

УДК 536.25

**ВЛИЯНИЕ ЧИСЛА ПРАНДТЛЯ НА ЕСТЕСТВЕННУЮ КОНВЕКЦИЮ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ
ЖИДКОСТИ В ПОЛУЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ**А.И. Кудров

Научный руководитель: профессор, д. ф.-м. н. М.А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: alex12kudrow@gmail.com

**PRANDTL NUMBER EFFECT ON NATURAL CONVECTION OF A HEAT GENERATING FLUID
WITHIN A SEMI-CYLINDRICAL CAVITY IN CASE OF VARIABLE VISCOSITY**

A.I. Kudrov

Scientific Supervisor: Prof. Dr. M.A. Sheremet

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: alex12kudrow@gmail.com

Abstract. *The study presents a numerical analysis on natural convection of a heat generating fluid having variable viscosity within a semi-cylindrical cavity. It is assumed that the top wall is adiabatic, and the bottom one is isothermal. The simulation is conducted to discover the influence of the Prandtl number on the average Nusselt number at the bottom wall when the dynamic viscosity of the fluid decreases exponentially. The natural convection in the cavity is described by the system of equations in the Boussinesq approximation. The problem has been formulated in terms of non-primitive variables in a dimensionless form. The governing equations have been solved using the finite difference method. As a result of the numerical simulation, we have obtained time dependencies of the average Nusselt number when the Prandtl number is equal to 7.0, 70 and 700, and the Rayleigh number is varied from 10^4 to 10^6 .*

Введение. Конвективный теплообмен является одним из главных видов переноса теплоты в различных инженерных аппаратах. Отдельное место при этом занимает естественная конвекция, которая наблюдается, например, в химических реакторах или при внутрикорпусном удержании расплава активной зоны ядерного реактора при тяжелой аварии. В таких системах жидкость, совершающая свободно-конвективное течение, выделяет тепло. Данный случай свободной конвекции изучен достаточно хорошо, однако влияние переменных свойств жидкости на перенос теплоты в таких условиях изучен недостаточно подробно. Поэтому в данной работе проводится численный анализ естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с переменной вязкостью в замкнутой полуцилиндрической полости.

Математическая постановка задачи. Тепловыделяющая жидкость удерживается в полуцилиндрической области (см. рис. 1). На нижней границе полости поддерживается постоянная температура, в то время как верхняя стенка является теплоизолированной. В начальный момент времени жидкость покоится и ее температура равна температуре нижней стенки. Удельное тепловыделение жидкости постоянно во времени и не зависит от координат.

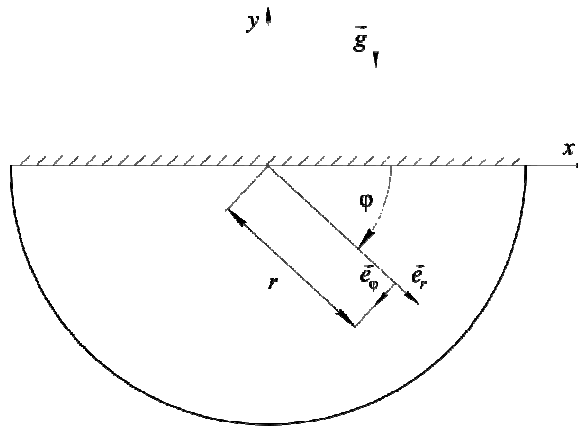


Рис. 1. Исследуемая область

Процесс естественной конвекции в полости описывается системой безразмерных уравнений Обербека-Буссинеска с использованием преобразованных переменных «завихренность – функция тока». При этом полагается, что вязкость жидкости зависит от температуры, однако другие теплофизические свойства, принимаются постоянными, включая плотность, поскольку приближение Обербека-Буссинеска предполагается наличие небольших перепадов температур в исследуемой области. Задача рассматривается в полярных координатах, где искомые величины зависят от полярного угла, φ , и безразмерного радиуса, R . Определяющие уравнения представлены ниже.

Уравнение дисперсии завихренности:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Omega)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(V\Omega)}{\partial \varphi} + \frac{U\Omega}{R} = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial^2(M\Omega)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial(M\Omega)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial(M\Omega)}{\partial \varphi^2} \right) + 2\sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial^2 M}{\partial R^2} \left(V - \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} \left(\frac{\partial M}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 M}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{2}{R} \frac{\partial U}{\partial R} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial R \partial \varphi} - \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial \varphi} \right) \right] + \frac{\partial \theta}{\partial R} \cos \varphi - \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \frac{\sin \varphi}{R} \quad (1)$$

где Ω – безразмерная завихренность, τ – безразмерное время, U и V – проекции безразмерного вектора скорости на орты $\vec{e}_r$ и $\vec{e}_\varphi$, соответственно; Pr и Ra – числа Прандтля и Рэлея, соответственно; $M = M(\theta)$ – безразмерная динамическая вязкость жидкости; θ – безразмерная температура.

Уравнение Пуассона для функции тока:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} = \Omega \quad (2)$$

где Ψ – безразмерная функция тока.

Уравнение энергии:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{V}{R} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = \frac{1}{\sqrt{Pr Ra}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{1}{\sqrt{Pr Ra}} \quad (3)$$

В уравнениях (1) и (2) безразмерная завихренность и функция тока заданы как

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial R}; \quad \Omega = \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{V}{R} \frac{\partial V}{\partial R}.$$

Начальные и граничные условия для уравнений (1) – (3) представлены ниже.

$$\tau = 0, \quad R \in [0, 1], \quad \varphi \in [0, \pi]; \quad \Psi = \theta = \Omega = 0;$$

$$R = 0, \varphi \in [0, \pi]; \quad \Psi = \Omega = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0; \quad R = 1, \varphi \in [0, \pi]; \quad \Psi = \theta = 0, \quad \Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2};$$

$$\varphi = 0 \text{ и } \varphi = \pi, R \in (0, 1); \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0, \quad \Omega = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2}.$$

Согласно работам [1, 2] принимается следующая зависимость для безразмерной вязкости:

$$M = \exp(-C\theta). \quad (4)$$

Результаты. В представленной работе изучается влияние числа Прандтля на среднее число Нуссельта на нижней стенке полости, которое вычислялось как $Nu_{cp} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left| \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} d\varphi$. Определяющие уравнения (1) – (3) решались при помощи метода конечных разностей. Численный анализ проводился при значениях числа Прандтля 7.0, 70 и 700 и числа Рэлея в пределах от 10^4 до 10^6 . Коэффициент в зависимости (4) был принят равным 2 ($C = 2$). В результате были получены временные зависимости Nu_{cp} для указанных значений чисел Прандтля и Рэлея (см. рис. 2).

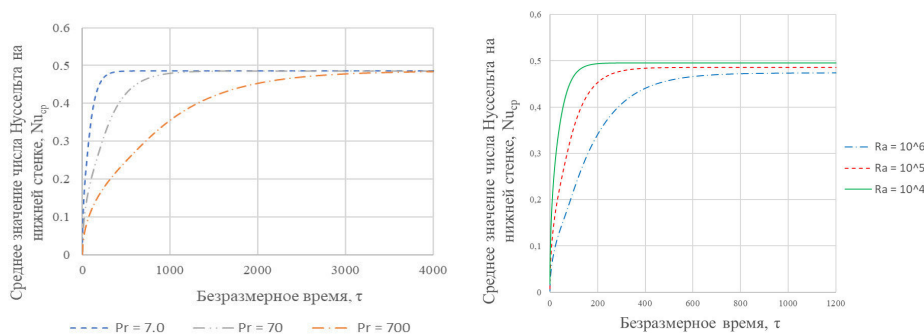


Рис. 2. Временные зависимости Nu_{cp} при $Pr = \text{var}$ и $Ra = 10^5$ (слева) и $Pr = 7.0$ и $Ra = \text{var}$ (справа)

Закключение. В представленной работе численно был исследован процесс естественной конвекции тепловыделяющей жидкости с переменной вязкостью. По результатам исследования были построены зависимости среднего числа Нуссельта на нижней стенке полости для числа Прандтля равного 7.0, 70 и 700 и числа Рэлея, изменяющегося от 10^4 до 10^6 . При этом было определено, что число Прандтля при постоянном Ra оказывает малое влияние на стационарные значения Nu_{cp} . Однако с ростом Pr нестационарные значения интегрального параметра теплообмена снижаются за счет менее интенсивного движения такой среды. Сравнение решений для постоянной и переменной вязкостей показало незначительное влияние последней на среднее число Нуссельта при указанных Ra и Pr , однако учет $M = \text{var}$ приводит к увеличению скорости движения жидкости и уменьшению температуры в полости.

Работа выполнена при поддержке Программы развития Томского политехнического университета (Приоритет-2030-НИИ/ЭБ-002-0000-2022).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yamasaki T., Irvine T. F. Laminar Free Convection in a Vertical Tube with Temperature-Dependent Viscosity. Int. J. Heat Mass Transfer. – 1984. – Vol. 27., No. 9. – P. 1613–1621.
2. Hyun J. M., Lee J. W. Transient natural convection in a square cavity of a fluid with temperature dependent viscosity // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 1988. – Vol. 9. – P. 278–285.