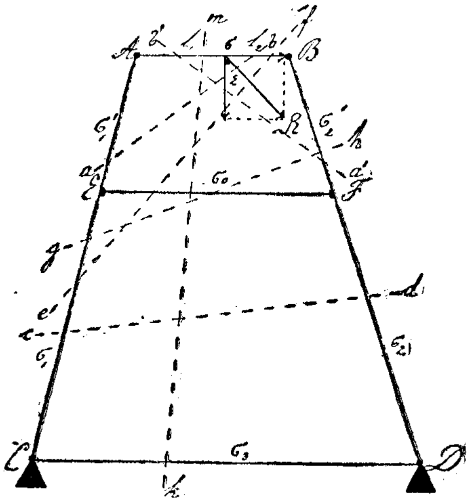
Пирамидальные копры.

Основной плоской фермой пирамидальныхъ копровъ является трапеція, которая, если предположить всѣ соединенія шарнирными, представляетъ изъ себя геометрически измѣняемую фигуру. Отъ воздѣйствія активниыхъ силъ Т фигура эта будетъ перекашиваться до тѣхъ поръ, пока не приметъ формы, устойчивой для активныхъ силъ даннаго направленія (черт. 54).

Черт. 54.

Въ строительномъ дѣлѣ такія конструкціи примѣняются рѣдко, (висячіе мосты), и не примѣнимы къ надшахтнымъ копрамъ, подверженнымъ дѣйствію силъ, перемѣнныхъ, какъ по направленію, такъ и по величинѣ. Если концы ногъ AB и CD задѣланы неподвижно въ прочные фундаменты, то перекашиваніе устранено, но тогда ноги подвергаются боковому изгибу, что не желательно. Въ виду этаго примѣняются жесткія соединенія и, кромѣ того, вводится по крайней мѣрѣ еще одинъ стержень, благодаря которому ферма становится геометрически неизмѣняемой при шарнирныхъ соединеніяхъ. Эту цѣль можно достигнуть при помощи одной діагональной связи, но на практикѣ къ этому способу прибѣгаютъ рѣдко въ виду того, что при сколько-нибудь солидномъ сооруженіи такая связка получилась бы слишкомъ длинной. Самый простой способъ приданія жесткости фермѣ—это соединеніе ногъ при помощи горизонтальной тяги; при этомъ ноги остаются неразрѣзными. Тяга соединяется съ ними вполнѣ жестко, или такимъ образомъ, что можетъ передвигаться на малые углы. Опредѣлимъ напряженія, дѣйствующія въ частяхъ такой идеальной фермы. (Черт. 55). Пусть l_1 и l_2 будутъ разстоянія точки приложенія силы Т, измѣряемыя по верхней балкѣ, до вершинъ ногъ, σ_0—напряженіе въ горизонтальной связкѣ, σ—въ верхней панели, σ_3—въ нижней тягѣ—лежнѣ, σ_1' и σ_2'—напряженіе въ верхнихъ (до связки) частяхъ ногъ, и σ_1, σ_2—въ нижнихъ. Остальныя обозначенія прежнія и понятны изъ чертежа.

Уравненія моментовъ силъ относительно полюсовъ A и B, при наличности сѣченіи ab и $a'b'$, будутъ



Черт. 55.

$$1)\quad \sigma_1' l\cos\eta + \mathrm{T}\cos\varepsilon\, l_2 = 0,$$

$$2)\quad \sigma_2' l\cos\xi + \mathrm{T}\cos\varepsilon\, l_1 = 0;$$

отсюда имѣемъ

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1' &= -\mathrm{T}\frac{l_2\cos\varepsilon}{l\ \cos\eta}, \\ \sigma_2' &= -\mathrm{T}\frac{l_1\cos\varepsilon}{l\ \cos\xi}. \end{aligned}\right\} \qquad (47)$$

Сѣченіе cd даетъ намъ возможность составить слѣдующія уравненія моментовъ относительно полюсовъ C и D:

$$3)\quad \sigma_1\ L\cos\eta + \mathrm{T}\cos\varepsilon\,(l_2 + H\operatorname{tg}\xi) - \mathrm{T}\sin\varepsilon\, H = 0,$$

$$4)\quad \sigma_2\ L\cos\xi + \mathrm{T}\cos\varepsilon\,(l_1 + H\operatorname{tg}\eta) + \mathrm{T}\sin\varepsilon\, H = 0,$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= -\mathrm{T}\ \frac{(l_2 + H\operatorname{tg}\xi)\cos\varepsilon - H\sin\varepsilon}{L\cos\eta}, \\ \sigma_2 &= -\mathrm{T}\ \frac{(l_1 + H\operatorname{tg}\eta)\cos\varepsilon - H\sin\varepsilon}{L\cos\xi}. \end{aligned}\right\} \qquad (48)$$

Сѣченіе ef относительно полюса D даетъ уравненіе—

$$5)\quad \sigma_1 L\cos\eta + \sigma_0 H_1 + \sigma H + \mathrm{T}\cos\varepsilon\,(l_1 + H\operatorname{tg}\xi) - \mathrm{T}\sin\varepsilon\, H = 0,$$

но, въ виду наличности уравненія 3-го, уравненіе 5-ое принимаетъ видъ:

$$6)\quad \sigma_0 H_1 + \sigma H = 0.$$

Сѣченіе gh относительно полюса C даетъ уравненіе—

$$7)\quad \sigma_2' L\cos\xi + \sigma_0 H_1 + \mathrm{T}\cos\varepsilon\,(l_1 + H\operatorname{tg}\eta) + \mathrm{T}\sin\varepsilon\, H = 0,$$

которое даетъ возможность написать:

$$8)\quad (\sigma_2 - \sigma_2')\, L\cos\xi - \sigma_0 H_1 = \mathrm{T}\sin\varepsilon\, H.$$

Окончательно уравненія 6-е и 7-е даютъ, по предварительномъ исключеніи σ_2'

$$\sigma_0 = -\mathrm{T}\frac{H}{H_1}\left[\frac{l_2 \operatorname{tg}\eta - l_1 \operatorname{tg}\xi}{l}\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\right],$$

$$\sigma_0 = \mathrm{T}\left[\frac{l_2 \operatorname{tg}\eta - l_1 \operatorname{tg}\xi}{l}\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\right], \tag{49}$$

Сѣченіе $k\,m$ даетъ намъ возможность составить уравненіе статическаго равновѣсія:

$$9)\quad \sigma_0 + \sigma + \sigma_3 = 0,$$

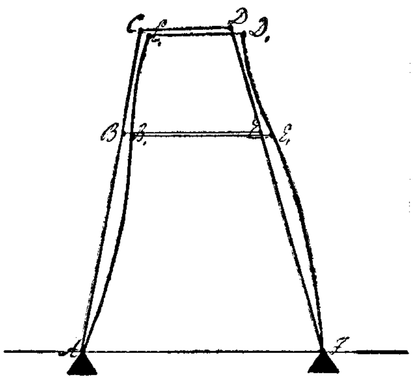
и значитъ—

$$\sigma_3 = +\mathrm{T}\frac{H-H_1}{H_1}\left[\frac{l_2 \operatorname{tg}\eta - l_1 \operatorname{tg}\xi}{l}\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\right]. \tag{50}$$

Ноги передаютъ опорамъ силы, направленныя вдоль ихъ; горизонтальная слагающая этихъ силъ будетъ σ_3'

$$10)\quad \sigma_3' + \sigma_2 \sin\xi - \sigma_1 \sin\eta = 0.$$

Разность $(\sigma_3 - \sigma_3')$ опредѣляетъ то горизонтальное давленіе, которое передается опорамъ вслѣдствіе бокового изгиба ногъ. Если первоначально ферма имѣетъ видъ $A\,C\,D\,F$ (черт. 56), то отъ дѣйствія горизонтальной силы σ она деформируется и принимаетъ видъ, который мы можемъ уяснить себѣ фигурой $AB_1\,C_1\,D_1\,E_1\,F$. Собственно, для полнаго разъясненія дѣйствія силъ на ферму, разсматриваемаго типа, слѣдовало бы опредѣлить напряженіе отъ бокового изгиба ногъ, но мы не будемъ рабирать этого вопроса вслѣдствіе его сложности.

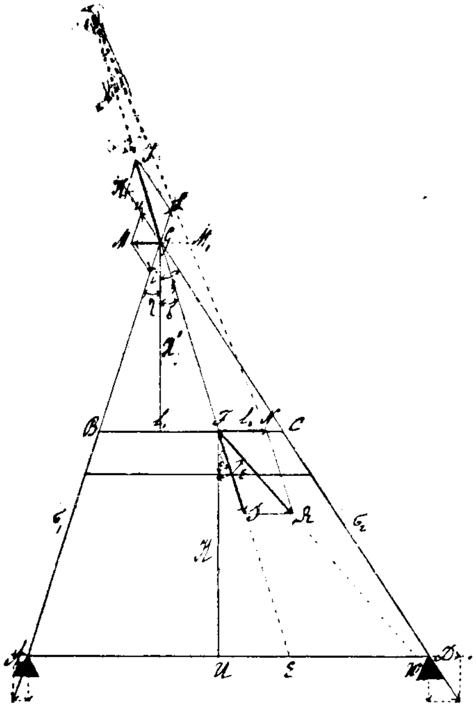


Черт. 56.

Наконецъ σ_3' легко получить при помощи уравненія 10-го и уже найденныхъ значеній σ_1 и σ_2

$$\sigma_3' = \mathrm{T}\frac{(l_1 \operatorname{tg}\xi - l_2 \operatorname{tg}\eta)\cos\varepsilon + H(\operatorname{tg}\xi + \operatorname{tg}\eta)\sin\varepsilon}{L}. \tag{51}$$

Для графическаго опредѣленія тѣхъ же силъ можно предложить слѣдующій простой пріемъ:



Черт. 57.

Продолжимъ стороны AB и CD до взаимнаго пересченія въ G (черт. 57). Силу Т разложимъ по направленію GFE и панели BC. Въ точкѣ G вообразимъ силу GI, равную и противоположную по направленію FS, и горизонтальную силу MG, моментъ которой относительно одной изъ опоръ былъ бы равенъ и противоположенъ моменту силы FN, т. е. сила GM опредѣляется уравненіемъ:

$$GM.(H+H')+FN.H=0$$

Для этого откладываемъ $PG=FE$ и соединяемъ P съ N. Горизонтальная сила GM_1 по своей величинѣ отвѣчаетъ этому условію, такъ какъ

$$\frac{GM_1}{FN}=\frac{GP}{PF}=\frac{EF}{EG}=\frac{H}{H+H'}.$$

Если $MG=M_1G$, то намъ остается разложить GI и MG по направленіямъ AG и GD или, точнѣе говоря, по ихъ продолженіямъ, и слѣдовательно будемъ имѣть:

$$\sigma_2=GK+G\;u,$$

$$\sigma_1=GL-G\;i.$$

Справедливость пріема доказывается слѣдующимъ: такъ какъ $NT=FS$, то изъ треугольника FNT получаемъ—

$$\frac{FN}{\sin(\varepsilon-\delta)}=\frac{FS}{\sin(90-\varepsilon)}=\frac{T}{\sin(90+\delta)},$$

откуда—

$$FN=T\frac{\sin(\varepsilon-\delta)}{\cos\delta},$$

$$FS=T\frac{\cos\varepsilon}{\cos\delta}.$$

Для разложенія силы $-\mathrm{T}_1 = F\,S$ мы можемъ воспользоваться формулами (37), перемѣнивъ въ нихъ обозначенія согласно даннному случаю; точно также по формулѣ (38) мы опредѣлимъ составляющія GM

$$GL = -\mathrm{T}_1 \frac{\sin(\xi - \delta)}{\sin(\eta + \xi)},$$

$$GK = -\mathrm{T}_1 \frac{\sin(\eta + \delta)}{\sin(\eta + \xi)},$$

$$Gi = -GM \frac{\cos\xi}{\sin(\eta + \xi)},$$

$$Gn = GM \frac{\cos\eta}{\sin(\eta + \xi)};$$

но такъ какъ

$$GM = -FN\frac{H}{H + H'} = -FN\frac{L-l}{L},$$

то послѣ подстановокъ найдемъ, что

$$\left.\begin{aligned} \sigma_2 &= -\mathrm{T}\left[\frac{\cos\varepsilon}{\cos\delta}\,\frac{\sin(\eta+\delta)}{\sin(\eta+\xi)} + \frac{L-l}{L}\,\frac{\cos\eta}{\cos\delta}\,\frac{\sin(\varepsilon-\delta)}{\sin(\eta+\xi)}\right], \\ \sigma_1 &= -\mathrm{T}\left[\frac{\cos\varepsilon}{\cos\delta}\,\frac{\sin(\xi-\delta)}{\sin(\eta+\xi)} - \frac{L-l}{L}\,\frac{\cos\xi}{\cos\delta}\,\frac{\sin(\varepsilon-\delta)}{\sin(\eta+\xi)}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (52)$$

Для того, чтобы привести эти выраженія къ виду (48), воспользуемся геометрическими свойствами фигуры 57-й, а именно:

$$l_1 = H'(\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\delta),\ L = l + H(\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\xi) \text{ и } H' = H\frac{l}{L-l},$$

которыя позволяютъ опредѣлить уголъ δ:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{l_1\operatorname{tg}\xi - l_2\operatorname{tg}\eta}{l}.$$

Выраженія для напряженій напишемъ теперь такъ:

$$\sigma_2 = -\mathrm{T}\left[\frac{\cos\varepsilon}{\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\xi}\left(\frac{\sin\eta + \cos\eta\operatorname{tg}\delta}{\cos\xi\cos\eta}\right) + \frac{H(\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\xi)}{L}\,\frac{\cos\eta}{\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\xi}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(\frac{\sin\varepsilon - \cos\varepsilon\operatorname{tg}\delta}{\cos\xi\cos\eta}\right)\right];$$

$$\sigma_1 = -\mathrm{T}\left[\frac{\cos\varepsilon}{\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\xi}\left(\frac{\sin\xi-\cos\xi\operatorname{tg}\delta}{\cos\xi\cos\eta}\right)-\frac{H(\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\xi)}{L}\;\frac{\cos\xi}{\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\xi}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(\frac{\sin\varepsilon-\cos\varepsilon\operatorname{tg}\delta}{\cos\xi\cos\eta}\right)\right];$$

послѣ сокращеній эти выраженія примутъ слѣдующій видъ:

$$\sigma_2 = \frac{-\mathrm{T}}{L\cos\xi}\left[\frac{(\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\delta)L}{(\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\xi)}\cos\varepsilon - H\operatorname{tg}\delta\cos\varepsilon + H\sin\varepsilon\right],$$

$$\sigma_1 = \frac{-\mathrm{T}}{L\cos\eta}\left[\frac{(\operatorname{tg}\xi-\operatorname{tg}\delta)L}{\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\xi}\cos\varepsilon + H\operatorname{tg}\delta\cos\varepsilon - H\sin\varepsilon\right].$$

Подставимъ въ эти выраженія найденное значеніе для $\operatorname{tg}\delta$, написавъ ихъ предварительно слѣдующимъ образомъ:

$$\sigma_2 = \frac{-\mathrm{T}}{L\cos\xi}\left[\frac{l(\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\delta)}{\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\xi}\cos\varepsilon + H\operatorname{tg}\eta\cos\varepsilon + H\sin\varepsilon\right];$$

$$\sigma_1 = \frac{-\mathrm{T}}{L\cos\eta}\left[\frac{l(\operatorname{tg}\xi-\operatorname{tg}\delta)}{\operatorname{tg}\eta+\operatorname{tg}\xi}\cos\varepsilon + H\operatorname{tg}\xi\cos\varepsilon - H\sin\varepsilon\right],$$

и тогда они принимаютъ въ точности видъ уравненія (48). Остальныя силы σ_0, σ, σ_3 легко получаются при помощи такихъ же общихъ способовъ геометрическаго построенія, такъ что мы этотъ вопросъ будемъ считать исчерпаннымъ.

Формулы (48) даютъ намъ возможность сдѣлать нижеслѣдующій выводъ: въ пирамидальныхъ копрахъ, разсматриваемаго типа, въ заднихъ ногахъ (обращенныхъ къ машинѣ) всегда имѣетъ мѣсто сжатіе, въ переднихъ же—только до тѣхъ поръ, пока

$$(l_2 + H\operatorname{tg}\xi)\cos\varepsilon - H\sin\varepsilon > 0$$

иначе, пока

$$l + H\operatorname{tg}\xi > H\operatorname{tg}\varepsilon, \tag{53}$$

или, геометрически, пока равнодѣйствующая всѣхъ силъ не пересѣкаетъ заднихъ ногъ, (см. черт. 57).

$$UD > UW.$$

Формулы (49) показываютъ, что въ части σB верхней панели имѣется сжимающее усиліе, а въ связкѣ—растягивающее. Напряженіе въ нижней панели, лежнѣ, и сумма горизонтальныхъ реакцій опоръ *не* равновелики, какъ у призматическихъ копровъ, горизонтальной слагающей активной силѣ Т, а разнятся отъ нее на нѣкоторую величину

$$\triangle\sigma = \sigma_3 - \mathrm{T}\sin\varepsilon.$$

Опять таки, если обратимся къ способу расчета при помощи построенія, то окажется, что опорами должна восприниматься неосредственно сила:

$$\frac{H'}{H+H'}FN = \frac{l}{L}FN.$$

Еслибы активная сила T_2 была приложена не къ верхней панели, а къ связкѣ, то на основаніи аналогичнаго расчета мы получили бы:

$$\sigma_2^0 = -\mathrm{T}_2\frac{(l_1' + H_1\operatorname{tg}\eta)\cos\varepsilon_2 + H_1\sin\varepsilon_2}{L\cos\xi};$$

$$\sigma_1^0 = -\mathrm{T}_2\frac{(l_2' + H_1\operatorname{tg}\xi)\cos\varepsilon_2 - H_1\sin\varepsilon_2}{L\cos\eta}. \qquad (54)$$

а для горизонтальныхъ силъ—

$$\sigma^0 = -\mathrm{T}_2\frac{H_1}{H}\left[\frac{l_2'\operatorname{tg}\eta - l_1'\operatorname{tg}\xi}{l'}\cos\varepsilon_2 + \sin\varepsilon_2\right|,$$

$$\sigma_0^0 = -\mathrm{T}_2\left[\frac{l_2'\operatorname{tg}\eta - l'_1\operatorname{tg}\xi}{l'}\cos\varepsilon_2 + \sin\varepsilon_2\right] \qquad (55)$$

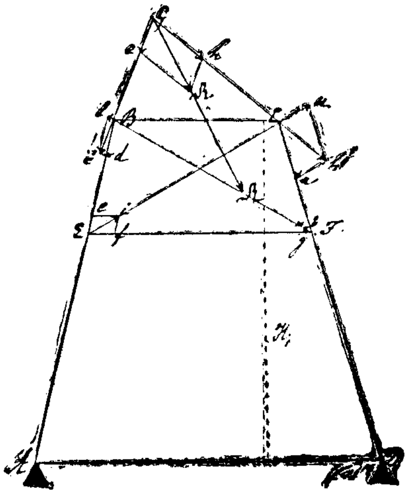
и проч. Въ случаѣ копра съ отдѣленіями, расположенными одно за другимъ, когда въ основной плоской фермѣ одновременно имѣются силы T_1 и T_2, наклоненныя къ вертикалямъ подъ углами ε_1 и ε_2, для полученія полныхъ напряженій слѣдуетъ ихъ суммировать:

$$(\sigma_2 + \sigma_2^0),\ (\sigma_1 + \sigma_1^0),\ (\sigma + \sigma^0),\ (\sigma_0 + \sigma_0^0),$$

помня, что

$$L = l + H(\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\xi) = l' + H_1(\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\xi).$$

Только что разсмотрѣннный нами типъ основной фермы является часто характернымъ для малыхъ деревянныхъ копровъ. Для болѣе крупныхъ копровъ, въ особенности для желѣзныхъ, предпочитаютъ примѣнять фермы съ діагональными перекрещивающимися связками, при чемъ ноги остаются неразрѣзными. Часто при деревянныхъ копрахъ кромѣ горизонтальной связки примѣняются еще діагональныя тяги—въ части между верхней панелью и связкой, (черт. 58).



Черт. 58.

Случай этотъ легко сводится къ разсмотрѣнному раньше при помощи простого, указаннаго на чертежѣ, разложенія силъ. Силу T, перенесенную въ какую-нибудь произвольую точку G, разлагаемъ по направленіямъ GB и GE, а затѣмъ силы Ch' и Be'—по направленіямъ ногъ и діагональнымъ тягамъ.

Конечно, сопротивленія ногъ будутъ равны и противоположны силамъ: $(Bd - Ee)$ и $(Ca - Fb)$.

Напряженія въ тягахъ: $Ei = Cn$ и $Bl = Fm$. Остается сила $(Ef - gF)$, которая вызываетъ напряженія въ ногахъ, легко вычисляемыя по формуламъ (48—51), или при помощи фиктивной силы, моментъ которой, взятый по отношенію къ какой нибудь изъ опоръ, равенъ $(Ef - gF) H_1$; сила, обусловливающая этотъ моментъ, приложена въ точкѣ пересѣченія ногъ BA и CD. Эту силу мы разлагаемъ по направленіямъ ногъ.

Въ панели BC и тягѣ EF напряженія удобно вычислить при помощи простыхъ формулъ (49). Впрочемъ, этимъ путемъ мы опредѣляемъ напряженія въ BC и EF только приблизительно, такъ какъ мы не ввели напряженій въ тягахъ, которыя играютъ нѣкоторую роль въ передачѣ горизонтальной силы. Въ разсматриваемомъ отношеніи часть фермы $FBCF$ статически неопредѣлима: или горизонтальныя или діагональныя тяги являются лишними. Если назовемъ горизонтальную силу $Ef - gF$ черезъ ρ, при чемъ $\rho = -\sigma_0$ (формула 49), напряженія въ тягахъ—черезъ s_1 и s_2, углы наклона ихъ къ горизонту—φ и ψ, то тогда для равновѣсія должны существовать уравненія (конечно, при отсутствіи горизонтальной связки):

$$s_1 \cos\varphi - s_2 \cos\psi + \rho = 0,$$

$$s_1 \sin\varphi + s_2 \sin\psi = 0,$$

откуда—

$$s_1 = -\rho \frac{\sin\psi}{\sin(\psi + \varphi)},$$

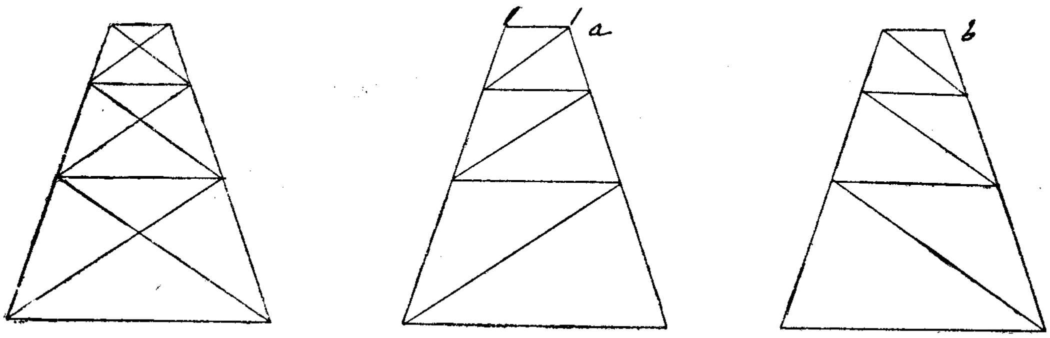
$$s_2 = -\rho \frac{\sin\varphi}{\sin(\psi - \varphi)}. \qquad (56)$$

Если почему-либо желательно имѣть выраженія напряженій въ функціи высотъ точекъ ихъ прикрѣпленія къ ногамъ, то можно воспользоваться зависимостью

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{H - H_1}{l + (H - H_1)\operatorname{tg}\eta} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg}\psi = \frac{H - H_1}{l + (H - H_1)\operatorname{tg}\xi}$$

Болѣе точный расчетъ получится, если мы разобьемъ ρ пополамъ, то есть—отнесемъ $\frac{1}{2}\rho$ на горизонтальныя тяги и $\frac{1}{2}\rho$ на наклонныя.

Часто примѣняемыя на практикѣ фермы, изображенныя на черт. 59, для приблизительнаго расчета приходится разбить на два случая: (черт. *a* и *b*).



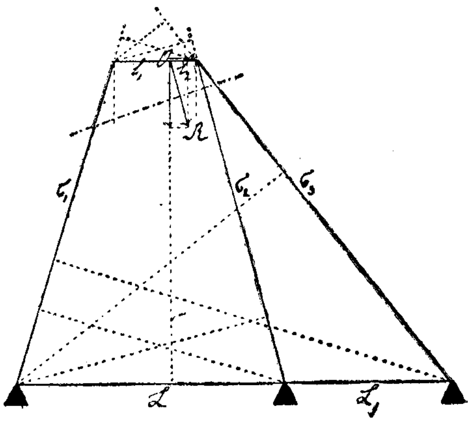
Черт. 59.

Если горизонтальныя тяги отсутствуютъ, то расчетъ очень простъ: стоитъ только столько разъ произвести разложеніе силъ по способу, указанному выше, на сколько поясовъ раздѣлена ферма.

Комбинированные призматически-пирамидальные нормальные копры.

Намъ остается еще разсмотрѣть основную плоскую ферму копровъ которые, строго говоря, не могутъ быть отнесены ни къ призматическимъ, ни къ пирамидальнымъ, а представляютъ комбинацію ихъ. Это копры, которые, пожалуй, можно назвать шестиножными; чертежи ихъ и описаніе приведены выше.

Схематическій чертежъ 60 представляетъ основную плоскую ферму этаго типа. Равнодѣйствующая Т приложена въ точкѣ *O*. Нижняя панель-лежень, обыкновенно отсутствуетъ; ноги упираются въ фундаменты. Предполагаемъ, что всѣ соединенія шарнирныя. Составимъ уравненія моментовъ активныхъ силъ и напряженій для всѣхъ узловъ. Для верхнихъ узловъ, въ предположеніи, что сила Т разложена на горизонтальную и вертикальную слагающую, уравненіе моментовъ будетъ:



Черт. 60.

1) $\sigma_2 l \cos \xi + \sigma_3 l \cos \zeta + \mathrm{T} l_1 \cos \varepsilon = 0,$

2) $\sigma_1 l \cos \eta + \mathrm{T} l_2 \cos \varepsilon = 0;$

для нижнихъ узловъ—

3) $\sigma_2 L \cos \xi + \sigma_3 (L + L_1) \cos \zeta + \mathrm{T} \cos \varepsilon (l_1 + H \operatorname{tg} \eta) + \mathrm{T} \sin \varepsilon H = 0,$

4) $\sigma_1 (L + L_1) \cos \eta - \sigma_2 L_1 \cos \xi - \mathrm{T} \cos \varepsilon (l_2 + H \operatorname{tg} \zeta) + \mathrm{T} \sin \varepsilon H = 0,$

5) $\sigma_1 L \cos \eta + \sigma_3 L_1 \cos \zeta - \mathrm{T} \cos \varepsilon (l_2 + H \operatorname{tg} \xi) + \mathrm{T} \sin \varepsilon H = 0.$

Кромѣ того, имѣемъ уравненія статическаго равновѣсія у опоръ:

6) $\sigma_1 \sin \eta - \sigma_2 \sin \xi - \sigma_3 \sin \zeta - \mathrm{T} \sin \varepsilon = 0,$

7) $\sigma_1 \cos \eta + \sigma_2 \cos \xi + \sigma_3 \cos \zeta + \mathrm{T} \cos \varepsilon = 0.$

Уравненій 1-го, 2-го, 6-го и 7-го вполнѣ достаточно для опредѣленія всѣхъ неизвѣстныхъ; полученные корни повѣряютъ уравненіе 3-тье, 4-ое и 5-ое; кромѣ того, уравненіе 1-е, сложенное съ уравненіемъ 2-мъ, даетъ намъ уравненіе 7-ое, такъ что на самомъ дѣлѣ у насъ только три уравненія съ тремя неизвѣстными. Изъ уравненія 2-го имѣемъ:

$$\sigma_1 = -T\frac{l_2\cos\varepsilon}{l\cos\eta}. \tag{57}$$

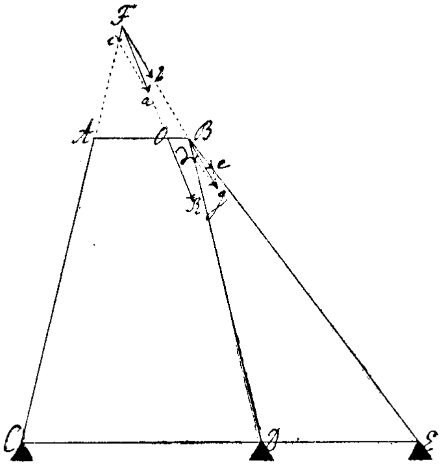
Если при помощи этого выраженія исключимъ σ_1 изъ уравненія 6-го, то оно приметъ видъ:

8) $+\sigma_2 l\sin\xi + \sigma_3 l\sin\zeta + T(l\sin\varepsilon + l_2\cos\varepsilon\operatorname{tg}\eta) = 0,$

которое совмѣстно съ уравненіемъ 1-мъ даетъ намъ возможность опредѣлить σ_2 и σ_3:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_2 &= -T\frac{l_1\cos\eta\sin(\zeta-\varepsilon) - l_2\cos\zeta\sin(\eta+\varepsilon)}{l\cos\eta\sin(\zeta-\xi)}\\ \sigma_3 &= -T\frac{-\cos\eta\sin(\xi-\varepsilon) + l_2\cos\xi\sin(\eta+\varepsilon)}{l\cos\eta\sin(\zeta-\xi)}.\end{aligned}\right\} \tag{58}$$

Для графическаго опредѣленія напряженій можно предложить слѣдующій простой методъ. Такъ какъ равнодѣйствующая напряженій, направленныхъ по DB и EB, должна пересѣкаться въ одной точкѣ съ напряженіемъ σ_1, направленнымъ по AC, и равнодѣйствующей T, то для того, чтобы найти направленіе равнодѣйствующей силъ σ_2 и σ_3, соединяемъ точку пересѣченія направленія ноги AC съ направленіемъ силы T, т. е. точку F съ B, тогда FB есть искомое направленіе. Въ точкѣ F предполагаемъ приложенной силу равную T и разлагаемъ ее по направленіямъ AF и BF; сила $-\sigma_1 = Fc$; $Fb = T_0$ есть равнодѣйствующая $-\sigma_2$ и $-\sigma_3$. Точку приложенія ея переносимъ въ B и разлагаемъ по направленіямъ DE и EB; тогда



Черт. 61.

$$-\sigma_2 = Bd \text{ и } -\sigma_3 = Be.$$

Для доказательства справедливости построенія разсмотримъ соотношеніе сторонъ и синусовъ угловъ въ треугольникѣ aFb; такъ какъ

$$\frac{\sigma_1}{\sin(\beta-\varepsilon)}=\frac{T_0}{\sin(\eta+\varepsilon)}=\frac{T}{\sin(\beta+\eta)},$$

то

$$\sigma_1=-T\frac{\sin(\beta-\varepsilon)}{\sin(\beta+\eta)}$$

и (59-а)

$$T_0=-T\frac{\sin(\eta+\varepsilon)}{\sin(\beta+\eta)},$$

изъ треугольника gBe получимъ:

$$\frac{T_0}{\sin(\zeta-\xi)}=\frac{\sigma_2}{\sin(\zeta-\beta)}=\frac{\sigma_3}{\sin(\beta-\xi)},$$

а слѣдовательно, подставляя вышеприведенное выраженіе для T_0, имѣемъ возможность написать:

$$\sigma_2=-T\frac{\sin(\eta+\varepsilon)}{\sin(\eta+\beta)}\cdot\frac{\sin(\zeta-\beta)}{\sin(\zeta-\xi)},$$

(59-б)

$$\sigma_3=-T\frac{\sin(\eta+\varepsilon)}{\sin(\eta+\beta)}\cdot\frac{\sin(\beta-\xi)}{\sin(\zeta-\xi)}.$$

Только что выведенныя выраженія напряженій удобны для логариѳмическихъ вычисленій; въ нихъ уголъ β пока еще неизвѣстенъ, и для опредѣленія его разсмотримъ треугольники AFO и AFB; изъ этихъ треугольниковъ имѣемъ:

$$\frac{AF}{\sin(90-\varepsilon)}=\frac{l_1}{\sin(\eta+\varepsilon)},$$

$$\frac{AF}{\sin(90-\beta)}=\frac{l}{\sin(\eta+\beta)}.$$

Исключивъ AF, мы получимъ уравненіе:

$$l\cos\beta\sin(\eta+\varepsilon)-l_1\cos\varepsilon\sin(\eta+\beta)=0,$$

изъ котораго находимъ:

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{l_2}{l_1}\operatorname{tg}\eta+\frac{l}{l_1}\operatorname{tg}\varepsilon.$$

Если въ выраженіяхъ (59*b*) развернемъ синусы суммъ и разностей угловъ съ β и напишемъ такъ:

$$\sigma_2 = -T\frac{\sin(\eta+\varepsilon)}{\sin(\zeta-\xi)}\cdot\frac{\sin\zeta-\cos\zeta\operatorname{tg}\beta}{\sin\eta+\cos\eta\operatorname{tg}\beta},$$

$$\sigma_3 = -T\frac{\sin(\eta-\varepsilon)}{\sin(\zeta-\xi)}\cdot\frac{\sin\xi+\cos\xi\operatorname{tg}\beta}{\sin\eta+\cos\eta\operatorname{tg}\beta},$$

то, замѣнивъ $\operatorname{tg}\beta$ приведеннымъ выше выраженіемъ, мы прійдемъ къ формулѣ (58); то же самое относится, конечно, и къ σ_1.

Копры этого типа строятся обыкновенно такъ, что $\eta = \xi$; чаще всего углы эти равны нулю, то есть ноги, поддерживающія шкивныя балки, вертикальны. Въ этомъ случаѣ выраженія для напряженій упрощаются:

$$\sigma_1 = -T\frac{l_2}{l}\cos\varepsilon$$

$$\sigma_2 = -T\frac{l_1\sin(\zeta-\varepsilon)-l_2\cos\zeta\sin\varepsilon}{l\sin(\zeta-\xi)} = -T\frac{l_1\sin\zeta\cos\varepsilon-l\cos\zeta\sin\varepsilon}{l\sin(\zeta-\xi)} \qquad (60)$$

$$\sigma_3 = -T\frac{l_1\sin(-\varepsilon)+l_2\sin\varepsilon}{l\sin(\zeta-\xi)} = -T\frac{\sin\varepsilon}{\sin(\zeta-\xi)}.$$

Всѣ усилія—сжимающія; σ_1—всегда сжимающее, какъ это видно изъ формулы (59*a*), а σ_2 и σ_3 до тѣхъ поръ, пока

$$l_1\cos\eta\sin(\zeta-\varepsilon)-l_2\cos\zeta\sin(\eta+\varepsilon) > 0,$$

$$-l_1\cos\eta\sin(\xi-\varepsilon)+l_2\cos\varepsilon\sin(\eta+\varepsilon) > 0.$$

Преобразуемъ эти неравенства въ нижеслѣдующія:

$$l_1\operatorname{tg}\zeta-l_2\operatorname{tg}\eta-l\operatorname{tg}\varepsilon > 0$$

$$-l_1\operatorname{tg}\xi+l_2\operatorname{tg}\eta+l\operatorname{tg}\varepsilon > 0$$

Второе неравенство соблюдено всегда при обыкновенныхъ конструкціяхъ, первое же надо имѣть въ виду при составленіи первоначальныхъ чертежей. Графически оно выражаетъ условіе при которомъ направленіе усилія T_0 (на нашемъ чертежѣ *FB*) не выходитъ изъ угла *DBE*.

Для опредѣленія напряженій, дѣйствующихъ въ верхней панели, приходится вертикальную слагающую силы T раздѣлить по узламъ, тогда ясно, что въ лѣвой части будетъ слѣдующее усиліе:

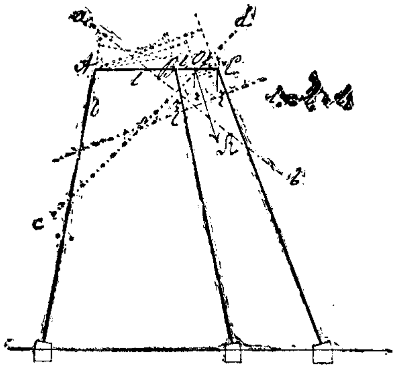
$$\sigma' = T\frac{l_2}{l}\operatorname{tg}\eta\cos\varepsilon \qquad (61a)$$

для правой же (по отношенію къ точкѣ приложенія равнодѣйствующей)

$$\sigma'' = T\left(\frac{l_2}{l}\operatorname{tg}\eta\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\right)\cdot \qquad (61b)$$

которая, равно какъ и лѣвая часть вертикальной силы, воспринимается узломъ и передается ногами опорамъ.

Иногда совѣтуютъ отодвигать подпорныя ноги, и въ этомъ случаѣ — точка приложенія активной силы T находится между B и C въ O. (черт. 62) Разсмотримъ этотъ случай. Пусть имѣются сѣченія ab и cd.



Черт. 62.

Для верхнихъ крайнихъ полюсовъ уравненія моментовъ будутъ:

1) $\sigma_2 l\cos\xi + \sigma_3(l+l_0)\cos\zeta + T(l+l)\cos\varepsilon = 0,$

2) $\sigma_1(l+l_0)\cos\eta + \sigma_2 l_0\cos\xi + T l_2\cos\varepsilon = 0;$

для нижнихъ крайнихъ—

3) $\sigma_2 L\cos\xi + \sigma_3(L+L_1)\cos\zeta + T\cos\varepsilon(l+l_1+H\operatorname{tg}\eta) + T\sin\varepsilon H = 0,$

4) $\sigma_1(L+L_1)\cos\eta + \sigma_2 L_1\cos\xi + T\cos\varepsilon(l_2+H\operatorname{tg}\zeta) - T\sin\varepsilon H = 0.$

Кромѣ того, можно было бы составить и уравненія моментовъ для среднихъ узловъ, но это безцѣльно, такъ какъ они будутъ тождественны съ получаемыми отъ исключенія σ_2 изъ 1-го со 2-мъ, или 3-го съ 4-мъ. Уравненія статическаго равновѣсія опорныхъ моментовъ будутъ—

5) $-\sigma_1\sin\eta + \sigma_2\sin\xi + \sigma_3\sin\zeta + T\sin\varepsilon = 0,$

6) $\sigma_1\cos\eta + \sigma_2\cos\xi + \sigma_3\cos\zeta + T\cos\varepsilon = 0;$

эти уравненія даютъ намъ возможность при опредѣленіи силъ избѣжать болѣе сложныхъ уравненій 3-го и 4-го и пользоваться только

1, 2 и 5, а 6-мъ—какъ вспомогательнымъ, тождественнымъ съ 1 и 2-мъ, или съ 3 и 4-мъ, разсматриваемыми совмѣстно. Итакъ, если исключимъ изъ уравненія 5-го и 6-го силу σ_1, то получимъ уравненіе—

$$7)\quad \sigma_2 \sin(\xi+\eta) + \sigma_3 \sin(\zeta+\eta) + \mathrm{T}\sin(\varepsilon+\eta) = 0,$$

изъ котораго при помощи уравненія 1-го находимъ:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_3 &= -\mathrm{T}\frac{-(l+l_1)\sin(\varepsilon-\xi)\cos\eta + l_1\sin(\varepsilon+\eta)\cos\xi}{l\sin(\xi-\zeta)\cos\eta + l_0\sin(\eta+\xi)\cos\zeta},\\ \sigma_2 &= -\mathrm{T}\frac{(l+l_1)\sin(\varepsilon-\zeta)\cos\eta + l_2\sin(\varepsilon+\eta)\cos\zeta}{l\sin(\xi-\zeta)\cos\eta + l_0\sin(\eta+\xi)\cos\zeta};\end{aligned}\right\} \quad (62)$$

σ_1 опредѣляемъ подстановкой найденныхъ выраженій въ уравненіе 6-е:

$$\sigma_1 = \mathrm{T}\frac{l_1\sin(\varepsilon-\zeta)\cos\xi + l_2\sin(\varepsilon-\xi)\cos\zeta}{l\sin(\xi-\zeta)\cos\eta + l_0\sin(\eta+\xi)\cos\zeta}. \quad (62a)$$

Такъ какъ всѣ эти напряженія должны быть вызваны сжимающими силами, то необходимо, чтобы имѣли мѣсто нижеуказанныя неравенства:

$$\left.\begin{aligned}-(l+l_1)(\varepsilon-\xi)\cos\eta + l_1\sin(\varepsilon+\eta)\cos\xi &> 0\\ (l+l)\sin(\varepsilon-\zeta)\cos\eta + l_2\sin(\varepsilon+\eta)\cos\zeta &\gtrless 0,\\ l_1\sin(\varepsilon-\zeta)\cos\xi + l_2(\varepsilon-\xi)\cos\zeta &\gtrless 0.\end{aligned}\right\} \quad (62b)$$

Легко однако доказать, что существованіе перваго неравенства часто исключаетъ возможность послѣдняго. Напишемъ ихъ такъ

$$(l+l_1)\cos\eta + l_2\frac{\sin(\varepsilon+\eta)}{\sin(\varepsilon-\zeta)}\cos\zeta \gtrless 0,$$

$$-(l+l_1)\cos\eta + l_1\frac{\sin(\varepsilon+\eta)}{\sin(\varepsilon-\xi)}\cos\xi \gtrless 0;$$

послѣ сложенія и сокращенія на $\sin(\varepsilon+\eta)$, которое, какъ положительная величина, не мѣняетъ знака неравенства, получимъ

$$\frac{l_1\cos\xi}{\sin(\varepsilon-\xi)} + \frac{l_2\cos\zeta}{\sin(\varepsilon-\zeta)} \gtrless 0;$$

если

$$\sin(\varepsilon - \xi) > 0 \text{ и } \sin(\varepsilon - \zeta) > 0,$$

то при наличности условія —

$$l \sin(\xi - \zeta) \cos \eta + l_0 \sin(\eta + l_0) \sin(\varepsilon - \xi) \cos \zeta > 0,$$

имѣемъ изъ предыдущаго —

$$l_1 \sin(\xi - \zeta) \cos \xi + l_2 \sin(\varepsilon - \xi) \cos \zeta \gtrless 0,$$

а значитъ въ заднихъ ногахъ будетъ имѣть мѣсто растяженіе.

Если переднія и среднія ноги поставлены вертикально, то выраженія для напряженій въ такихъ случаяхъ сильно упрощаются. Въ виду частаго примѣненія такой конструкціи, разсмотримъ этотъ случай отдѣльно. Положивъ —

$$\eta = \xi = 0,$$

найдемъ

$$\sigma_3 = -T \frac{\sin \varepsilon}{\sin \zeta},$$

$$\sigma_2 = T \frac{(l + l_1) \sin(\varepsilon - \zeta) + l_2 \sin \varepsilon \cos \zeta}{l \sin \zeta}, \tag{63}$$

$$\sigma_1 = -T \frac{l_1 \sin(\varepsilon - \zeta) + l_2 \cos \zeta \sin \varepsilon}{l \sin \zeta}$$

Для того, чтобы всѣ усилія были сжимающія, необходимо, чтобы

$$(l + l_1) \sin(\varepsilon - \zeta) l_2 \sin \varepsilon \cos \zeta < 0,$$

$$l_1 \sin(\varepsilon - \xi) + l_2 \cos \zeta \sin \varepsilon > 0;$$

это возможно, однако, только тогда, когда —

$$\varepsilon - \zeta < 0.$$

Строители стараются иногда подобрать ζ такъ, чтобы при Max T оно было

$$\zeta = \varepsilon.$$

Тогда:

$$\sigma_2 = T \frac{l_2}{l} \cos \zeta \text{ и } \sigma_1 = -T \frac{l_2}{l} \cos \zeta,$$

а слѣдовательно въ среднихъ ногахъ появится растяженіе. Конечно, незачѣмъ упоминать, что если балка ABC сплошная и всѣ вообще соединенія жесткія, то приведенныя нами разсужденія имѣютъ только приближенное значеніе. Впрочемъ это замѣчаніе относится ко всѣмъ вообще нашимъ разсужденіямъ.

Условныя неравенства (62b) послѣ преобразованія могутъ быть написаны такъ:

$$(l+l_0)\operatorname{tg}\xi + l_0\operatorname{tg}\eta - l\operatorname{tg}\zeta \gtrless 0,$$

а такъ какъ вообще чаще всего $\eta = \xi$, то—

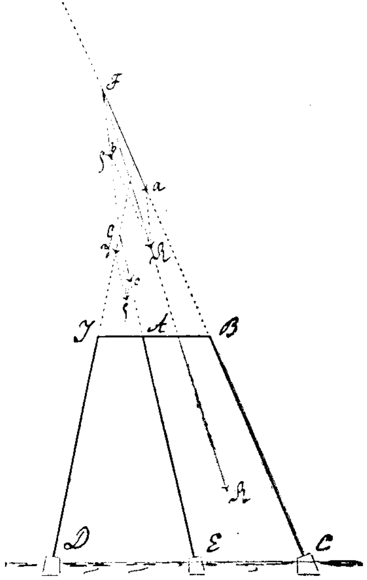
$$\left(1+2\frac{l_0}{l}\right)\operatorname{tg}\xi \gtrless \operatorname{tg}\zeta.$$

Такъ какъ, однако— $\zeta > \xi,$

что соблюдается во всѣхъ существующихъ конструкціяхъ, то первое неравенство нѣсколько ограничиваетъ возможность уменьшенія угла ξ. Вообще разсмотрѣніе выраженій напряженій даетъ намъ указаніе на то обстоятельство, что при подборѣ главныхъ размѣровъ проектируемаго копра этого типа надо поступать очень осмотрительно. Графически расчетъ можетъ быть произвенъ при помощи пріема, похожаго на приведенные выше. Мы продолжаемъ направленія силы T и ноги BC до встрѣчи ихъ въ F и затѣмъ точку F соединяемъ съ точкой G—пересѣченіемъ продолженій ногъ AE съ ID. Точку приложенія силы T переносимъ въ F и разлагаемъ по направленіямъ FC и FG. Отрѣзокъ Fa даетъ намъ силу, направленную по ногѣ BC, такъ что

$$\sigma_3 = -Fa$$

Отрѣзокъ $Fb = \rho$ даетъ намъ силу, воспринимаемую ногами EA и ID. Точку приложенія ея переносимъ въ G и разлагаемъ по направленіямъ EG и GD; отрѣзки Gc и Gd даютъ намъ силы, направленныя по этимъ ногамъ, такъ что:



Черт. 64.

$$\sigma_2 = -Gc \text{ и } \sigma_1 = -Gd.$$

Для доказательства сказаннаго назовемъ уголъ наклона FG къ вертикальной линіи черезъ δ и составимъ отношенія:

$$\frac{\sigma_3}{\sin(\varepsilon-\delta)}=\frac{\rho}{\sin(\zeta-\delta)}=\frac{\mathrm{T}}{\sin[180-(\zeta-\delta)]},$$

$$\frac{\sigma_1}{\sin(\xi-\delta)}=\frac{\sigma_2}{\sin(\eta+\delta)}=\frac{\rho}{\sin[180-(\eta+\xi)]};$$

отсюда легко получить, перемѣнивъ знакъ у Т:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_3&=-\mathrm{T}\frac{\sin(\varepsilon-\delta)}{\sin(\zeta-\delta)},\\ \sigma_2&=-\mathrm{T}\frac{\sin(\zeta-\varepsilon)}{\sin(\eta+\xi)}\cdot\frac{\sin(\eta+\delta)}{\sin(\zeta-\delta)},\\ \sigma_1&=-\mathrm{T}\frac{\sin(\zeta-\varepsilon)}{\sin(\eta+\xi)}\cdot\frac{\sin(\xi-\delta)}{\sin(\zeta-\delta)}.\end{aligned}\right\}\qquad(64)$$

Согласно чертежа

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{GM}{FM};$$

а такъ какъ $GM=NB-I_0B-OI$, а

$$MF=FN-GO,$$

то слѣдуетъ опредѣлить эти длины въ функціи извѣстныхъ.

И такъ $AF=BF\cos\zeta$, $NB=BF\sin\zeta$; для опредѣленія BF имѣемъ равенство:

$$\frac{BE}{\sin(90+\varepsilon)}=\frac{l_2}{\sin(\zeta-\varepsilon)};$$

въ виду этого —

$$AF=l_2\frac{\cos\zeta\cos\varepsilon}{\sin(\zeta-\varepsilon)},\quad NB=l_2\frac{\sin\eta\cos\varepsilon}{\sin(\zeta-\varepsilon)};$$

далѣе: $GO=IG\cos\xi$, $OD=IG\sin\xi$, при этомъ —

$$\frac{IG}{\sin(90-\eta)}=\frac{l}{\sin(\eta+\xi)},\text{ такъ что}$$

$$GO=l\frac{\cos\eta\cos\xi}{\sin(\eta+\xi)}\text{ и }OI=l\frac{\cos\eta\sin\xi}{\sin(\eta+\xi)}.$$

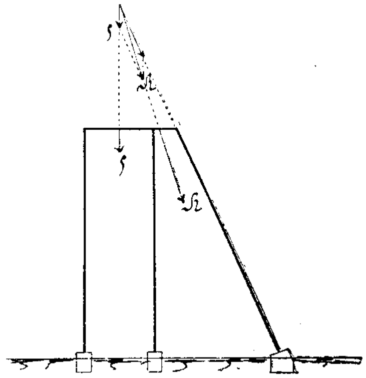
Окончательно имѣемъ:

$$\operatorname{tg}\delta = \left[l_2 \frac{\sin\zeta\cos\varepsilon}{\sin(\zeta-\varepsilon)} - l_0 - l\frac{\sin\xi\cos\eta}{\sin(\eta+\xi)}\right] : \left[l_2 \frac{\cos\zeta\cos\varepsilon}{\sin(\zeta-\varepsilon)} - l\,\frac{\cos\xi\cos\eta}{\sin(\eta+\xi)}\right].$$

Стоитъ преобразовать выраженіе для σ_1, σ_2 и σ_3, такъ чтобы въ нихъ входилъ $\operatorname{tg}\delta$ вмѣсто $\cos\delta$ и $\sin\delta$, что очень легко сдѣлать, и подставить найденное выше выраженіе, то мы получимъ формулы, тождественныя съ (62).

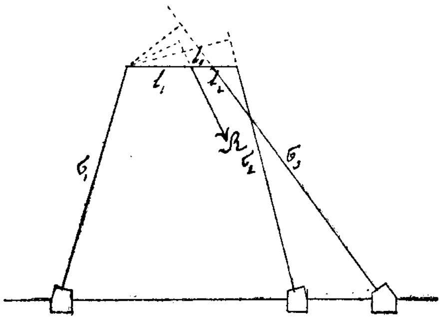
Приведенный графическій способъ даетъ намъ возможность подобрать размѣры копра такъ, чтобы всѣ напряженія въ ногахъ были вызваны сжимающими усиліями, а именно: точка пересѣченія направленія силы T съ ногой *BC* (собственно съ ея продолженіемъ) должна лежать между *F* и *e*, ибо только въ этомъ случаѣ направленіе *GF* будетъ внутри угла *EGD*. При всякомъ другомъ положеніи точки *F* оно выйдетъ наружу, и тогда среднія или переднія ноги будутъ подтвержены растяженію.

Если переднія и среднія ноги поставлены вертикально, то общій ходъ построенія остается тотъ же. Силу T въ точкѣ *F* (черт. 65) мы разлагаемъ по направленію наклонной ноги и вертикальному, которое, въ свою очередь, разлагаемъ на параллельныя ему направленія по ногамъ. Условіемъ сжатія надо считать то обстоятельство, чтобы *F* не выходила изъ пространства, ограниченнаго продолженіями вертикальныхъ ногъ.



Черт. 65.

Иногда встрѣчаются конструкціи, въ которыхъ наклонная нога подпираетъ шкивныя балки въ пространствѣ между средними ногами (черт. 66). Конечно, приведенная въ разсматриваемомъ чертежѣ схема разнится отъ дѣйствительныхъ сооруженій тѣмъ, что среднія и заднія ноги не лежатъ въ одной плоскости. Предположимъ, что въ точкѣ ихъ пересѣченія на чертежѣ нѣтъ никакого соединенія, такъ что ноги могутъ свободно скользить одна по другой. Для опредѣленія напряженій въ ногахъ составимъ уравненія моментовъ по отношенію къ верхнимъ крайнимъ узламъ. Согласно



Черт. 66.

обозначеніямъ, показаннымъ на чертежѣ, будемъ имѣть:

$$\sigma_2 l \cos\eta + \sigma_3 (l_1 + l_0) \cos\zeta + \mathrm{T}\, l_1 \cos\varepsilon = 0,$$

$$\sigma_1 l \cos\xi + \sigma_3 (l_2 - l_0) \cos\zeta + \mathrm{T}\, l_2 \cos\varepsilon = 0.$$

Уравненія статическаго равновѣсія опорныхъ сопротивленій будутъ:

$$\sigma_1 \cos\eta + \sigma_2 \cos\xi + \sigma_3 \cos\zeta + \mathrm{T} \cos\varepsilon = 0,$$

$$-\sigma_1 \sin\eta + \sigma_2 \sin\xi + \sigma_3 \sin\zeta + \mathrm{T} \sin\varepsilon = 0.$$

Первое изъ этихъ уравненій непосредственно слѣдуетъ изъ уравненія моментовъ силъ, такъ что у насъ имѣются только три уравненія. Для среднихъ узловъ, а также по отношенію къ опорамъ, мы уравненій моментовъ не составляемъ, такъ какъ онѣ не могутъ разниться отъ предыдущихъ. Уравненія статическаго равновѣсія послѣ исключенія σ_1 даютъ равенство—

$$\sigma_2 \sin(\xi + \eta) + \sigma_3 \sin(\zeta + \eta) + \mathrm{T} \sin(\varepsilon + \eta) = 0,$$

которое съ первымъ уравненіемъ моментовъ даетъ намъ возможность опредѣлить σ_2 и σ_3; послѣ же подстановки въ уравненія статическаго равновѣсія горизонтальныхъ силъ находимъ и σ_1. И такъ у насъ:

$$\sigma_3 = -\mathrm{T}\frac{l_1 \cos\varepsilon \sin(\xi + \eta) - l \cos\eta \sin(\varepsilon + \eta)}{(l_1 + l_0)\sin(\xi - \eta)\cos\zeta - l\cos\eta\sin(\zeta + \eta)},$$

$$\sigma_2 = \mathrm{T}\frac{l_1 \cos\varepsilon \sin(\zeta + \eta) - (l_1 + l_0)\cos\zeta \sin(\varepsilon + \eta)}{(l_1 + l_0)\sin(\xi + \eta)\cos\zeta - l\cos\eta\sin(\zeta + \eta)}; \qquad (66)$$

$$\sigma_1 = \mathrm{T}\frac{l_1 \cos\varepsilon \sin(\xi - \zeta) + (l_1 + l_0)\cos\zeta \sin(\varepsilon - \xi) + l\cos\eta\sin(\zeta - \varepsilon)}{(l_1 + l_0)\sin(\xi + \eta)\cos\zeta - l\cos\eta\sin(\zeta + \eta)}.$$

Чаще всего стараются подводить подпорныя ноги подъ точку приложенія активной силы; если къ тому же ноги поставлены вертикально, то

$$\eta = \xi = 0 \text{ и } l_0 = 0,$$

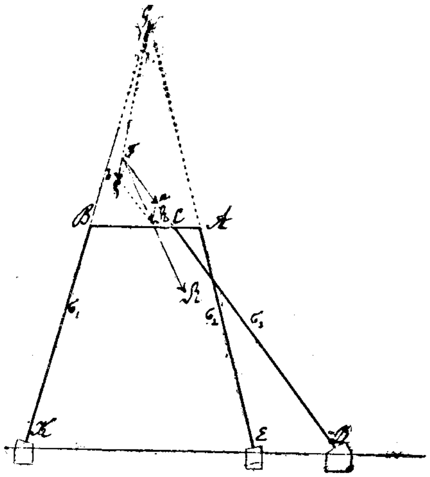
и тогда—

$$\sigma_1 = -\mathrm{T}\frac{l_2 \sin(\zeta - \varepsilon)}{\sin\zeta},$$

$$\sigma_2 = -\mathrm{T}\frac{l_1 \sin(\zeta - \varepsilon)}{l \sin\zeta}, \qquad (67)$$

$$\sigma_3 = -\mathrm{T}\frac{\sin\varepsilon}{\sin\zeta}.$$

Графическій способъ опредѣленія силъ, дѣйствующихъ вдоль ногъ, можно предложить слѣдующій.



Черт. 67.

Направленіе силы T продолжаемъ до пересѣченія съ продолженіемъ подпорной ноги *CD* въ *F*; точку приложенія ея переносимъ въ *F* и разлагаемъ T на силы, направленныя по *FD* и *FG*, то есть—по направленію ноги и прямой, соединяющей *F* съ точкой пересѣченія продолженій передней и средней ноги. Точку приложенія силы $Fb = \rho$ переносимъ въ *G* и разлагаемъ ее на двѣ силы, направленныя по *KG* и *EG*. Силы, сжимающія ноги, будутъ даны отрѣзками *Fa*, *Gc*, *Gd*, а именно:

$$\sigma_3 = -Fa, \sigma_2 = -Gc \text{ и } \sigma_1 = -Gd.$$

Условіе для сжатія во всѣхъ ногахъ то, чтобы точка *F* не очутилась внѣ угла *AGB*. Доказательство справедливости указаннаго построенія ничѣмъ не отличается отъ приведенныхъ выше. Изъ параллелограммовъ силъ получаются равенства:

$$\frac{\rho}{\sin(\xi-\varepsilon)} = \frac{\sigma_3}{\sin(\varepsilon+\beta)} = \frac{\mathrm{T}}{\sin(\zeta+\beta)},$$

$$\frac{\sigma_2}{\sin(\eta-\beta)} = \frac{\rho}{\sin(\eta+\xi)} = \frac{\sigma_1}{\sin(\xi+\beta)},$$

откуда:

$$\sigma_3 = -\mathrm{T}\frac{\sin(\zeta-\varepsilon)}{\sin(\zeta+\beta)},$$

$$\sigma_2 = -\mathrm{T}\frac{\sin(\zeta-\varepsilon)}{\sin(\eta+\xi)}\cdot\frac{\sin(\eta-\beta)}{\sin(\zeta+\beta)}, \tag{68}$$

$$\sigma_1 = -\mathrm{T}\frac{\sin(\zeta-\varepsilon)}{\sin(\eta+\xi)}\cdot\frac{\sin(\xi-\beta)}{\sin(\zeta+\beta)}.$$

Формулы эти удобны для логариѳмированія; величина угла β можетъ быть опредѣлена изъ формулы:

$$\operatorname{tg}\beta = \left[\frac{l_0 \cos\zeta \sin\varepsilon}{\sin(\zeta-\varepsilon)} + l_2 - l\,\frac{\cos\eta\sin\xi}{\sin(\eta+\xi)}\right] : \left[\frac{l\cos\eta\cos\xi}{\sin(\eta+\xi)} - l_0\,\frac{\cos\zeta\cos\varepsilon}{\sin(\zeta-\varepsilon)}\right].$$

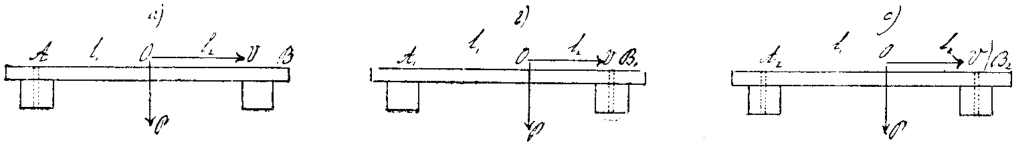
Конечно, формулы (68) можно привести къ виду уравненій (66).

О верхней части копровъ.

Очень часто для пирамидальныхъ копровъ, а также и для призматическихъ, примѣняется слѣдующая конструкція верхней части.

Верхнія части какъ переднихъ, такъ и заднихъ ногъ покрываются балками, которыя, въ свою очередь, соединены продольными балками. На поперечныхъ балкахъ помѣщаются шкивныя балки, параллельно соединительнымъ (черт. 16). Передача силъ отъ осей шкивовъ ногамъ происходитъ посредствомъ поперечныхъ балокъ, въ виду чего намъ приходится въ первую очередь разсмотрѣть распредѣленіе силъ. Вопросъ о передачѣ вертикальныхъ давленій поперечнымъ балкамъ былъ разсмотрѣнъ нами раньше, а именно—при разсмотрѣніи балочнаго станка башенныхъ сооруженій; настоящій случай ничѣмъ отъ того не отличается, и поэтому мы можемъ пользоваться формулами (29).

Что же касается горизонтальныхъ силъ, то здѣсь мы можемъ отличить слѣдующіе два случая: 1) если оба конца шкивной балки неподвижно прикрѣплены къ поперечнымъ и 2) если одинъ изъ концовъ можетъ скользить по нимъ. Въ этомъ второмъ случаѣ все горизонтальное усиліе передается закрѣпленному концу, или, точнѣе,—все горизонтальное усиліе минусъ сила, возбуждаемая треніемъ отъ вертикальнаго давленія на свободномъ концѣ.



Черт. 68.

На черт. 68 (*a*) конецъ A закрѣпленъ, часть балки AO вытянута и воспринимаетъ горизонтальное натяженіе U', а конецъ B—силу U''

$$U' = U - Pf\frac{l_1}{l} \text{ и } U'' = Pf\frac{l_1}{l}$$

Въ случаѣ b, закрѣпленный конецъ B подвергается давленію U'', а конецъ $A - U'$:

$$U'' = U - Pf\frac{l_2}{l} \text{ и } U' = Pf\frac{l_2}{l}; \text{ часть } O_1 B_1 \text{ сжата.}$$

Въ случаѣ c, часть балки $A_2 O_2$ вытянута, часть $O_2 B_2$—сжата; для опредѣленія U' и U'' необходимо разсмотрѣть деформаціи. Если черезъ i_1 и i_2 обозначимъ соотвѣтственныя растяженія и сжатія, приходящіяся на единицу площади, черезъ E_1 и E_2—модули упругости и, наконецъ, черезъ ω—поперечное сѣченіе балки, то будемъ имѣть:

$$U' = E_1 \omega i_1 \text{ и } U'' = E_2 \omega i_2.$$

Общее же сокращеніе длины или удлиненіе балки можетъ быть выражено черезъ—

$$\Delta l = l_2 i_2 - l_1 i_1.$$

Но такъ какъ наши поперечныя балки по бокамъ связаны, а кромѣ того имѣется еще и сопротивленіе ногъ, то въ дѣйствительности Δl мало.

Предположимъ, что $\Delta l = 0$;

это мы вправѣ сдѣлать—въ виду основного положенія о геометрической неизмѣняемости формы копра. Кромѣ того, такъ какъ

$$U = U' + U'',$$

то легко найти, что

$$\begin{aligned} U' &= \frac{E_1 l_2}{E_1 l_2 + E_2 l_1} U, \\ U'' &- \frac{E_2 l_1}{E_2 l_1 + E_1 l_2} U. \end{aligned} \tag{69}$$

Горизонтальныя силы, воспринимаемыя узлами, вычислить послѣ сказаннаго очень легко. Обозначимъ разстояніе осей шкивовъ отъ крайнихъ связывающихъ балокъ черезъ λ, а разстояніе между шкивами черезъ λ_1, (черт. 16). Если соотвѣтственныя горизонтальныя силы будутъ U_1'' и U_2'', то, обозначивъ черезъ U_B и U_C противодѣйствующія силы въ узлахъ, будемъ имѣть моменты:

$$U_1''(\lambda + \lambda_1) + U_2''\lambda - U_B(2\lambda + \lambda_1) = 0,$$

$$U_2''(\lambda+\lambda_1)+U_1''\lambda-U_c(2\lambda+\lambda_1)=0,$$

откуда:

$$U_B=\frac{U_1''(\lambda+\lambda_1)+U_2''\lambda}{2\lambda+\lambda_1},$$

$$U_C=\frac{U_2''(\lambda+\lambda_1)+U_1''\lambda}{2\lambda+\lambda_1}. \qquad (70)$$

Мы взяли самый простой примѣръ; но ясно, что и для болѣе сложнаго соотношенія между разстояніями способъ расчета будетъ тотъ же.

Расчетъ надшахтныхъ копровъ.

Намъ остается теперь примѣнить свѣдѣнія, собранныя въ предыдущихъ главахъ, къ расчету типическихъ конструкцій. Мы ограничимся всего нѣсколькими примѣрами деревянныхъ и желѣзныхъ копровъ.

Расчетъ производится первоначально по схематическому упрощенному чертежу, причемъ вѣсъ частей сооруженія принимается приблизительно, сообразуясь съ существующими устройствами. Если впослѣдствіи оказывается, что проектируемыя детали получили размѣры, отличающіеся значительно отъ первоначально принятыхъ, то приходится вводить поправки. Въ случаѣ отсутствія подходящихъ практическихъ данныхъ, первоначальный расчетъ можно произвести, не принимая во вниманіе вѣса сооруженія и ввести его во вторичный окончательный расчетъ на основаніи размѣровъ, полученныхъ первоначальнымъ расчетомъ. Графическіе методы можно рекомендовать какъ для первоначальной распланировки сооруженія, такъ и для повѣрки числовыхъ результатовъ расчета. Отдѣльныя фермы можно, конечно, разсчитывать по общепринятымъ графическимъ способамъ.

Расчетъ желѣзныхъ и деревянныхъ копровъ вообще мало отличается другъ отъ друга. Разница заключается лишь въ томъ, что при небольшихъ дерявянныхъ сооруженіяхъ возможны нѣкоторыя упрощенія: очень часто, напримѣръ, не принимаютъ во вниманіе давленія вѣтра и боковыхъ опрокидывающихъ усилій, чего нельзя допускать при солидныхъ желѣзныхъ копрахъ. Кромѣ того желѣзныя конструкціи гораздо сложнѣе, и передача давленій ногамъ и опорамъ не такъ проста, какъ при деревянныхъ копрахъ; наконецъ—здѣсь незачѣмъ избѣгать частей, подверженныхъ растяженію.

Въ настоящее время строятъ въ большинствѣ случаевъ желѣзные копры, принадлежащіе къ типу призматическихъ, съ задними—наклонными и передними—вертикальными ногами, такъ называемые двуножные копры, и комбинированные, призматическо-пирамидальные—съ вертикальными ногами. Для полноты изложенія мы разсмотримъ и болѣе старые типы копровъ.

Для перехода отъ выраженій, выведенныхъ въ главѣ „Теорія надшахтныхъ копровъ“, къ примѣняемымъ для вычисленій, примемъ:

$$
\begin{aligned}
\Pi &= T\cos\varepsilon = R\cos\frac{\alpha}{2} + G_0 + p_0 = P + G_0 + p_0,\\
\Omega &= T\sin\varepsilon = R\sin\frac{\alpha}{2} + v_0 = U + v_0.
\end{aligned}
\tag{71}
$$

Въ этихъ формулахъ T обозначаетъ равнодѣйствующую всѣхъ силъ, приложенныхъ къ копру, послѣ перенесенія точки приложенія ихъ на ось шкива, какъ это мы видѣли выше; уголъ ε—наклонъ ея къ вертикали, какъ въ главѣ III-й. R—равнодѣйствующая натяженій каната, $\frac{\alpha}{2}$—ея наклонъ къ вертикали, какъ въ главѣ I-й; точно также такія же значенія имѣютъ P и U. Наконецъ G_0—вѣсъ сооруженія, приложенный къ оси шкива, p_0 вертикальная, а v_0—горизонтальная слагающія давленія вѣтра, отнесенныя къ той же точкѣ. Изъ формулы (71) слѣдуетъ, что

$$
\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\Omega}{\Pi} = \frac{U + v_0}{P + G_0 + p_0}. \tag{72}
$$

Само собой разумѣется, что для Max П и Max Ω мы будемъ имѣть выраженія:

$$
\begin{aligned}
\text{Max}\,\Pi &= \text{Max}\,P + G_0 + p_0,\\
\text{Max}\,\Omega &= \text{Max}\,U + v_0,
\end{aligned}
$$

въ которыхъ Max P и Max U опредѣляются согласно равенствамъ (25) и (26). Развернемъ выраженія (37) и (38) и подставимъ въ нихъ наши новыя обозначенія; тогда призматическіе копры, въ которыхъ сила T остается въ пространствѣ между ногами, подвергаются только сжатію; силы, направленныя въ плоскостяхъ этихъ ногъ параллельно осевой плоскости копра, будутъ:

$$
\begin{aligned}
t_1 &= -\sigma_1 = \frac{\Pi\sin\xi - \Omega\cos\xi}{\sin(\xi + \eta)},\\
t_2 &= -\sigma_2 = \frac{\Pi\sin\eta + \Omega\cos\eta}{\sin(\xi + \eta)}.
\end{aligned}
\tag{73}
$$

Въ этомъ случаѣ t_1 и t_2 обозначаютъ не напряженія, а силы, на которыя разложена T.

Если равнодѣйствующая проходитъ съ внѣшней стороны переднихъ ногъ, то

$$t_1 = -\sigma_1 = -\frac{\Pi \sin\xi + \Omega\cos\xi}{\sin(\eta - \xi)},$$
$$t_2 = -\sigma_2 = \frac{\Pi\sin\eta - \Omega\cos\eta}{\sin(\eta - \xi)}, \qquad (74)$$

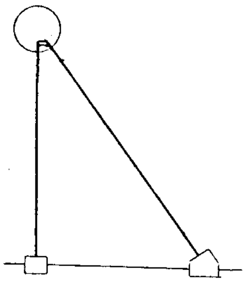
и при томъ обѣ ноги лежатъ влѣво отъ вертикали. Формулы (73) для случая, когда заднія ноги вертикальны, принимаютъ болѣе простой видъ, а именно, положивъ $\xi = 0$, найдемъ:

$$t_1 = -\frac{\Omega}{\sin\eta},$$
$$t_2 = \Pi - \frac{\Omega}{\operatorname{tg}\eta}; \qquad (75)$$

и наоборотъ, когда переднія ноги вертикальны, то положивъ $\eta = 0$, найдемъ:

$$t_1 = \Pi - \frac{\Omega}{\operatorname{tg}\xi},$$
$$t_2 = \frac{\Omega}{\sin\xi}. \qquad (76)$$

Этими послѣдними формулами намъ придется воспользоваться для расчета англійскаго трехножнаго копра, похожаго на коперъ, изображенный на черт. 26. Коперъ этого типа, въ которомъ шкивныя балки помѣщены горизонтально по направленію оси всего сооруженія, долженъ быть построенъ такъ, чтобы продолженія плоскостей переднихъ вертикальныхъ ногъ и заднихъ наклонныхъ пересѣкались по прямой, совпадающей съ осью шкивовъ. Если это условіе не соблюдено, и верхняя часть копра представляетъ изъ себя положенныя горизонтально другъ на друга балки, какъ показано на черт. 16, то хотя такой коперъ и нельзя, строго говоря, назвать пирамидальнымъ, такъ какъ ноги его при продолженіи не пересѣкаются въ одной точкѣ, но тѣмъ не менѣе расчетъ его тождественъ съ расчетомъ пирамидальныхъ копровъ, и потому мы не будемъ разсматривать его особо. Трехножный англійскій коперъ схематически представленъ на черт. 69 и 70 (стр. 92). Согласно теоріи, вертикальныя силы воспринимаются вертикальными ногами, горизонтальныя же разлагаются на обратныя первымъ вертикальныя и силы, дѣйствующія въ плоскости наклонныхъ ногъ. Величины тѣхъ и другихъ силъ даны формулой (76) Ясно, что



Черт. 69.

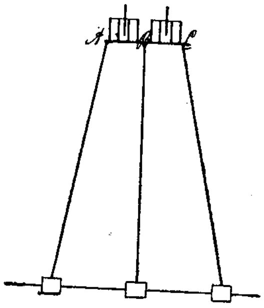
$$\operatorname{Max} t = \operatorname{Max} \Pi - \frac{\Omega}{\operatorname{tg} \xi},$$

$$\operatorname{Max} t_1 = \frac{\operatorname{Max} \Omega}{\sin \xi};$$

и такъ какъ Max П соотвѣтствуетъ. Max P, то значитъ вертикальныя стойки надо разсчитывать на вертикальное давленіе, являющееся при разрывѣ нижняго каната, и соотвѣтствующую этому случаю горизонтальную силу U по формулѣ (26), наклонныя же стойки—на горизонтальную силу при разрывѣ верхняго каната.

Разсмотримъ теперь переднія и заднія ноги въ отдѣльности. Ферма наклонныхъ ногъ представлена схематически на черт. 70; въ плоскости ея, при нормальномъ подъемѣ, дѣйствуютъ силы t_2' и t_2'', параллельныя оси этой фермы; величина ихъ постоянно мѣняется такъ, что

$$t_2' \gtrless t_2''.$$



Черт. 70.

Силы эти при посредствѣ балки ABC передаются ногамъ. Расчетъ этой балки производится главнымъ образомъ на изгибъ, при томъ для простоты обыкновенно принимается, что она состоитъ изъ двухъ отдѣльныхъ частей AB и CB. Итакъ, крайнія стойки должны противодѣйствовать силамъ $\frac{1}{2} t_2'$ и $\frac{1}{2} t_2''$, средняя же—силѣ $\frac{1}{2}(t_2' + t_2'')$; такъ какъ крайнія стойки наклонены подъ нѣкоторымъ угломъ α къ оси фермы, то сжимающія ихъ усилія равны:

$$t_2' \frac{1}{2 \cos \alpha} \text{ и } t_2'' \frac{1}{2 \cos \alpha}.$$

Горизонтальныя же балки AC и CB сжимаются силами—

$$t_2' \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} \text{ и } t_2'' \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2}.$$

Такъ какъ Max t_2 возникаетъ при разрывѣ верхняго каната у шкивовъ, то, слѣдовательно, стойку, соотвѣтствующую этому шкиву, слѣдовало бы дѣлать крѣпче другой, но такого рода экономія матеріала врядъ-ли умѣстна; притомъ нельзя пріурочивать разъ на всегда данный шкивъ къ нижнему или верхнему канату, и потому сила, сжимающая крайнія стойки, находится по формулѣ:

$$s_1 = \operatorname{Max} t_2' \frac{1}{2 \cos \alpha},$$

средняя же стойка разсчитывается на силу—

$$s_2 = \frac{1}{2} (\operatorname{Max} t_2' + t_2'').$$

t_2'' находится по формулѣ (76) для случая наибольшей нормальной нагрузки шкива нижняго каната, то есть—при положеніи груженой клѣти въ низшей точкѣ шахты. Поперечную балку ABC повѣряютъ на сжатіе отъ силы—

$$s = \operatorname{Max} t_2' \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2}.$$

Такъ какъ отъ силы—

$$s_0 = (\operatorname{Max} t_2' - t_2'') \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2}$$

возможно перекашиваніе, то заднія ноги связываютъ между собою діагональными тягами. Напряженія, возникающія отъ силы s_0 во всей фермѣ, можно было бы точно разсчитать при помощи формулъ (48) главы III-й, но обыкновенно, въ виду громаднаго запаса прочности, не вносятъ въ разсчетъ соотвѣтствующихъ поправокъ; точно также не принимаютъ во вниманіе давленіе вѣтра.

Разсчетъ фермы, составляемой вертикальными ногами, сходенъ съ только что приведеннымъ; онъ отличается только тѣмъ, что предполагается разрывъ нижняго каната у шкивовъ и полная нагрузка верхняго. Если ноги поставлены вертикально, $\frac{\alpha}{2} = 0$ и ихъ двѣ, а не три, то сжатіе каждой изъ нихъ опредѣлится силой:

$$s_1' = \operatorname{Max} t_1''.$$

Намъ остается еще опредѣлить Π и Ω для даннаго копра. Такъ какъ мы пренебрегаемъ при небольшихъ деревянныхъ сооруженіяхъ давленіемъ вѣтра, то для даннаго случая остается только указать значеніе—

$$G_0 = G + \frac{1}{4}(G_1 + G_2),$$

гдѣ G есть вѣсъ шкива и половины балокъ, покрывающихъ верхнюю часть копра, G_1—вѣсь вертикальной, G_2—наклонной фермы. Половину вѣса каждой изъ нихъ мы относимъ къ верхнему узлу, а вторую половину—на опоры; итакъ—на каждую ось шкива приходится четвертая часть всего вѣса. Такъ какъ нижнія части ногъ несутъ полный вѣсъ фермы, то, въ виду сказаннаго, сжимающія ихъ усилія нѣсколько больше, чѣмъ указываемыя формулами, и потому намъ приходится ввести поправки на эту вторую половину вѣса, и тогда усиліе, сжимающее наклонныя ноги внизу, опредѣлится формулой:

$$S_1 = s_1 + \frac{1}{8}\frac{G_2}{\cos\xi},$$

усиліе же, приходящееся на среднія части ногъ будетъ—

$$S_2 = s_2 + \frac{1}{4}\frac{G_2}{\cos\xi}.$$

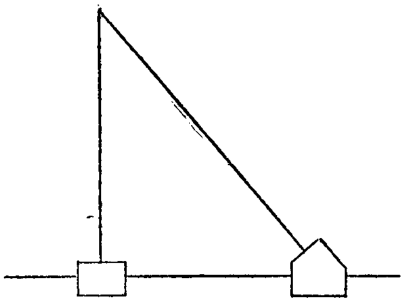
Собственно, уклонъ наклонныхъ крайнихъ ногъ нѣсколько разнится отъ угла ξ но, въ виду того, что мы допускаемъ цѣлый рядъ упрощеній въ приведенномъ нами расчетѣ, находимъ возможнымъ считать этотъ уголъ $= \xi$. Вертикальныя ноги (если ихъ двѣ) будутъ сжаты внизу силой—

$$S_1' = s_1' + \frac{1}{4}G_1.$$

Что касается опорныхъ сопротивленій, то ясно, что величины ихъ должны быть равны и противоположны S_1, S_2, S_1', и каменные устои должны разсчитываться по нимъ. Если имѣются деревянные лежни, въ которые упираются ноги, то разсчитывать ихъ приходится согласно способу закрѣпленія; напримѣръ,—на растяженіе и скалываніе, если закрѣплена часть у вертикальной стойки; усилія, вызывающія эти напряженія, понятно, равны тогда:

$$S_1 \sin\xi \text{ или } S_2 \sin\xi.$$

Разсмотримъ теперь англійскій деревянный двуножный коперъ, (черт. 25). Точка приложенія силъ R_1 и R_2 лежитъ нѣсколько въ сторонѣ отъ наклонныхъ ногъ; если мы перенесемъ ее перпендикулярно къ ногѣ на ея ось, то тогда у насъ явится моментъ Re; здѣсь e—разстояніе оси шкива отъ оси ноги. Этотъ моментъ старается свернуть подшипникъ или часть ноги въ плоскости соприкосновенія ея съ подшипникомъ. Такъ какъ e мало то мы пренебрегаемъ этимъ моментомъ, хотя намъ приходится оговориться, что онъ является вообще нежелательнымъ, и потому конструктивнѣе помѣщать оси шкивовъ въ плоскости осей ногъ; конечно—въ тѣхъ случаяхъ, когда это не связано съ большими неудобствами.



Черт. 71.

Итакъ, для расчета копра мы будемъ предполагать, что точка приложенія силы находится въ осевой плоскости наклонныхъ ногъ. Для опредѣленія силъ въ плоскостяхъ переднихъ и заднихъ ногъ, на которыя разлагается эта сила, воспользуемся формулой (43), предположивъ въ нихъ $T_1 = 0$, такъ что

$$T_2 \sin \varepsilon_2 = \Omega \text{ и } T_2 \cos \varepsilon_2 = \Pi,$$

и тогда:

$$\begin{aligned} t_1 &= -\sigma_1 = \frac{H_1}{H}\,\frac{\Pi \sin \xi - \Omega \cos \xi}{\sin(\eta + \xi)}, \\ t_2 &= -\sigma_2 = -\frac{H_1}{H}\,\frac{\Pi \sin \xi - \Omega \cos \xi}{\sin(\eta + \xi)} \cdot \frac{\cos \eta}{\cos \xi} + \frac{\Pi}{\cos \xi}. \end{aligned} \tag{78}$$

Для нашего случая эти выраженія еще упрощаются въ виду того, что $\eta = 0$; поэтому—

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{H_1}{H}\left(\Pi - \frac{\Omega}{\operatorname{tg} \xi}\right), \\ t_2 &= \left(1 - \frac{H_1}{H}\right)\frac{\Pi}{\cos \xi} - \frac{\Omega}{\sin \xi}; \end{aligned} \tag{79}$$

формулами (78) и (79) можно пользоваться также для точнаго опредѣленія силъ, направленныхъ параллельно осямъ фермъ и вызываемыхъ давленіемъ вѣтра и вѣсомъ фермъ. Для даннаго примѣра мы произведемъ однако расчетъ напряженій, вызываемыхъ вѣсомъ, по способу, принятому въ первомъ расчетѣ; такъ что если G_0 имѣетъ то же значеніе, что и раньше, но безъ вѣса шкивовъ и шкивныхъ балокъ, то полная слагающая въ вертикальной фермѣ будетъ для нашего случая:

$$t_1 = t_0 + G_0.$$

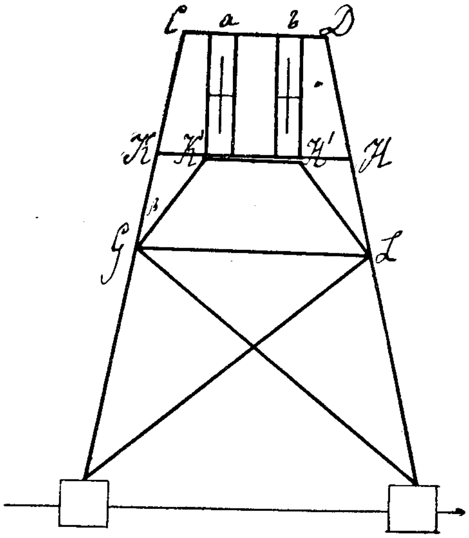
Вертикальная ферма воспринимаетъ наибольшее напряженіе при разрывѣ нижняго каната; это напряженіе выражается формулой:

$$\mathrm{Max}\, t_1 = G_0 + \frac{H_1}{H}\left(\mathrm{Max}\,\Pi - \frac{\Omega}{\mathrm{tg}\,\xi}\right),$$

наклонная же — при разрывѣ верхняго. Величина напряженія опредѣляется равенствомъ:

$$\mathrm{Max}\, t_2 = \left(1 = \frac{H_1}{H}\right)\frac{\Pi}{\cos\xi} - \frac{\mathrm{Max}\,\Omega}{\sin\xi}.$$

Намъ остается теперь разсмотрѣть обѣ фермы въ отдѣльности. Въ наклонной фермѣ (см. схему черт. 72) къ осямъ шкивовъ приложены силы Π_1, Π_2 и Ω_1, Ω_2. Эти силы могутъ быть разложены на нормальныя и параллельныя къ шкивнымъ балкамъ; при этомъ—



Черт. 72

$$N = \Pi \sin\xi - \Omega \cos\xi,$$

$$T = \Pi \cos\xi + \Omega \sin\xi.$$

Итакъ, каждую шкивную балку приходится разсчитывать на изгибъ по формулѣ:

$$\mathrm{Max}\, N = \frac{1}{2}\,(\mathrm{Max}.\, \Pi \sin\xi - \Omega\,\xi),$$

ибо шкивы расположены по серединѣ промежутка между балками. Понятно, что всѣ балки дѣлаются одинаковой толщины.

Горизонтальная поперечная балка CD воспринимаетъ половину нормальныхъ давленій на шкивныя балки, а также часть продольнаго давленія на нихъ. Отъ разложенія нормальнаго и продольнаго давленія окончательно получаются силы t_1 и t_2, которыя мы опредѣлили выше. Такъ какъ первоначальныя силы приложены у шкивовъ, то силу t мы можемъ считать приложенной въ той же точкѣ, а слѣдовательно, части ея, воспринимаемыя балками CD и KH, опредѣлятся по формуламъ (69). Въ виду того, что шкивы помѣщаются приблизительно по серединѣ балокъ, мы можемъ принять, что половина силъ передается балкѣ CD, а вторая половина балкѣ KH. Въ виду того, что для желѣза модуль упругости при сжатіи мало отличается отъ модуля упругости при растяженіи, такое предположеніе будетъ довольно близко къ дѣйствительности для желѣзныхъ копровъ. Оно допустимо и для небольшихъ деревянныхъ копровъ, такъ какъ въ этомъ случаѣ погрѣшности разсчета могутъ безъ вреда для сооруженія быть нѣсколько большими. Если разстояніе $Ca = bD$ обозначимъ черезъ l_1, а ab черезъ l_2, то тогда давленія въ узлахъ C и D опредѣлятся выраженіями:

давленіе въ узлѣ $D = \dfrac{l_1 t_2' + (l_1 + l_2) t_2''}{2(2l_1 + l_2)}$,

" " " $C = \dfrac{l_1 t_2'' + (l_1 + l_2) t_2'}{2(2l_1 + l_2)}$.

Если наклонъ ногъ къ оси разсматриваемой фермы назовемъ черезъ α, то силы передаваемыя ногамъ, будутъ.

$$s_2 = \frac{l_1 t_2' + (l_1 + l_2) t_2''}{2(2l_1 + l_2)\cos\alpha},$$

$$s_1 = \frac{l_1 t_2'' + (l_1 + l_2) t_2'}{2(2l_1 + l_2)\cos\alpha}.$$

Если уклонъ подкосовъ LK' и $K'G$ къ оси фермы данъ угломъ β, то силы, воспринимаемыя ими будутъ:

$$t_2' \frac{1}{2\cos\beta} \text{ и } t_2'' \frac{1}{2\cos\beta}.$$

Эти силы передаются ногамъ и діагональнымъ тягамъ; но, такъ какъ для того, чтобы имѣть свободный проходъ въ нижней части копра, часто предпочитаютъ примѣнять горизонтальную связку, то, разложивъ давленіе отъ подкосовъ по направленіямъ ноги и горизонтальному, получимъ изъ параллелограмма силъ:

$$s_1 = t_2' \frac{1}{2\cos\alpha} \text{ и } s_2'' = t''_2 \frac{1}{2\cos\alpha}.$$

Въ горизонтальной связкѣ силы, вызывающія растяженіе, будутъ:

$$t_2' \frac{\sin(\beta-\alpha)}{2\cos\alpha\cos\beta} \text{ и } t_2'' \frac{\sin(\beta-\alpha)}{2\cos\alpha\cos\beta};$$

ригель $H'K'$ сжимается силами:

$$t_2' \frac{\operatorname{tg}\beta}{2} \text{ и } t_2'' \frac{\operatorname{tg}\beta}{2},$$

а верхняя балка—силами:

$$\frac{l_1 t_2' + (l_1+l_2) t_2''}{2(2l_1+l_2)} \operatorname{tg}\alpha \text{ и } \frac{l_1 t_2'' + (l_1+l_2) t_2'}{2(2l_1+l_2)} \operatorname{tg}\alpha;$$

сжатіе стоекъ въ нижнихъ частяхъ опредѣлится формулами:

$$-\sigma'_2 = s_1' + s_1'' + \frac{G}{2\cos\xi},$$

$$-\sigma_2'' = s'_2 + s_2'' + \frac{G}{2\cos\xi};$$

надо однако замѣтить, что эти формулы даютъ только приблизительное значеніе для—σ_2' и σ_2'', такъ какъ наклонъ ногъ не точно равенъ ξ. Если подставимъ въ σ_2' и σ_2'' выраженія для s_1', s_1'', s_2', s_2'', то получатся слѣдующія формулы:

$$\begin{aligned} -\sigma_2' &= \frac{(3l_1+2l_2)t_2' + l_1 t_2''}{2(2l_1+l_2)\cos\alpha} + \frac{G}{2\cos\xi}, \\ -\sigma_2'' &= \frac{(3l_1+2l_2)t''_2 + l_1 t_2'}{2(2l_1+l_2)\cos\alpha} + \frac{G}{2\cos\xi}. \end{aligned} \tag{80}$$

Если Max. $t_2'' >$ Max t_2', что имѣетъ мѣсто тогда, когда t_2'' соотвѣтствуетъ шкиву верхняго каната, а t_2'—нижнему, то абсолютная величина

$$\text{Max}\,\sigma_2'' > \text{Max}\,\sigma_2';$$

это легко доказать сравненіемъ выраженій (80), а значитъ намъ приходится расчитывать ноги и всю вообще наклонную ферму на случай разрыва верхняго каната

Итакъ, нижнюю часть ногъ мы будемъ считать сжатой силой. определяемой выраженіемъ—

$$-\sigma_2 = \frac{(3\,l_1 + 2\,l_2)\,\mathrm{Max}\,t_2'' + l_1 t_2'}{2\,(2\,l_1 + l_2)\cos\alpha} + \frac{G}{\cos\xi}; \tag{81}$$

горизонтальная связка растягивается усиліемъ—

$$\frac{\sin(\beta - \alpha)}{2\cos\alpha\cos\beta}\,\mathrm{Max}\,t_2'', \tag{82}$$

ригель $K'H'$—

$$\frac{\mathrm{tg}\,\beta}{2}\,\mathrm{Max}\,t_2'' \tag{20}$$

и верхняя балка усиліемъ—

$$\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{2}\,\frac{l_1 t_2' + (l_1 + l_2)\,\mathrm{Max}\,t_2''}{(2\,l_1 + l_2)} \tag{84}$$

Ходъ расчета вертикальной фермы не отличается въ общемъ отъ только что указаннаго. Точки приложенія силъ, дѣйствующихъ въ плоскости этой фермы, суть a и b, такъ что узлы воспринимаютъ и передаютъ непосредственно ногамъ давленія:

$$\frac{l_1 t_1'' + (l_1 + l_2)\,t_1'}{(2\,l_1 + l_2)} \text{ и } \frac{l_1 t_1' + (l_1 + l_2)\,t_1''}{(2\,l_1 + l_2)}.$$

Но такъ какъ въ этомъ случаѣ

$$\mathrm{Max}\,t_1' > \mathrm{Max}\,t_1'',$$

то есть, самое большое вертикальное давленіе возникаетъ при разрывѣ нижняго каната, то расчетъ нижней части ногъ ведутъ на сжатіе силой

$$-\sigma_1 = \frac{l_1 t_1'' + (l_1 + l_2)\,\mathrm{Max}\,t_1'}{(2\,l_1 + l_2)} + \frac{G}{2}.$$

Остается еще разсчитать горизонтальную балку CD; она подвержена изгибу отъ двухъ силъ ρ_1 и ρ_2, приложенныхъ въ точкахъ a и b, и отъ собственнаго вѣса. Величина этихъ силъ определяется выраженіями:

$$\rho_1 = \sqrt{t'^2 + t''^2 - \cos\xi\, t' t''} \text{ и } \rho_2 = \sqrt{t'^2_1 + t''^2_1 - \cos t_1' t_1''}.$$

Силы эти не лежатъ въ одной плоскости, и потому балка подвергается сложному изгибу. Мы для простоты расчета совмѣстимъ ихъ въ одну плоскость и станемъ разсчитывать балку на усиліе $\rho_1 + \text{Max}\,\rho_2$ или $\text{Max}\,\rho_1 + \rho_2$, и будемъ пользоваться результатами того расчета, который дастъ большія величины. Понятно, максимальныя величины ρ опредѣляются наибольшими значеніями t_2 и t_1.

Что касается опорныхъ сопротивленій, то разсчитать ихъ очень легко, а именно: давленіе на опоры вертикальныхъ стоекъ равновелико σ_1, наклонныя же стойки давятъ по направленію своихъ осей и, кромѣ того, передаютъ часть горизонтальной силы отъ разложенія T на горизонтальное направленіе и параллельное оси наклонной фермы. Величина этой силы опредѣляется формулой—

$$\text{Max}\,\sigma_0 = (P \operatorname{tg} \xi + \text{Max}\,U)\,\frac{H - H_1}{H},$$

а слѣдовательно равнодѣйствующая σ_2 и σ_0, то есть дѣйствительное давленіе, воспринимаемое опорой, будетъ—

$$\rho_0 = \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_0^2 + \sigma_2 \sigma_0 \sin \xi};$$

уголъ наклоненія ея къ горизонту—

$$\sin \gamma = \cos \xi \, \frac{\sigma_0}{\rho_0}.$$

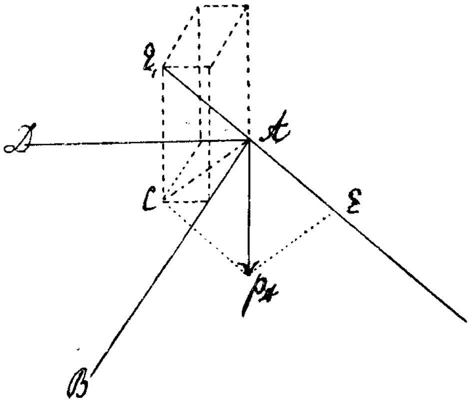
Понятно, для расчета ρ и γ вводятся найбольшія значенія σ_0 и σ_2, получаемыя при Max U.

Въ приведенномъ нами расчетѣ есть упрощенія и даже нѣкоторыя неточности. Умѣстность ихъ объясняется примѣненіемъ ихъ только къ небольшимъ подъемнымъ устройствамъ; болѣе точные пріемы мы примѣнимъ при расчетѣ большихъ желѣзныхъ копровъ.

Пирамидальные копры.

Займемся теперь примѣненіемъ нашей теоріи къ пирамидальнымъ копрамъ. Для примѣра разсмотримъ простую деревянную конструкцію, описанную ранѣе (черт. 36). Изъ теоріи балочныхъ шкивныхъ станковъ мы знаемъ, что какъ вертикальныя, такъ и горизонтальныя силы передаются при посредствѣ поперечныхъ балокъ узламъ. Въ зависимости отъ того, какъ прикрѣплены шкивныя балки, эта передача можетъ совершаться различно, но въ конечномъ счетѣ всегда горизонтальныя силы дѣйствуютъ вдоль соединительныхъ балокъ, и разница въ конструкціи сводится только къ тому, растягиваются ли эти балки или сжимаются. Если шкивныя балки прикрѣплены совершенно неподвижно, то горизонтальныя силы передаются какъ переднимъ, такъ и заднимъ узламъ. Вертикальныя силы мы можемъ разсчитать по формулѣ (29), а по формулѣ (69)—горизонтальныя.

Итакъ, на основаніи теоретическихъ соображеній мы заключаемъ, что для расчета копра вообще безразличенъ способъ прикрѣпленія балокъ, вся разница сводится только къ тому, что въ одномъ случаѣ эти балки приходится разсчитывать на сжатіе, а въ другомъ—на растяженіе.



Черт. 73-а.

На основаніи всего сказаннаго величина силъ, дѣйствующихъ въ каждомъ узлѣ, можетъ считаться извѣстной. Разсмотримъ сначала вертикальныя силы. Пусть въ узлѣ A приложена вертикальна сила p_A. Черезъ наклонную ногу и эту силу проводимъ плоскость, которая пересѣкается съ плоскостью соединительныхъ балокъ по прямой CA. Если мы силу p_A будемъ считать равнодѣйствующей силъ направленныхъ по ногѣ и прямой CA, и уголъ, составляемый ногой съ вертикальной прямой, назовемъ γ, то сила, направленная по ногѣ окажется равной

$$s_1 = \frac{p_A}{\cos\gamma},$$

горизонтальная же слагающая по AC будетъ

$$p_A \operatorname{tg}\gamma.$$

Если углы, составляемые направленіемъ AC съ соединительной и поперечной балкой, назовемъ δ и o, то, разлагая эту силу по направленіямъ DA и BA, получимъ

$$p_A \operatorname{tg}\gamma\cos\delta \text{ и } p_A \operatorname{tg}\gamma\cos o.$$

Если мы продолженіе AE (см. черт. 73-а) AE_1 будемъ считать діагональю параллелепипеда, направленія сторонъ котораго суть DA, BA и продолженіе p, то, назвавъ уголъ между DA и AE черезъ α, между BA и AE черезъ β, на основаніи геометрическихъ свойствъ параллелепипеда имѣемъ:

$$\cos\delta = \frac{\cos(180 - \alpha)}{\sin\gamma} \text{ и } \cos o = \frac{\cos(180 - \beta)}{\sin\gamma},$$

а слѣдовательно сила, дѣйствующая по направленію AD, будетъ

$$s_2 = -p_A \frac{\cos\alpha}{\sin\gamma},$$

а по AB—

$$s_2 = -p_A \frac{\cos\alpha}{\sin\gamma}.$$

Такъ какъ углы β и α—тупые, то s_2 и s_3 имѣютъ положительныя значенія. Опредѣленныя нами силы вызываютъ противоположныя напряженія въ стержняхъ узла; поэтому, если назовемъ эти напряженія s_1', s_2', s_3', то будемъ имѣть равенства:

$$s_1 = -s_1',\ s_2 = -s_2' \text{ и } s_3 = -s_3'.$$

Если составимъ уравненіе равновѣсія для этого узла относительно системы трехъ взаимно перпедикулярныхъ осей X - (AD) и Y—(AB) и Z—(p), то, конечно, убѣдимся въ правильности разложенія силы p. Эти уравненія будутъ

$$\left.\begin{aligned} p_A + s_1'\cos\alpha = 0, \\ p_A\frac{\cos\alpha}{\cos\gamma} + s_2' = 0, \\ p_A\frac{\cos\beta}{\cos\gamma} + s_3' = 0. \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(85)}$$

Всѣ три напряженія вызваны сжимающими усиліями. Точно такимъ же образомъ мы опредѣляемъ силы и напряженія, дѣйствующія вдоль прутьевъ въ остальныхъ трехъ узлахъ. Если въ p_A, p_B и пр. мы предположимъ включеннымъ вѣсъ шкивовъ, поперечныхъ и соединительныхъ балокъ и вѣсъ соотвѣтственной части наклонной ноги со всѣми связками и раскосами, то для силъ, направленныхъ вдоль связывающихъ балокъ AB и CD, мы можемъ написать слѣдующія выраженія:

$$\Omega_1 = S_{AB} = \omega_1 - p_A\frac{\cos\alpha_1}{\cos\gamma_1} + p_B\frac{\cos\alpha'}{\cos\gamma'}, \quad \textbf{(86)}$$

$$\Omega_2 = S_{CD} = \omega_2 - p_C\frac{\cos\alpha_1}{\cos\gamma_1} + p_D\frac{\cos\alpha'}{\cos\gamma'}; \qquad (86)$$

вдоль же поперечныхъ балокъ *AC* и *BD* дѣйствуютъ силы:

$$\left.\begin{aligned}\Omega' &= S_{AC} = \omega' - p_A\frac{\cos\beta_1}{\cos\gamma_1} + p_C\frac{\cos\beta_1}{\cos\gamma_1},\\ \Omega'' &= S_{BD} = \omega'' - p_B\frac{\cos\beta'}{\cos\gamma'} + p_D\frac{\cos\beta'}{\cos\gamma'}.\end{aligned}\right\} \qquad (87)$$

Эти опрокидывающія усилія Ω' и Ω'' при расчетѣ малыхъ пирамидальныхъ копровъ или вовсе не принимаются во вниманіе или, если иногда и принимаются, то только для провѣрки поперечныхъ балокъ на сжатіе, причемъ, конечно, провѣрка производится для большихъ изъ нихъ. Для того однако, чтобы не возвращаться больше къ копрамъ этого типа, мы изслѣдуемъ напряженія, вызываемыя всѣми опрокидывающими силами.

Въ виду того. что въ пирамидальномъ копрѣ переднія ноги также какъ и заднія, вмѣстѣ взятыя, образуютъ фермы, имѣющія видъ трапеціи, очень часто безъ діагональныхъ стержней, наклоненныхъ нѣсколько другъ къ другу, то намъ придется обратиться къ формулѣ (48). Преобразуемъ ихъ по общему способу и, замѣнивъ напряженія силами, вызывающими ихъ, именно —

$$t_1 = -\sigma_1 \text{ и } t_2 = -\sigma_2,$$

найдемъ, что

$$\left.\begin{aligned}t_2 &= \frac{(l_1 + H\operatorname{tg}\eta)\Pi + H\Omega}{(l + H\operatorname{tg}\eta + H\operatorname{tg}\xi)\cos\xi},\\ t_1 &= \frac{(l_2 + H\operatorname{tg}\xi)\Pi + H\Omega}{(l + H\operatorname{tg}\eta + H\operatorname{tg}\xi)\cos\eta};\end{aligned}\right\} \qquad (88)$$

но такъ какъ мы вертикальныя давленія уже распредѣлили по направленію ногъ и продольныхъ и поперечныхъ балокъ, и желательно ввести только дѣйствіе поперечныхъ горизонтальныхъ силъ, то для этого случая слѣдуетъ предположить

$$\Pi = 0,$$

и тогда:

$$\left.\begin{aligned}t'_{1-2} &= -\frac{H\Omega}{L\cos\eta},\\ t''_{1-2} &= -\frac{H\Omega}{L\cos\xi}.\end{aligned}\right\} \qquad (89)$$

Подставляя въ эти выраженія Ω' и Ω'', а также соотвѣтственныя значенія для угловъ наклоненія ногъ къ оси фермы. мы опредѣлимъ силы, t_1', t_1'', t_2', t_2'', которыя будучи суммированы съ прежними (85), позволяютъ намъ вычислить напряженія въ ногахъ по формуламъ:

$$\sigma_1 = -(s_1 - t_1);\ \sigma_2 = -(s + t).$$

Намъ остается использовать полученныя выраженія для того, чтобы имѣть возможность судить о роли каждой изъ принятыхъ во вниманіе активныхъ силъ, которыхъ вслѣдствіе сложности я приводить не стану.

Для опредѣленія горизонтальныхъ силъ Ω_1 и Ω_2 у насъ имѣются выраженія (69).

Формулы (29), указывающія, какъ распредѣляются вертикальныя давленія, даютъ намъ возможность вычислить вертикальныя силы, дѣйствующія по узламъ:

$$p_A = \frac{l_2}{l}\,\frac{P_1(\lambda+\lambda_1)+P_2\lambda}{(2\lambda+\lambda_1)},\quad p_B = \frac{l_1}{l}\,\frac{P_1(\lambda+\lambda_1)+P_2\lambda}{(2\lambda+\lambda_1)},$$

$$p_C = \frac{l_2}{l}\,\frac{P_2(\lambda+\lambda_1)+P_1\lambda}{(2\lambda+\lambda_1)},\quad p_D = \frac{l_1}{l}\,\frac{P_2(\lambda+\lambda_1)+P_1\lambda}{(2\lambda+\lambda_1)}.$$

Если для простоты обозначимъ

$$\frac{P_1(\lambda+\lambda_1)+P_2\lambda}{(2\lambda+\lambda_1)}\ \text{черезъ}\ \Pi_1\ \text{и}\ \frac{P_2(\lambda_2+\lambda_1)+P_1\lambda}{(2\lambda+\lambda_1)}\ \text{черезъ}\ \Pi_2, \tag{91}$$

то будемъ имѣть:

$$P_A + \frac{l_2}{l}\Pi_1,\ P_B = \frac{l_1}{l}\Pi_1,\ P_C = \frac{l_2}{l}\Pi_2,\ P_D = \frac{l_1}{l}\Pi_2,$$

гдѣ Π_1 и Π_2—это силы, которыми на соединительныхъ балкахъ *BA* и *CD* мы вправѣ замѣнить вертикальныя давленія P_1 и P_2 у осей шкивовъ.

Приведенный способъ расчета по пріему своему сходенъ съ примѣняемымъ на практикѣ, но безъ тѣхъ вольностей, которыя обыкновенно допускаются. Заднія ноги разсчитываются на силу

$$\frac{l_1}{l}\,\frac{\text{Max}\,\Pi_1}{\cos\gamma'}\ \text{или}\ \frac{l_1}{l}\,\frac{\text{Max}\,\Pi_2}{\cos\gamma'},$$

и затѣмъ все устройство провѣряется на опрокидываніе отъ силъ Ω_1 и Ω_2.

Какъ видно, такой расчетъ, собственно говоря, ни на чемъ не основанъ. Формулами, выведенными для распредѣленія силъ по узламъ, мы воспользуемся впослѣдствіи, при расчетѣ пирамидальныхъ копровъ,— въ которыхъ ноги соединены діагональными прутьями.

Для случая, когда неизмѣняемость геометрической формы копра обусловлена только горизонтальными связками, воспользуемся способомъ идеальной фермы, то есть, замѣнимъ давленія, передаваемыя поперечнымъ балкамъ отъ силъ П и Ω, силами направленными въ плоскостяхъ переднихъ и заднихъ ногъ, и приложенными къ серединѣ разстоянія между поперечными балками, поддерживающими каждый изъ шкивовъ. Если наклонъ фермы переднихъ ногъ къ вертикальной плоскости—η, а заднихъ ξ, то, подставивъ въ уравненіе (88) соотвѣтственно $П_1$, Ω_1 и $П_2$, Ω_2, найдемъ двѣ группы силъ:

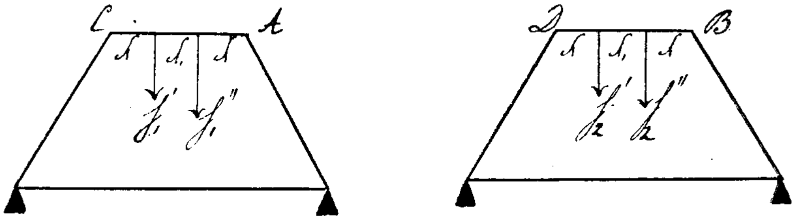
$$t_2',\ t_1' \text{ и } t_2'',\ t_1''.$$

Такимъ образомъ въ передней наклонной фермѣ, въ плоскости ея, дѣйствуютъ силы (черт. 73) t_1' и t_1'', а въ задней—t_2' и t_2''.

Разсмотримъ заднюю ферму; наклонъ ногъ въ ней одинаковъ, уголъ, составляемый ногою съ горизонтальной поперечной балкой, пусть будетъ β'; слѣдовательно уклонъ ихъ къ оси фермы $=\beta' - 90^0$. Наклонная высота этой фермы—

$$H_2 = \frac{\cos\xi}{H}.$$

Напряженія въ ногахъ этой фермы вызываются силами t_2' и t_2'' и боковымъ давленіемъ вѣтра, а также силы, вызываемой отклоненіемъ каната v_2; эти напряженія выразятся формулами:



Черт. 73.

$$\sigma_B = \frac{[\lambda + H_2 \operatorname{tg}(\beta' - 90)]t'_2}{L_2 \cos(\beta' - 90^0)} = \frac{[(\lambda+\lambda_1) + H_2 \operatorname{tg}(\beta' - 90^0)]\, t_2''}{L_2 \cos(\beta' - 90^0)} \pm \frac{H_2 v_2}{L_2 \cos(\beta' - 90)}, \tag{92}$$

$$\sigma_D = \frac{[(\lambda+\lambda_1) + H_2 \operatorname{tg}(\beta' - 90^0)]t_2'}{L_2 \cos(\beta' - 90^0)} + \frac{[\lambda + H_2 \operatorname{tg}(\beta' - 90^0)]\, t_2''}{L_2 \cos(\beta' - 90^0)} \mp \frac{H_2 v_2}{L_2 \cos(\beta' - 90)}$$

Двойной знакъ у силы давленія вѣтра и боковыхъ отклоненій каната поставленъ потому, что вѣтеръ можетъ быть направленъ, какъ съ, одной такъ и съ другой стороны; впрочемъ, этимъ членомъ часто пренебрегаютъ, такъ какъ въ Ω_1 и Ω_2 уже вошло продольное давленіе вѣтра:

$$L_2 = 2\lambda + \lambda_1 + 2 H_2 \operatorname{tg}(\beta' - 90^0).$$

Ясно, что если

$$t_2' > l_2'',$$

то Max σ_D будетъ соотвѣтствовать Max t_1' и наоборотъ, если

$$t_2' > t_2''$$

то ноги слѣдуетъ разсчитывать по Max t_2'', а именно, слѣдуетъ принять во вниманіе σ_A при вышеуказанномъ значеніи t_2''. Итакъ, намъ надо разобраться, какое изъ неравенствъ

$$\text{Max } t_2' \gtrless \text{Max } t_2''$$

имѣетъ мѣсто. Но такъ какъ вообще найбольшія напряженія возникаютъ при разрывѣ канатовъ, то у насъ могутъ имѣть мѣсто для всякаго каната (шкива) усилія:

$$(\text{Max } t_2)_1 = \frac{(l + H \operatorname{tg} \eta) \text{Max } \Pi + H\Omega}{L \cos \xi}$$

$$(\text{Max } t_2)_2 = \frac{(l_1 + H \operatorname{tg} \eta) \Pi + H \text{Max } \Omega}{L \cos \xi}.$$

Разсмотримъ сначала напряженія, имѣющія мѣсто у шкива верхняго каната, причемъ мы для простоты примемъ во вниманіе только натяженія, вызываемыя подъемомъ. При разрывѣ каната у шкива величина силы t_1', согласно уравненію (25) главы I-й, будетъ—

$$\frac{(l_1 + H \operatorname{tg} \eta) \sigma (1 + \cos \alpha_1') + H \sigma \sin \alpha_1'}{L \cos \xi};$$

если канатъ разрывается, когда груженая клѣть находится въ нижней части шахты, то эта сила опредѣлится выраженіемъ

$$\frac{(l_1 + H \operatorname{tg} \eta) \sigma (1 + \cos \alpha_1'') + H \sigma \sin \alpha''_1}{L \cos \xi}.$$

Разность этихъ величинъ положительна или отрицательна, сообразно съ тѣмъ, которое изъ написанныхъ ниже неравенствъ имѣетъ мѣсто:

$$(l_1 + H \operatorname{tg} \eta)(\cos\alpha_1' - \cos\alpha_1'') + H(\sin\alpha_1' - \sin\alpha_1'') \gtrless 0.$$

Напишемъ его такъ:

$$\frac{l_1}{H} + \operatorname{tg}\eta + M \gtrless 0,$$

гдѣ

$$M = \frac{\sin\alpha_1' - \sin\alpha_1''}{\cos\alpha_1' - \cos\alpha_1''}.$$

Для опредѣленія M воспользуемся формулой (7), которая даетъ намъ (при замѣнѣ L на D) слѣдующія равенства:

$$\sin\alpha = \frac{1}{H^2 + D^2}\left[D\sqrt{H^2 + D^2 - (\rho - v)^2} + H(\rho - v)\right],$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{H^2 + D^2}\left[H^2\sqrt{H^2 + D^2 - (\rho - v)^2} - D(\rho - v)\right].$$

Если въ эти выраженія станемъ подставлять вмѣсто ρ его предѣльныя значенія ρ_1 и v, то въ первомъ случаѣ опредѣлимъ $\sin\alpha_1'$ и $\cos\alpha_1'$, а во второмъ—$\sin\alpha_1''$ и $\cos\alpha_1''$; итакъ:

$$\mathrm{M} = \frac{L\sqrt{H^2 + D^2 - (\rho_1 - v)^2} + H(\rho_1 - v) - D\sqrt{H^2 + D^2}}{H\sqrt{H^2 + D^2 - (\rho_1 - v)^2} - D(\rho_1 - v) - H\sqrt{H^2 + D^2}},$$

а съ достаточной для нашихъ разсужденій точностью:

$$M = -\frac{H}{D};$$

поэтому, если

$$\frac{l_1}{H} + \operatorname{tg}\eta - \frac{H}{D} > 0, \qquad (93a)$$

то Max t_1 имѣетъ мѣсто при Max U. Наоборотъ, если

$$\frac{l_1}{H} + \operatorname{tg}\eta - \frac{H}{D} < 0, \qquad (93b)$$

то наибольшее значеніе t_1 принимаетъ при Max P. Разсуждая такимъ же точно образомъ относительно напряженій у шкива нижняго каната, мы придемъ буквально къ такому же выводу, а слѣдовательно задnія ноги слѣдуетъ разсчитывать на Max Ω, при существованіи неравенства $93a$, и на Max Π (уравненіе 25) при неравенствѣ $93b$.

Разсмотримъ теперь ферму переднихъ ногъ. Напряженія въ нихъ опредѣляются выраженіями, аналогичными съ (92), съ соотвѣственной замѣной обозначеній; напряженія эти будутъ:

$$\sigma_A = \frac{[\lambda + H_1 \operatorname{tg}(\beta - 90)\, t_1'}{L_1 \cos(\beta - 90^0)} + \frac{[(\lambda + \lambda_1) + H_1 \operatorname{tg}(\beta - 90^0)]\, t''_1}{L_1 \cos(\beta - 90^0)} \pm \frac{H_1 v_1}{L_1 \cos(\beta - 90)},$$

$$\sigma_C = \frac{[(\lambda + \lambda_1) + H_1 \operatorname{tg}(\beta - 90^0)]\, t_1'}{L_1 \cos(\beta - 90^0)} + \frac{[\lambda + H_1 \operatorname{tg}(\beta - 90^0)]\, t_1''}{L_1 \cos(\beta - 90^0)} \mp \frac{H_1 v_1}{L_1 \cos(\beta - 90^0)}. \tag{94}$$

Для того, чтобы оба напряженія были сжимающими, необходимо, чтобы t_1' и t_1'' были величинами положительными. Условіе, необходимое, для этого, выражено въ уравненіи (53); если въ немъ $\operatorname{tg} \varepsilon$ замѣнимъ $\operatorname{tg} \alpha$, которой можно вычислить, какъ выше было указано, то

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D \sqrt{H^2 D^2 - (\rho - v)^2} + H(\rho - v)}{H \sqrt{H^2 D^2 - (\rho - v)^2} - D(\rho - v)},$$

но, ограничившись довольно грубымъ приближеніемъ, можемъ считать, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D}{H}$$

и тогда получимъ слѣдующее:

$$\operatorname{tg} \xi > \frac{D - l_2}{H}.$$

Впрочемъ, въ теоріи этотъ случай разсматривается болѣе точно. Неравенство наше наглядно показываетъ, что типъ пирамидальныхъ копровъ, въ особенности деревянныхъ, пригоденъ только для малыхъ машинъ, которыя, благодаря небольшой длинѣ барабановъ, могутъ быть устанавливаемы непосредственно у шахтъ.

Итакъ, если условіе (53) соблюдено, то понятно, что

$$\operatorname{Max} t_1 = \frac{(l_2 + H \operatorname{tg} \xi) \operatorname{Max} \Pi - \Omega H}{L \cos \eta}$$

$$\operatorname{Min} t_1 = \frac{(l_2 + H \operatorname{tg} \xi)\, \Pi - H \operatorname{Max} \Omega}{L \cos \eta};$$

наоборотъ если условіе не соблюдено, и переднія ноги приходится разсчитывать на растяженіе, то въ основу расчета должно принять предыдущій минимумъ, который въ данномъ случаѣ явится максимумомъ растяженія. Остальныя соображенія тѣ же, что и при расчетѣ заднихъ ногъ, такъ что повторять ихъ излишне.

Перейдемъ теперь къ случаю, когда переднія и заднія ноги соединены діагональными прутьями. Въ этомъ случаѣ коперъ можно разсматривать, какъ сооруженіе, состоящее изъ двухъ продольныхъ, связанныхъ между собою рѣшетчатыхъ фермъ. Расчетъ ведутъ слѣдующимъ образомъ: всѣ дѣйствующія силы распредѣляются по узламъ, а вертикальныя разлагаются на горизонтальныя и направленныя по ногамъ, согласно способу, указанному въ началѣ главы о пирамидальныхъ копрахъ. Такъ какъ ноги состоятъ изъ неразрѣзныхъ брусьевъ, то силы, направленныя по нимъ, временно считаются несуществующими, и расчетъ дальше состоитъ въ разложеніи горизонтальныхъ силъ по направленію ногъ и тягъ. Итакъ, въ данномъ случаѣ вовсе не безразлично, какъ прикрѣплены шкивныя балки къ поперечнымъ, ибо отъ способа этого прикрѣпленія зависитъ то обстоятельство, въ какой степени горизонтальное усиліе передается переднимъ и заднимъ ногамъ (см. черт.) Въ случаѣ, если балки соединены наглухо, то, соединивъ формулы (69) съ (70), получимъ равенства:

$$\omega_A = K_1 \omega_1, \quad \omega_B = K_2 \omega_1, \quad \omega_D = K_1 \omega_2 \text{ и } \omega_C = K_2 \omega_2,$$

въ которыхъ

$$K_1 = \frac{E_1 l_2}{E_1 l_2 + E_2 l_1} \text{ и } K_2 = \frac{E_2 l_1}{E_1 l_2 + E_2 l_1}.$$

И такъ, горизонтальныя силы, дѣйствующія по направленію оси копра, будутъ:

$$\begin{aligned} \Omega_A &= K_1 \omega_1 - \frac{l_2}{l} \Pi_1 \frac{\cos \alpha_1}{\cos \gamma_1}, \ \Omega_B = K_2 \omega_1 + \frac{l_1}{l} \Pi_1 \frac{\cos \alpha'}{\cos \gamma'}, \\ \Omega_C &= K_2 \omega_2 - \frac{l_2}{l} \Pi_2 \frac{\cos \alpha_1}{\cos \gamma_1}, \ \Omega_D = K_2 \omega_1 + \frac{l_1}{l} \Pi_2 \frac{\cos \alpha'}{\cos \gamma'}; \end{aligned} \qquad (95)$$

силы же, дѣйствующія перпендикулярно оси копра—

$$\begin{aligned} \Omega'_A &= \omega_1' - \frac{l_2}{l} \Pi_1 \frac{\cos \beta_1}{\cos \gamma_1}, \ \Omega'_B = \omega_2' - \frac{l_1}{l} \Pi_1 \frac{\cos \beta'}{\cos \gamma'}, \\ \Omega'_C &= \omega_1' + \frac{l_2}{l} \Pi_2 \frac{\cos \beta_1}{\cos \gamma_1}, \ \Omega'_D = \omega_2' + \frac{l_1}{l} \Pi_2 \frac{\cos \beta'}{\cos \gamma'}. \end{aligned} \qquad (96)$$

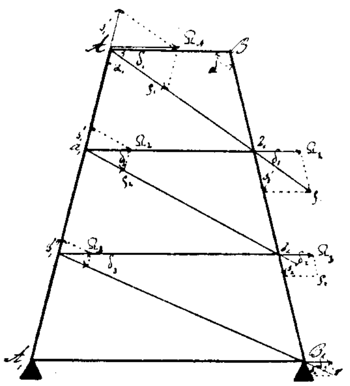
Во второй группѣ выраженій знаки поставлены такъ, какъ будто сила Ω' и ея составляющія ω_1' и ω_2' направлены отъ A къ C; не слѣдуетъ однако забывать, что она можетъ перемѣнить свое направленіе, такъ что для вполнѣ точнаго расчета слѣдовало бы провѣрить сооруженіе и на это послѣднее сочетаніе силъ. Согласно способу прикрѣпленія шкивныхъ балокъ, приходится видоизмѣнять конструкціи боковыхъ фермъ, если желательно, чтобы онѣ были статически опредѣлимыми. Расчитываютъ ихъ чаще всего при помощи метода разложенія силъ по стержнямъ, который въ данномъ случаѣ удобно примѣнить; конечно, можно было бы съ успѣхомъ примѣнить одинъ изъ общихъ методовъ Риттера, Кремона и пр., но въ большинствѣ случаевъ указанный нами способъ не создаетъ никакихъ затрудненій. Итакъ, если шкивныя балки прикрѣплены неподвижно къ поперечной балкѣ у переднихъ ногъ, то активныя силы, какъ это намъ извѣстно, передаются главнымъ образомъ переднимъ узламъ; мы можемъ принять для этого случая

$$\Omega_A = \Omega_{AB},$$

$$\Omega_C = \Omega_{CD},$$

причемъ, конечно, предполагается, что

$$\Omega_B = \Omega_D = 0.$$



Черт. 74.

Ферма, соотвѣтствующая этому случаю, показана на чертежѣ 74. Обозначенія понятны безъ объясненій. Разлагаемъ силы, начиная отъ узла A, по направленію ноги AA_1 и стержню Ab_1:

$$s_1' = \Omega_A \frac{\sin \delta_1}{\sin(\alpha_1 - \delta_1)}; \quad s_1 = \Omega_A \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 - \delta_1)}.$$

Затѣмъ переносимъ точку приложенія силы ρ_1 въ точку b_1 и разлагаемъ ее по направленію связки $a_1\, b_1$ и ноги BB_1:

$$s_2' = \rho_1 \frac{\sin \delta_1}{\sin \alpha'}; \Omega_2 = \rho_1 \frac{\sin(\alpha' - \delta_1)}{\sin \alpha'}.$$

Перенесемъ теперь Ω_2 въ a_1 и разложимъ, какъ это было сдѣлано выше:

$$s_1'' = \Omega_2 \frac{\sin \delta_2}{\sin(\alpha_1 - \delta_2)}; \quad s_2 = \Omega_2 \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 - \delta_2)}$$

затѣмъ дѣлаемъ разложеніе силъ въ точкѣ b:

$$s_2'' = \rho_2 \frac{\sin \delta_2}{\sin \alpha'} \text{ и } \Omega_3 = \rho_2 \frac{\sin(\alpha' + \delta_2)}{\sin \alpha'}$$

и такъ дальше; силы σ_1', Ω_2, Ω_3—растягивающія, σ_2', ρ_1, ρ_2, ρ_3—сжимающія. Полное напряженіе въ нижнихъ частяхъ ногъ опредѣляется силами:

$$S_1 - \Sigma s_1' \text{ и } S_2 + \Sigma s_2',$$

гдѣ n—число поясовъ фермы. Конечно, при желѣзныхъ конструкціяхъ желательно, а при деревянныхъ необходимо, чтобы

$$S_1 - \Sigma s_1' > 0.$$

Если задніе концы шкивныхъ балокъ закрѣплены, а передніе могутъ скользить, то

$$\Omega_B = \Omega_{AB} \text{ и } \Omega_D = \Omega_{CD},$$

причемъ, конечно,

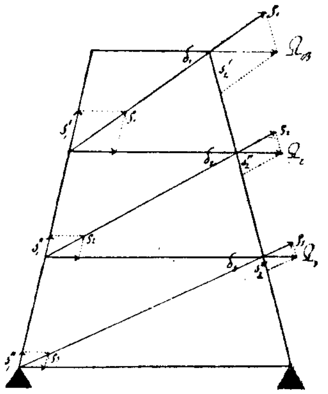
$$\Omega_A = \Omega_C = 0.$$

Соотвѣтствующая конструкція показана на черт. 75. Ходъ расчета, понятно, ничѣмъ не отличается отъ указаннаго выше.

Горизонтальныя связки въ настоящемъ случаѣ подвергаются сжатію, діагональныя стержни—растяженію:

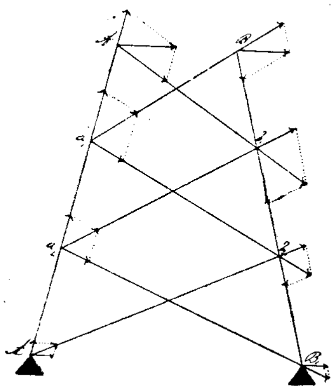
$$s_2' = \Omega_B \frac{\sin \delta_1}{\sin(\alpha' - \delta_1)} \text{ и } \rho_1 = \Omega_B \frac{\sin \alpha'}{\sin(\alpha' - \delta_1)}$$

и такъ дальше.



Черт. 75.

Для проектированія не лишне замѣтить, что съ увеличеніемъ угловъ δ увеличиваются σ_1' и σ_2' и т. д., наоборотъ ρ^1, ρ_2....—уменьшаются, что же касается силъ Ω_2, Ω_3...., то онѣ увеличиваются вмѣстѣ съ δ. Въ случаѣ, если оба конца шкивныхъ балокъ прикрѣплены неподвижно къ поперечнымъ балкамъ, такъ что горизонтальныя силы распредѣляются по всѣмъ узламъ, согласно форм. (95), то примѣнять слѣдуетъ ферму, изображенную на черт. 76, съ перекрещивающимися діагональными стержнями, причемъ, какъ соединительная балка AB, такъ и вообще всѣ горизонтальныя связки являются лишними. Расчетъ въ общемъ прежній, ходъ его достаточно ясно виденъ изъ чертежа. Стержни Ab_1, a_1 b_2, a_2 B_1 подвергаются сжатію, стержни же Ba_1, b_1 a_2, b_2 A_1—растяженію. Если почему либо желательно примѣнить кромѣ діагональныхъ еще и горизонтальныя связки, то для приблизительнаго расчета можно примѣнить методъ разбивки фермы на простѣйшія, а именно, разсчитать усилія, согласно случаямъ 1-му и 2-му, и сложить результаты. Горизонтальныя связки окажутся подвергутыми растяженію и сжатію, и потому размѣры ихъ приходится опредѣлять по разности этихъ силъ. Впрочемъ, чаще всего, если и ставятъ въ этихъ случаяхъ горизонтальныя связки, то не принимаютъ ихъ въ расчетъ, такъ что онѣ придаютъ сооруженію нѣкоторый, впрочемъ неопредѣленный, избытокъ прочности.



Черт. 76.

Поперечныя фермы, которыя состоятъ изъ переднихъ или заднихъ ногъ, приходится снабжать скрещивающимися діагональными стержнями, такъ какъ онѣ подвергаются попеременно опрокидывающимъ усиліямъ то съ той, то съ другой стороны. Если при расчетѣ продольныхъ фермъ уже принято во вниманіе максимальное давленіе вѣтра, то незачѣмъ вводить его вторично при расчетѣ поперечныхъ фермъ; въ этомъ случаѣ сила ω' опредѣляется согласно формулы (20), на основаніи бокового отклоненія канатовъ.

Что касается вопроса, какое изъ максимальныхъ усилій, вертикальное или горизонтальное должно лечь въ основу расчета копра, разсматриваемаго типа, то для этого слѣдуетъ примѣнить указанія, приведенныя выше и формулы (93).

Для провѣрки можно также, воспользовавшись методомъ основной идеальной фермы съ діагональной связкой, опредѣлить опорныя сопротивленія.

Призматическо-пирамидальные копры (шестиножные).

Уравненія (57) и (58), выведенныя для основной фермы этого копра и преобразованныя для расчета силъ, будутъ:

$$t_1 = \frac{l_2 \Pi}{l \cos \eta},$$

$$t_2 = \frac{(l_1 \cos \eta \sin \zeta - l_2 \sin \eta \cos \zeta)\, \Pi - l \cos \eta \cos \zeta\, \Omega}{l \cos \eta \sin (\zeta - \xi)}, \qquad (97)$$

$$t_3 = \frac{(-l_1 \cos \eta \sin \xi + l_2 \sin \eta \cos \xi)\, \Pi + l \cos \eta \cos \xi\, \Omega}{l \cos \eta \sin (\zeta - \xi)}.$$

Въ желѣзныхъ конструкціяхъ чаще всего дѣлаютъ переднія и среднія ноги вертикальными; такъ какъ въ этомъ случаѣ

$$\cos \eta = \cos \xi = 1 \text{ и } \sin \eta = \sin \xi = 0, \text{ то}$$

$$t_1 = \frac{l_2}{l} \Pi,$$

$$t_2 = \frac{l_1 \Pi - l \Omega}{l \operatorname{tg} \zeta} = \left(\frac{l_1}{l} \Pi - \Omega\right) \cos \zeta, \qquad (98)$$

$$t_3 = \frac{\Pi}{\sin \zeta}.$$

Для того, чтобы въ среднихъ ногахъ имѣлось всегда сжатіе, у насъ выведено условное неравенство. Ясно, что переднія ноги приходится разсчитывать на Max. вертикальнаго давленія. Точно также, если условное неравенство соблюдено даже при Max. горизонтальнаго давленія, то среднія ноги приходится разсчитывать на сжатіе отъ вертикальнаго давленія. Наоборотъ, заднія ноги необходимо разсчитывать на найбольшее горизонтальное усиліе. Впрочемъ, намъ къ этому вопросу придется еще вернуться.

Расчетъ конструкцій разсматриваемаго типа можно вести двоякимъ путемъ, а именно: 1) распредѣлить всѣ активныя силы путемъ разложенія на верхніе узлы, причемъ—вертикальныя силы окажутся приложенными во всѣхъ узлахъ, горизонтальныя же только въ среднихъ. 2) Вертикальныя силы у переднихъ узловъ разложить на силы, направленныя по ногамъ, и двѣ горизонтальныя — по переднимъ поперечнымъ и горизонтальнымъ боковымъ связывающимъ балкамъ. Затѣмъ точку приложенія этихъ новыхъ горизонтальныхъ силъ перенести въ средніе узлы, на которые такимъ образомъ будетъ дѣйствовать сумма указанныхъ горизонтальныхъ силъ плюсъ вертикальныя силы, которыя опредѣлены раньше. Эти вертикальныя силы мы разлагаемъ на горизонтальныя, направленныя вдоль поперечныхъ балокъ и другія, направленіе которыхъ дается прямой пересѣченія вертикальной плоскости, проходящей черезъ поперечную балку, и плоскости проведенной черезъ среднюю и заднюю ногу. Теперь остается эту силу, а также раньше найденныя горизонтальныя разложить по направленію средней и задней ноги. Для опредѣленія напряженій, вызываемыхъ только что найденными боковыми горизонтальными силами въ совокупности съ силами, возникающими отъ отклоненія канатовъ, отъ осевого направленія и бокового давленія вѣтра, мы разсматриваемъ заднія ноги, которыя въ связи съ горизонтальной поперечной балкой образуютъ ферму—трапецію, и въ которыхъ распредѣленіе силъ обусловлѐно распредѣленіемъ поперечныхъ и діагональныхъ стержней. Силы эти опредѣляются согласно одному изъ указанныхъ выше способовъ. Что же касается такой же средней фермы, то является вопросъ, какъ распредѣлить по нимъ горизонтальныя силы, направленныя вдоль поперечной балки. При настоящемъ способѣ расчета этотъ вопросъ рѣшается приблизительно; напримѣръ: принимается, что величина ихъ пропорціональна величинѣ силъ, направленныхъ по ногамъ; это довольно близко къ истинѣ. Проще, но менѣе точно, раздѣлить горизонтальную силу поровну и принять, что каждая изъ этихъ половинъ воспринимается фермами ногъ въ отдѣльности. Напряженія въ ногахъ, вычисленныя при разсмотрѣніи поперечныхъ фермъ, суммируются съ опредѣленными раньше. Что же касается того, какія максимальныя напряженія слѣдуетъ принимать при расчетѣ, то указанія даны нами выше.

Конечно, величина опорныхъ сопротивленій равновелика усиліямъ въ нижнихъ частяхъ ногъ.

Приведенный нами способъ расчета довольно сложенъ; поэтому намъ предстоитъ прибѣгнуть къ общему способу разложенія активныхъ силъ по направленіямъ частей идеальной основной фермы, которыхъ въ данномъ случаѣ двѣ, совершенно аналогичныхъ такимъ же у пирамидальныхъ копровъ. Разложеніе можно произвести при помощи формулъ (97) или графически по способу, указанному раньше (черт. 61).

Итакъ, въ плоскости каждой изъ поперечныхъ фермъ у насъ будутъ дѣйствовать силы s_1 и s_1', s_2 и s_2', s_3 и s'_3, которыя являются активными силами. Согласно имъ мы и ведемъ расчетъ фермы, сообразуясь, конечно, съ ея конструкціей. Чаще всего примѣняется раздѣленіе на нѣсколько поясовъ съ діагональными, перекрещивающимися стержнями, такъ что разсчитывать ихъ приходится по способу распредѣленія силъ по узламъ и затѣмъ по очередному разложенію по стержнямъ. Конечно, можно примѣнить способъ Риттера или какой нибудь другой. Часто, для того чтобы имѣть свободный доступъ къ устью шахты, приходится довольствоваться только перекрещивающимися прутьями и горизонтальными связками въ верхнихъ частяхъ фермы, внизу же ноги остаются безъ скрѣпленій; въ этомъ случаѣ мы можемъ воспользоваться формулой (48). Поправку на боковое давленіе вѣтра и силу, вызванную отклоненіемъ каната, можно ввести отдѣльно, причемъ распредѣляютъ это давленіе по узламъ, а въ заднемъ узлѣ, кромѣ того—еще по двумъ фермамъ, какъ указано выше. Изъ всего изложеннаго вытекаетъ, что всякія боковыя связки, соединяющія переднія ноги со средними, или эти послѣднія съ задними, не имѣютъ строго опредѣленнаго значенія и, если ими снабженъ коперъ, какъ это показано на черт. 37 и 38, то дѣлается это для устраненія бокового изгиба ногъ, такъ что эти части сооруженія не поддаются расчету; да въ этомъ и нѣтъ необходимости.

Для случая копровъ съ отодвинутыми подпорными ногами расчетъ въ общемъ остается такой же, но, конечно, для опредѣленія силъ слѣдуетъ примѣнить формулы, которыя въ развернутомъ видѣ будутъ:

$$t_1 = \frac{l\,\Omega - (l_1 \operatorname{tg}\zeta + l_2 \operatorname{tg}\xi)\,\Pi}{[l(\operatorname{tg}\xi - \operatorname{tg}\zeta) + l_0 \operatorname{tg}\xi)]\cos\eta},$$

$$t_2 = \frac{-(l + l_0)\,\Omega + [(l + l_1)\operatorname{tg}\zeta - l_2 \operatorname{tg}\eta]\,\Pi}{[l(\operatorname{tg}\xi - \operatorname{tg}\zeta) + l_0(\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\xi)]\cos\xi}, \qquad (99)$$

$$t_3 = \frac{l\,\Omega - [(l + l_1)\operatorname{tg}\xi + l_1 \operatorname{tg}\eta]\,\Pi}{[l(\operatorname{tg}\xi - \operatorname{tg}\zeta) + l_0(\operatorname{tg}\eta + \operatorname{tg}\xi)]\cos\zeta}.$$

Для случая, который чаще всего примѣняется на практикѣ, когда переднія и среднія ноги поставлены вертикально, эти формулы упрощаются вп виду того, что $\operatorname{tg}\eta = \operatorname{tg}\xi = 0$; такъ что

$$t_1 = \frac{-l\Omega + l_1 \Pi \operatorname{tg}\zeta}{l \operatorname{tg}\zeta},$$

$$t_2 = \frac{(l + l_0)\Omega - (l + l_1)\Pi \operatorname{tg}\zeta}{l \operatorname{tg}\zeta}, \qquad (100)$$

$$t_3 = -\frac{\Omega}{\sin\xi}.$$

Для копровъ, въ которыхъ подпорныя ноги подведены непосредственно подъ шкивныя балки, общія выраженія для силъ, дѣйствующихъ въ поперечныхъ фермахъ, могутъ быть написаны слѣдующимъ образомъ:

$$t_1 = -\frac{[l_1\sin(\xi-\zeta) - (l_1+l_0)\cos\zeta\sin\xi + l\cos\eta\sin\zeta]\,\Pi + [(l_1+l_0)\cos\zeta\cos\xi - l\cos\eta\cos\zeta]\Omega}{(l_1 + l_0)\sin(\xi + \eta)\cos\zeta - l\cos\eta\sin(\zeta + \eta)},$$

$$t_2 = -\frac{[l_1\sin(\xi + \eta) - (l_1 + l_0)\cos\zeta\sin\eta]\,\Pi - (l_1 + l_0)\cos\zeta\cos\eta\,\Omega}{(l_1 + l_0)\sin(\xi - \eta)\cos\zeta - l\cos\eta\sin(\zeta + \eta)}, \qquad (101)$$

$$t_3 = \frac{[l_1\sin(\xi + \eta) - l\cos\eta\sin\eta]\,\Pi - l\cos^2\eta\,\Omega}{(l_1 + l_0)\sin(\xi + \eta)\cos\zeta - l\cos\eta\sin(\zeta + \eta)};$$

эти формулы значительно упрощаются, если подпорныя ноги непосредственно подведены подъ шкивы, и если заднія и среднія ноги наклонены одинаково. Если среднія и заднія ноги поставлены вертикально, то формулы эти примутъ видъ--

$$t_1 = l_2\,\frac{\Pi\sin\zeta - \Omega\cos\zeta}{l\sin\zeta} = \frac{l_2}{l}\left(\Pi - \frac{\Omega}{\operatorname{tg}\zeta}\right),$$

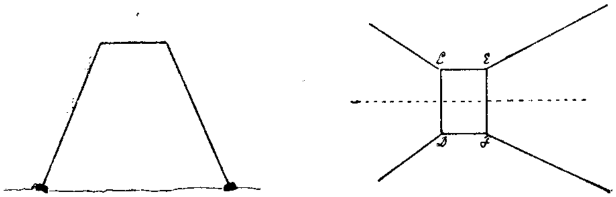
$$t_2 = l_1\,\frac{\Pi\sin\zeta - \Omega\cos\zeta}{l\sin\zeta} = \frac{l_1}{l}\left(\Pi - \frac{\Omega}{\operatorname{tg}\zeta}\right), \qquad (102)$$

$$t_3 = \frac{\Omega}{\operatorname{tg}\zeta}.$$

Разсмотримъ теперь конструкцію копра, изображеннаго на черт. 34. Коперъ этотъ въ самомъ упрощенномъ видѣ можетъ быть предсталенъ схемой, изображенной на черт. 77. Въ центрѣ шкивовъ дѣйствуютъ горизонтальныя силы U_1, U_2 и вертикальныя P_1 P_2. Очевидно, что крайнія подушки воспринимаютъ усилія $\frac{1}{2}\,U_1$ и $\frac{1}{2}\,U_2$, $\frac{1}{2}\,P_1$ и $\frac{1}{2}\,P_2$, а среднія— $\frac{1}{2}\,(U_1 + U_2)$ и $^1/_2\,(P_1 + P_2)$. Эти силы въ свою очередь передаются посредствомъ балокъ CD и EF узламъ, такъ что въ C и F будутъ дѣйствовать вертикальныя силы $\frac{1}{8}\,(3\;P_1 + P_2)$ и вдоль балки DF- горизонтальная сила $\frac{1}{4}\,(3\;U_1 + U_2)$ Съ другой стороны копра будутъ дѣйствовать аналогично: $\frac{1}{8}\,(P_1 + 3\,P_2)$ и $\frac{1}{4}\;(U_1 + 3\;U_2)$. Дальнѣйшій расчетъ можно вести: или разлагая вертикальныя силы по ногамъ и горизонтальнымъ направленіямъ CF, CD, DE и EF, или же при помощи идеальной фермы, построенной аналогично боковымъ фермамъ копра, если ноги соединены между собою неизмѣняемо при помощи горизонтальныхъ или наклонныхъ связокъ, не доходящихъ до опоръ. Въ этомъ случаѣ проводимъ вертикальныя плоскости черезъ $CF\;DE$. Если плоскости переднихъ и заднихъ ногъ наклонены къ вертикальнымъ подъ углами η и ξ, то положивъ

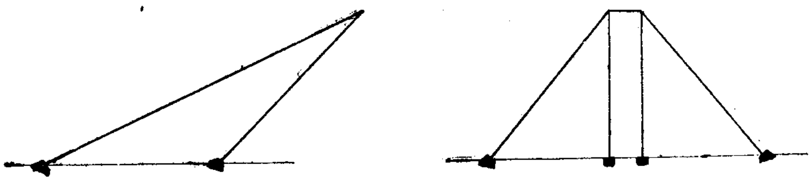
$$\Omega' = \frac{1}{4}(3\;U_1 + U_2);\; \Pi' = \frac{1}{4}\;(P_1 + 3\,P_2)\;\text{ и }\; l_1 = l_2 = \frac{1}{2}\,l,$$

при помощи формулъ (48) опредѣлимъ t' и t_1', дѣйствующія въ плоскостяхъ $BCDA$ и $GFEK$ у узловъ C и F. Такимъ же точно способомъ вычисляемъ силы t'' и t''_1 у узловъ D и E. Дальнѣйшій расчетъ сводится къ разсмотрѣнію фермъ, составляемыхъ передними и задними ногами, подобно тому, какъ мы это видѣли при пирамидальныхъ копрахъ.



Черт. 77.

Разсмотримъ теперь коперъ, упрощенная схема котораго можетъ быть представлена черт. 78; описаніе его дано при черт. 28; заднія ноги замѣнены гибкими тягами, канатами, такъ что активныя силы дѣйствуютъ въ вершинѣ треугольной фермы. Разсматриваемый случай подходитъ къ формуламъ (36); всѣ углы здѣсь отрицательные.



Черт. 78.

Такъ какъ намъ желательно получить не сразу напряженія, а силы, дѣйствующія въ плоскостяхъ фермъ, то, перемѣнивъ знаки и развернувъ эти выраженія, получимъ:

$$t_1 = \frac{-\Pi \sin \xi + \Omega \cos \xi}{\sin(\eta + \xi)},$$
$$t_2 = \frac{\Pi \sin \eta - \Omega \cos \eta}{\sin(\eta - \xi)}, \qquad (103)$$

Въ вертикальныхъ сѣченіяхъ, проведенныхъ черезъ шкивы, будутъ дѣйствовать силы t_1' и t_1'', растягивающія ферму гибкихъ тягъ и t_2' и t_2'', сжимающія ноги.

Найдемъ силы дѣйствующія на тяги, разлагая указанныя силы по направленіямъ тягъ и поперечному направленію; согласно чертежа будемъ имѣть:

$$\sigma_1' = \frac{t' l_1 + t'' l_2}{l \cos \alpha}; \quad \sigma_1'' = \frac{t' l_1 + t'' l_2}{l \cos \alpha};$$

боковое опрокидывающіе усиліе, возникающее отъ дѣйствія силъ t' и t'', будетъ

$$\omega = (t' - t'') \frac{l_2 - l_1}{l} \operatorname{tg} \alpha,$$

гдѣ $l_2 - l_1 = l_0$ не что иное, какъ разстояніе шкивовъ или осей подъемныхъ отдѣленій между собою. Итакъ, съ увеличеніемъ α возростаютъ, какъ растягивающія напряженія въ тягахъ σ_1' и σ_1'', такъ и перекашивавающіе усиліе ω, которое можетъ быть воспринимаемо только ногами. Желательно дѣлать α по возможности малымъ. Если тяги направлены параллельно плоскости симметріи копра, то есть $\alpha = 0$, то, конечно, $\omega = 0$ и

$$\sigma_1' = \frac{t' l_2 + t'' l}{l}, \quad \sigma_1'' = \frac{t' l_1 + t'' l_2}{l}.$$

Ферма ногъ подвержена дѣйствію сжимающихъ силъ t_2' и t_2'', направленныхъ вдоль ея оси. Кромѣ того она должна противостоять всѣмъ боковымъ силамъ, именно: разсмотренной только что ω, силѣ вѣтра, давленіе котораго для даннаго случая является самымъ опаснымъ по направленію перпенцикулярному оси копра, а также силамъ, возникающимъ отъ отклоненія канатовъ. Растяженіе въ тягахъ и сжатіе въ погахъ обусловлено неравенствами:

$$-\Pi \sin \xi + \Omega \cos \xi < 0 \text{ и } \Pi \sin \eta - \Omega \cos \eta > 0,$$

что въ свою очередь сводится къ неравенствамъ:

$$\varepsilon < \xi \text{ и } \xi < \eta;$$

впрочемъ, первое неравенство предрѣшаетъ второе, такъ какъ $\eta > \xi$. Изъ этихъ неравенствъ кромѣ того слѣдуетъ, что при настоящемъ расположеніи копра относительно машины какъ найбольшая величина растяженія, такъ и сжатія имѣютъ мѣсто при Max. П; слѣдовательно, коперъ разсчитывается на разрывъ нижняго каната у шкивовъ. Обѣ тяги, такъ же, какъ и ноги, дѣлаютъ, конечно, одинаковыхъ размѣровъ, соотвѣтствующихъ бо́льшему изъ напряженій. Если имѣется средняя тяга, то расчетъ въ общемъ не мѣняется, но растягивающія усилія приходится распредѣлять на эти три направленія. Расчетъ фермы ногъ не отличается отъ другихъ этого рода расчетовъ, поэтому мы здѣсь его разсматривать не станемъ.

Вмѣсто того, чтобы расширять у основанія разстояніе ногъ, копры этого типа снабжаютъ иногда боковыми тягами OD и $O'E$; назначеніе ихъ противодѣйствовать боковымъ опрокидывающимъ силамъ. Эти тяги легко можно разсчитать, исходя изъ того предположенія, что все боковое давленіе воспринимаетсь одной тягой и одной ногой. Если это давленіе U, то сила, вытягивающая тягу OD, будетъ

$$\sigma' = \frac{U}{\sin\delta},$$

а сила, сжимающая ногу—

$$\sigma = \frac{U}{\operatorname{tg}\delta}$$

Разсмотрѣнный типъ копровъ можно примѣнять исключительно къ небольшимъ подъемамъ.

Еслибы при такой же конструкціи копра машина была помѣщена не съ лѣвой, а съ правой стороны (какъ на чертежѣ), то уравненіе для силъ, дѣйствующихъ въ обѣихъ фермахъ, примутъ видъ:

$$t_1 = -\frac{\Pi\sin\xi + \Omega\cos\xi}{\sin(\eta - \xi)},$$

$$t_2 = \frac{\Pi\sin\eta + \Omega\cos\eta}{\sin(\eta - \xi)},$$

ибо ε—положительная величина. Выраженія эти показываютъ, что въ тягахъ будетъ имѣть мѣсто растяженіе, а въ ногахъ—сжатіе при всевозможныхъ значеніяхъ P и U,—даже и тогда, когда машина поставлена у самой шахты, такъ, что $U=O$. Кромѣ того, эти же формулы показываютъ, что съ увеличеніемъ P или U возрастаетъ, какъ t_1, такъ и t_2.

Сравнимъ величины силъ t при разрывѣ верхняго и нижняго каната (абсолютныя):

$$-t'_1=\frac{\sigma(1+\cos\alpha_1)\sin\xi+\sigma\sin\alpha_1\cos\xi}{\sin(\eta-\xi)}\quad\text{(для верхняго)},$$

$$-t_1''=\frac{\sigma(1+\cos\alpha_2)\sin\xi+\sigma\sin\alpha_2\cos\xi}{\sin(\eta-\xi)}\quad\text{(для нижняго)}.$$

Для того. чтобы опредѣлить, какая изъ нихъ больше, вычтемъ одну изъ другой; въ такомъ случаѣ будемъ имѣть:

$$(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)\sin\xi+(\sin\alpha_1-\sin\alpha_2)\cos\xi \gtrless 0;$$

преобразуемъ это неравенство такъ:

$$-2\sin\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\sin\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2}\sin\xi+2\cos\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\sin\frac{\alpha_1-\alpha_2}{2}\cos\xi \gtrless 0,$$

или

$$1 \gtrless \operatorname{tg}\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\operatorname{tg}\xi.$$

Въ случаѣ наличности перваго неравенства, расчетъ приходится вести на разрывъ верхняго каната, въ случаѣ же второго - на разрывъ нижняго.

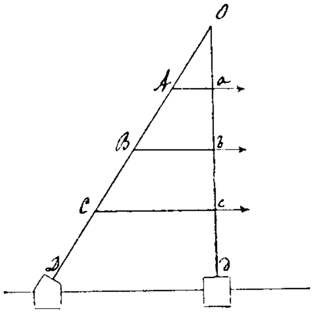
Для ногъ мы можемъ получить аналогичное выраженіе:

$$1 \gtrless \operatorname{tg}\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\operatorname{tg}\eta.$$

Такъ какъ $\eta>\xi$, то нижнія неравенства слѣдуютъ одно изъ другого, но верхнія могутъ и не совпадать. Наше разсужденіе относится къ цилиндрическимъ бабанамъ и основано на формулахъ (25, 26). Понятно, что здѣсь $\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}$ есть уголъ средняго уклона равнодѣйствующихъ.

Намъ остается еще сдѣлать нѣсколько замѣчаній, касающихся расчета крупныхъ надшахтныхъ копровъ. Эти копры строятся въ настоящее время главнымъ образомъ по типу англійскихъ двуножныхъ или же комбинированныхъ шестиножныхъ. Въ общемъ, способъ расчета этихъ сооруженій разсмотрѣнъ нами раньше, здѣсь-же намъ придется заняться нѣкоторыми конструктивными особенностями.

Если имѣются горизонтальныя продольныя связки, соединяющія наклонныя ноги съ вертикальными (схем. черт. или болѣе детальный черт. 33), то для точности расчета необходимо ввести ихъ вѣсъ и пр. Назовемъ вѣсъ половины наклонной фермы между O и A черезъ g_1, между A и B—g_2 и т. д. Вѣсъ горизонтальной связки Aa пусть будетъ g', $Bb - g''$.... Распредѣлимъ давленіе отъ силы тяжести по узламъ въ предположеніи, что центры тяжести разсматриваемыхъ частей находятся по серединѣ ихъ длины. Мы находимъ, что въ узлахъ O, A, B, C и опорѣ D дѣйствуютъ вертикальныя силы:



Черт. 79.

$$\frac{g_1}{2}, \frac{g' + g_1 + g_2}{2}, \frac{g'' + g_2 + g_3}{2}, \frac{g'' + g_3 + g_4}{2}, \frac{g_4}{2},$$

которыя распредѣляются по направленію горизонтальныхъ связокъ и вдоль частей наклонныхъ ногъ. Первыя изъ этихъ силъ будутъ:

$$\frac{g_1}{2} \operatorname{tg} \xi, \frac{g' + g_1 + g_2}{2} \operatorname{tg} \xi, \frac{g'' + g_3 + g_4}{2} \operatorname{tg} \xi, \frac{g_4}{2} \operatorname{tg} \xi.$$

Части наклонной ноги подвергнуты нижеслѣдующимъ сжимающимъ усиліямъ:

Часть OA—усилію $s_1' = \frac{g_1}{2 \cos \xi}$

Часть AB „ $s_1'' = \frac{2 g_1 + g' + g_2}{2 \cos \xi}$

Часть BC „ $s'''_1 = \frac{2 g_1 + 2 g_2 + g' + g'' + g_3}{2 \cos \xi}$

и т. д.

Эти самыя силы, направленныя перпендикулярно вертикальной ногѣ, передаются частью узлу O, частью непосредственно опорамъ. Если черезъ H обозначимъ высоту всего копра, черезъ h_1, h_2, h_3,— высоты связокъ надъ горизонтомъ, то, на основаніи равенства моментовъ, равнодѣйствующая ихъ въ узлѣ O опредѣлится формулой:

$$U_1 = \frac{\operatorname{tg}\xi}{2\,H}[g_1 h_1 + (g' + g_1 + g_2) h_2 + \ldots\ldots + (g''' + g_2 + g_4) h_4].$$

Эту силу U_1 (горизонтальную) мы можемъ разложить по направленію наклонной ноги и вертикальной такъ:

$$s_1^0 = -\frac{U_1}{\sin\xi}, \quad s_2^0 = \frac{U_1}{\operatorname{tg}\xi}$$

и присоединить напряженія, вызываемыя этими силами, къ опредѣленнымъ по активнымъ силамъ, или просто присоединить U_1 къ активнымъ силамъ. Что касается силъ s_1', s_1'' и т. д., то напряженія вызываемыя этими силами, вводятся въ расчетъ постепенно при опредѣленіи размѣровъ соотвѣтственныхъ частей. Если вѣса частей вертикальной ноги Oa, ab, bc, и т. д. обозначимъ g_1; g_2 и т. д. то напряженія въ частяхъ ихъ будутъ обусловлены силами:

$$q_1, q_1 + q_2 + \frac{g'}{2}, q_1 + q_2 + q_3 + \frac{g' + g''}{2} \text{ и т. д.}$$

Напряженія, вызываемыя давленіемъ вѣтра, мы можемъ разсчитать такимъ же образомъ; вся разница заключается лишь въ томъ, что намъ приходится разлагать давленіе, нормальное къ ногамъ, на горизонтальное и направленное по нимъ. Если давленіе вѣтра на части OA, AB, BC и т. д. назовемъ Q_1, Q_2, Q_3, то въ узлахъ O, A, B... будутъ дѣйствовать горизонтальныя силы:

$$\frac{Q_1}{2\cos\xi}, \frac{Q_1 + Q_2}{2\cos\xi}, \frac{Q_2 + Q_3}{2\cos\xi};$$

а силы, направленныя по ногѣ, будутъ:

$$\frac{Q_1}{2}\operatorname{tg}\xi, \frac{Q_1 + Q_2}{2}\operatorname{tg}\xi, \frac{Q_2 + Q_3}{2}\operatorname{tg}\xi.$$

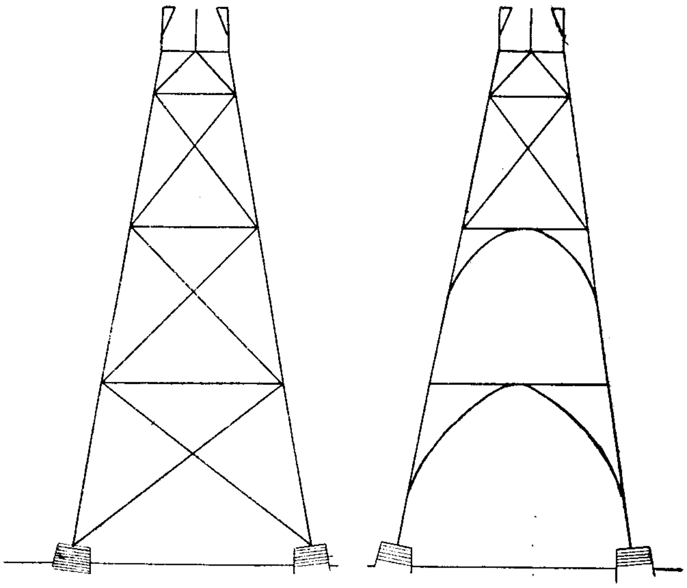
Эти силѣ мы вводимъ въ расчетъ на тѣхъ же основаніяхъ, какъ и силы, возникающія отъ вѣса частей копра.

Расчетъ напряженій отъ подъемнаго механизма можно производить по общему способу, именно—разложить силы, сосредоточенныя въ центрахъ шкивовъ, по направленіямъ, получаемыхъ пересѣченіемъ вертикальной плоскости, проведенной черезъ шкивъ параллельно оси копра, съ плоскостями ногъ. Такимъ образомъ опредѣлятся силы, дѣйствующія вдоль осей наклонной и вертикальной фермы. Равнодѣйствующія силъ тяжести и давленій вѣтра, отнесенныя къ вершинѣ копра, разлагаемъ по тому же способу; точки приложенія этихъ силъ лежатъ въ точкахъ соприкосновенія переднихъ и заднихъ ногъ копра.

Однако для полнаго расчета неообходимо принять во вниманіе еще и боковыя опрокидывающія силы, которыя состоятъ изъ бокового давленія вѣтра v_1 и натяженій p, возникающихъ отъ оклоненія канатовъ; такимъ образомъ

$$\omega = v_1 + p.$$

Силу ω мы относимъ къ фермѣ заднихъ ногъ. Незачѣмъ упоминать, что наклонную ферму приходится разсчитывать на силу отъ разрыва верхняго каната, а вертикальную на разрывъ нижняго. Для примѣра произведемъ алгебраическій расчетъ двухъ типическихъ фермъ, часто встрѣчающихся въ существующихъ сооруженіяхъ.



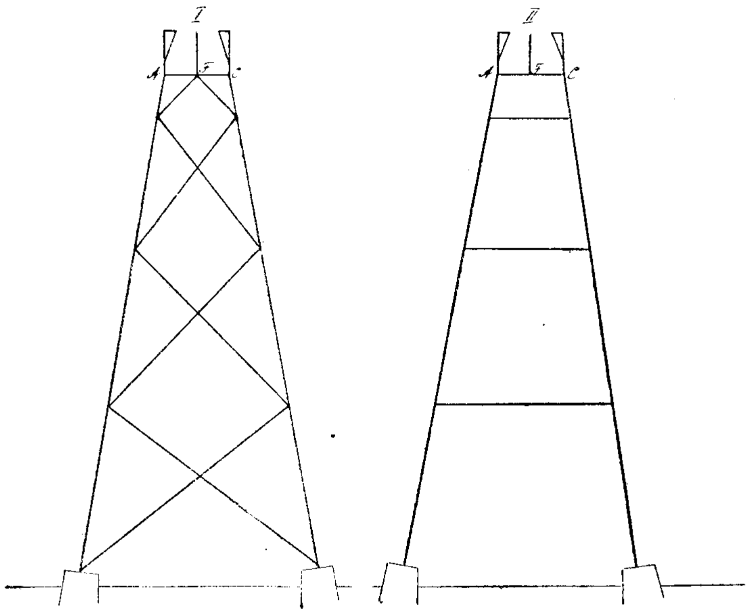
Черт. 80.

Слѣдуетъ замѣтить, что хорошо заранѣе подсчитать, которое изъ давленій вѣтра осевое или боковое вызываетъ болѣе значительныя напряженія въ ногахъ; въ окончательный расчетъ, конечно, слѣдуетъ принимать большее изъ нихъ. Боковое давленіе вѣтра мы относимъ, конечно, къ вершинѣ копра, т. е. къ пересѣченію ногъ. Понятно, ω можетъ быть направлено какъ въ ту такъ и въ другую сторону. Фермы представленныя на черт. 80, какъ видно даже изъ бѣглаго разсмотрѣнія ихъ, принадлежатъ къ статически неопредѣленнымъ, въ виду чрезмѣрно большаго числа соединительныхъ стержней. Мы устранимъ въ первой горизонтальныя связки, а во второй діагональныя, а также подкосы, назначеніе которыхъ поддерживать помосты n. Тогда у насъ явятся упрощенныя фермы черт. 81 стр. 124).

Горизонтальную силу мы будемъ считать перенесенной на поперечину AC. Это достигается, конечно перерасчетомъ момента по отношенію къ опорамъ тѣхъ силъ, которыя приложены выше. Итакъ, если высота приложенія центра бокового давленія вѣтра — H_2 высота расположенія шкивовъ — H_1, а высота копра до соприкосновенія ногъ — H, то

$$\omega H = \omega_1 H_1 + p H_2.$$

Въ обѣихъ фермахъ верхнія части одинаковы; если t_1' и t_1'' — слагающія активныхъ силъ отъ подъема, t_1^0 — прочихъ внѣшнихъ силъ то у лѣвой подушки имѣется давленіе, направленное по оси фермы $\frac{1}{2} t_1' + t_1^0$, у среднихъ подушекъ — $\frac{1}{2}(t_1' + t'')$, у правой — $\frac{1}{2} t_1'' + t_1^0$.



Черт. 81.

Крайнія давленія разлагаются по направленію ногъ и горизонтальной поперечины такъ, что ноги сжимаются силами:

$$-\sigma_1' = \frac{t_1' + 2t_1^0}{2\cos\alpha}, \quad -\sigma_2' \frac{t''_1 + 2t_1^0}{2\cos\alpha},$$

а вдоль поперечины является сила $\frac{(t_1' - t_1'')}{2}\operatorname{tg}\alpha$.

Давленія отъ среднихъ подушекъ передается узлу F; кромѣ того, въ этой же точкѣ мы можемъ считать сосредоточенными всѣ горизонтальныя силы $\pm\omega + \frac{t_1' - t_1''}{2}\operatorname{tg}\alpha$, которыя вмѣстѣ съ прежними осевыми восцринимаются подкосами. Лѣвый подкосъ подверженъ сжимающему усилію —

$$\tau_1 = \frac{t'_1 + t_1''}{4\cos\beta} - \frac{t_1' - t_1''}{4\sin\beta}\operatorname{tg}\alpha \pm \frac{\omega}{2\sin\beta}.$$

Подкосы наклонены къ вертикали подъ угломъ β; правый подкосъ сдавленъ силою —

$$\tau_2 = \frac{t' + t_1''}{4\cos\beta} + \frac{t'_1 - t_1''}{4\sin\beta}\operatorname{tg}\alpha \pm \frac{\omega}{2\sin\beta}.$$

а слѣдовательно горизонтальная сила, дѣйствующая вдоль первой связки, будетъ

$$\Omega = \omega_2 - \omega_1,$$

а послѣ подстановокъ—

$$\Omega = \left(1 - \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}\right)\left[\pm\omega + (t_1 - t_1'')\frac{\operatorname{tg}\alpha}{2}\right].$$

Для дальнѣйшаго разсчета мы будемъ полагать, что въ узлѣ приложена активная сила Ω; вспомогательныя сѣченія даютъ намъ возможность составить уравненія моментовъ относительно полюсовъ—узловъ:

$$\sigma_1'' l_2 \cos\alpha = -\Omega(H_1 - H_2) \text{ и } \sigma_2'' l_2 \cos\alpha = \Omega(H_1 - H_2),$$

$$\sigma_1''' l_3 \cos\alpha = -\Omega(H_1 - H_3) \text{ и } \sigma_2''' l_3 \cos\alpha = \Omega(H_1 - H_3),$$

$$\sigma_1^{\text{IV}} l_4 \cos\alpha = -\Omega(H_1 - H_4) \text{ и } \sigma_2^{\text{IV}} l_4 \cos\alpha = \Omega(H_1 - H_4) \text{ и т. д.}$$

Если напряженія въ связкахъ обозначимъ черезъ σ', σ'' и т. д. и станемъ проводить сѣченія, которыя пересѣкаютъ горизонтальныя связки и ноги, то, составляя уравненія моментовъ по отношенію къ узламъ, находящимся ниже, мы можемъ опредѣлить натяженія въ связкахъ. Именно мы будемъ имѣть уравненіе:

$$(\sigma' + \Omega)(H_1 - H_2) = \sigma_2' l_2 \cos\alpha,$$

откуда—

$$\sigma' = -\Omega + \sigma_2' \frac{l_2 \cos\alpha}{H_1 - H_2};$$

далѣе—

$$\sigma''(H_2 - H_1) = \sigma_2'' l_3 \cos\alpha - \Omega(H_2 - H_3),$$

откуда—

$$\sigma'' = -\Omega\frac{H_1 - H_3}{H_2 - H_2} + \sigma_2'' \frac{l_3 \cos\alpha}{H_2 - H_1};$$

затѣмъ—

$$\sigma'''(H_2 - H_3) = \sigma_2''' l_4 \cos\alpha - \Omega(H_1 - H_4) \text{ и т. д.}$$

Для опредѣленія напряженій въ нижей связкѣ—лежнѣ мы можемъ воспользоваться ур. статическаго равновѣсія:

$$\sigma' + \sigma'' + \sigma'' + \ldots \sigma^{(n)} + \Omega = 0;$$

Дальнѣйшій ходъ разсчета различенъ для той или другой фермы и поэтому намъ придется разсматривать ихъ особо. Ферму показанную на черт. I мы разсчитаемъ, примѣняя способъ поочереднаго разложенія силъ, для фермы же изображенной на черт. II, примѣнимъ методъ Риттера.

Итакъ разлагаемъ τ_1 по направленію ноги и діагональнаго счержня, наклоненіе котораго къ вертнкали γ найдемъ изъ формулы:

$$\sigma_1'' = \tau_1 \frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin(\gamma+\alpha)} \text{ и } \rho_1 = \tau_1 \frac{\sin(\beta+\alpha)}{\sin(\gamma+\alpha)},$$

отъ праваго подкоса получимъ аналогично:

$$\sigma_2'' = \tau_1 \frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin(\gamma+\alpha)} \text{ и } \rho' = \tau_2 \frac{\sin(\beta+\alpha)}{\sin(\gamma+\alpha)}.$$

Напряженія σ_1'' и σ_2''—сжимающія ρ_1 и ρ'— растягивающія.

При слѣдующихъ узлахъ разложеніе усилій, передаваемыхъ стерями, дастъ намъ формулы:

$$\sigma_1''' = \rho' \frac{\sin(\delta+\gamma)}{\sin(\alpha+\delta)}, \quad \rho_{II} = \rho' \frac{\sin(\gamma-\alpha)}{\sin(\alpha+\delta)}$$

и

$$\sigma_2''' = \rho_1 \frac{\sin(\delta+\gamma)}{\sin(\alpha+\delta)}, \quad \rho'' = \rho_1 \frac{\sin(\gamma-\alpha)}{\sin(\alpha+\delta)},$$

гдѣ силы σ_1''' и σ_2'''—растягивающія ρ_{II} и ρ''—сжимающія. Итакъ, общія напряженія внизу ногъ опредѣляются выраженіями:

$$\sigma_1 = \sigma_1' + \sigma_1'' - \sigma_1''' + \sigma_1^{\text{IV}} - \sigma_1^{\text{V}} + \ldots\ldots + \sigma_1^{2n} - \sigma_1^{2n+1},$$

$$\sigma_2 = \sigma_1' + \sigma_2'' - \sigma_2''' + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \sigma_2^{2n} - \sigma_1^{2n+1}.$$

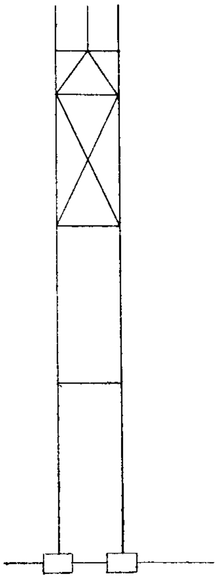
Изъ этихъ выраженій видно, что стержни сжаты и вытянуты попеременно,—четные сжаты, а нечетные растянуты.

Разсмотримъ теперь второй случай—ферму съ горизонтальными связками; силы, направленныя по подкосамъ, разлагаемъ по направленіямъ ногъ и связокъ:

$$\sigma_1' = \tau_1 \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \text{ и } \omega_1 = \tau_1 \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\alpha},$$

$$\sigma_2' = \tau_2 \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \text{ и } \omega_2 = \tau_2 \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\alpha},$$

если всѣ (n-1) напряженій уже опредѣлены, то напряженіе n—ое получится какъ разность Ω и суммы всѣхъ найденныхъ напряженій.



Черт. 82.

Вертикальныя ноги соединяются діагональными и поперечными связками, образуя ферму, показанную на черт. 82. Ходъ расчета въ общемъ не отличается отъ расчета наклонной фермы; впрочемъ онъ нѣсколько проще; именно, въ только что выведенныхъ формулахъ слѣдуетъ принять $\alpha = 0$. Такимъ образомъ:

$$\sigma_1{}' = \frac{t' + 2t^0}{2} \text{ и } \sigma'_2 = \frac{t'' + 2t^0}{2}.$$

Подкосы сжимаются силами:

$$\tau_1 = \frac{t' + t''}{4\cos\beta} = \tau_2.$$

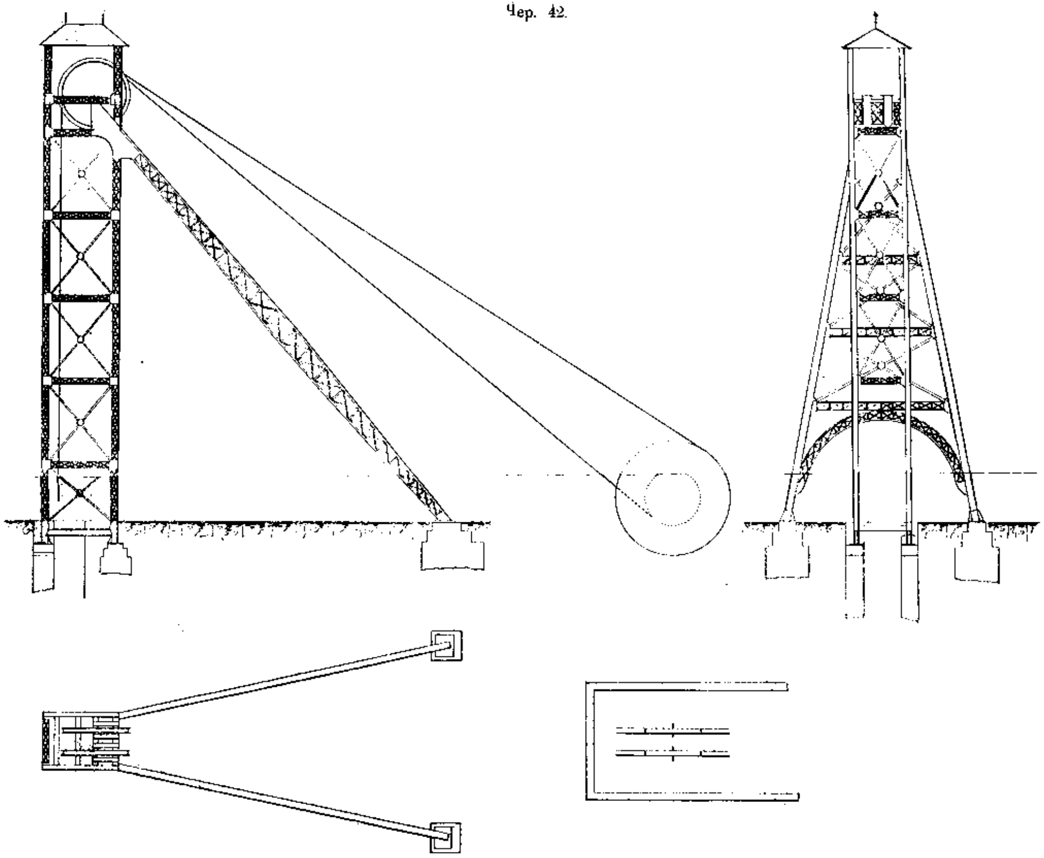
Горизонтальныя силы, возникающія отъ давленія вѣтра и отъ отклоненія канатовъ, воспринимаются наклонной фермой, такъ что въ данномъ случаѣ $\omega = 0$.

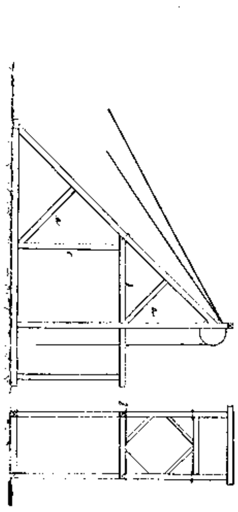
Въ обѣихъ фермахъ необходимо ввести еще поправку, касающуюся собственннаго вѣса. Въ расчетъ наклонной фермы приходится, конечно, ввести не вѣсъ частей, а слагающую его, направленную параллельно оси фермы. Вѣсъ частей распредѣляется по узламъ, поправки, касающіяся его, можно вычислять отдѣльно и — затѣмъ присоединить ихъ къ числовымъ величинамъ, полученнымъ при расчетѣ главныхъ силъ.

Горизотальныя связки играютъ часто роль подпорныхъ балокъ для помостовъ на разгрузочныхъ горизонтахъ; въ этомъ случаѣ ихъ приходится разсчитывать еще на грузъ, воспринимаемый помостами, также какъ и подкосы, поддерживающіе эти балки. Этимъ подкосамъ придаютъ часто форму арокъ.

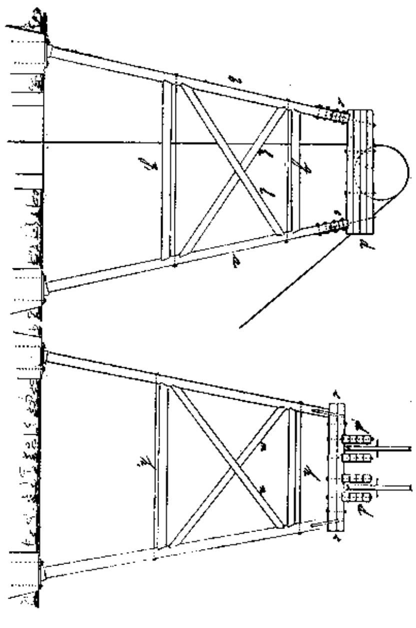
Когда опредѣлены сжимающія и растягивающія усилія, дѣйствующія вдоль частей пространственной фермы копра, приступаютъ къ вычисленію размѣровъ ихъ. Эти части опять таки рѣшетчатыя фермы, обыкновенно статически неопредѣлимыя въ виду слишкомъ большого количества діагональныхъ и поперечныхъ связокъ. Обыкновенно, не затрудняясь точнымъ разсчетомъ, принимаютъ, что силы передаются главнымъ панелямъ, для которыхъ выбираютъ соотвѣтственное по размѣрамъ сѣченіе фасоннаго желѣза. Роль связывающихъ прутьевъ сводится такимъ образомъ къ приданію жесткости фермѣ и устраненію продольныхъ изгибовъ. Впрочемъ, они разсчитываются тѣмъ не менѣе на продольный изгибъ—на случай сжатія, такъ какъ длина ихъ обыкновенно значительна.

Чер. 42.

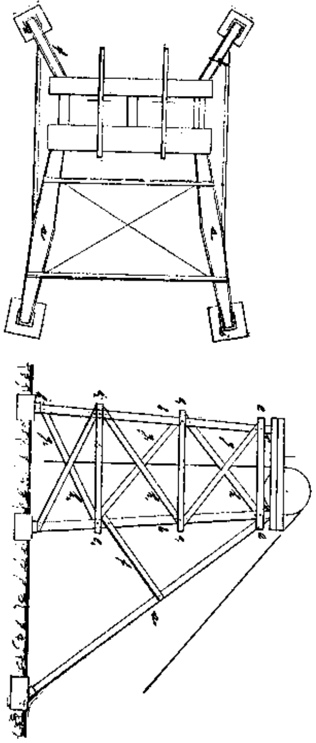




Чер. 26.

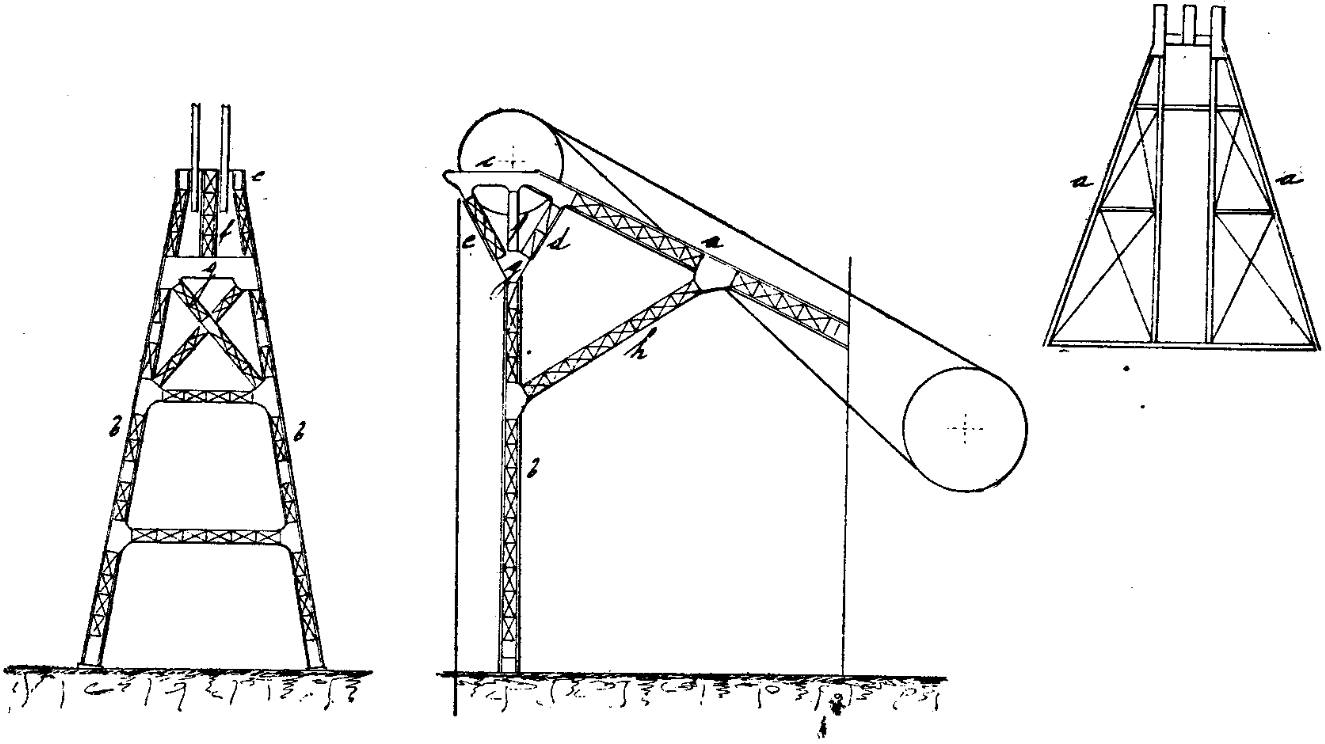


Чер. 36.

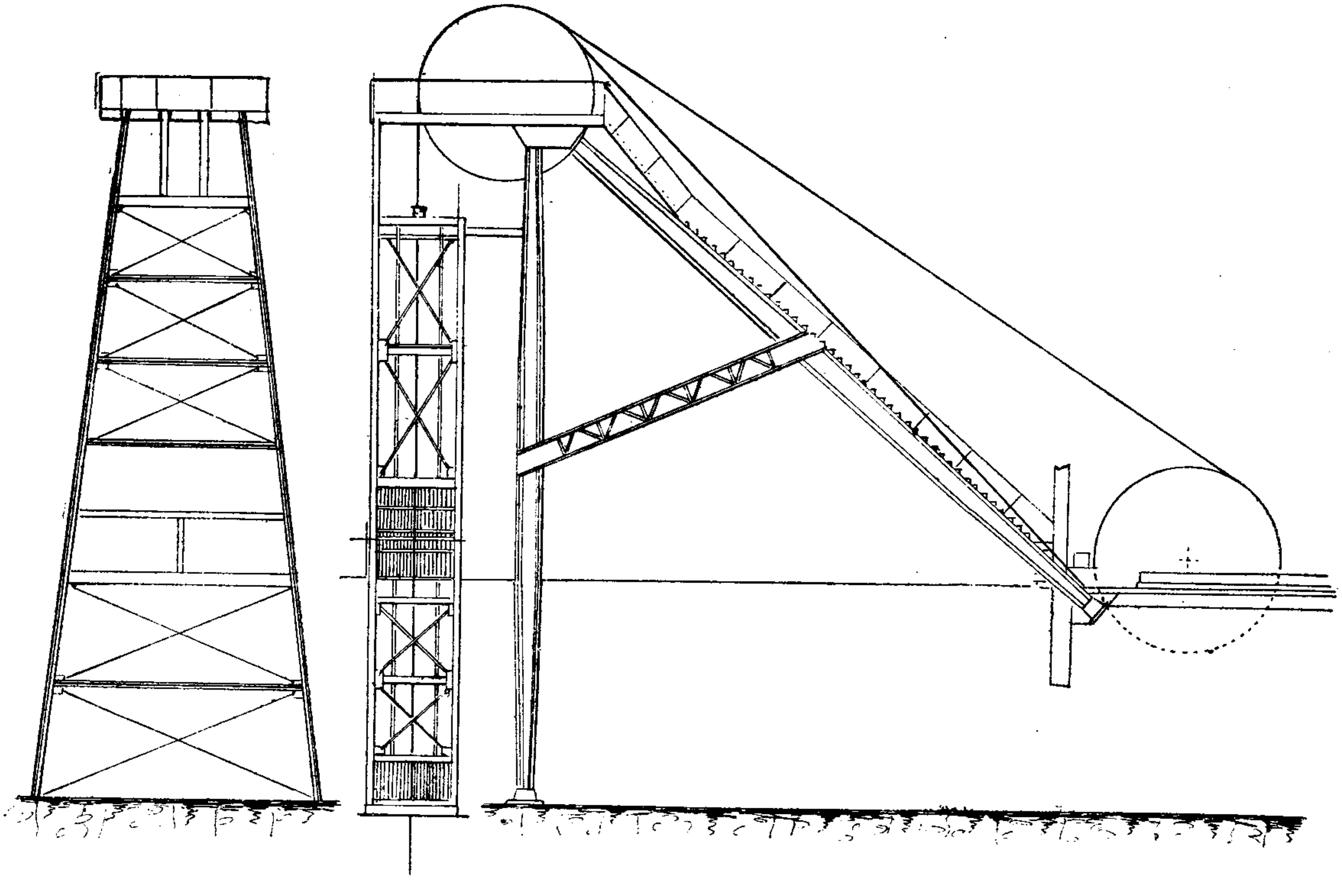


Чер. 37.

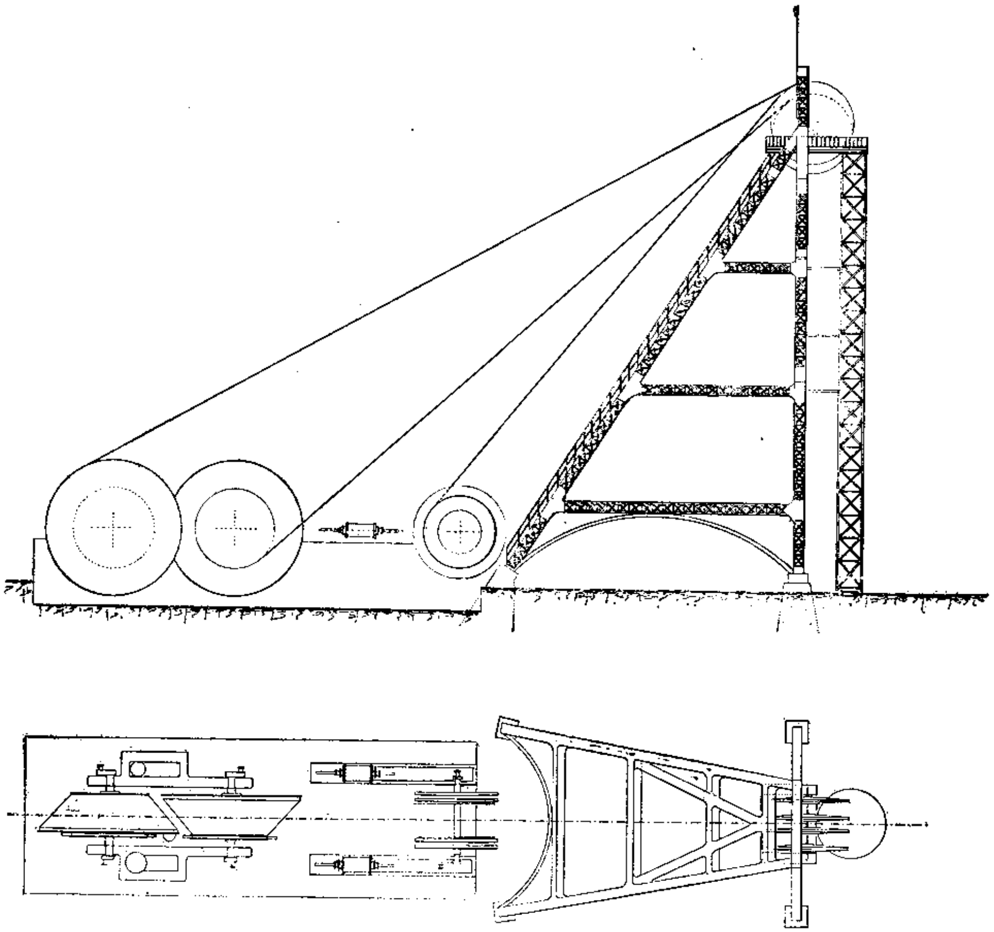
Чер. 29.



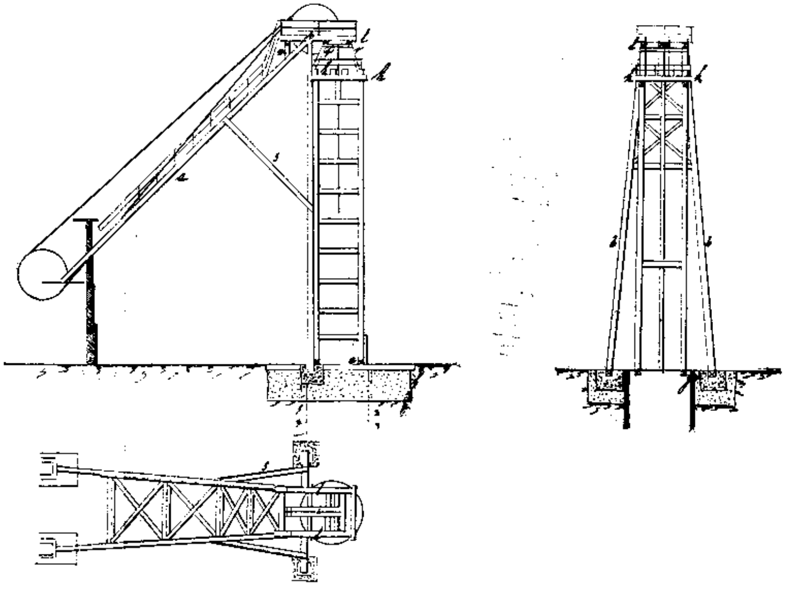
Чер. 30.



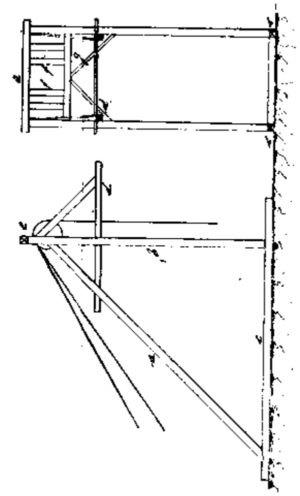
Чер. 33.



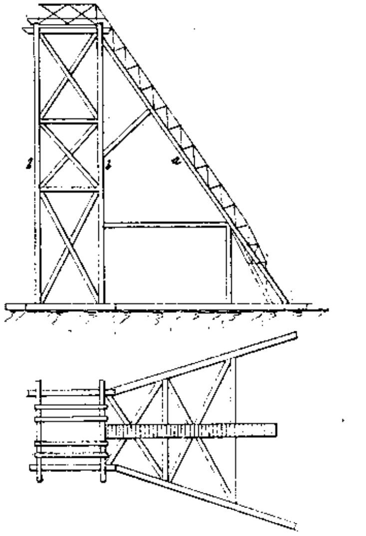
Чер. 27.



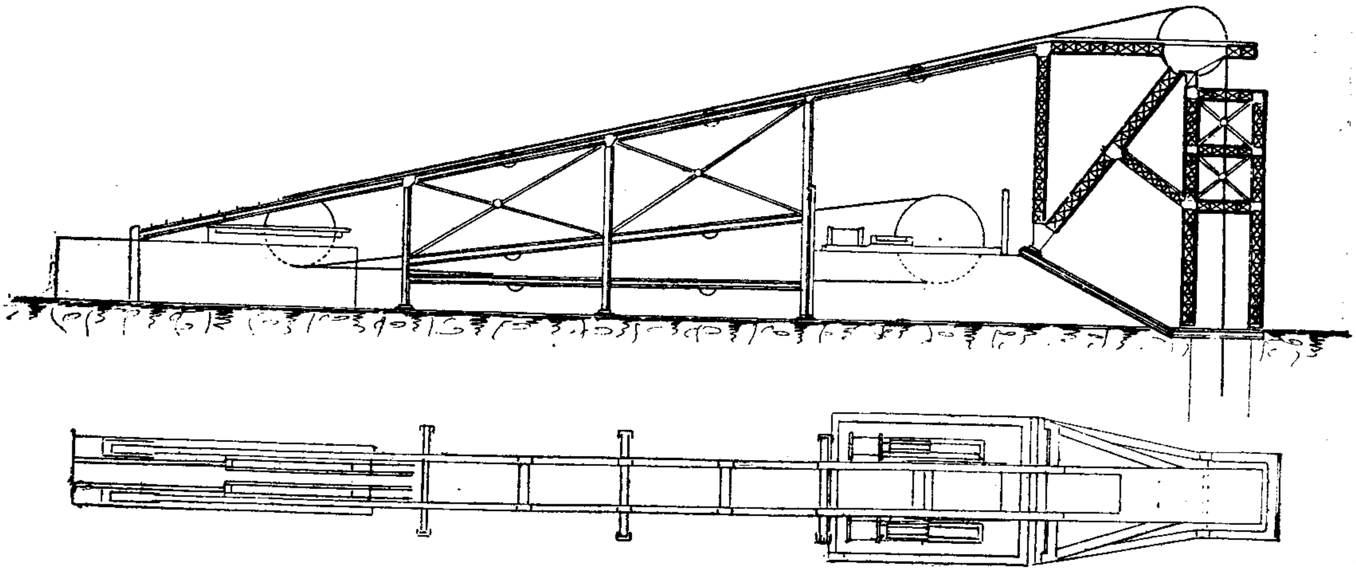
Чер. 24.



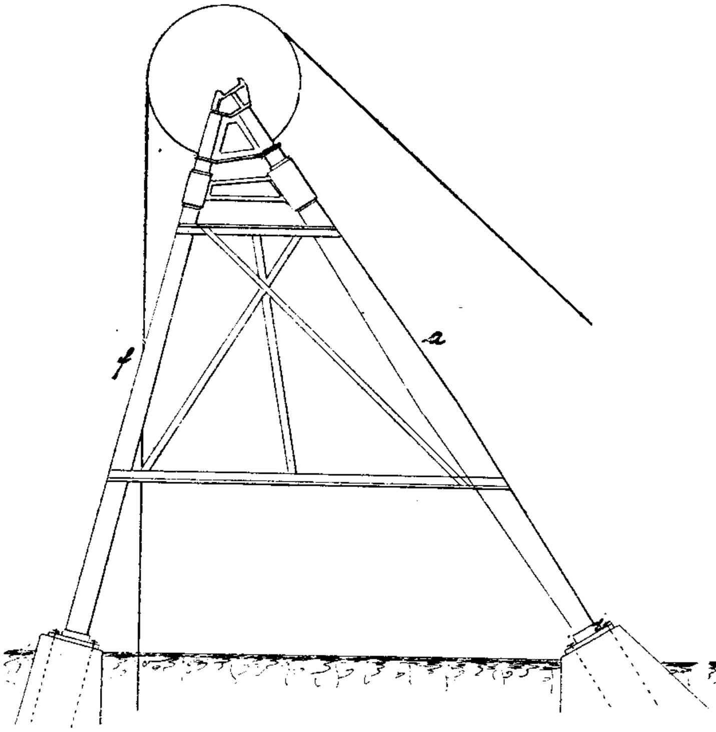
Чер. 32.



Чер. 43.



Чер 34



Чер. 35.