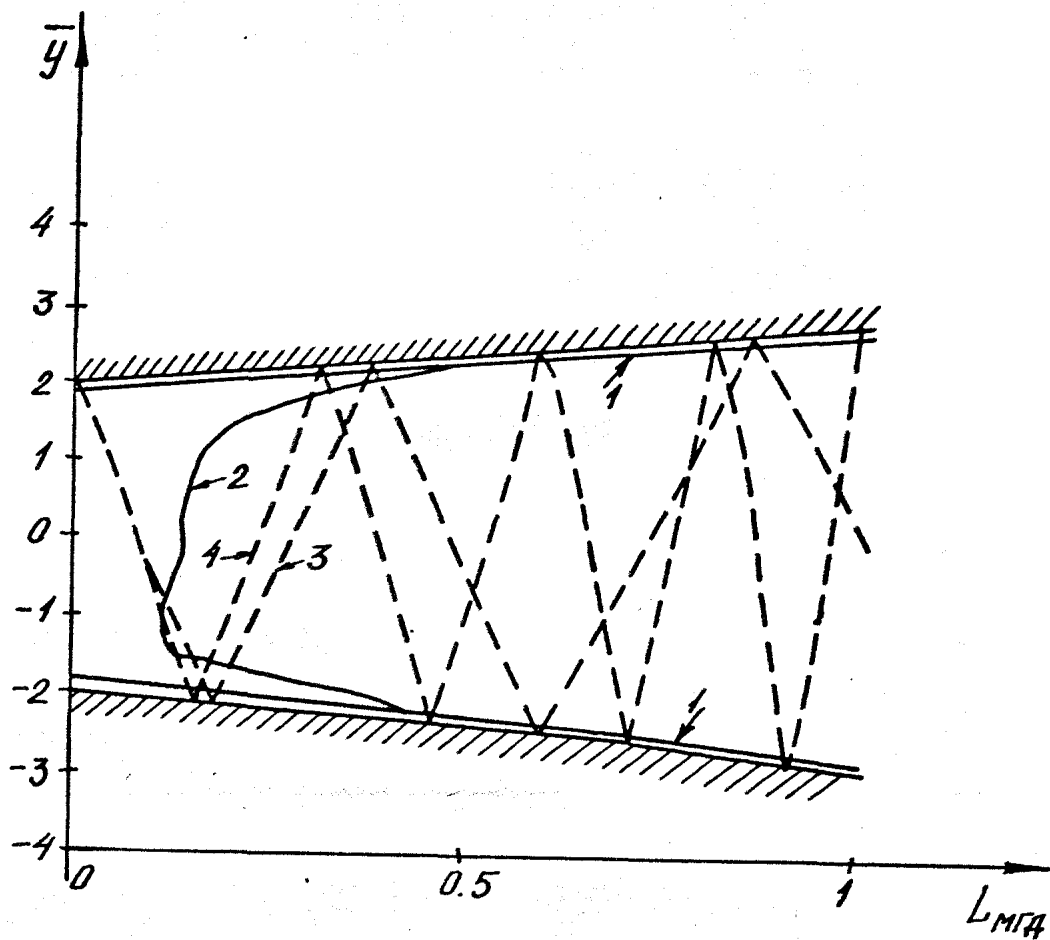
На рис. 3.7 изображено поведение давления вдоль оси и стенки сверхзвуковой части МГД генератора в режиме газодинамической продувки. При моно и потидисперсном распределении получено графическое совпадение кривых давления. Колебательный характер кривых объясняется следующим: как видно из рис. 3.1, где изображен контур сопла, профиль его сверхзвуковой части представляет из себя профилированный участок, к которому пристыковано два конических участка и далее горизонтальный диффузор. Из-за невысоких газодинамических характеристик такой конфигурации, течение в ней происходит с образованием скачков давления в области стыковки профилированного и конического участка. Кроме того, в /82, 89/ показано, что в преобразовательной части воздействие силы Лоренца приводит к возмущению потока типа поджатия.

Если проанализировать поведение кривых давления на рис. 3.7 и поведение характеристики

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\theta \pm \alpha)$$

в режиме газодинамической продувки на рис. 3.10, то можно заметить, что число максимумов на кривой давления (начало преобразовательной части - 0.6 м, конец - 1.6 м) и число отражений характеристики совпадают. Это подтверждает известный эффект распространения возмущений вдоль характеристических направлений. То же самое можно сказать при анализе рис. 3.2-3.3. Таким образом полученные результаты дают ответ о причинах немонотонного изменения давления вдоль преобразовательной части, выявленных в ходе эксперимента /II/.

Схема течения в преобразовательной части.
Число фракций=1



- 1 - сепаратриса к-фазы, $W = W_{\max}$, $B = 3.6$ Тл;
- 2 - линия $(U_s - U) = 0$, $W = W_{\max}$, $B = 3.6$ Тл;
- 3 - $B = 0$, характеристика $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(\theta \pm \alpha)$;
- 4 - характеристика при $W = W_{\max}$, $B = 3.6$ Тл.

Рис.3.10

3.2.2. Влияние двухфазной неравновесности на МГД течение

В работе /73/ при рассмотрении двухфазной неравновесности в сверхзвуковых МГД установках, утверждается:

1. Область, где кинетическая энергия К- фазы может использоваться в МГД цикле, мала;

2. Энергия запасенная в К- фазе, в МГД цикле практически не используется.

В результате проведенных расчетов выявлено, что эти оценки сделаны без особых на то оснований. Во-первых, как видно из рис.3.10, где изображена кривая смены знака u силы межфазного взаимодействия, область, в которой газ получает кинетическую энергию от К- фазы, занимает более 70 % всего объема преобразовательной части. Во-вторых, то, что вклад второй фазы в МГД цикл существенен, можно показать следующим образом: пусть на входе в преобразовательную область с учетом влияния до-трансзвуковой области численно получены параметры двухфазного потока. Проведем два сравнительных расчета - первый с учетом двухфазной неравновесности, второй расчет - по замороженной модели. Как видно из табл.3.6, разницу по мощности, которая составляет 24 %, можно отнести за счет влияния второй фазы.

Если в разгонной части сопла, где отсутствует МГД взаимодействие, на газ действует, с одной стороны, градиент давления, за счет чего газ ускоряется, а с другой стороны, направленная в противоположную сторону сила трения, возникающая за счет отставания второй фазы от газа, то в преобразовательной области ситуация меняется. Здесь необходимо рассматривать баланс трех сил: градиента давления (если имеет место раскрытие сопла), противоположной по знаку ponderomotive силы и силы трения, которая меняет свой знак по мере того, как частицы начинают обгонять

замедляющийся газ. Поэтому наличие скоростной двухфазной неравновесности из отрицательного превращается в положительный фактор частицы играют роль аккумулятора кинетической энергии.

Характер влияния температурной неравновесности на течение в преобразовательной области совпадает по своему виду с аналогичными процессами, происходящими в разгонной области. То есть тепло передается от частиц к газу. Но так как газ разогревается из-за джоулева тепловыделения, то интенсивность теплообмена между фазами падает фактически до нуля (на входе в преобразовательную часть разница температур составляет 10 %, на выходе - меньше 0.1 %). Поэтому можно согласиться с выводами работы /73/, что роль температурной неравновесности по сравнению с скоростной неравновесностью невелика.

3.2.3. О факторах, влияющих на процесс выпадения К- фазы

Как известно, в процессе работы МГДГ происходит эрозия стенок канала. Это связано как с термохимическими эффектами, так и с выпадением К- фазы, имеющей скорость более 1.5 км/с. Возвращаясь к табл.3.3 отметим, что несмотря на близость газодинамических параметров для одномерной и двумерной постановок, принципиально невозможно из одномерных расчетов, не прибегая к экспериментальным данным, получить какую-либо информацию о выпадении второй фазы на стенки канала. Двумерный расчет, как видно из рис.3.II, такую возможность дает. Проведенные расчеты показали, что для канала, изображенного на рис.3.I, суммарный массовый поток К- фазы на стенки преобразовательной части достигает 0.015 кг/с, а толщина пленки К- фазы около 0.2 мм, что близко к результатам работы /II/. Кроме того, из приведенных на рис.3.II зависимостей можно сделать заключение, что процесс выпадения второй фазы на стенки обладает консерватизмом и практически не

Сравнение расчетных значений потока к-фазы на стенки с топографами уноса, полученными в эксперименте

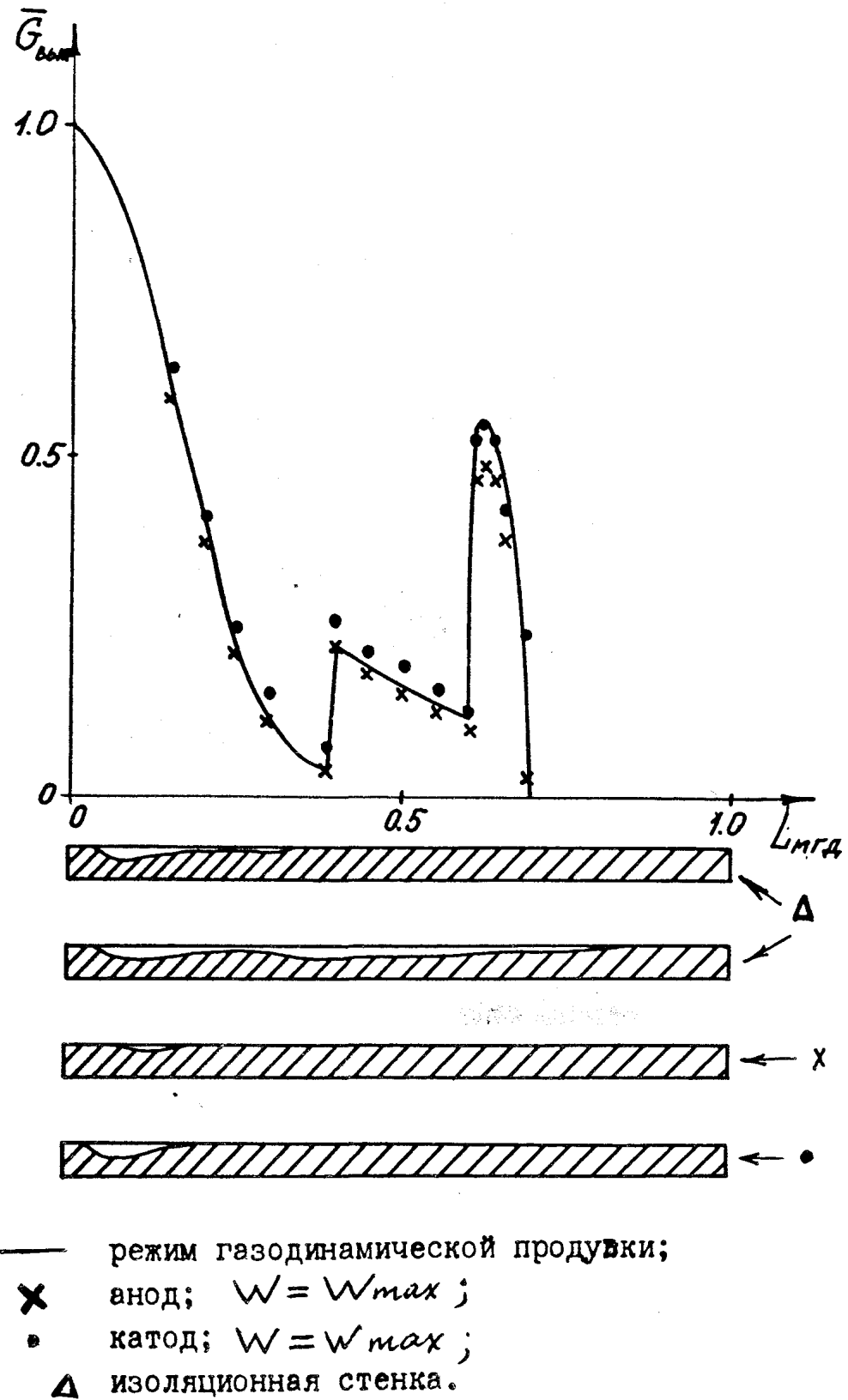


Рис. 3.11

зависит от режимов работы МГД генератора. Видно также качественное совпадение с результатами эксперимента полученными в /25/.

Рассмотрим процесс выпадения К- фазы на изоляционные стенки.

1. Из анализа уравнений (2.1)-(2.2) следует, что на изоляционные стенки частицы будут выпадать симметрично даже в том случае, когда выпадение на электродные стенки несимметрично.

2. При течении вдоль канала можно приближенно считать, что поперечная скорость газа пропорциональна его продольной скорости. Но поскольку на режиме максимального энергосъема газ тормозится, а на режиме газодинамической продувки наоборот ускоряется, то из уравнения для " W "

$$\frac{dW_i}{dx} = \frac{C_{Ri}}{u_i} (W - W_i)$$

видно, что сила, действующая на К- фазу и направленная от стенки, на режиме максимального энергосъема будет меньше, чем на режиме продувки. То есть в режиме максимального энергосъема массовый поток будет больше и выпадение будет начинаться раньше, чем на режиме газодинамической продувки. Причем в силу непрерывности параметров К- фазы, выпадающий на стенки, разница в этих параметрах для режима продувки и для режима максимального энергосъема на изоляционных стенках будет одного порядка с аналогичной величиной для электродных стенок, которая в расчетах не превышает 3 % для электродных и 9% для изоляционных стенок.

Остановимся на особенностях выпадения К- фазы. Известно, что выпадение частиц связано с неравновесностью двухфазного течения - наличие скоростного отставания частиц от газа приводит к отклонению траекторий частиц от линий тока газа. По этой причине в дозвуковой области происходит отход частиц от стенки и образование зоны, свободной от К- фазы, а в сверхзвуковой области, при

определенной форме сопла, происходит обратный процесс - уменьшение зоны чистого газа, и в конечном итоге - выпадение частиц на стенку. Расчеты показали, что наряду со слабой зависимостью от режима работы МГД, процесс выпадения обладает свойством монотонности. То есть, как видно из рис.3.12, где изображено поведение предельных траекторий вблизи стенки сопла, чем больше диаметр соответствующей фракции, тем дальше от стенки отстоит предельная траектория. Соответственно, чем меньше диаметр частицы, тем раньше она выпадает. Это естественно, т.к. если обратить внимание на формулу (1.4), то видно, что с уменьшением размера частицы, увеличивается величина взаимодействия между фазами, а соответственно вслед за скоростным отставанием уменьшается и расстояние между предельной траекторией и стенкой. Ранее явление монотонного выпадения при осесимметричном течении получено в [13].

В связи с этим представляет интерес поведение предельной траектории в случае монодисперсного течения. Расчеты показали любопытную зависимость. Если сравнить предельные траектории, полученные при монодисперсном и полидисперсном распределениях, то оказывается, что наиболее близка к монодисперсной та предельная траектория, чей диаметр фракции близок к монодисперсному диаметру. Это видно из рис.3.13, где изображены предельная траектория при монодисперсном распределении и траектория сепаратрисы для фракции номер 5 (табл.3.1). Особенность сопла, изображенного на рис.3.1 в том, что при монодисперсном распределении, когда радиус К- фазы принимался равным среднемассовому, выпадение до конца преобразовательной части отсутствовало и начиналось только на диффузоре. Поэтому для дальнейших исследований использовалась другая форма канала, изображенная на рис.3.14, с более выраженным выпадением К- фазы на стенки. Поскольку условия работы МГД

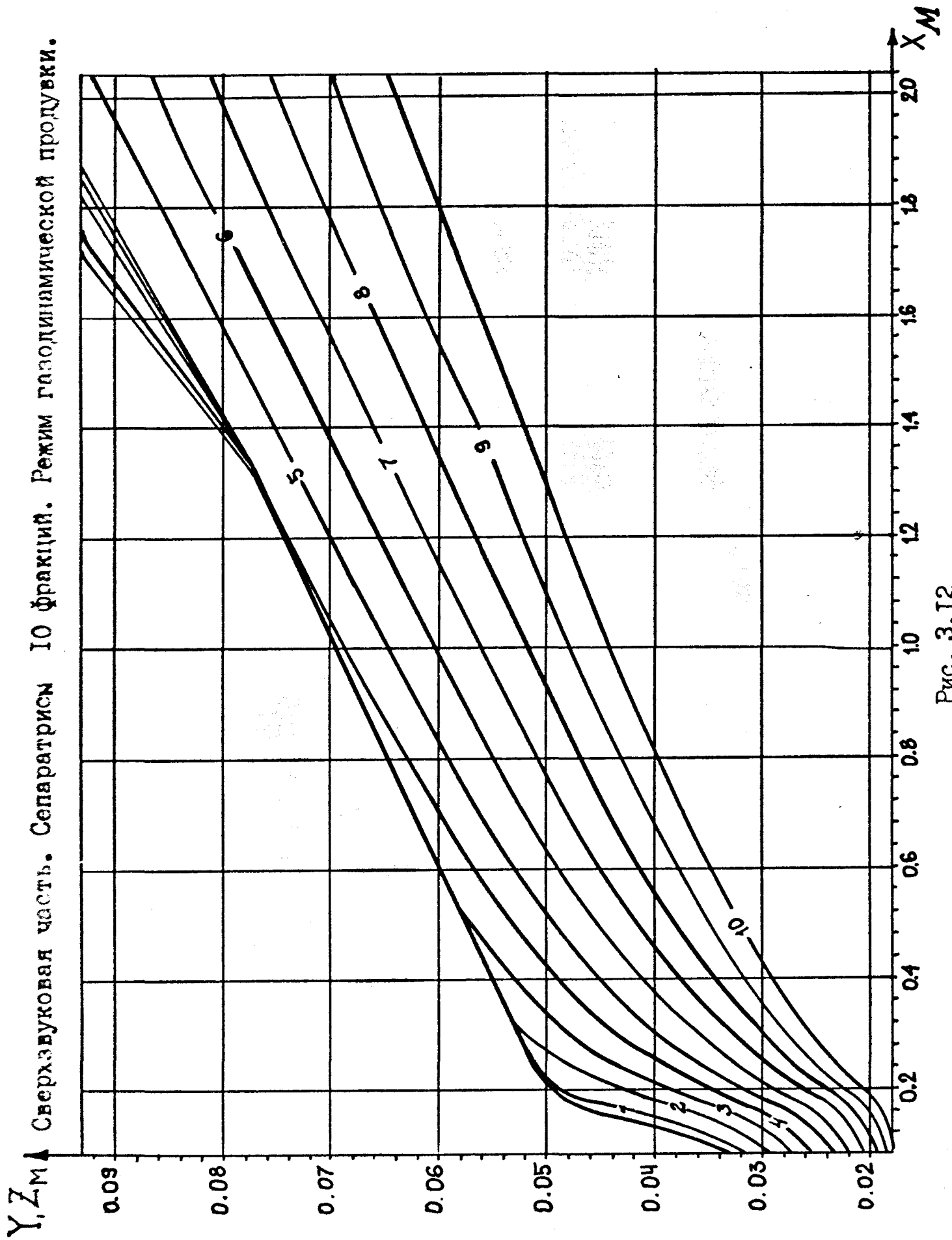
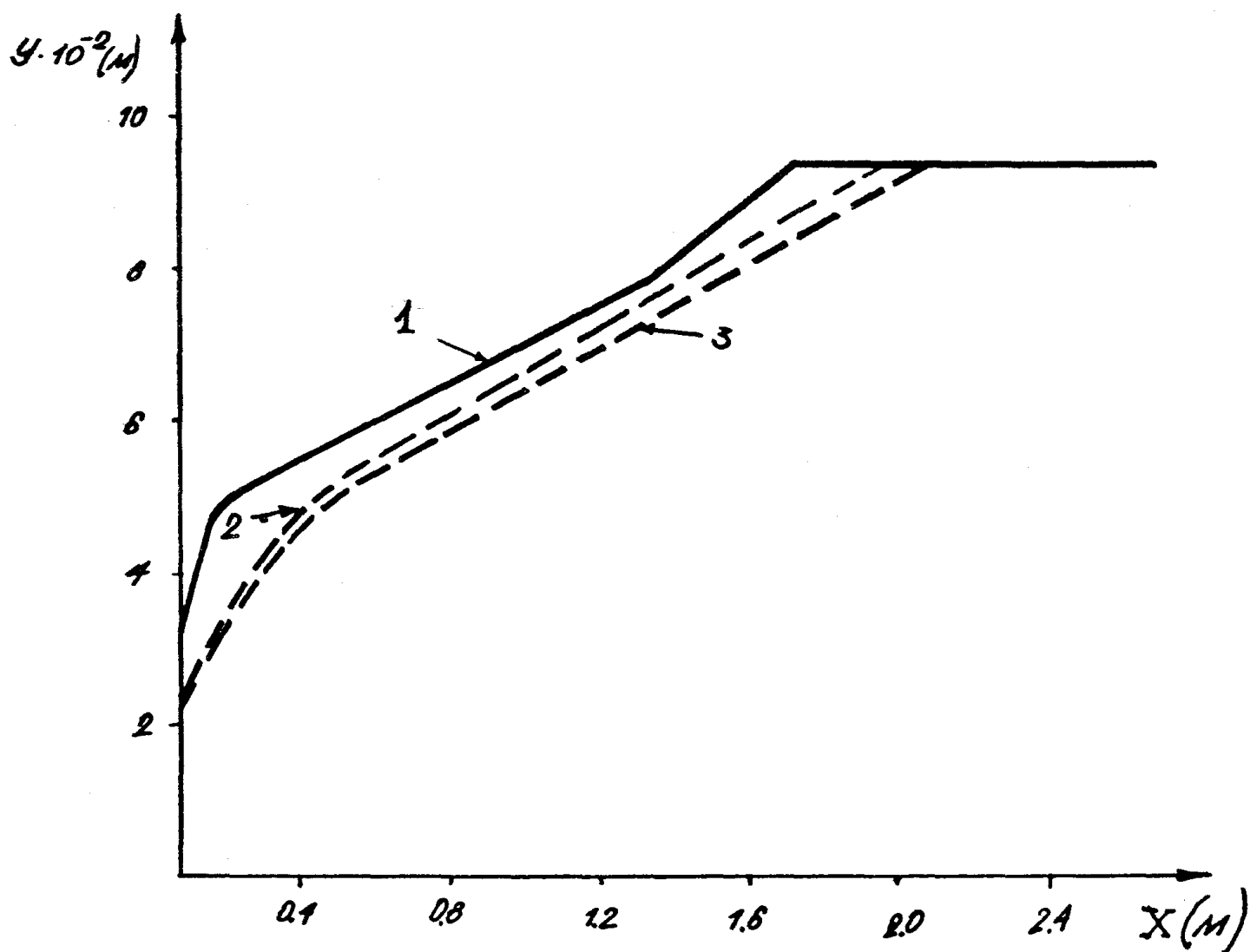


Рис. 3.12

Положение предельных траекторий частиц.

Режим газодинамической продувки



- 1 - стенка сопла;
- 2 - монодисперсный расчет, $R=R_{43}$;
- 3 - полидисперсный расчет 10 фракций,
траектория сепаратрисы фракции №5, $R=R_{43}$.

Рис. 3.13

Схема сопла квадратного сечения

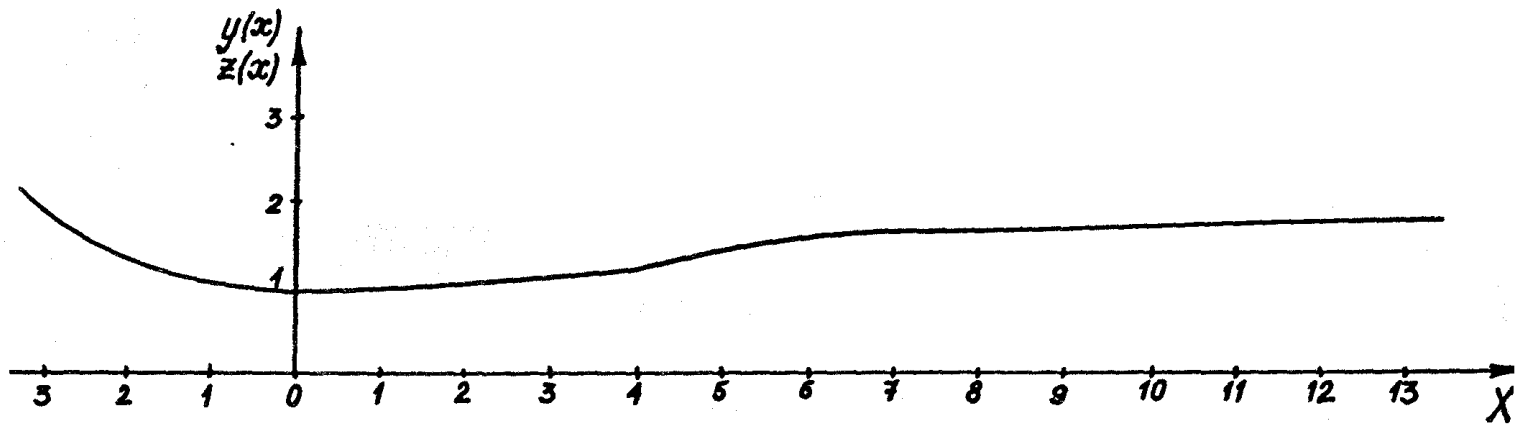


Рис. 3.14

генератора оказывают слабое влияние на величину массового потока К- фазы на стенки, будем рассматривать только режим газодинамической продувки.

На рис.3.15 приведены результаты расчета для моно и полидисперсного распределения. Кроме того, рассматривалось влияние дозвуковой области на процесс выпадения: в одном случае - расчет велся от начала дозвуковой области с равновесным входом, в другом случае - равновесное течение с числом Маха, равным 1.03 задавалось в критическом сечении. Из поведения кривых на рис.3.15 можно сделать вывод, что во-первых, выпадение без учета влияния дозвуковой области начинается раньше, во-вторых, величина массового потока на стенку без учета влияния дозвука на порядок превышает соответствующую величину из расчета с дозвуковой областью.

Обобщая полученные результаты (рис.3.11-3.15), можно сделать следующие заключение: если расчеты проведены -

1. Без учета влияния дозвуковой области;
2. В режиме газодинамической продувки;
3. При монодисперсном распределении с диаметром d_* ;

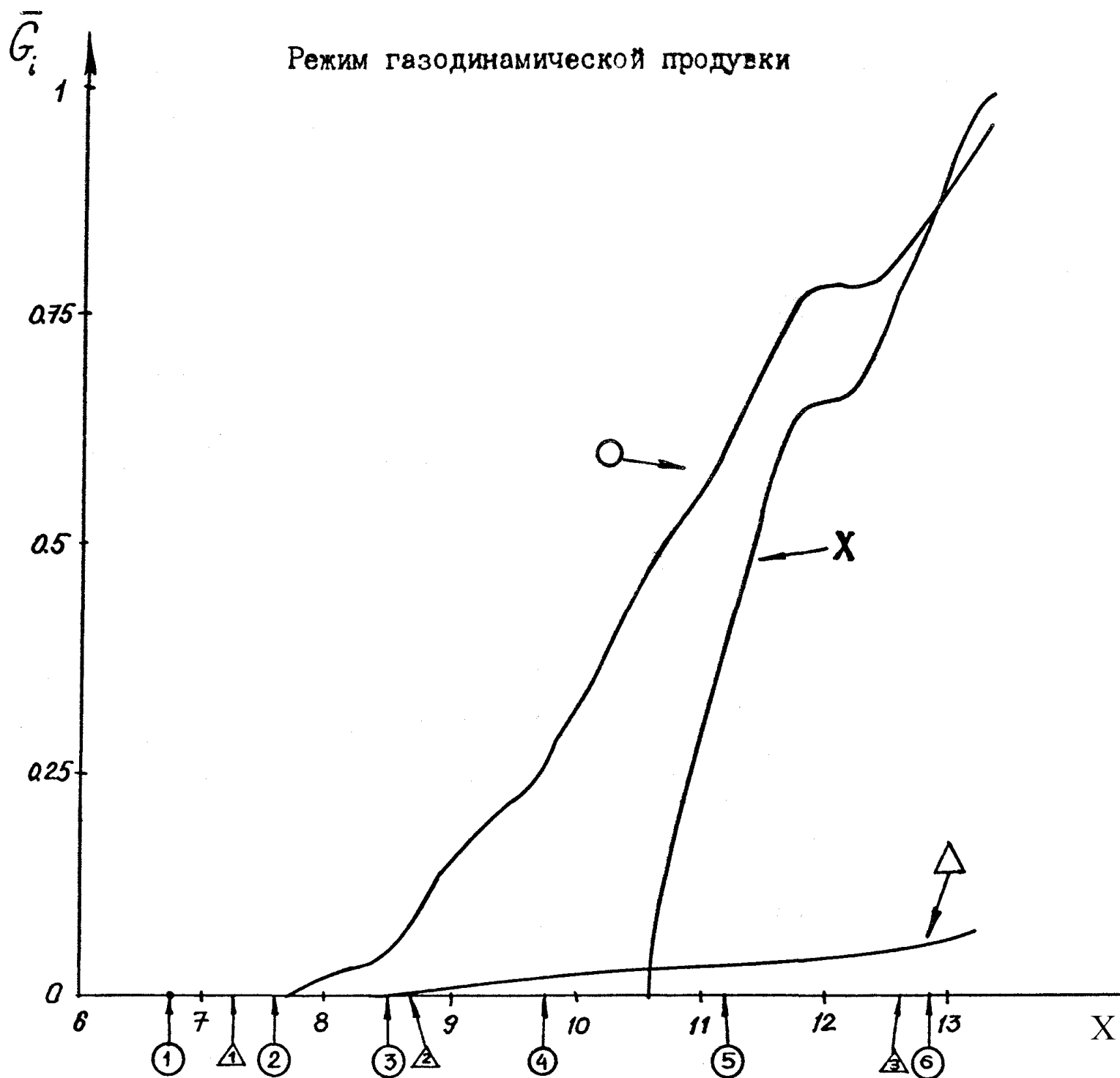
и при этом оказалось, что выпадения на стенки нет, то расчет -

1. С учетом влияния дозвуковой области;
2. В любом другом режиме;
3. При полидисперсном распределении;

покажет, что все фракции, диаметр которых больше d_* , выпадать так же не будут. Важность полученного результата заключается в том, что время расчета в этих случаях различается на порядок.

Этот результат будем использовать далее при построении контуров с уменьшенным выпадением на них К- фазы.

Интегральный массовый поток к-фазы на стенки.



- X** - монодисперсный расчет. Без влияния дозвуковой области;
O - 10 фракций. Без влияния дозвуковой области;
Δ - 10 фракций. Учет влияния дозвуковой области;
 ↑ ↑ - указывает начало выпадения соответствующей фракции.

Рис. 3.15

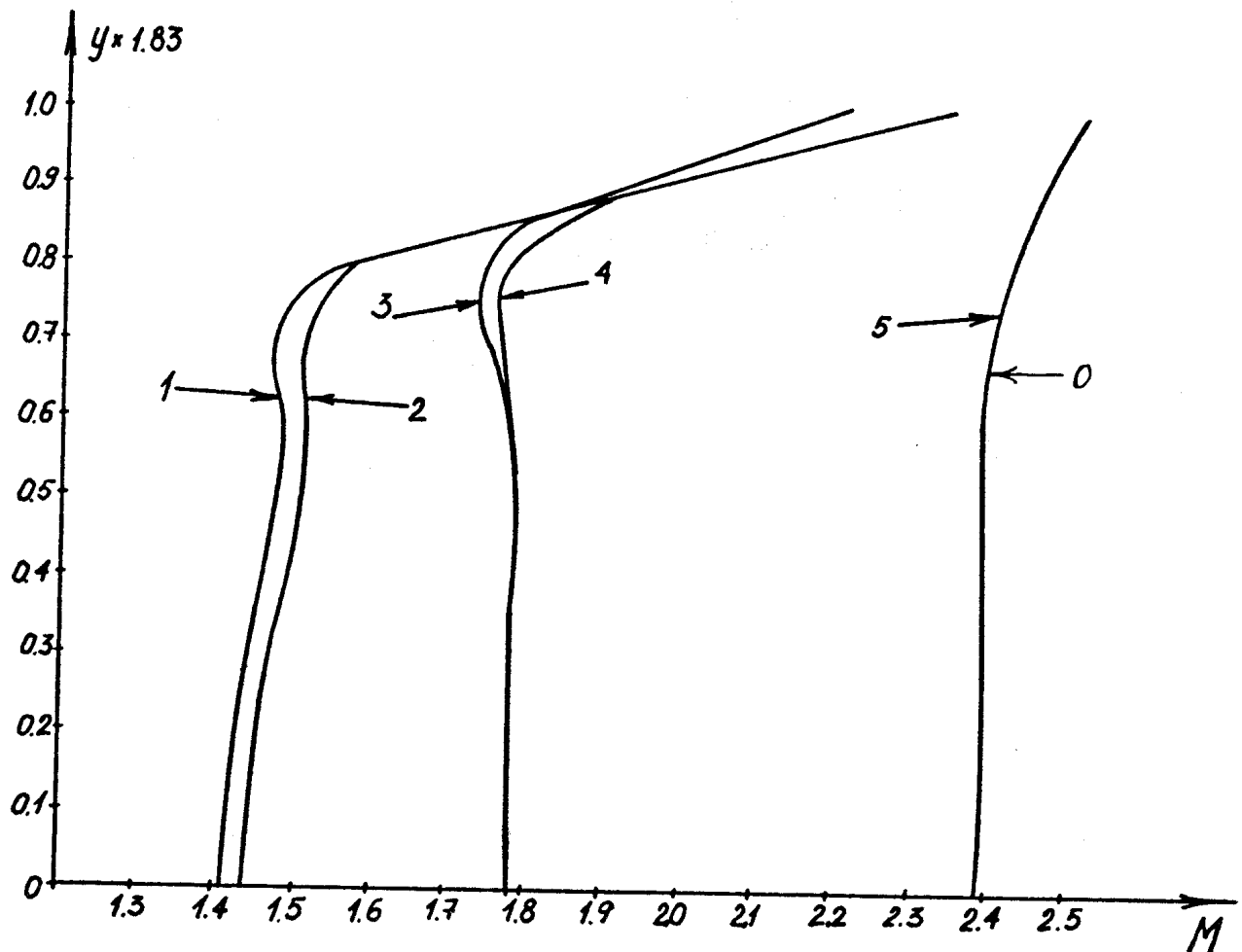
3.2.4. Влияние дозвуковой области на параметры течения

Рассмотрим влияние дозвуковой области на параметры равновесного и неравновесного течения в режиме газодинамической продувки. Воспользуемся приемом, описанным выше: будем вести расчет от некоторого сечения, в котором заданы равновесные параметры. В одном случае - это будет начало дозвуковой области, в другом - критическое сечение со следующими параметрами: число Маха равно 1.03; поперечная скорость равна нулю; отношение плотности к плотности критической равно 0.99; все параметры поперек сопла в данном сечении постоянны. Выбор указанного числа Маха связан с тем, что при меньших его значениях приходится сильно уменьшать число Куранта, что сказывается на времени счета. Полученное в результате расчета поперечное распределение числа Маха для канала, изображенного на рис.3.14, приведено на рис.3.16.

Как и для предыдущих расчетов, отличие для моно и полидисперсного распределения мало и не превышает 3 %. Однако влияние дозвуковой области оказывается большим. Из рисунка видно, что при неравновесном течении результаты отличаются в 1.3 раза, в то время как при равновесном течении результаты графически совпадают. Причина разного влияния заключается в следующем: при двухфазном неравновесном течении имеет место вынос звуковой линии от критического сечения на расстояние порядка калибра. Задавая же в критическом сечении большую, по сравнению с дозвуковым расчетом скорость, на выходе получаем также большее значение. При равновесном течении эффект, связанный с выносом звуковой линии не столь существенен, поэтому начиная расчет от критического сечения с числом Маха равным 1.03, мы находимся

Распределение числа Маха в сечении $X=13.3$.

Режим газодинамической продувки



- 0 - равновесное течение, учет влияния дозвуковой области;
- 1 - неравновесное течение, учет влияния дозвуковой области, одна фракция;
- 2 - неравновесное течение, учет влияния дозвуковой области, 10 фракций;
- 3 - неравновесное течение, без учета влияния дозвуковой области, одна фракция;
- 4 - неравновесное течение, без учета влияния дозвуковой области, 10 фракций;
- 5 - равновесное течение, без влияния дозвуковой области.

Рис. 3.16

вблизи реального решения. Именно это обстоятельство обеспечивает совпадение результатов при равновесном течении.

Удельная проводимость (рис.3.17) ведет себя зеркально по отношению к распределению числа Маха (рис.3.16).

Другой результат, который можно получить, как из анализа табл.3.3, 3.5, так и из рис.3.16 говорит о том, что при равновесном течении число Маха больше аналогичных величин для неравновесного течения. А из соотношения Ренкина-Гюгонио /75/ следует, что повышение давления при образовании ударной волны пропорционально квадрату числа Маха набегающего потока, т.е., то повышение давления, которое имело место при течении в окрестности стыковки профилированного участка с коническим (рис.3.7), будет еще больше при равновесном течении.

Благодаря этому свойству, а также тому, что влияние дозвука на равновесное течение мало, можно использовать равновесный сверхзвуковой расчет на режиме газодинамической продувки в качестве быстрого теста для выявления скачков давления вдоль канала.

Для сравнения: такой расчет требует менее 2 минут, в то время, как расчет монодисперсного течения занимает 31 минуту на ЭВМ БЭСМ-6. Будем использовать это при построении безударных контуров.

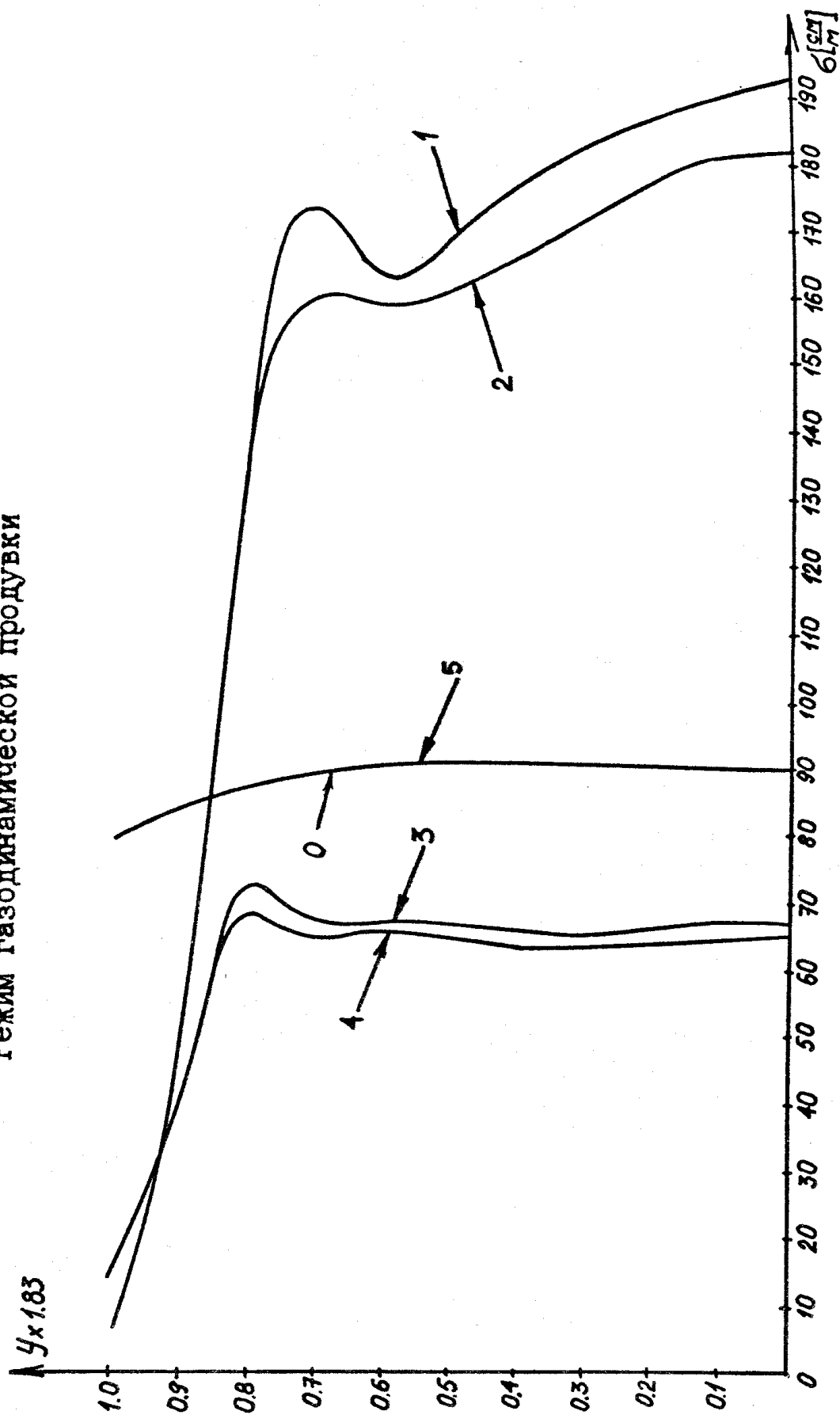
Из анализа рис.3.16-3.17 можно сделать вывод, что при равновесном течении можно обходиться без расчета дозвуковой области, ограничиваясь заданием в критическом сечении некоторых равномерных сверхзвуковых параметров.

3.2.5. Построение безударного сопла и сопла с уменьшенным выпадением К- фазы методами нелинейного программирования

В процессе преобразования энергии рабочего тела в электри-

Распределение удельной проводимости в сечении $X=13.3$.

Режим газодинамической продувки



Обозначения на рис. 3.16

Рис. 3.17

ческую энергию поток тормозится. Поэтому в определенных условиях может произойти отрыв пограничного слоя с образованием системы скачков уплотнения. За точкой отрыва образуется застойная зона, где э.д.с. меняет свой знак. Этому моменту соответствует наступление кризиса, когда выходная мощность МГД генератора падает.

В работе /II/ приведены результаты эксперимента, связанные с управлением пограничным слоем. На установке "Памир" через перфорированные электроды производился отсос пограничного слоя. Полный массовый расход отсасываемого газа не превышает 2 % расхода рабочего тела. Эксперименты показали, что с ростом отсоса пограничного слоя увеличивается степень безотрывного торможения, что приводит к увеличению выходной мощности МГД генератора примерно на 25 %.

Отрыв пограничного слоя может вызваться не только МГД торможением, но и повышением давления, которое возникает при течении сверхзвукового потока газа в некачественно спрофилированном сопле. В таком случае, как видно на рис.3.7, течение, даже в режиме газодинамической продувки, сопровождается повышением давления. Поэтому не останавливаясь здесь на эффектах, связанных с пограничным слоем, рассмотрим вопрос построения безударного профиля. Под безударным будем понимать такой профиль сопла, в котором течение на режиме газодинамической продувки не сопровождается повышением давления, как в районе стыковки с заданным участком, так и далее вниз по потоку.

Наиболее естественный путь заключается в использовании контуров, которые получаются на промежуточных линиях тока при построении сверхзвуковой части сопла Лаваля с равномерной характеристикой на выходе. Делается это следующим образом /100/:

1. Рассчитывается течение в окрестности звуковой линии;
2. Решается задача Коши об обтекании угловой точки до полу-

чения характеристики второго семейства с заданным числом Маха на оси;

3. Решается задача Гурса между посчитанной и заданной равномерной характеристикой первого семейства.

Вдоль сопла, построенного таким образом, давление монотонно убывает. Однако, в нашем случае, основная проблема заключается в организации безударного течения около места стыковки профилированного и конического участка, где, как видно из рис.3.7, возникают наибольшие возмущения. Поэтому найденный профиль должен гладко состыковываться с уже существующими участками с обеих сторон.

Использование прямых методов вариационного исчисления позволяет удовлетворить этим требованиям и в отличие от способа, рассмотренного в /100/, проще в реализации. Как отмечалось во введении, суть этих методов в газовой динамике такова: искомая образующая аппроксимируется набором базисных функций с неизвестными параметрами. Дополнительные геометрические условия дают связи между некоторыми параметрами, а оставшиеся " M " свободных параметров образуют M -мерное пространство независимых переменных. Подбирая функционал таким образом, чтобы искомая образующая доставляла ему экстремум, приходим к задаче нахождения экстремума нелинейной функции, зависящей от " M " переменных.

Для поиска безусловного экстремума применялся метод Давидона-Флетчера-Пауэлла (далее метод ДФП), который принадлежит классу квазиньютоновских процедур и вблизи точки минимума сходится со скоростью, близкой к методу Ньютона, не требуя однако знания вторых производных целевой функции. Кроме того он генерирует сопряженные направления и для квадратичной целевой функции с " M " переменными позволяют найти точку минимума за " M " шагов.

Алгоритм метода включает в себя /28, 29/:

1. Выбор начальной точки;
 2. Определение начального направления поиска;
 3. Одномерный поиск наилучшей точки в заданном направлении;
 4. Проверку критерия достижения минимума;
 5. Определение нового направления поиска, переход к пункту 3.
- Направление поиска определяется по следующей формуле:

$$D_{j+1} = D_j + \frac{\bar{P}_j \cdot \bar{P}_j^T}{\bar{P}_j^T \cdot \bar{q}_j} - \frac{D_j \cdot \bar{q}_j \cdot \bar{q}_j^T \cdot D_j}{\bar{q}_j^T \cdot D_j \cdot \bar{q}_j} \quad (3.2)$$

$$\bar{P}_j = \lambda \cdot \bar{A}_j; \quad \bar{q}_j = \nabla f(\bar{x}_{j+1}) - \nabla f(\bar{x}_j);$$

где

- j - номер итерации;
- D - положительно определенная симметричная матрица, аппроксимирующая матрицу Гессе;
- $\bar{A}_j = -D_j \cdot \nabla f(x_j)$ - направление поиска;
- $f(\bar{x}_j)$ - оптимальное значение в одномерном поиске;
- λ - величина шага в направлении поиска;
- $\bar{x}_j$ - точка оптимального значения.

В качестве начального приближения берут обычно единичную матрицу. На последующих шагах D_{j+1} находят в виде суммы предыдущего значения и двух симметричных матриц по формуле (3.2).

Кроме выбора метода нахождения минимума необходимо выбрать минимизируемый функционал и базисные функции.

Следуя /19, 22/, возьмем в качестве базисных функций ортогональные многочлены Чебышева первого рода:

$$T_0 = 1 \quad ; \quad T_1 = x \quad ; \quad T_{j+1} = 2 \cdot x \cdot T_j - T_{j-1} \quad ;$$

где $x \in [-1, 1]$.

Тогда аппроксимация контура будет выглядеть следующим образом:

$$y = \sum_{j=0}^M c_j \cdot T_j(x). \quad (3.3)$$

Задавая координаты и наклон начальной и конечной точек искомого контура, получим связи между четырьмя коэффициентами c_j .

Оставшиеся коэффициенты будут играть роль независимых переменных

Что касается функционала, то он зависит от вида конкретной задачи. Для нахождения безударного профиля, следуя /13, 22/, будем минимизировать следующую величину:

$$\int_{x_a}^{x_b} p \cdot U_+ \left(\frac{dp}{dx} \right) dx$$

здесь:

x_a , x_b - начало и конец интервала;

p - давление вдоль контура;

U_+ - единичная функция вида /27/:

$$U_+(F) = \begin{cases} 0 & \text{при } F < 0 \\ 1 & \text{при } F \geq 0. \end{cases}$$

При равновесном течении результаты слабо зависят от дозвуковой области (рис.3.16), но как показано в разделе 3.2.4, скачки давления будут больше, чем при неравновесном течении. Поэтому поиск безударного контура проводился в режиме газодинамической продувки при равновесном течении без влияния дозвуковой области.

Кроме безотрывного течения другим важным для практики моментом является ресурс работы МГДГ, определяемый эрозией канала. Так как в основном эрозия вызывается выпадением К- фазы, то пред-

ставляют интерес такие каналы, на которые выпадение частиц уменьшено или отсутствует полностью.

При построении контура с уменьшенным выпадением воспользуемся следующими факторами:

I. В /13/ показано, что если частицы, при достаточно близком положении к стенке, имеют параллельные ей траектории и не выпадают, то стенка имеет линейный участок. Это легко показать. Из системы (I.32) после несложных преобразований получается уравнение:

$$u_i \frac{d\left(\frac{V_i}{u_i}\right)}{dx} = C_{Ri} \frac{u}{u_i} \left(\frac{V}{u} - \frac{V_i}{u_i} \right). \quad (3.4)$$

Если сепаратрисса расположена близко к стенке и параллельна ей, т.е.

$$\frac{V_i}{u_i} = \frac{V}{u}$$

то из (3.4) следует, что $\frac{d}{dx} \left(\frac{V_i}{u_i} \right) = 0$ и $\frac{V_i}{u_i} = \frac{V}{u} = \text{const}$, а условие $\frac{V}{u} = \text{const}$ на стенке выполняется, если стенка является линейным участком.

2. Контур сопла МГДГ (рис.3.1), как правило имеет преобразовательную часть, состоящую из линейных участков. Поэтому, во-первых, в качестве функционала можно взять абсциссу первого выпадения К- фазы на стенку. Найдя максимум этого функционала мы получим контур, у которого выпадение начинается в более устойчивой преобразовательной части. Во-вторых, наличие линейного участка, к которому пристыковывается искомый контур, позволяет исключить еще одну независимую переменную C_j в (3.3) из условия равенства нулю второй производной контура в точке стыковки.

Конечно, наиболее естественно было бы использовать в качест-

ве функционала массовый поток частиц на стенку. Тогда решение находилось бы в процессе минимизации этой величины. Однако ясно, что требуя сдвига точки первого выпадения частиц как можно дальше вниз по течению, где располагается заданная коническая часть, тем самым удовлетворяем условию параллельного течения частиц вдоль стенки (3.4), что эквивалентно уменьшению массового потока на стенку. Но самое существенное заключается в том, что используя в качестве функционала точку выпадения можно прекращать расчет в момент выпадения, т.к. результат ("X" выпадения) получен. При использовании такого приема время поиска минимума составляет 3-5 часов на ЭВМ БЭСМ-6. Если же каждый раз проводить расчет до конца (для нахождения массового потока на стенку), то время счета возрастает по меньшей мере в два раза.

Кроме этого приема использовалось свойство монотонности выпадения частиц (рис.3.12-3.13) и слабое влияние режима работы МГДГ на этот процесс (рис.3.11). А также тот факт, что выпадение без учета влияния дозвуковой области начинается раньше, а величина массового потока значительно превышает соответствующую величину, полученную из расчета с дозвуковой областью (рис.3.15).

Как видно из табл.3.1, массовая доля фракции быстро уменьшается с уменьшением ее размера, поэтому оптимизация проводилась для монодисперсного расчета с радиусом частиц 4 микрона.

Таким образом, условия, при которых производился поиск безударного контура и контура с уменьшенным выпадением, можно представить в виде табл.3.7. В качестве начального приближения задавались нулевые значения независимых переменных. Количество независимых переменных в (3.3) было равно четырем. Это число выбрано по следующей причине. Время, необходимое для поиска оптимального контура с использованием метода ДФП вычисляется по формуле:

Таблица 3.7

Условия оптимизации

Поиск безударного контура	Поиск контура с уменьшенным выпадением
Без влияния дозвуковой области	Без влияния дозвуковой области
Режим газодинамической продувки	Режим газодинамической продувки
Равновесное течение	Неравновесное течение, монодисперсная модель; $R_{43} = 4$ мкм
Решение получено за 8 минут	Решение получено за 4 часа

$$(M^2 + A \cdot M) \cdot T,$$

где

M - число варьируемых переменных;

T - время единичного прямого расчета;

A - некоторая константа.

Поэтому с ростом M затраты машинного времени резко возрастают. Однако результаты, начиная с некоторого числа варьируемых переменных практически не изменяются, происходит "насыщение". Численные исследования показали, что для рассматриваемых здесь задач можно ограничиться $M = 4$. После того, как контуры получены, были проведены сравнительные расчеты при полидисперсном распределении с числом фракций, равным 10.

По результатам расчетов на рис. 3.18-3.21 изображено следующее:

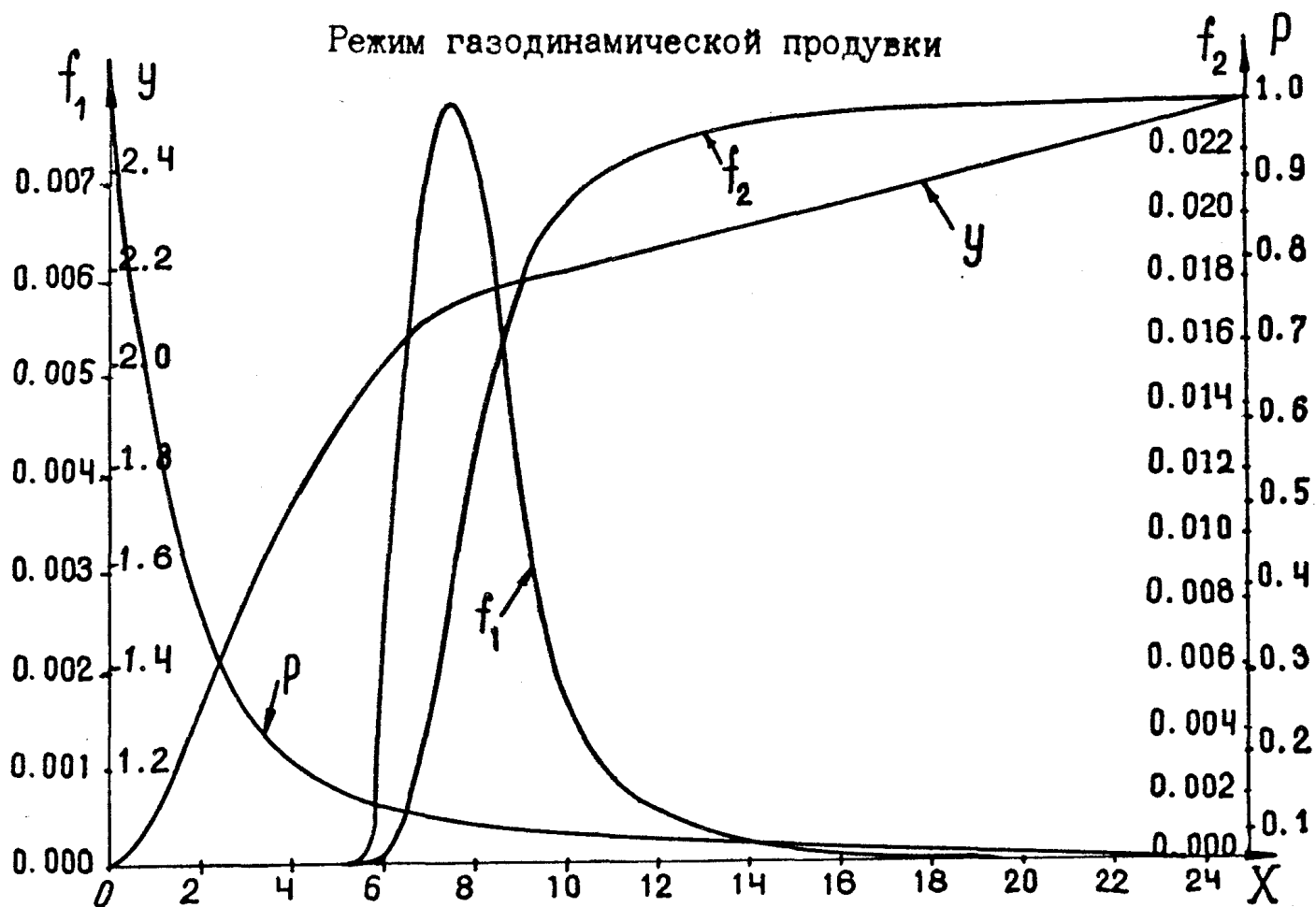
1. Полученные контуры;
2. Безразмерное распределение давления вдоль них;
3. Углы выпадения частиц в градусах;
4. Плотность массового потока частиц на стенку и массовый поток частиц на стенку, обезразмеренные к критическим параметрам газа.

Из рисунков можно сделать заключение, что безударный контур обладает следующими преимуществами: давление вдоль него меняется монотонно, массовый поток частиц на стенку меньше на 7 %, чем у контура, построенного на максимум " χ " выпадения, углы выпадения частиц тоже меньше. Однако выпадение, как и следовало ожидать, начинается раньше.

Как видно из рис. 3.20-3.21, существенно изменяются как угол выпадения частиц на стенку, так и поведение этих кривых.

Объясняется это просто. В безударном сопле частицы сначала

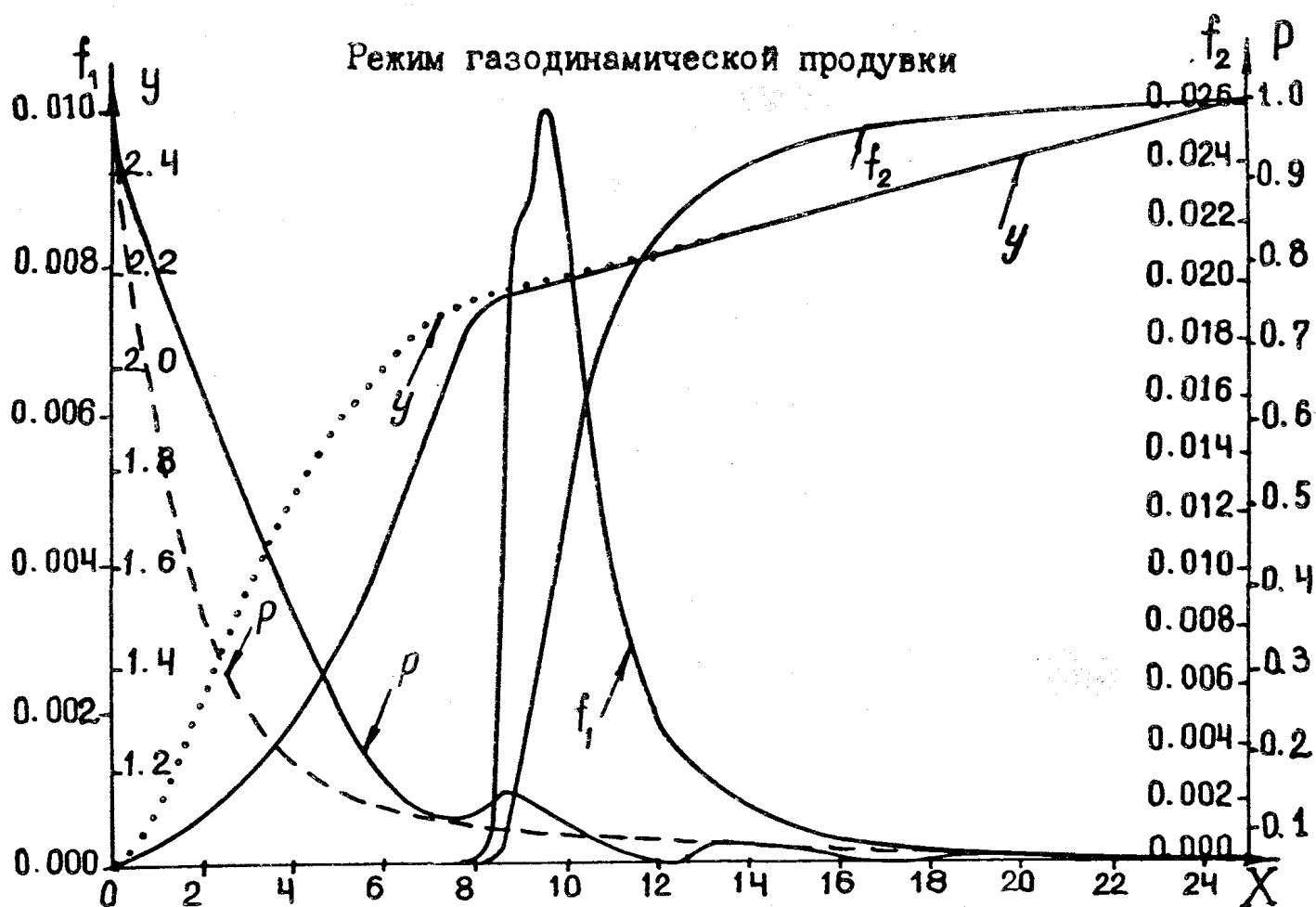
Результат оптимизации контура сопла
на безударное сопряжение.



- y - контур сопла;
- P - давление вдоль контура;
- f_1 - плотность массового потока частиц на стенку;
- f_2 - массовый поток частиц на стенку.

Рис. 3.18

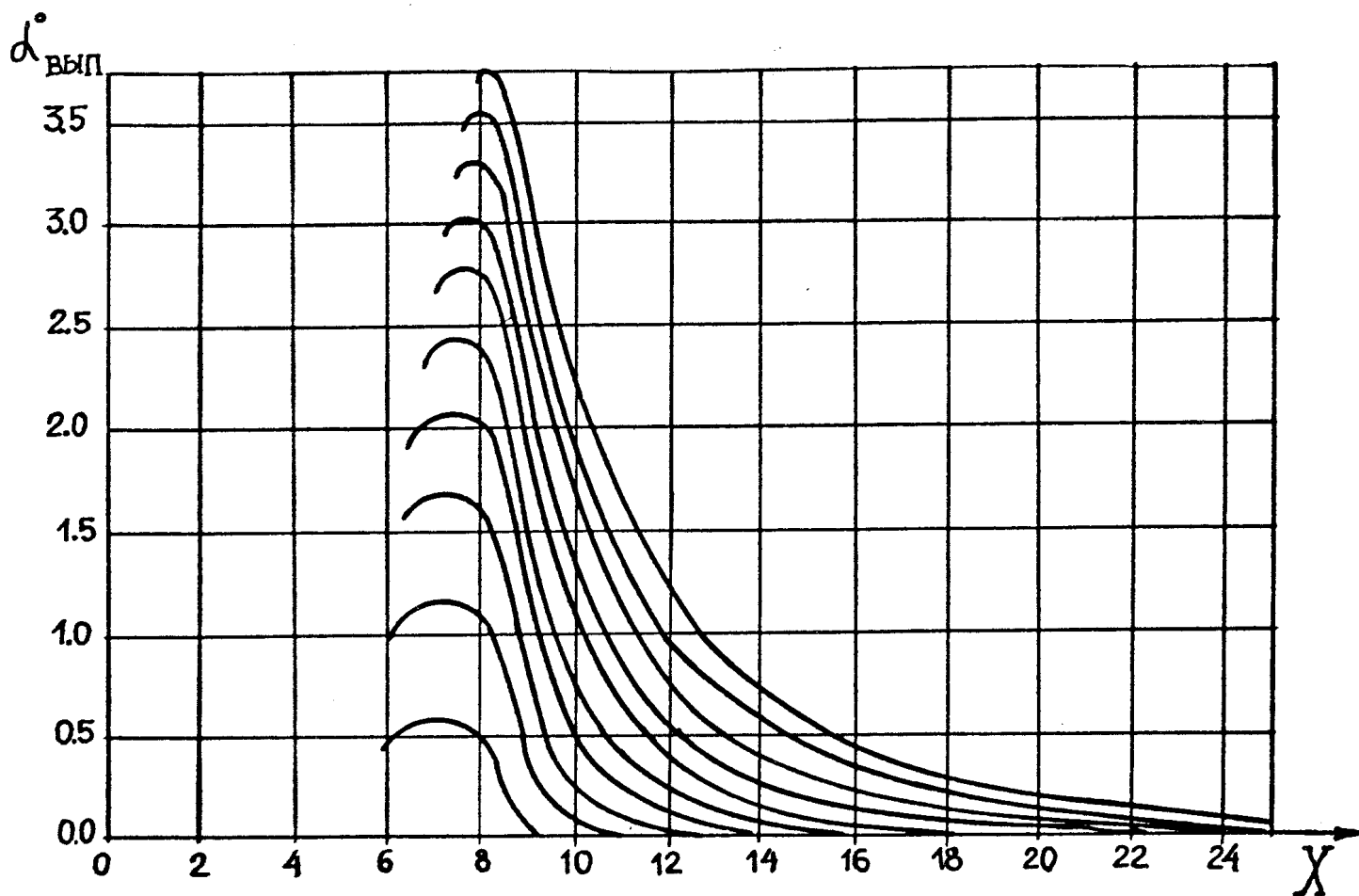
Результат оптимизации контура сопла
на максимум "X" выпадения.



- y - контур сопла;
- P - давление вдоль контура;
- f_1 - плотность массового потока частиц на стенку;
- f_2 - массовый поток частиц на стенку;
- ... - безударный контур;
- - давление вдоль безударного контура.

Рис. 3.19

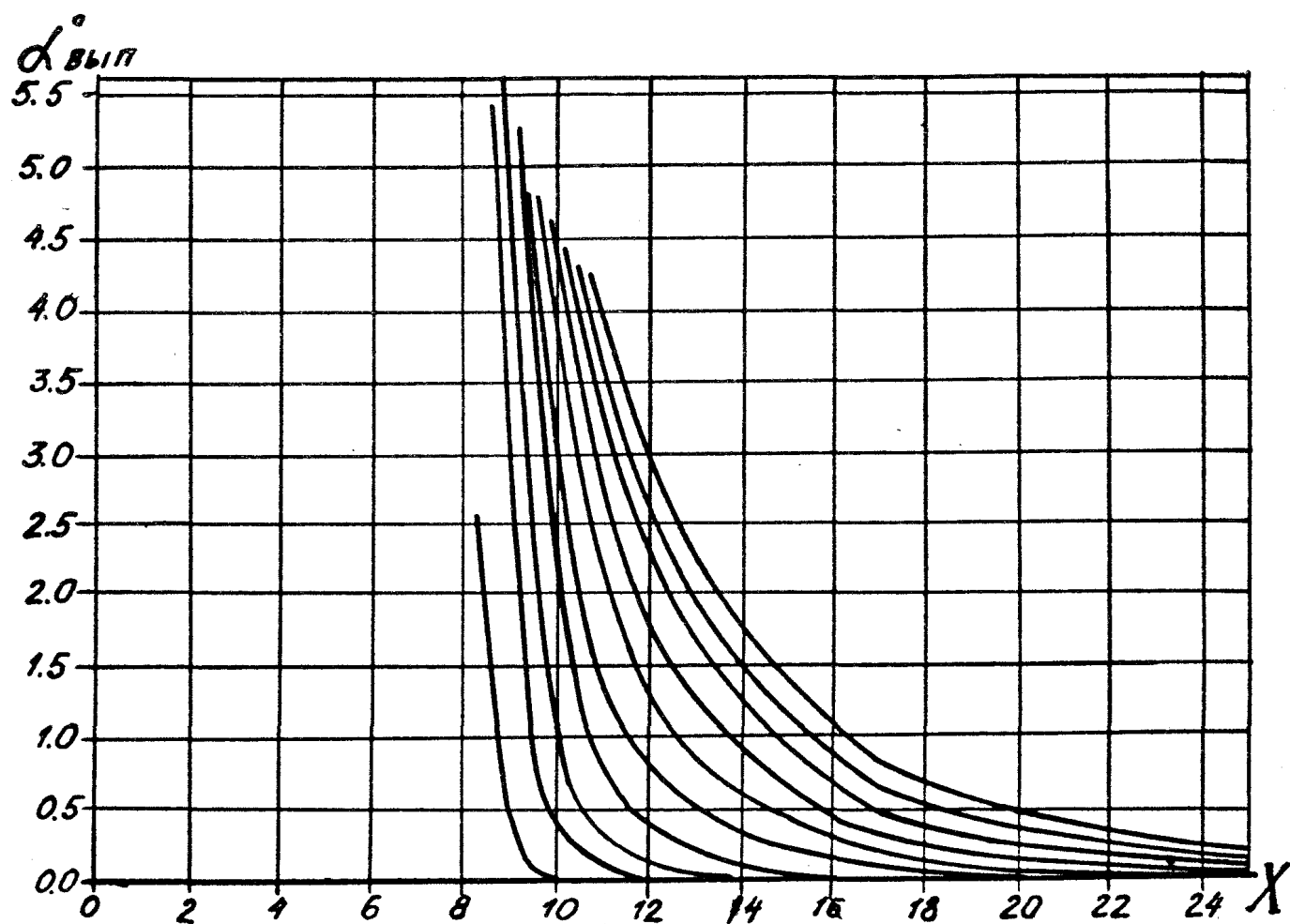
Угол выпадения частиц на стенку сопла,
оптимизированного на безударное сопряжение.
Режим газодинамической продувки



первой выпадает фракция № 1;
второй выпадает фракция № 2;
и так далее.

Рис. 3.20

Угол выпадения частиц на стенку сопла,
оптимизированного на максимум "X" выпадения.
Режим газодинамической продувки.



первой выпадает фракция № I;
второй выпадает фракция № 2;
и так далее.

Рис. 3.2I

выпадают на профилированную часть. Этому соответствует участок возрастания и медленного спада угла выпадения частиц на стенку. Медленный спад соответствует перестройке течения, а в конической части, где начинает действовать условие параллельности течения частиц стенке (3.4), темп перестройки течения резко возрастает. Причем, чем меньше размеры частиц, тем быстрее они начинают двигаться параллельно стенке. Это очевидно, т.к. с уменьшением размеров возрастают коэффициенты взаимодействия и при бесконечно малом размере частицы будут следовать вдоль линий тока газа.

Таким образом, предложенные функционалы хотя и позволяют получить желаемые контуры, но требования безударности и невыпадения являются в определенном смысле взаимоисключающими, поэтому выбор нужного профиля должен основываться на конкретных технических условиях, которые здесь не рассматриваются.

3.2.6. Нахождение оптимального по энергосъему профиля преобразовательной части сопла

Ранее было показано хорошее совпадение генерируемой мощности при расчете в моно и полидисперсной постановке. Воспользуемся этим обстоятельством.

На рис.3.1 изображен канал МГДГ типа "Памир" из /25/. Профиль преобразовательной части, изображенный на этом рисунке, был построен по одномерной методике для псевдогаза в режиме $T = const$ и далее аппроксимирован двумя линейными участками. По этому поводу следует заметить, что, с одной стороны, замена более сложной в геометрическом плане кривой простыми линейными участками уменьшает трудоемкость изготовления канала МГДГ. А с другой стороны, замена одного контура другим неизбежно сказывается на максимальной мощности МГДГ.

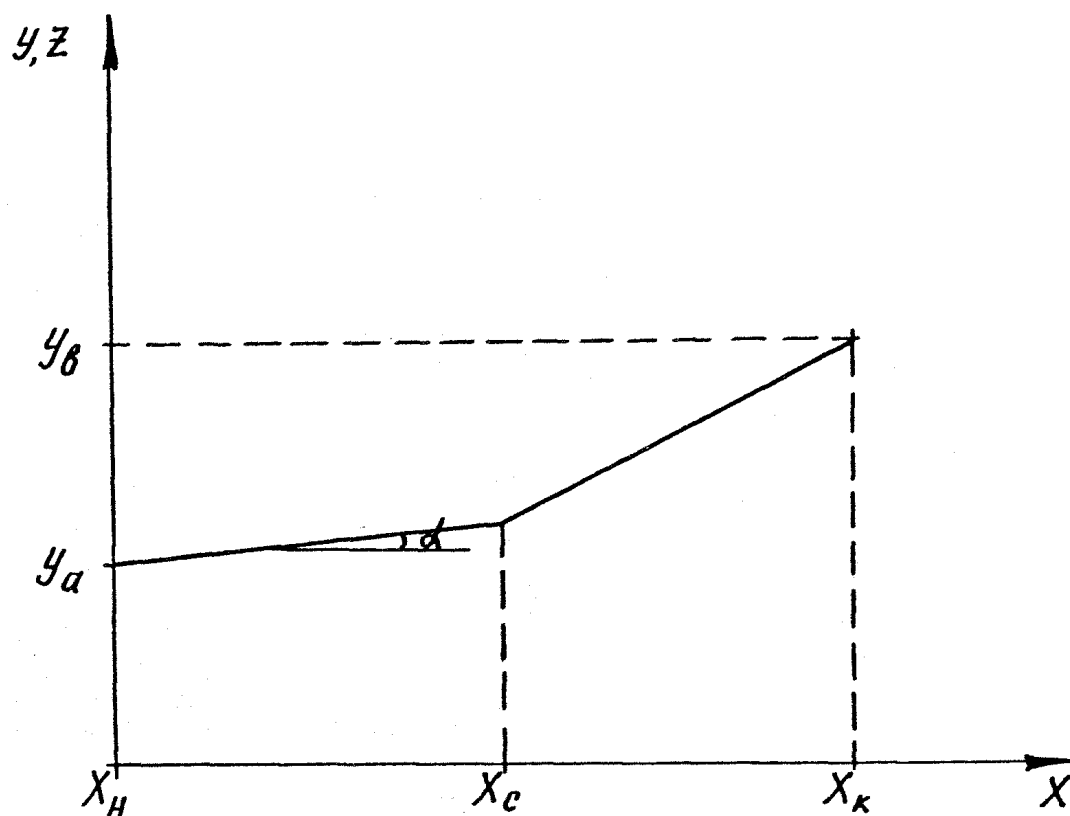
Рассмотрим вопрос о оптимальности профиля преобразователь-

ной части с рис.3.1. Наиболее естественно выглядело бы использование тех же подходов, что и в предыдущем разделе. Однако по самым скромным оценкам, для этого потребовались бы десятки часов машинного времени. Поэтому ограничимся простейшим случаем и возьмем в качестве параметров разность потенциалов между анодом и катодом, а также абсциссу точки стыковки линейных участков (рис.3.22). В реальном канале абсцисса стыковки равна 44.

Как известно, МГДГ может работать как в расчетном, так и в нерасчетном режиме. Если в первом случае в преобразовательной части реализуется сверхзвуковое течение, то во-втором происходит газодинамическое заграждение с образованием в некотором сечении дозвуковой скорости. В таком случае расчет генерируемой мощности производился только до этого сечения.

На рис.3.23, где изображены изолинии равной мощности, штриховкой отмечена область, в которой течение имело чисто сверхзвуковой характер. Как следует из поведения изолиний, увеличение абсциссы точки стыковки со значения 44 до 49 сказалось бы положительно на работе МГД генератора: кроме увеличения области с расчетным режимом работы на 2 % возросла бы максимальная мощность. Тем не менее видно, что исходный канал достаточно близок к оптимальной области, а поэтому использование одномерной методики при профилировании преобразовательной части МГДГ вполне оправдано.

Профиль преобразовательной части
в плоскостях симметрии $Z=0$, $Y=0$



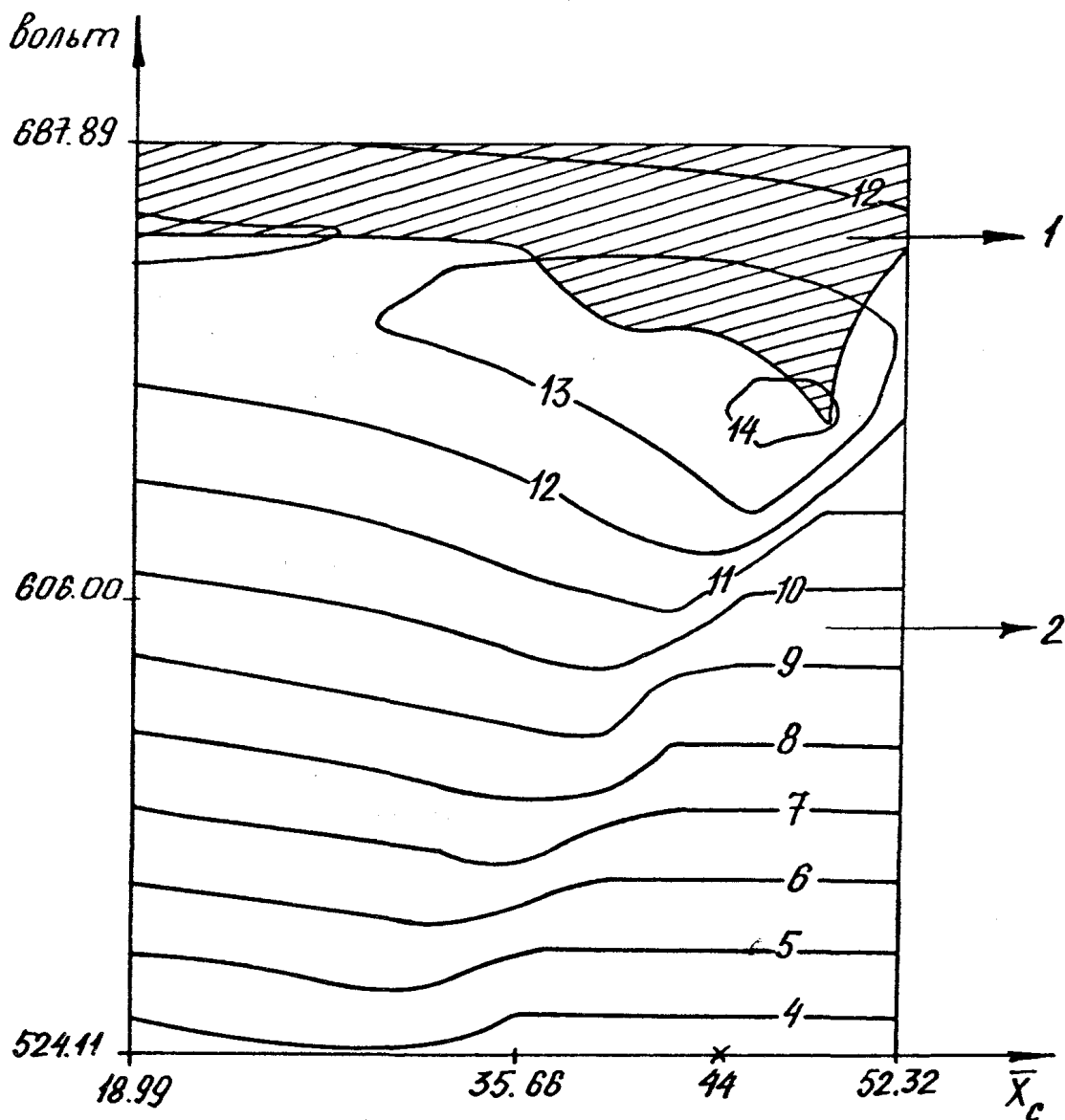
$$y'_{xa} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$(X_H - X_K) = L_{\text{мгд}}$$

X_c - варьируемая величина;
 $y_a, y_b, \alpha, L_{\text{мгд}}$ - заданы.

Рис. 3.22

Изолинии равной мощности



1 - расчетный режим (сверхзвук на выходе);

2 - нерасчетный режим;

линии равной мощности:

4 - 7 Мвт, 5 - 7.5 Мвт, 6 - 8 Мвт,

7 - 8.5 Мвт, 8 - 9 Мвт, 9 - 9.5 Мвт,

10 - 10 Мвт, 11 - 10.5 Мвт, 12 - 11 Мвт,

13 - 11.5 Мвт, 14 - 12 Мвт;

$X_c=44$ - положение X_c в реальном контуре.

Рис. 3.23

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

I. Разработаны двумерные методы расчета течения равновесной плазмы в разгонной и преобразовательной частях импульсных сверхзвуковых МГД генераторов прямоугольной формы;

- а) Для смешанных неравновесных двухфазных течений рассмотрена физическая и математическая постановка, а также численная реализация трех методов: совместный расчет в двух плоскостях симметрии; расчет в одной плоскости симметрии с использованием замыкающих соотношений; использование уравнений, осредненных по одной поперечной координате;
- б) Сравнение полученных двумерных методик с трехмерными показало хорошее совпадение, что позволяет использовать первые два подхода для оптимизации разгонной части и для расчетов канала в режиме газодинамической продувки. Показано, что для расчета преобразовательной части удобнее использовать модель осреднения.

2. С использованием модели осреднения проведены параметрические исследования сверхзвукового двухфазного течения в преобразовательной части сопла МГД генератора прямоугольного сечения фарадеевского типа.

- а) Сравнение с одномерной методикой показало, что для неравновесного течения в разгонной части отличие по усредненным параметрам и расходу составляет 1-2 %, а отличие по мощности - 16 %. Такая разница объяснена наличием двумерных эффектов, которые невозможно выявить при одномерных расчетах;
- б) Численно исследовано влияние профиля преобразовательной части на генерируемую мощность. Показано, что использование одно и двумерных подходов для профилирования преобразовательной части дает близкие результаты;

- в) При использовании моно и полидисперсной модели получено, что отличие в интегральных и локальных параметрах составляет менее одного процента;
- г) Показано, что в процессе МГД преобразования энергии вторая фаза выполняет роль аккумулятора кинетической энергии, а область, в которой газ получает кинетическую энергию от к-фазы, занимает большую часть объема преобразовательной части.
- д) Проведенные расчеты показать, что в результате МГД взаимодействия происходит перераспределение параметров течения. Если на входе имеет место симметричное распределение, то на выходе, даже в режиме холостого хода, оно становится асимметричным.

3. Впервые исследовано влияние МГД эффектов на процесс выпадения К- фазы на стенки. Показано, что этот процесс является консервативным и режим работы МГДГ на выпадение практически не влияет. Это позволяет исследовать выпадение на режиме газодинамической продувки.

4. Изучено влияние дозвуковой области на параметры течения в режиме газодинамической продувки. Показано, что при равновесном течении можно обходиться без расчета дозвуковой области, ограничиваясь заданием в критическом сечении некоторых равномерных сверхзвуковых параметров.

5. На основе предложенных моделей методами нелинейного программирования построен контур, обеспечивающий течение без повышения давления и контур со смещенной точкой выпадения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шерклиф Дж. Теория электромагнитного измерения расхода. М., Мир, 1965.- 268 с.
2. Роза Р. Магнитогидродинамическое преобразование энергии. Пер. с англ. М., Мир, 1970.- 240 с.
3. Велихов Б.П., Жуков Б.П., Горбунов Г.И. и др. Глубинный электрический раздел фундамента по результатам МГД-зондирования на Кольском полуострове//ДАН.-1984.-Т.274, № 5.-С.1061-1064.
4. Велихов Е.П., Горбунов Г.И., Волков Ю.М. и др. Первый советско-финский эксперимент по регистрации сигналов МГД-генератора//ДАН.-1983.-Т.271, № 2.-С.324-327.
5. Велихов Е.П., Дрейзин Ю.А., Шамраев И.М. Об электромагнитном зондировании осадочного чехла искусственными источниками//Дан.-1983.-Т.268, № 5.-С.1090-1094.
6. Велихов Е.П., Жданов М.С., Френкель М.А. Опыт интерпретации данных МГД-зондирования кольского полуострова на основе метода электромагнитной миграции//ДАН.-1984.-Т.276, № 2.-С.329-333.
7. Велихов Е.П. Плазма исследует недра//Наука в СССР.-1986, № 3.-С.14-19.
8. Бреев В.В., Губарев А.В., Панченко В.П. Магнитогидродинамические генераторы//Итоги науки и техники. ВИНТИ, сер. Генераторы а прямого преобразования тепловой и химической энергии в электрическую. 1977.-Т.4.- 144 с.
9. Янтовский Е.И., Толмач И.И. Магнитогидродинамические генераторы. М., Наука, 1972.- 424 с.
10. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика.-М., 1969.-824 с.
- II. Бреев В.В., Губарев А.В., Панченко В.П. Сверхзвуковые МГД-генераторы/ Под ред. А.В.Губарева.-М.:Энергоатомиздат, 1988.

240 с.

12. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах.-М.: Машиностроение, 1974.- 212 с.
13. Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф. Газовая динамика двухфазных течений в соплах.- Томск: Изд. Том. ун-та, 1986.- 262 с.
14. Стернин Л.Е., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно и полидисперсные течения газа с частицами.- М.: Машиностроение, 1980.- 172 с.
15. Глазунов А.А., Рычков А.Д. Исследование неравновесных двухфазных течений в осесимметричных соплах//Изв. АН СССР. МЖГ.- 1977, № 6.-С.86-91.
16. Крайко А.Н. Вариационные задачи газовой динамики, методы решения, соотношение точных и приближенных методов//Проблемы современной механики, ч.1/Под ред. Л.И.Седова - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983.-С.90-100.
17. Крайко А.Н. Вариационные задачи газовой динамики.-М.:Наука. 1979.- 448 с.
18. Крайко А.Н., Осипов А.А. К решению вариационных задач сверхзвуковых течений газа с инородными частицами//ПММ.-1968.- Т.32, вып.4.-С.596-605.
19. Бутов В.Г., Васенин И.М., Шелуха А.И. Применение методов нелинейного программирования для решения вариационных задач газовой динамики//ПММ.-1977.-Т.41, вып.1.-С.59-64.
20. Шмыглевский Ю.Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики осесимметричных сверхзвуковых течений//ПММ, 1957, Т.21, вып.2.-С.195-206.
21. Стернин Л.Е. К расчету осесимметричного реактивного сопла наименьшего веса.-Изв. АН СССР. Мех. и машиностроение.-1959, № 1.-С.41-45.

22. Афонин Г.И., Бутов В.Г. О влиянии закрутки потока идеального газа на форму оптимальной сверхзвуковой части контура осесимметричного сопла с изломом//МЖГ.-1989.-С.155-160.
23. Хендерсон С.В. Коэффициент сопротивления сферы в течениях разряженного газа и сплошной среды.-РЖ, М.: Мир, 1962, Т.32, № 5.-С.3-16.
24. Ефремов Н.М., Тихонов Б.А. Экспериментальное исследование безударного сопряжения разгонного сверхзвукового сопла с прямоугольным каналом//ТВТ, 1975, Т.13, № 6.-С.1267-1270.
25. Панченко В.П., Догадаев Р.В., Королева Л.А. и др. Анализ экспериментов на канале ИМ-1 ПЭ и разработка рекомендаций по повышению энергетических и ресурсных характеристик импульсных МГД-генераторов. Отчет ФИАЭ им. И.В.Курчатова ИО/НИР - 3264-88. Шифр темы: Н24-2347. Москва, 1988.-75 с.
26. Rao C.V.R. Exhaust nozzle contour for optimum thrust // Jet propulsion, V. 28, No. 6, June, 1958.- pp. 377 - 382.
27. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.-М.: Наука, 1968.-720 с.
28. Аоки М. Введение в методы оптимизации.-М.:Наука, 1977.-344 с.
29. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы.-М.:Мир, 1982.- 583 с.
30. Крайко А.Н., Слободкина Ф.А. К решению вариационных задач одномерной магнитной гидродинамики//ПММ.-1965. Т.29, вып.2.- С.322-333.
31. Глазунов А.А., Кувшинов Н.Е., Шпигунов С.В. Трехмерные двухфазные течения в соплах с прямоугольными сечениями//Материалы Всесоюзной школы-семинара по вопросам кинетики и химической газодинамики.-Томск. 1989.-С.22-26.
32. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных

- решений уравнений газодинамики//Матем. сб., 1959, т.47(89), вып.3.-С.271-306.
33. Годунов С.К., Забродин А.В., Прокопов Г.П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчёт обтекания с отошедшей ударной волной.-ЖВМ и МФ, 1961, т.1, № 6.-С.1020-1050.
34. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики -М.:Наука, 1976.- 400 с.
35. Иванов М.Я., Крайко А.Н. Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах//Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5. -С.77-83.
36. Копченков В.И., Крайко А.Н. Решение в рамках двухжидкостной модели прямой задачи о двухфазном течении в сопле Лаваля// Труды НИИ механики МГУ, 1974, № 32.-С.96-108.
37. Колган В.П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики//Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т.3, № 6.-С.68-77.
38. Колган В.П. Конечно-разностная схема для расчета двумерных разрывных решений нестационарной газовой динамики//Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т.6, № 4.-С.129-137.
39. Щербаков С.А. Расчет по модифицированной схеме С.К.Годунова невязкого течения в соплах и струях//Труды ЦИАМ, 1985, № 1155.-С.1-4.
40. McCormack R.W. The effects of viscosity in hypervelocity impact cratering. - AIAA paper, No. 60-345, May, 1969.
41. Рицци А.В., Клавинс Э., Маккормак Р.У. Обобщенный численный метод гиперболического типа трехмерных сверхзвуковых течений

с ударными волнами.-В кн.: Численное решение задач гидродинамики.-М.: Мир, 1977.-С.87-96.

42. Васенин И.М., Рычков А.Д. Численное решение задачи о смешанном осесимметричном течении газа в некоторых криволинейных областях методом установления//Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 1.-С.155-159.

43. Jameson A. Transonic potential flow calculations using conservative form. - ~~IIIA~~ Second comput. fluid. conference proceed. - 1975. - p. 148-155.

44. Иванов М.Я., Корецкий В.В. Расчет течений в двумерных и пространственных соплах методом приближенной факторизации//ЖВМ и МФ, 1985, т.25, № 6.-С.1365-1381.

45. Бутов В.Г., Халимов С.Б. Расчет непотенциальных течений идеального газа в осесимметричных соплах методом приближенной факторизации//ЖВМ и МФ, 1987, т.27, № 12.-С.1861-1867.

46. Брыкина И.Г., Гершбейн Э.А., Пейгин С.В. Ламинарный пространственный пограничный слой на проницаемой поверхности в окрестности плоскости симметрии//Изв. АН СССР, МЖГ.-1980, № 5.-С.37-48.

47. Зинченко В.И., Путятин Е.Н. Исследование характеристик теплообмена в плоскостях симметрии тел различной формы//ИФЖ.-1986.-Т.50. № 1.-С.5-13.

48. Селиверстов С.Н. Расчет ламинарного слоя на линии растекания лобовой поверхности сегментального тела в сверхзвуковом потоке//Изв. АН СССР, МЖГ.-1968, № 4.-С.109-114.

49. Морозов И.П. Ламинарный пограничный слой на линии растекания эллипсоидов вращения//Изв. АН СССР. МЖГ.-1968, № 6 -С.50-53.

50. Андреев Г.Н. . Расчет ламинарного пограничного слоя на линии растекания тел вращения//Научн. труды ин-та мех. МГУ. 1972.

№ 19.-С.95-103.

51. Гершбейн Э.А., Пейгин С.В. Ламинарный пространственный пограничный слой в плоскостях симметрии затупленных тел при сильном вдуве//ТВТ.-1981, т.19, № 3.-С.566-576.
52. Eaton R.R., Larson D.E. Symmetry plane laminar and turbulent viscous flow on bodies at incidence // AIAA Journal. - 1975. - Vo.13. - 55. - p. 552 - 560.
53. Гершбейн Э.А., Юницкий С.А. К теории пространственного гиперзвукового вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии//ПММ.-1984.-Т.48, № 5.-С.768-775.
54. Пейгин С.В., Тирский Г.А. Трехмерные задачи сверх- и гиперзвукового обтекание тел потоком вязкого газа//Итоги науки и тех. ВИНТИ. Сер. Механика жидкости и газа, 1988, 22.-С. 62-177.
55. Лунев В.В., Сенкевич Е.А. Метод меридиональных сечений в задачах пространственного пограничного слоя//МЖТ, 1986, № 3. -С.67-73.
56. Картсон, Хорнбек. Численный расчет ламинарного течения на начальном участке канала квадратного сечения//Прикладная механика. Сер. Е. 1973, т.40, № 1.-С.26-32.
57. Петухов Б.С., Дворцов В.Н. и др. Квазитрехмерная модель и метод расчета течения и теплообмена на начальном участке канала прямоугольного сечения//ТВТ. 1984, т.22, № 1.-С.74-82.
58. Ватажин А.Б., Любимов Г.А., Регирер С.А. Магнитогидродинамические течения в каналах.-М.: Наука, 1970.- 672 с.
59. Дворецкий В.М., Иванов М.Я., Коняев Б.А., Крайко А.Н. О правиле эквивалентности для течений идеального газа//ПММ. 1974, № 38, вып.6.-С.1004-1014.
60. Гамильтон Х.Х., Дежарнет Ф.О., Дейтмюнстер К.Д. Применение

- метода основанного на осесимметричной аналогии для расчета теплообмена в трехмерном потоке//Аэрокосмическая техника, 1988. № 4.-С.19-26.
61. Вулис Л.А., Генкин А.Л., Фоменко Б.А. Теория и расчет магнитогазодинамических течений в каналах . М., Атомиздат. 1971.- 384 с.
62. Урусов И.Д. МГД-генераторы. М.: Наука, 1966.- 175 с.
63. Бай Ши-И. Магнитная газодинамика и динамика плазмы. М., Мир, 1964.- 301 с.
64. Максвелл К.Д., Демитриадес С.Т. Первые энергетические испытания легкого МГД генератора с самовозбуждением//Аэрокосмическая техника, 1987, № 10.-С.105-112.
65. Соколов Ю.Ф. Установившееся течение электропроводного газа в канале МГД генератора при постоянном напряжении вдоль электродов//Изв. АН СССР ОТН, Энергетика и автоматика, 1962, № 5.-С.45-48.
66. Ньюрингер Д.Л. Генерирование оптимальной мощности с плазмой в качестве рабочего тела. См. /95/.-С.312-329.
67. Ковбасюк В.И., Медин С.А. Решение вариационной задачи о течении в МГД генераторе//МЖГ, 1967, № 1.-С.3-8.
68. Бут Д.А., Доперчук И.И., Конеев С.М. М.-Л. Оптимизация диагонального МГД-канала//Магнитная гидродинамика, 1978, № 2.-С.110-116.
69. Бреев В.В., Губарев А.В., Лебедев В.В. О выборе параметров оптимального МГД-генератора с большим коэффициентом преобразования энергии//Магнитная гидродинамика, 1976, № 2.-С.83-90.
70. Бреев В.В., Губарев А.В., Панченко В.П. О влиянии турбулентного пограничного слоя на характеристики фарадеевского МГД-генератора со сплошными электродами//Магнитная гидродинамика,

1976. № 2, С.91-99.

71. Лазарев П.П., Плешаков А.С. Квазиодномерный расчет реального МГД-канала при малых числах Рен//Магнитная гидродинамика, 1974, № 3.-С.90-98.
72. Лобанова Л.Ф. Задача о входе сжимаемого газа в однородное магнитное поле//ПМТФ, 1964, № 6.-С.31-38.
73. Венгерский В.В., Бабаков Ю.П., Ральченко М.И. Двухфазная неравномерность в сверхзвуковых МГД-установках//ТВГ, 1984, т.22, № 1.-С.144-149.
74. Седов Л.И. Механика сплошной среды.-М., 1970, т.1-2.
75. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.41. Гидродинамика.-М.:Наука, 1986.- 736 с.
76. Битюрин В.А., Любимов Г.А. О квазиодномерном описании неоднородного течения в канале МГД генератора//ТВГ. 1969, № 5.-С.974-986.
77. Саттон Дж., Шерман А. Основы технической магнитной газодинамики. М., Мир, 1968.- 492 с.
78. Пономарев В.М. О расчете сверхзвукового течения в канале МГД-генератора//ТВГ, т.12, 1974, № 3.-С.619-625.
79. Аитов Т.Н., Катютин А.И., Тананаев А.В. Численное исследование трехмерного МГД-потока в изогнутом канале прямоугольного сечения//Магнитная гидродинамика, 1978, № 4.-С.82-87.
80. Лихачев А.П. О сверхзвуковом течении в канале МГД-генератора со скошенным потоком на входе//Магнитная гидродинамика, 1978, № 3.-С.49-56.
81. Губарев А.В., Дегтярев Л.М., Самарский А.А. и др. Численный расчет некоторых двумерных магнитогидродинамических течений в каналах. Препринт ИДЭ им. И.В.Курчатова, 1971.
82. Губарев А.В., Дегтярев Л.М. и др. Течение сверхзвукового потока электропроводного газа в неоднородном магнитном поле//

ДАН СССР, 1970, т.192, № 3.-С.520-523.

83. Губарев А.В. и др. Некоторые двумерные эффекты сверхзвукового течения электропроводного газа в магнитогидродинамических каналах// 5-th Electr. MHD, 1978, Vol. 2. - p. 152-174.
84. Битюрин В.А., Бураханов Б.Н. и др. Исследование двумерных электрических эффектов в рамочном МГД-канале//ТВТ, т.15, 1977, № 2.-С.390-398.
85. Губарев А.В., Овчинников В.Л. Численное исследование некоторых трехмерных эффектов в секционированном канале МГД-генератора с последовательным включением электродов//Магнитная гидродинамика. 1980, № 1.-С.105-110.
86. Кумаран А.Р., Лю Б.Л., Ву Й.К.Л. Поперечное распределение тока в канале работающего на угле МГД-генератора с диагонально секционированными проводящими стенками//Аэрокосмическая техника. 1983, ноябрь, т.1, № 11.-С.124-130.
87. Исакава М., Накамура М., Умото Ю. Короткое замыкание в сверхзвуковом МГД генераторе фарадеевского типа//Аэрокосмическая техника, 1988, № 10.-С.127-132.
88. Брушлинский К.В., Герлах Н.И., Морозов А.И. Двумерное стационарное течение хорошо проводящей плазмы в коаксиальной системе//МЖГ, 1966, № 2.-С.189-192.
89. Лихачев А.П., Медин С.А. Сверхзвуковое течение анизотропно проводящего газ в плоском МГД-канале диагонального типа//ТВТ, 1981. Т.19, № 5.-С.1067-1077.
90. Битюрин В.А., Желнин В.А. и др. О гидравлических моделях течения в канале МГД генератора, основанных на уравнениях плоского пограничного слоя//МЖГ, 1982, № 1.-С.67-75.
91. Лихачев А.П., Медин С.А. Численное исследование сверхзвуковых течений в расширяющемся МГД-канале диагонального типа//ТВТ, 1982, т.20, № 5.-С.968-978.

92. Битюрин В.А., Лихачев А.П., Любимов Г.А., Медин С.А. К динамике неоднородно проводящего потока газа в магнитном поле// МЖГ. 1989, № 5.-С.135-145.
93. Алексеев Г.Ю., Битюрин В.А. Вторичные течения в каналах крупномасштабных МГД генераторов. Магнитоаэротермическая неустойчивость// ТВТ, 1989. Т.27, № 1.-С.136-144.
94. Алексеев Г.Ю., Битюрин В.А. Вторичные течения в каналах крупномасштабных МГД генераторов. Нелинейные эффекты в номинальном режиме//ТВТ, 1988. Т.26, № 6.-С.1212-1219.
95. Ионные, плазменные и дуговые ракетные двигатели. Сборник статей. М., Государственное издательство литературы в области атомной науки и техники, 1961.- 407 с.
96. Панченко В.П., Виноградова Г.Н. и др. Методы и программы расчета МГД генераторов на однофазном и двухфазном рабочем теле. Отчет ФИАЗ им. И.В.Курчатова IO/НИР/3348-89. М., 1989.- 43 с.
97. Головизнин В.М., Самарский Е.А., Чуданов В.В. Метод факторизованных тепловых смещений для экономичного решения уравнения теплопроводности на неортогональных сетках//Дифференциальные уравнения, Минск, 1987, т.23, № 7.-С.1143-1154.
98. Бутов В.Г., Галкин В.М., Шпигунов С.В. и др. Расчетное и экспериментальное обоснование выбора профиля газодинамического тракта геофизической МГДУ "Север-2".-Отчет НИИ ПММ. № гос.регистрации 01870041124, инв.№ 02870043712.-Томск, 1986.- 52 с.
99. Галкин В.М. Газовая динамика течения в прямоугольном канале// Всесоюзная школа семинар "Математическое моделирование в науке и технике" тезисы докладов. Пермь, 1986.- 85 с.
100. Бутов В.Г., Галкин В.М. Особенности построения сверхзвуковой части осесимметричного сопла Лаваля с равномерной ха-

рактеристикой, проходящей через заданную точку//Аэрогазодинамика. Томск, 1987.-С.22-25.

101. Гаткин В.М., Хатимов С.Б. О влиянии начальных условий на параметры стационарного пространственного сверхзвукового течения двухфазной проводящей среды.- УП Всесоюзная школа-семинар "Современные проблемы газодинамики и тепломассообмена и пути повышения эффективности энергетических установок//Канев, изд-во МВТУ, 1989.- 57 с.
102. Бутов В.Г., Гаткин В.М., Хатимов С.Б. Создание математических моделей и методов расчета двухфазных течений в пространственных каналах.-Отчет НИИ ПММ. № гос.регистрации 01880031451, инв.№ 02890062388.-Томск, 1989.- 37 с.
103. Бутов В.Г., Гаткин В.М., Хатимов С.Б. и др. Расчетное и экспериментальное исследование газодинамического тракта геофизической МГДУ.-Отчет НИИ ПММ. № гос.рег. 01880031449, инв.№ 02890038640.-Томск, 1988.- 44 с.
104. Гаткин В.М. Расчет пространственных До-транс-сверхзвуковых течений в прямоугольных каналах//Материалы всесоюзной школы-семинара по вопросам кинетики и химической газодинамики.-Томск, 1989.-С.133-135.
105. Васенин И.М., Глазунов А.А., Губарев А.В., Иванов В.А., Кулигин Е.В., Панченко В.П., Чернов Ю.Г., Якушев А.А. Метод и комплекс программ "Канат" расчета одно- и двухфазных течений в сверхзвуковых МГД генераторах. М.: Препринт ИАЭ 5014/12, 1990.- 45 с.