

УДК

**КОНВЕКТИВНОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ  
В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С ПОРИСТОЙ ВСТАВКОЙ**

А.П. Порунова

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. М.А. Шеревет  
Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050  
E-mail: [nastya.p-va@yandex.ru](mailto:nastya.p-va@yandex.ru)

**CONVECTIVE FLOW OF A VISCOUS INCOMPRESSIBLE FLUID  
IN A FLAT CHANNEL WITH A POROUS INSERTION**

A.P. Porunova

Scientific Supervisor: Assoc. Prof., Dr. M.A. Sheremet  
Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050  
E-mail: [nastya.p-va@yandex.ru](mailto:nastya.p-va@yandex.ru)

**Abstract.** Numerical analysis of thermal convection inside a channel with a porous insert filled with a viscous incompressible fluid has been performed. The governing equations formulated using dimensionless stream function, vorticity and temperature have been solved by the finite difference method of the second order accuracy. Numerical analysis has been conducted in a wide range of governing parameters including Reynolds number, Darcy number and porosity. The obtained results allow understanding the flow structure and temperature fields for different heat transfer modes.

**Введение.** Изучение теплопереноса в неоднородных средах имеет большое значение при моделировании и оптимизации различных инженерных систем. Очень часто в технических устройствах встречаются пористые вставки, например, в пористо-микроканальном радиаторе, где наличие пористой вставки приводит к более интенсивному отводу энергии от тепловыделяющего элемента. Следует отметить, что пористые среды применяются в системах умных домов, использующих солнечный свет для аккумулирования энергии, и для поддержания комфортного микроклимата в помещении в разное время года.

**Постановка задачи и методы решения.** Целью работы является математическое моделирование конвективного теплопереноса вязкой несжимаемой жидкостью внутри прямоугольного канала при наличии пористой вставки. Областью решения является канал высоты  $H$  и длины  $L$  с адиабатическими стенками, по которому течет вязкая несжимаемая жидкость (воздух) (рис. 1).

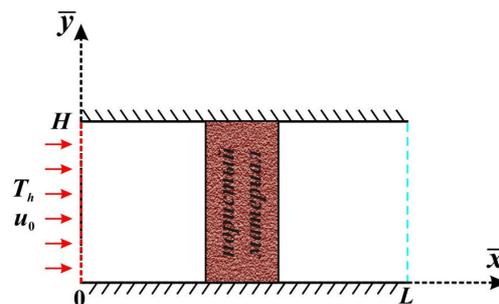


Рис. 1. Область решения задачи

Дифференциальные уравнения, описывающие анализируемый процесс в безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура», имеют следующий вид [1]:  
Россия, Томск, 26-29 апреля 2022 г. Том 3. Математика  
• для чистой среды

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

• для пористой среды

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\varepsilon}{Re} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \frac{\varepsilon}{Da} \omega \right) - c_F \sqrt{\frac{\varepsilon}{Da}} \omega \sqrt{u^2 + v^2} - \\ - \frac{c_F}{\sqrt{u^2 + v^2}} \sqrt{\frac{\varepsilon}{Da}} \left\{ v^2 \frac{\partial v}{\partial x} - u^2 \frac{\partial u}{\partial y} + 2uv \frac{\partial u}{\partial x} \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{(\rho \tilde{n})_{pm}}{(\rho \tilde{n})_f} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\lambda_{pm}/\lambda_f}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

Здесь  $x, y$  – безразмерные декартовы координаты;  $\tau$  – безразмерное время;  $u, v$  – безразмерные составляющие скорости в проекции на оси;  $\theta$  – безразмерная температура;  $\Psi$  – безразмерная функция тока;  $\omega$  – безразмерная завихрённости скорости;  $Pr = \mu/(\rho_f a_f)$  – число Прандтля;  $Re = \rho u_0 H/\mu$  – число Рейнольдса,  $Da = K/L^2$  – числа Дарси.

Безразмерные переменные были введены следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} x = \bar{x}/H, \quad y = \bar{y}/H, \quad \tau = t/t_0, \quad \theta = (T - T_0)/\Delta T, \quad u = \bar{u}/u_0, \\ v = \bar{v}/u_0, \quad \Psi = \bar{\Psi}/\Psi_0, \quad \omega = \bar{\omega}/\omega_0 \end{aligned}$$

Безразмерные начальные и граничные условия для предложенной системы уравнений:

$$\tau = 0: \quad \Psi = 0, \quad \omega = 0, \quad \theta = 0;$$

$$\tau > 0:$$

$$\Psi = y, \quad \omega = 0, \quad \theta = 1 \quad \text{ï ðè} \quad x = 0, \quad 0 \leq y \leq 1,$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad \text{ï ðè} \quad x = L/H = A, \quad 0 \leq y \leq 1,$$

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad \text{ï ðè} \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$\Psi = 1, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad \text{ï ðè} \quad y = 1, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_f = \theta_{pm}, \\ \frac{\partial \theta_f}{\partial n} = \frac{\lambda_{pm}}{\lambda_f} \frac{\partial \theta_{pm}}{\partial n} \end{array} \right\}, \quad \left\{ \begin{array}{l} \Psi_f = \Psi_{pm}, \\ \frac{\partial \Psi_f}{\partial n} = \frac{\partial \Psi_{pm}}{\partial n} \end{array} \right\}, \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_f = \omega_{pm}, \\ \frac{\partial \omega_f}{\partial n} = \frac{\partial \omega_{pm}}{\partial n} \end{array} \right\} \quad \left| \begin{array}{l} \text{í à ãðáí èòá} \\ \text{ï î ðè ñòí é} \\ \text{âñðáâèè} \end{array} \right.$$

Уравнения Пуассона для функции тока (1) и (4) решались методом конечных разностей с последующим применением метода последовательной верхней релаксации [3]. Уравнения параболического типа (2), (3) для чистой среды и (5), (6) для пористой среды были решены с помощью локально-одномерной схемы А.А. Самарского [4].

Численный анализ был проведён в широком диапазоне изменения определяющих параметров:

- число Рейнольдса  $Re$  (50; 100; 200) для  $Pr = 0,7$ ,  $\varepsilon = 0,4$ ,  $Da = 0,001$ ;

Россия, Томск, 2019 (01.04.2021) • [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru) • [www.mathnet.ru](http://www.mathnet.ru) •  $Re = 100$ ,  $Pr = 0,7$ ,  $Da = 0,001$

Том 3. Математика

- число Дарси  $Da$  (0,0001; 0,001; 0,01) для  $Re = 100$ ,  $Pr = 0,7$ ,  $\varepsilon = 0,4$ .

С целью верификации разработанного численного алгоритма была решена задача неизоотермического течения в плоском канале [5]. Проведенные сравнения с данными других авторов (рис. 2.) отражают хорошее согласие и возможность использования разработанного вычислительного кода для решения сформулированной задачи.

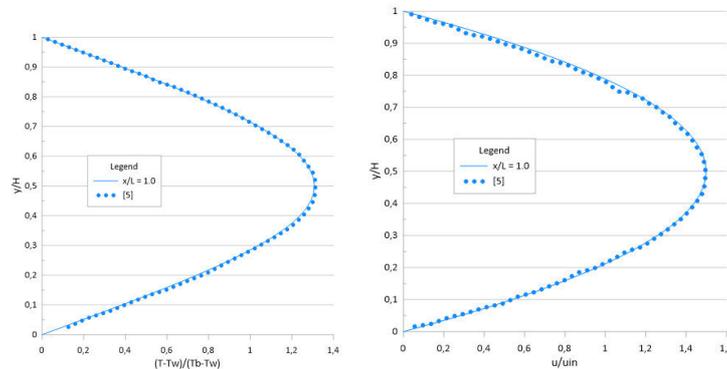


Рис. 2. Профили температуры и скорости в сравнении с данными [5]

**Заключение.** Полученные результаты позволили сделать вывод о том, что с увеличением числа Рейнольдса наблюдается более интенсивный прогрев левой части пористой вставки, при этом правая часть, вследствие малого числа Дарси, прогревается не так интенсивно. Так же было выяснено, что увеличение пористости вставки иллюстрирует более интенсивный прогрев.

*Исследование выполнено при поддержке Программы развития Томского государственного университета (Приоритет-2030).*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987 – 830 с.
2. Шеремет М.А. Сопряженные задачи естественной конвекции. Замкнутые области с локальными источниками тепловыделения. – Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011 – 176 с.
3. Пасконов В.М. Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена: Учебное пособие по специальностям "Прикладная математика", "Физика" и "Механика". - М.: Наука, 1984. – 285 с.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977 – 656 с.
5. Tang G.H., Tao W.Q., He Y.L., Simulation of fluid and heat transfer in a plane channel using the lattice Boltzmann method // Internat J. Modern Phys. – 2003– V. 17. – P. 183–187.