

$$S_A = \int_{\text{supp}} \mu_A(x) dx = \int_L^{K_L} f_L(x) dx + \int_{K_L}^{K_R} dx + \int_{K_R}^R f_R(x) dx.$$

Результат интегрирования также позволит нам выразить площадь S_A , а, следовательно, и площадь S_B результата операции, через известные значения L , K_L , K_R , R характерных точек нечеткой величины $\tilde{A}$.

Выразив величину S_A через известные значения и определив значение S_B , можно определить характерные точки НЧ результата. Так, результат операции сжатия будет представлять собой НЧ с характерными точками, определяемыми выражениями:

$$\begin{aligned} L' &= C_A - \frac{C_A - L}{k}; & R' &= C_A - \frac{C_A - R}{k}; \\ K_L' &= C_A - \frac{C_A - K_L}{k}; & K_R' &= C_A - \frac{C_A - K_R}{k}. \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогично, характерные точки НЧ – результата операции размытия будут определяться выражениями:

$$\begin{aligned} L' &= C_A - (C_A - L)k; & R' &= C_A - (C_A - R)k; \\ K_L' &= C_A - (C_A - K_L)k; & K_R' &= C_A - (C_A - K_R)k. \end{aligned} \quad (8)$$

Примеры результатов операций сжатия и размытия приведены на рисунках 2, а-б соответственно.

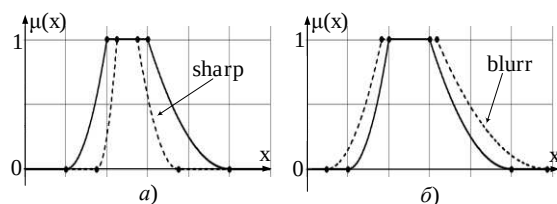


Рис. 2. Пример результатов введенных операций

Заключение

Введенные операции не изменяют функциональную форму ФП своих результатов по сравнению с операндом. Также, ядра нечетких чисел-результатов совпадают с ядром операнда, а носители изменяются в зависимости от выбранной величины k .

Выражения (7)-(8) остаются актуальными, независимо от функциональной формы полиномиальной кусочно-непрерывной ФП. Полученные результаты можно распространить на случай треугольных НЧ, приняв $K_L = K_R$.

Литература

1. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. - М.: Мир, 1976. - 167 с.
2. Lackoff G. Hedges: A study in meaning criteria and the logic of fuzzy concepts // Journal of Philosophical Logic. - 1973. - Vol. 2, Iss. 4. - pp. 458-508.
3. Huynh V.N., Ho T.B., Nakamori Y. A parametric representation of linguistic hedges in Zadeh's fuzzy logic // International Journal of Approximate Reasoning. - 2002. - Vol. 30, Iss. 3. - P. 203-223.
4. Ефремов А.А. О применении кусочно-непрерывных функций к заданию функций принадлежности нечетких чисел (L-R)-типа / А.А. Ефремов, А.М. Кориков // Вестник науки Сибири. - 2011. - №. 1(1) [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://sjs.tpu.ru/journal/article/view/70/117>, свободный.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ВРАЩЕНИЯ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА С ЖИДКОСТНЫМ АВТОБАЛАНСИРОМ НА ГИБКОМ ВАЛУ

Юровский П.Г.

Томский политехнический университет
634050, Россия, г. Томск, пр-т Ленина, 30
E-mail: epashkov1@sibmail.com

Введение

В процессе эксплуатации систем с жидкостными автобалансирующими устройствами (АБУ) необходимо знать критические угловые скорости, при которых нарушается устойчивость стационарных вращений. В ряде работ, например в [1, 2], получены приближенные условия устойчивости установившегося вращения уравновешенного цилиндра, частично заполненного жидкостью, которые трудно применить к системам с АБУ. Непосредственное исследование устойчивости вращения роторов с жидкостными АБУ в литературе не описано.

В предлагаемой работе, анализируется устойчивость вращения ротора с жидкостным АБУ без свободной поверхности при действии сил внешнего и внутреннего трения. Представляет интерес исследовать влияние соотношения рассмотренных сил на устойчивость вращения ротора с АБУ. Пусть ротор с АБУ закреплен симметрично относительно опор вертикального гибкого вала, проходящего через его геометрический центр O_1 (рис. 1-2).

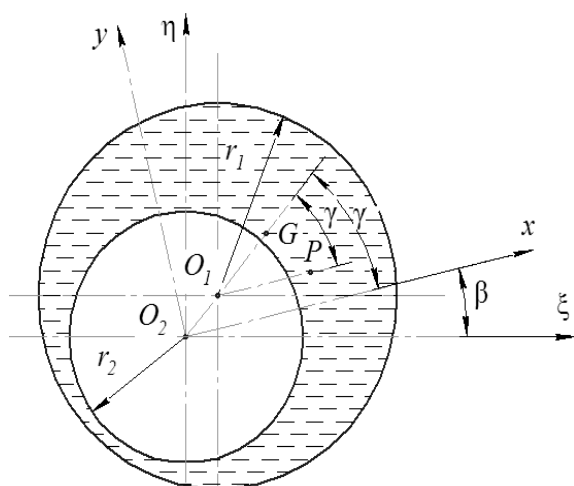


Рис. 1. Сечение ротора с жидкостью

Введем дополнительные ограничения для АБУ, считаем свободную поверхность жидкости недеформируемым поплавком. Тогда при вращении системы вал прогибается в месте крепления ротора на величину O_2O_1 , поплавков, для которого геометрическая и материальная оси симметрии совпадают, так же как в поплавковых гироскопах [3] центрируется на оси вращения O_2 за счёт сил давления, а жидкость перетекает в сторону прогиба. Предполагаем, что при возмущённом движении ротора отрыв жидкости от стенок не происходит и центрирование поплавка сохраняется. В этом случае центр масс слоя жидкости расположен на линии центров O_2O_1 в точке G (рис. 1-2). Сформулированные предположения позволяют исключить из рассмотрения гидродинамическую задачу.

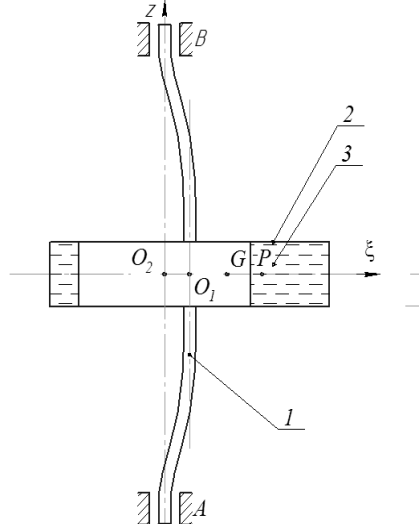


Рис. 2. Схема закрепления ротора

Законы вращательного движения ротора и системы O_2x определяются одним и тем же углом поворота $\beta(t)$ (t – время), следовательно, ротор в подвижной системе координат может перемещаться только поступательно. За обобщённые координаты возьмём координаты в неподвижной системе точки O_1 , которые обозначим через ξ, η .

Считаем, что на ротор со стороны вала действуют сила упругости $\bar{F}_c = -c \overline{O_2 O_1}$, силы внутреннего и внешнего трения $\bar{F}_k = -k \bar{V}_{O_1}^r$ и $\bar{F}_\chi = -\chi \bar{V}_{O_1}$ приложенные в точке O_1 , пропорциональные соответственно прогибу вала $\overline{O_1 O_2} = x\bar{i} + y\bar{j}$; скорости точки O_1 в подвижной системе координат $O_2 x y$

$$\bar{V}_\Omega^r = (\dot{\xi} + \eta\dot{\beta})\bar{i} + (\dot{\xi} + \eta\dot{\beta})\bar{j} \quad (1)$$

и абсолютной скорости

$$\bar{V}_\Omega = \dot{\xi} \bar{i} + \dot{\eta} \bar{j} \quad , \quad (2)$$

где i, j – орты декартовой системы $O_2\xi\eta$.

Условие равновесия перечисленных сил и сил инерции системы запишется в виде:

$$-c\bar{O}_2\bar{O}_1 - k\bar{V}_O^r - \chi\bar{V}_O - m_1\bar{a}_p - m_2\bar{a}_G = 0. \quad (3)$$

здесь m_1 , m_2 и $\bar{a}_P$ и $\bar{a}_G$ – массы и ускорения центров масс соответственно ротора и жидкости. Последние вычисляются через координаты точек P и G в неподвижной системе отсчёта (4):

$$\xi_p = \xi + e \cdot \cos \beta, \quad \eta_p = \eta + e \cdot \sin \beta, \quad \xi_G = r\xi, \quad \eta_G = r\eta.$$

Проецируя (3) на оси ξ, η с учётом (1, 2) и (2.14), получаем дифференциальные уравнения движения ротора с АБУ (5):

$$c\ddot{\xi} + (p + \chi)\dot{\xi} + c\xi + p\eta\dot{\beta} = m_e(\dot{\beta}^2 \cos\beta + \dot{\beta}\sin\beta);$$

$$c\ddot{\eta} + (p + \chi)\dot{\eta} + c\eta + p\xi\dot{\beta} = m_e(\dot{\beta}^2 \sin\beta + \dot{\beta}\cos\beta).$$

Полагая в (5) $e=0$, $m_2=0$ и $\chi=0$, имеем уравнения движения центра масс уравновешенного диска на упругом валу при действии внутреннего трения, приведённые в [4]. Сравнивая эти уравнения с (5), устанавливаем соотношение между коэффициентом p и коэффициентом k , входящим в зависимость напряжения от деформации вязкоупругого материала вала $\sigma = E\varepsilon + k\dot{\varepsilon}$, $p = ck/E$. Здесь для свободно опёртого вала длиной l с диском посередине [5] $c = 48EI/l^3$ – есть жёсткость вала на изгиб; E – модуль упругости материала; I – момент инерции площади сечения относительно центральной оси перпендикулярной плоскости изгиба вала.

При $\omega = \dot{\beta}(t) = \text{const}$ уравнения (5) допускают решение (6):

$$\xi_c = A \cos(\omega t + \eta); \quad \eta_c = A \sin(\omega t + \xi);$$

$$A = \frac{m_1 e \omega^2}{\sqrt{(c - m \omega^2)^2 + \chi^2 \omega^2}}; \quad \operatorname{tg} \gamma = -\frac{\chi \omega}{c - m \omega^2};$$

где A – прогиб вала; γ – угол сдвига фазы движения (угол между вектором дисбаланса ротора $\overline{O_1P}$ и стрелой прогиба $\overline{O_1O_2}$).

Из (6) видно, что приведённое решение, соответствующее стационарному вращению ротора с АБУ, не зависит от сил внутреннего трения. Это

очевидно, так как при таком движении деформация вала не изменяется.

Для исследования устойчивости рассматриваемого вращения введём отклонения $\xi' = \xi - \xi_c$, $\eta' = \eta - \eta_c$. Пологая, что угловая скорость остается всё время постоянной, из (5) с учётом (6) получаем уравнения возмущённого движения:

$$\begin{aligned} m\ddot{\xi}' + (p + \chi)\dot{\xi}' + c\xi + p\omega\eta' &= 0; \\ m\ddot{\eta}' + (p + \chi)\dot{\eta}' + c\eta + p\omega\xi' &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Характеристическое уравнение для системы (7) имеет вид:

$$a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0. \quad (8)$$

Матрица Гурвица H из коэффициентов уравнения (8) согласно [6] запишется

$$H = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix}.$$

Условия устойчивости имеют вид неравенств $\Delta_i > 0$; $i=1...4$, (9)

где Δ_i – главные диагональные миноры матрицы H .

Неравенства (9) выполняются, если

$$\omega < \omega^* = \left(1 + \frac{\chi}{p}\right) \sqrt{\frac{c}{m_1}} \sqrt{\frac{1}{\mu_1}}, \quad \mu_1 > 1. \quad (10)$$

При $\mu_1=1$, получаем условие устойчивости стационарного вращения ротора без АБУ. Сравнивая (10) с соответствующим неравенством в [6] заключаем, что предельное значение угловой скорости при устойчивом вращении ротора с АБУ $\omega^*(\mu_1)$ меньше, чем для ротора без АБУ.

Известно, что жидкостное АБУ уменьшает прогиб вала и дисбаланс системы при угловых скоростях вращения [7]

$$\omega > \omega_* = \left(1 + \frac{\chi}{p}\right) \sqrt{\frac{c}{m_1}} \sqrt{\frac{2}{1 + \mu_1}}.$$

Из (10, 11) следует, что устойчивое стационарное вращение ротора с жидкостным АБУ, умень-

шающим вибрацию, возможно при угловых скоростях, удовлетворяющих условию $\omega_* < \omega < \omega^*$.

Заключение

Жидкостное автобалансирующее устройство, присоединённое к ротору, уменьшает угловую критическую скорость вала, переход через которую приводит к неустойчивости вращения системы.

Устойчивая работа системы реализуется в интервале угловых скоростей, определяемых параметрами ротора и автобалансирующего устройства.

Литература

1. Саруев Л.А., Пашков Е.Н., Мартюшев Н.В. Математическое моделирование гидроимпульсного механизма бурильных машин // В мире научных открытий. - 2010 - №. 6-3 (13) - С. 61-65.
2. Мартюшев Н.В. Расчет параметров структуры материалов с помощью программных средств // В мире научных открытий. - 2011 - №. 1 (13) - С. 77-82.
3. Пашков Е.Н., Мартюшев Н.В. MATERIALS AND ENGINEERING SCIENCE (УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ) // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013. – № 2. – с. 126-127.
4. Мартюшев Н.В. Программные средства для автоматического металлографического анализа // Современные проблемы науки и образования. 2012. – № 5. – с. 79-79.
5. Пашков Е.Н., Дубовик В.А. Устойчивость стационарного вращения неуравновешенного ротора с жидкостным устройством на гибком валу // Известия Томского политехнического университета. 2007. – Т. 311. – С. 12.
6. Пашков Е.Н., Саруев Л.А., Зиякаев Г.Р. Математическое моделирование гидроимпульсного механизма бурильных машин // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал) = Mining informational and analytical bulletin (scientific and technical journal). 2011. – № 5. – С. 26.