

ИЗВѢСТИЯ
Томского Технологического Института
Императора Николая II.
т. 12. 1908. № 4.

II.

В. Н. Пинегинъ.

Опыты по изслѣдованию зависимости деформаций, производимыхъ стальными шариками въ металлахъ при дѣйствіи на нихъ живой силы.

1—42.

Изслѣдованіе деформаций, производимыхъ стальными шариками въ металлахъ при дѣйствіи на нихъ живой силы.

В. Н. Пинегинъ.

Вопросъ объ опредѣлениіи жесткости твердыхъ тѣлъ методомъ Brinell'я настолько заинтересовалъ инженеровъ и физиковъ, что ему одному посвящена въ послѣднее время большая литература ¹⁾.

¹⁾ Отсылая читателей, интересующихся литературой о методѣ Brinell'я, къ статьѣ P. Ludwik'a: «Über Härtebestimmung mittels der Brinellschen Kugeldruckprobe und verwandelten Eindruckverfahren», Zeitschr. d. Oster—Ingen.—und Archit.—Vereins 1907 s. 191, 205, подробнѣ перечисляющей и критически разбирающей эту литературу, я укажу только какъ на дополненіе къ ней статьи, не указанной Ludwik'омъ и большей частью появившіяся уже послѣ напечатанія его работы:

- 1) T. Friesendorff. Ueber die Brinellsche Kugelprobe zur Bestimmung der Härte der Metalle. Baumaterialienkunde. 1906.
- 2) Malmström. Versuche mit Gusseisen über den Einfluss des Kugeldurchmessers und des Druckes bei der Brinellischen Methode der Härtebestimmung. Dinglers Polyt. Journal. 1907. Bd. 32, s. 33—36.
- 3) L. Guillet. Compte rendu du Congrès des methodes d'essais des matériaux de construction Bruxelles 1906. Memoires de la Société des Ingénieurs Civils de France. 1907. Février, p. 298—340.
- 4) Dr. Oswald Meyer. Ueber die Ludwicksche Kugeldruckprobe Österreichische Zeitschr. für Berg—u. Hüttenwesen. 1907. № 21. S. 257—258.
- 5) Rejtö. Die auf dem Brüsseler Kongresse mitgeteilten Versuchsergebnisse bezüglich der Gesetze der bleibenden Formänderungen. Baumaterialienkunde 1907.

Наконецъ, можно еще указать на статьи по этому вопросу J. E. Stead'a и T. Greville (The Iron and Coal Trades Review. 1907. 12 April, p. 1216—1217) и W. T. Ballantine'a (American Machinist. 1907. 1 June, p. 698).

Межу тѣмъ вопросъ этотъ все еще остается мало выясненнымъ; методъ Brinell'я, по крайней мѣрѣ, въ томъ видѣ, какъ онъ былъ предложенъ, оказался не вполнѣ пригоднымъ для определенія „жесткости“. Дѣло въ томъ, что такъ называемая „жесткость“ тѣла (дѣйствующая на шарикъ сила, отнесенная къ единице площади полученного углубленія), оказывается зависимой не только отъ размѣровъ самого шарика, но и отъ величины нагрузки на шарикъ; причемъ зависимость эта не совсѣмъ проста. Въ особенности интересны съ этой точки зренія результаты опытовъ, произведенныхъ въ самое послѣднее время проф. Meyer'омъ въ Шарлоттенбургѣ и еще не опубликованныхъ.

По его многочисленнымъ опытамъ оказывается, что отношение $\frac{P}{\omega}$

(гдѣ P — сила, а ω — площадь углубленія, произведенного шарикомъ) не есть величина постоянная, и соотношеніе между силой P и діаметромъ d углубленія можетъ быть выражено формулой $P = ad^m$, гдѣ a и m постоянны, различны для различныхъ металловъ, причемъ m вообще близко къ 2 [измѣняется для испытанныхъ металловъ отъ 2,05 (мѣдь) до 2,32 (сталь)], но не равно 2, какъ слѣдовало бы по Brinell'ю.

Заинтересовавшись этими опытами, очевидцемъ которыхъ я былъ, и имѣя въ виду, что методъ Brinell'я при динамическомъ дѣйствіи силы еще менѣе изслѣдованъ, чѣмъ при статическомъ дѣйствіи силы, я и рѣшилъ заняться изслѣдованіями деформаций, производимыхъ въ металлахъ стальными шариками при дѣйствіи на нихъ живой силы.

Съ этой цѣлью весной 1907 года мною и были предприняты нижеописываемые опыты въ Шарлоттенбургской лабораторіи. Опыты эти велись такимъ образомъ: кладя испытываемую пластинку металла на наковальню копра, а на пластинку стальной шарикъ (шарики употреблялись мною различныхъ размѣровъ: діаметромъ въ 10, 12 $\frac{1}{2}$, 15, 20 и 25 mm.), и заставляя падать на него определенный грузъ, получали на пластинкѣ углубленіе, которое и могло служить мѣрой деформации при данной живой силѣ. Измѣреніе діаметра окружности этого углубленія производилось по двумъ направлѣніямъ, отклоненнымъ одинъ отъ другого на 90°. Среднее изъ полученныхъ такимъ образомъ діаметровъ a_1 и $a_2 - \frac{a_1 + a_2}{2}$ и принималось за истинную величину діаметра d_m углубленія. По этому діаметру d_m опредѣлялась площадь $\left(\frac{\pi d^2 m}{4}\right)$ окружности, ограничивающей данное углубленіе, при раздѣленіи на которую живой силы, подобно тому, какъ это дѣлается при определеніи жесткости тѣла при статическомъ дѣй-

ствіи силы, мы получаемъ какъ бы „жесткость“ тѣла при динамическомъ дѣйствіи силы. Живую силу мы получимъ очевидно изъ произведенія P падающаго груза и высоты H паденія этого груза.

Падающій грузъ для первой стадіи опытовъ былъ выбранъ нами въ 37,49 klgr (всѣе закрѣпляющей „бабу“ обоймы $P_1=17,29$ klgr. и всѣе „бабы“ $P_2=20,20$ klgr.). Высоты же брались обыкновенно кратными отъ 10 см., увеличивая ихъ чрезъ 20 см. или чрезъ 40 см., такъ что въ первомъ случаѣ были 10 см., 30 см., 50 см., 70 см., 90 см., 110 см., и т. д., а во второмъ 10 см., 50 см., 90 см., 130 см. и т. д.

Въ виду того, что паденіе груза прямо на стальной шарикъ сопровождалось бы порчей торцевой поверхности „бабы“, необходимо было прибѣгнуть къ какому либо промежуточному тѣлу, накладываемому непосредственно на шарикъ, и уже на это тѣло (будемъ называть его въ дальнѣйшемъ „подкладкой“) заставлять падать грузъ. Чтобы удержать въ равновѣсіи шарикъ на испытуемомъ тѣлѣ и на немъ подкладочное тѣло—„подкладку“, было устроено такое приспособленіе: на положенный на испытуемое тѣло шарикъ помѣщалась (см. черт. 1) тонкая изогнутая полоска жести, имѣвшая въ срединѣ отверстіе немного меньшаго диаметра, чѣмъ диаметръ шарика, и опиравшаяся своими концами, смотря по размѣрамъ испытуемаго образца, или на наковальню копра, или на самое испытываемое тѣло. Шарикъ только немного долженъ быть выставляться за эту пластинку; сверху на эту пластинку накладывалась пластинка—„подкладка“, имѣвшая углубленіе, какъ разъ соотвѣтствующее высунувшейся части шарика; всегда можно было достигнуть того, чтобы „подкладка“ лежала по возможности горизонтально на жестянной пластинкѣ и въ то же время опиралась на шарикъ.

Но въ то время, какъ при статическомъ дѣйствіи силы матеріаль подкладки не играетъ особенного значенія, по крайней мѣрѣ, если за подкладку брать металлы (какъ это слѣдуетъ отчасти изъ моихъ предварительныхъ опытовъ, отчасти изъ опытовъ проф. Meyer'a), при динамическомъ дѣйствіи силы матеріаль „подкладки“ и его состояніе имѣютъ уже громадное значеніе. Въ слѣдующей таблицѣ приводятся результаты, полученные при „подкладкахъ“ изъ различныхъ матеріаловъ, а также изъ одного и того же матеріала различного состоянія, что можетъ быть, напр., достигнуто, накладывая каждый разъ подкладку на шарикъ однимъ и тѣмъ же мѣстомъ, и слѣд., это мѣсто будетъ все болѣе и болѣе уплотняться.

Таблица 1.

Родъ подкладки.	Диаметры.		Средній діам. $\frac{a_1+a_2}{2}$ въ ин.	Площадь углубл. въ см.	$\frac{L}{\omega}$	Примѣчаніе.
	a_1 въ ин.	a_2 въ ин.				
Стальная въ 1-ый разъ	7,576	7,551	7,563	0,448	4162	Діаметръ шарика былъ $D=25$ м/м, а высота паденія груса $h=50$ см., такимъ образомъ живая сила $L=1874,5$ кгсм. Испытуемая пластинка была стальная.
Мѣдная	6,748	6,793	6,770	0,359	5221	
Свинцовая	3,786	3,801	3,794	0,113	16620	
Сосновая.	3,262	3,276	3,269	0,084	22342	
Стальная во 2-ой разъ	8,114	8,133	8,123	0,518	3630	
Стальная въ 3-ій разъ	8,156	8,186	8,171	0,524	3578	
Стальная послѣ много- кратнаго употребленія при различныхъ, и нѣогда очень большихъ (до 2 мт.) высотахъ паденія груза.	8,317	8,252	8,285	0,537	3500	

Только что приведенная таблица съ ясностью показываетъ, какое громадное значеніе имѣть при этихъ опытахъ „подкладка“. Вотъ почему весьма важно, чтобы „подкладка“ для шариковъ каждого определенного размѣра употреблялась одна и та же, чтобы углубленіе вполнѣ соответствовало данному размѣру шарика и чтобы оно было приведено, такъ сказать, въ „установившееся состояніе“, т. е. въ состояніе, не измѣняющееся отъ послѣдующихъ ударовъ; для этого было необходимо, прежде чѣмъ дѣлать опыты, сдѣлать углубленіе соответствующимъ шарикомъ, заставляя падать бабу нѣсколько разъ съ высоты, по крайней мѣрѣ вдвое превосходящей высоту паденія при опытахъ. Для сравненія опытовъ съ различными шариками „подкладки“ должны быть изъ одного материала и приведены въ одинаковое состояніе.

Результаты, полученные изъ такого рода опытовъ, будутъ только относительные, вѣрные только для данного рода „подкладокъ“, хотя, впрочемъ, какъ это и слѣдовало изъ моихъ опытовъ, самый законъ, опредѣляющій связь живой силы и деформаціи, остается неизмѣннымъ, независимымъ отъ рода „подкладки“; измѣняться же отъ употребленія разнородныхъ „подкладокъ“ будутъ только коэффициенты.

Установивъ такую зависимость результатовъ опытовъ отъ материала „подкладки“, я интересовался узнать, не вліяетъ ли на эти результаты еще при данномъ опредѣленномъ материалѣ „подкладки“ ея толщина; другими словами, не измѣняется ли дѣйствіе живой силы чрезъ процессъ прохожденія ея чрезъ подкладку въ зависимости отъ того, большій путь или меньшій оно должно пройти; для выясненія этого вліянія толщины подкладки я заказалъ мѣдные цилиндрики диаметромъ въ 30 mm. и различной высоты отъ 5 mm. до 90 mm., и помѣщая ихъ согласно съ вышеизложеннымъ на шарикѣ, заставлять падать на нихъ грузъ; по величинѣ углубленій, полученныхъ на испытуемомъ тѣлѣ (сталь), а также на мѣдныхъ цилиндрикахъ, можно было получить отвѣтъ на поставленный выше вопросъ. Слѣдующія таблицы № 2 и № 3 даютъ результаты этихъ опытовъ, причемъ первая изъ нихъ даетъ результаты для испытуемаго тѣла, а вторая для мѣдныхъ цилиндриковъ.

Таблица 2.

Высота ци- линдрика въ mm.	Діаметри углубленія.			Средній діам. изъ нѣсколь- кихъ опытовъ въ mm.	Площадь углубл. въ см.	$\frac{L}{\omega}$	Примѣчаніе.
	a ₁ въ mm.	a ₂ въ mm.	$\frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.				
5,55	5,52	5,53	5,525				
5,55	5,54	5,46	5,550	5,530	0,241	3889	Діаметръ шарика $D=25$ mm. Высо- та паденія груса $h=25$ cm; тав. обр. живая сила $L=937,25$ kgsm.
5,20	5,51	5,52	5,515				
10,45	5,57	5,56	5,565				
9,73	5,57	5,57	5,57	5,57	0,243	3857	
10,45	5,57	5,57	5,57				
20,34	5,64	5,74	5,69	5,69	0,253	3704	
30,60	5,66	5,56	5,61	5,61	0,247	3795	
58,20	5,54	5,54	5,54	5,54	0,242	3873	
88,00	5,78	5,78	5,78	5,78	0,262	3600	

Таблица 3.

Высота мѣд- наго цилин- дрика въ мм.	Діаметры углубленія.			Средній діам. изъ нѣсколь- кихъ опыта.	Площадь углубл. ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	Примѣчаніе.
	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$\frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
5,55	10,76	10,76	10,76				
5,55	10,67	10,60	10,64	10,72	0,900	1041	Діаметръ шарика $D=25$ мм. Высо- та паденія груза $h=25$ см. $L =$ 937,25 кгсм.
5,20	10,76	10,74	10,75				
10,45	10,62	10,57	10,60				
9,73	10,39	10,25	10,32	10,50	0,864	1035	
10,45	10,62	10,57	10,59				
20,34	10,74	10,74	10,74	10,74	0,905	1036	
30,60	10,62	10,64	10,63	10,63	0,886	1058	
58,20	10,48	10,45	10,46	10,46	0,858	1092	
88,00	10,73	10,77	10,75	10,75	0,906	1034	

Изъ приведенныхъ таблицъ не представляется никакой воз-
можности усмотрѣть вліянія высоты цилиндровъ на „жесткость“
испытуемыхъ тѣлъ—стальныхъ и мѣдныхъ цилиндровъ, такъ какъ
колебанія въ числахъ, характеризующихъ мѣру жесткости, не превос-
ходятъ ошибокъ, возможныхъ при производствѣ опытовъ. Возможно,
конечно, что вліяніе это очень незначительно и потому ускользнуло изъ
наблюдений при данныхъ опытахъ.

Прежде чѣмъ перейти теперь къ изложению результатовъ самыхъ
опытовъ, мнѣ остается еще сказать нѣсколько словъ о возможной точ-
ности данныхъ опытовъ и объ измѣреніи діаметровъ окружностей,
ограничивающихъ углубленія на поверхности испытуемыхъ тѣлъ.

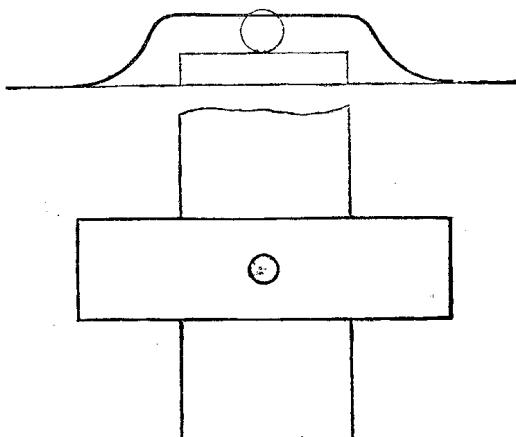
Конечно, на которомъ мнѣ пришлось работать, не имѣлъ тѣхъ
приспособленій, которые существуютъ у новѣйшихъ сооруженій этого
рода и которые даютъ возможность совершенно точно опредѣлить
высоту поднятія „бабы“ надъ ударяемой поверхностью. Мнѣ приходи-

лось прямо на глазъ опредѣлять эту высоту, сдѣлавъ предварительно черту на крестовинѣ, скользящей по рельсамъ — стойкамъ копра, и опредѣляя положеніе этой черты на шкалѣ, находящейся на одномъ изъ рельсовъ; при такомъ способѣ отсчета высоты, конечно, нельзя было достигнуть большой точности, въ особенности при болѣе высокихъ положеніяхъ „бабы“. Затѣмъ, я не могу, конечно, учесть точно треніе скольженія крестовины по рельсамъ, каковое треніе, смотря по положенію крестовины по отношенію къ рельсамъ (это положеніе, правда, не могло особенно сильно измѣняться), могло проявляться въ большей или меньшей степени и, такимъ образомъ, неодинаково измѣнять величину живой силы. Въ особенности это различіе въ треніи могло сильно проявляться при измѣненіи груза. Чтобы показать, какое вліяніе имѣетъ треніе крестовины о рельсы на величину деформаціи, я приведу результаты двухъ рядовъ опытовъ: одного при не смазанныхъ скользящихъ по рельсамъ поверхностяхъ крестовины, а другого со смазанными поверхностями (см. табл. 4).

Таблица 4.

Живая сила въ klgsm.	$\frac{L}{\omega}$		Примѣчаніе.
	Скользя- щія по- верхн. не смаз.	Скользя- щія по- верхн. смазаны.	
374,9	1240	—	Матеріалъ ник- елевая сталь; діаметръ шари- ка D=25 м/м.
1124,7	2160	1990	
1874,5	2760	2530	
2624,3	3260	3040	*
3374,1	—	3460	

Чертежъ № 1.



Какъ видимъ, разность въ значеніяхъ $\frac{L}{\omega}$, напр., для высоты паденія груза въ 70 см. составляетъ $\frac{3260 - 3040}{3040} \cdot 100 = 7,25\%$
для высоты въ 30 см. $\frac{2160 - 1990}{1990} \cdot 100 = 8,54\%$.

Не могло остаться безъ вліянія на результаты опытовъ и то обстоятельство, что при спускѣ „бабы“ крючекъ, съ котораго соскаки-

ваетъ грузъ, немного понижается при нажатіи спускной цѣпочки и, возможно, не всегда на одну и ту же величину; наконецъ, возможно вліяніе не совсѣмъ горизонтального положенія „подкладки“, за точность какового положенія ручаться, конечно, нѣтъ возможности. Все это обусловливало ошибку въ результатахъ опытовъ, ошибку, которую нужно считать никакъ не менѣе 2—3%, а то и нѣсколько болѣе.

Разъ, такимъ образомъ, результаты опытовъ не могли быть точнѣе 2—3%, то и измѣреніе діаметровъ не было необходимости производить точнѣе 1%, а такъ какъ измѣрялись діаметры въ mm, то измѣреніе намъ не было нужды производить точнѣе сотыхъ долей mm. Поэтому, такъ какъ измѣреніе этихъ діаметровъ я производилъ съ помощью компаратора Zeiss'a, дававшаго возможность отсчитывать десятичесчные доли миллиметра, или микрометра Zeiss'a, дававшаго возможность отсчитывать тысячесчные доли миллиметра, то въ первомъ случаѣ я откидывалъ два послѣднихъ десятичныхъ знака, а во второмъ одинъ десятичный знакъ.

Прежде всего были изслѣдованы стальные образцы размѣромъ $12 \times 25 \times 70$ mm., образцы эти лучшей англійской стали (марки Scheffild-best). При опытахъ съ этими образцами я пользовался шариками діаметромъ въ 10, 12, 15, 20 и 25 mm. Такъ какъ пластинки были не всегда одинаковыхъ качествъ, то приходилось съ шариками каждого данного размѣра производить опыты на нѣсколькихъ пластинкахъ: 3—4, а иногда и больше, и брать средніе результаты. Кромѣ того, для избѣжанія вліянія неоднородности пластинки, удары одной и той же живой силы наносились въ различныхъ мѣстахъ пластинки.

Слѣдующія таблицы и даютъ результаты этихъ опытовъ, причемъ для каждого значенія живой силы нами подсчитываются отношенія $\frac{L}{\omega}$ и $\frac{L}{\omega^2}$, гдѣ L живая сила паденія груза, а ω площасть углубленія, произведенного шарикомъ; d_m —средній діаметръ окружности углубленія изъ нѣсколькихъ опытовъ съ одной и той же живой силой.

Образецъ № 1. Діаметръ шарика $D=10$ mm.

Таблица 5.

Образецъ № 2. Діаметръ шарика $D=10$ mm.

Таблица 6.

Образецъ № 3. Діаметръ шарика $D=10$ mm.

Таблица 7.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kg. см.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	4,90	4,85	4,87	4,88	0,186	2013	10800
—	—	4,87	4,88	4,88	—	—	—	—
30	1124,7	6,20	6,20	6,20	6,38	0,326	3510	10920
—	—	6,57	6,56	6,56	—	—	—	—
50	1874,5	7,10	7,18	7,14	7,09	0,395	4750	12010
—	—	7,06	7,02	7,04	—	—	—	—
70	2624,3	7,78	7,73	7,76	7,2	0,468	5620	11980
—	—	7,69	7,67	7,68	—	—	—	—
90	3374,1	8,10	8,10	8,10	8,10	0,515	6550	12730
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	11590

Изъ данныхъ этихъ таблицъ выведены средніе результаты:

Таблица 8.

Живая сила въ kg. см.	$\frac{L}{\omega}$ (5)	$\frac{L}{\omega}$ (6)	$\frac{L}{\omega}$ (7)	Среднее	$\frac{L}{\omega^2}$ (5)	$\frac{L}{\omega^2}$ (6)	$\frac{L}{\omega^2}$ (7)	Среднее	Примѣчаніе.
374,9	2270	2260	2010	2180	13800	13730	10800	12780	Цифры (5)(6)(7) $\frac{L}{\omega}$ и $\frac{L}{\omega^2}$
1124,7	3840	3850	3510	3730	13100	13200	10920	12410	подъ $\frac{L}{\omega}$ и $\frac{L}{\omega^2}$ означаютъ: изъ какой таблицы взяты со- ответствую-
1874,5	4950	4780	4750	4830	13000	12200	12010	12400	щія значенія $\frac{L}{\omega}$
2624,3	5858	5670	5620	5718	13060	12270	11980	12440	и $\frac{L}{\omega^2}$.
3374,1	6680	6300	6550	6510	13100	11720	12730	12520	
Среднее	—	—	—	—	13210	12620	11390	12510	

Отсюда видно, что наибольшая разность среднихъ значеній $\frac{L}{\omega^2}$
составляетъ $\frac{12780 - 12400}{12400} \cdot 100 = 3,1\%$.

Образецъ № 4. Диаметръ шарика $D=12,5$ mm. Таблица 9.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая сила L въ kg.см.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
30	1124,7	6,38	6,44	6,41	6,43	0,325	3460	10710
—	—	6,42	6,46	6,44	6,43	0,325	3460	10710
50	1874,5	7,38	7,35	7,36	7,36	0,425	4410	10380
70	2624,3	8,03	7,85	7,94	8,00	0,503	5210	10370
—	—	8,07	8,06	8,06	8,00	0,503	5210	10370
90	3374,1	8,56	8,56	8,56	8,56	0,575	5880	10190
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	10410

Здесь разность между значениями $\frac{L}{\omega^2}$ составляет $\frac{10710 - 10190}{10190} = 5,1\%$.

 Образецъ № 5. Диаметръ шарика $D=15$ mm. Таблица 10.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая сила L въ kg.см.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	ω въ см	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
30	1124,7	6,84	6,90	6,87	0,371	3040	8150
50	1874,5	7,60	8,08	7,84	0,483	3890	8050
70	2624,3	8,52	8,48	8,50	0,567	4640	8180
90	3374,1	9,12	9,03	9,08	0,647	5220	8050
Среднее	—	—	—	—	—	—	8110

Образецъ № 6. Діаметръ шарика $D=15$ mm.

Таблица 11.

Образецъ № 7. Диаметръ шарика $D = 15$ mm.

Таблица 12.

Отсюда выведены средние результаты:

Таблица 13.

Живая сила въ kg. см.	$\frac{L}{\omega}$ (10)	$\frac{L}{\omega}$ (11)	$\frac{L}{\omega}$ (12)	Среднее.	$\frac{L}{\omega^2}$ (10)	$\frac{L}{\omega^2}$ (11)	$\frac{L}{\omega^2}$ (12)	Среднее.
1124,7	3040	3240	3160	3150	8150	9330	8860	8780
1874,5	3890	4190	4120	4070	8050	9330	9010	8800
2624,3	4640	4900	4890	4810	8080	9180	9110	8790
3374,1	5220	5640	5510	5460	8050	9400	9020	8820
Среднее	—	—	—	--	8110	9300	9070	8800

Отсюда видно, что наибольшая разность среднихъ значеній $\frac{L}{G^2}$ составляетъ $\frac{8280 - 8780}{8780} \cdot 100 = 0,46\%$.

Образецъ № 8. Діаметръ шарика $D = 20$ mm.

Таблица 14.

Образецъ № 9. Диаметръ шарика $D = 20$ мм. Таблица 15.

Высота поде- ния груза въ см.	Живая сила въ kg. см.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	5,41	5,50	5,46				
—	—	5,63	5,50	5,56	5,44	0,232	1620	6970
—	—	5,33	5,30	5,31				
50	1874,5	8,11	8,21	8,16				
—	—	8,23	8,28	8,26	8,21	0,529	3550	6700
90	3374,1	9,56	9,52	9,54	9,54	0,715	4730	6600
130	4873,7	10,47	10,42	10,44	10,44	0,856	5694	6660
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	6732

Изъ данныхъ таблицъ 14 и 15 выведены средніе результаты:

Таблица 16.

Живая сила	$\frac{L}{\omega}$ (14)	$\frac{L}{\omega}$ (15)	Среднее	$\frac{L}{\omega^2}$ (14)	$\frac{L}{\omega^2}$ (15)	Среднее
374,9	—	1620	1620	—	6970	6970
1124,7	2810	—	2810	7030	—	7030
1874,5	3710	3550	3630	7320	6700	7010
2624,3	4240	—	4240	6800	—	6800
3374,1	4860	4680	4720	6990	6600	6795
4873,7	5810	5694	5750	6920	6660	6790
Среднее	—	—	—	7012	6730	6870

Откуда видно, что наибольшая разность среднихъ значеній $\frac{L}{\omega^2}$ составляетъ $\frac{7030 - 6790}{6790} \cdot 100 = 3,55\%$

Образецъ № 10. Диаметръ шарика $D = 25$ мм. Таблица 17.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg.см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
30	1124,7	7,43	7,65	7,54	7,54	0,447	2520	5620
50	1874,5	8,77	8,76	8,76	8,76	0,603	3110	5150
70	2624,3	9,54	9,51	9,52	9,52	0,712	3680	5180
90	3374,1	9,90	9,92	9,91	9,94	0,776	4350	5600
—	—	9,94	10,00	9,97				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	5390

Образецъ № 11. Диаметръ шарика $D = 25$ мм. Таблица 18.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg.см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	5,80	5,81	5,80	0,264	1420	5380
50	1874,5	8,59	8,59	8,59	0,580	3240	5580
70	2624,3	9,39	9,37	9,38	0,691	3800	5500
90	3374,1	10,20	10,16	10,18	0,814	4150	5090
Среднее	—	—	—	—	—	—	5388

Образецъ № 12. Диаметръ шарика $D = 25$ мм. Таблица 19.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg.см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
30	1124,7	7,67	7,77	7,72	0,468	2400	5140
50	1874,5	8,61	8,64	8,62	0,584	3210	5500
70	2624,3	9,24	9,29	9,27	0,675	3900	5760
90	3374,1	10,19	10,23	10,21	0,818	4130	5040
Среднее	—	—	—	—	—	—	5360

Наконецъ, таблицы № 17, 18 и 19 даютъ слѣдующіе средніе результаты:

Таблица 20.

Живая сила.	$\frac{L}{\omega}$ (17)	$\frac{L}{\omega}$ (18)	$\frac{L}{\omega}$ (19)	Среднее	$\frac{L}{\omega^2}$ (17)	$\frac{L}{\omega^2}$ (18)	$\frac{L}{\omega^2}$ (19)	Среднее
374,9	—	1420	—	1420	—	5380	—	5380
1124,7	2520	—	2400	2460	5620	—	5140	5380
1874,5	3110	3240	3210	3187	5150	5580	5500	5410
2624,3	3680	3800	3900	3793	5180	5500	5760	5480
3374,1	4350	4150	4130	4210	5600	5090	5040	5240
Среднее	—	—	—	—	5390	5388	5360	5380

Отсюда видно, что наибольшая разность среднихъ значений $\frac{L}{\omega^2}$ составляетъ $\frac{5480 - 5240}{5240} \cdot 100 = 4,58\%$.

Данныя вышеприведенныхъ таблицъ съ несомнѣнностью указываютъ на пропорціональность между живой силой и квадратомъ площади углубленія, полученного отъ шарика; въ каждой сводной таблицѣ (8, 9, 13, 16, 20) сделаны подсчеты наибольшихъ разностей между отдельными значениями $\frac{L}{\omega^2}$ въ процентныхъ отношеніяхъ; оказалось, что разность эта колеблется отъ 0,46% до 5,1%; подобная разность не представляется слишкомъ большой и, такимъ образомъ, только что указанная пропорціональность между L и ω^2 можетъ быть принята по крайней мѣрѣ, какъ первое приближеніе къ истинной зависимости, существующей между L и ω .

Такимъ образомъ, получается соотношеніе $\frac{L}{\omega^2} = C_0$ или

$$L = cd^4 \dots \quad (1)$$

Въ этой формулы для каждого размѣра шарика коэффиціентъ пропорціональности имѣть различную величину, уменьшающуюся съ увеличеніемъ діаметра шарика; явилось поэтому весьма интереснымъ ввести въ вышеннайденную зависимость между L и ω^2 еще и діаметръ шарика D . Съ этой цѣлью произведены некоторые выкладки, результаты которыхъ приведены въ слѣдующей таблицѣ:

Таблица 21.

Высота паде- ния груза H въ см.	Живая сила L въ кгсм.	Диаметръ шарика D въ см.	Диаметръ окружности углубления d _m въ см.	d _m ⁴	$\frac{d_m^4}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d_m^4}{D}$ для кажд. отдѣльн. высоты паденія груза.	$\frac{L}{\eta}$
10	374,9	1,0	0,468	0,0480	0,0480		
—	—	1,5	0,504	0,0645	0,0430		
—	—	2,0	0,544	0,0876	0,0438	0,0450	8330
—	—	2,5	0,580	0,1129	0,0452		
30	1124,7	1,0	0,620	0,1475	0,1475		
—	—	1,25	0,643	0,1707	0,1366		
—	—	1,5	0,675	0,2079	0,1386	0,1376	8170
—	—	2,0	0,714	0,2600	0,1300		
—	—	2,5	0,763	0,3387	0,1355		
50	1874,5	1,0	0,704	0,2460	0,2460		
—	—	1,25	0,736	0,2938	0,2350		
—	—	1,5	0,770	0,3516	0,2344	0,2313	8100
—	—	2,0	0,812	0,4343	0,2172		
—	—	2,5	0,865	0,5595	0,2238		
70	2624,3	1,0	0,765	0,3422	0,3422		
—	—	1,25	0,800	0,4096	0,3277		
—	—	1,5	0,834	0,4844	0,3229	0,3232	8120
—	—	2,0	0,889	0,6241	0,3120		
—	—	2,5	0,939	0,7779	0,3112		
90	3374,1	1,0	0,813	0,4369	0,4369		
—	—	1,25	0,856	0,5372	0,4297		
—	—	1,5	0,888	0,6225	0,4150	0,4199	8035
—	—	2,0	0,948	0,8082	0,4041		
—	—	2,5	1,011	1,0447	0,4139		
130	4873,7	2,0	1,044	1,1880	0,5940		8205
Среднее	—	—	—	—	—	—	8160

Изъ этой таблицы видно, что съ большой точностью (наибольшая разность между значениями $\frac{L}{\eta}$ составляет $\frac{8330 - 8035}{8035} \cdot 100 = 3,7\%$)

$$\frac{L}{\eta} = Const = C$$

или

$$L = C \cdot \frac{d^4}{D} \dots \dots \dots (2)$$

гдѣ коэффиціентъ пропорціональности уже одинаковъ для шариковъ различныхъ діаметровъ.

Всѣ предыдущіе опыты велись со сталью, при этомъ за подкладку брались стальные пластинки. Чтобы убѣдиться, что найденные зависимости между L , ω и D для стали не зависятъ отъ материала подкладки, необходимо было повторить опыты со сталью, беря въ качествѣ подкладки пластинки изъ другихъ металловъ. Такими были выбраны мѣдные пластинки, предварительно уплотненные на томъ же копрѣ. Слѣдующія таблицы и даютъ результаты опытovъ, произведенныхъ опять со сталью, но при мѣдныхъ подкладкахъ.

Образецъ № 13. Діаметръ шарика $D=25$ mm. Таблица 22.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg.см.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
30	1124,7	7,51	7,52	7,51	0,443	2540	5740
50	1874,5	8,56	8,44	8,50	0,567	3310	5840
70	2624,3	9,38	9,13	9,26	0,673	3900	5790
90	3374,1	9,92	9,75	9,84	0,760	4440	5840
110	4123,9	10,50	10,25	10,37	0,842	4900	5810
Среднее	-	-	-	-	-	-	5804

Уже изъ этой таблицы видно, что законъ $\frac{L}{\omega^2} = \text{const.}$ и здѣсь вполнѣ справедливъ; единственное отличие отъ данныхъ предыдущихъ опытовъ состоится въ численномъ значеніи коэффиціента (Const.).

Образецъ № 14. Диаметръ шарика D=25 mm. Таблица 23.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая си- ла L въ kg.см.	a ₁ въ mm.	a ₂ въ mm.	d= $\frac{a_1+a_2}{2}$ въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	5,75	5,76	5,75	0,260	1440	5550
30	1124,7	7,60	7,60	7,60	0,454	2480	5460
50	1874,5	8,58	8,63	8,60	0,581	3230	5550
90	3374,1	9,93	9,95	9,94	0,776	4348	5600
130	4873,7	11,00	10,84	10,92	0,935	5212	5580
150	5623,5	11,30	11,30	11,30	1,002	5612	5600
Среднее	—	—	—	—	—	—	5557

Образецъ № 15. Диаметръ шарика D=25 mm. Таблица 24.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая си- ла L въ kg.см.	a ₁ въ mm.	a ₂ въ mm.	d= $\frac{a_1+a_2}{2}$ въ mm.	d _m въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
30	1124,7	7,39	7,41	7,40	{ 7,53	0,445	2530	5690
—	—	7,64	7,70	7,67	{ 8,54	0,573	3270	5720
50	1874,5	8,71	8,36	8,53				
—	—	8,54	8,54	8,54				
—	—	8,56	8,56	8,56				
70	2624,3	9,31	9,29	9,30		0,678	3870	5720
90	3374,1	9,90	9,92	9,91		0,771	4376	5680
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	5700

Таблицы № 22, 23 и 24 дают следующие средние результаты:
Таблица 25.

Таблица 25.

Какъ видно изъ этой таблицы, не смотря на неполноту данныхъ для всѣхъ приведенныхъ значеній живой силы, все же наибольшая разность между отдѣльными средними значеніями $\frac{L}{\omega^2}$ не превосходитъ $\frac{5810 - 5550}{5550} \cdot 100 = 4,6\%$, а разность между среднимъ изъ всѣхъ и наиболѣе отклоняющимся отъ него значеніемъ $\frac{L}{\omega^2}$ не превосходитъ $2,5\%$.

Образецъ № 16. Діаметръ шарика $D = 20$ mm. Таблица 26.

Образецъ № 17. Діаметръ шарика $D=10$ mm.

Таблица 27.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая си- ла L въ kg. см	a ₁ въ mm.	a ₂ въ mm.	d = $\frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	ω въ см.	L ω	L ω ²
30	1124,7	7,28	7,33	7,25	0,413	2730	6580
50	1874,5	8,31	8,30	8,30	0,541	3465	6400
70	2624,3	9,03	9,03	9,03	0,640	4100	6400
90	3374,1	9,46	9,49	9,48	0,706	4780	6775
Среднее	—	—	—	—	—	—	6540

Образецъ № 18. Діаметръ шарика $D = 25$ mm.

Таблица 28.

Таблицы № 26, 27 и 28 даютъ въ свою очередь: *Таблица 29.*

Живая сила L въ kg. см.	$\frac{L}{\omega}$ (26)	$\frac{L}{\omega}$ (27)	$\frac{L}{\omega}$ (28)	Среднее	$\frac{L}{\omega^2}$ (26)	$\frac{L}{\omega^2}$ (27)	$\frac{L}{\omega^2}$ (28)	Среднее
1124,7	2890	2730	2700	2770	7400	6580	6460	6810
1874,5	3790	3465	3500	3585	7650	6400	6550	6870
2624,3	4370	4100	4250	4240	7290	6400	6870	6850
3374,1	4950	4780	—	4865	7270	6775	—	7020
4123,9	—	—	5360	5360	—	—	6950	6950
4873,7	—	—	5740	5740	—	—	6770	6770
Среднее	—	—	—	—	7400	6540	6720	6880

Изъ этой таблицы видно, что и здѣсь наибольшая разность между отдельными значениями $\frac{L}{\omega^2}$ составляетъ только $\frac{7020 - 6770}{6770} \cdot 100 = 3,7\%$.

Образецъ № 19. Диаметръ шарика D=15 mm. *Таблица 30.*

Высота паде- ния груза въ см.	Живая си- ла L въ kg. см.	a ₁ въ mm.	a ₂ въ mm.	d = $\frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	4,98	4,97	4,98	0,195	1920	9870
30	1124,7	6,59	6,57	6,58	0,340	3310	9700
50	1874,5	7,47	7,51	7,49	0,441	4250	9660
70	2624,3	8,13	8,10	8,12	0,518	5080	9790
Среднее	—	—	—	—	—	—	9755

Образецъ № 20. Диаметръ шарика $D=15$ mm.

Таблица 31.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kg. см.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	5,14	5,16	5,15	0,208	1800	8660
30	1124,7	6,81	6,83	6,82	0,365	3080	8460
50	1874,5	7,56	7,61	7,58	0,451	4160	9230
70	2624,3	8,30	8,36	8,33	0,545	4820	8840
Среднее	—	—	—	—	—	—	8797

Какъ среднее изъ двухъ послѣдующихъ таблицъ получаемъ:

Таблица 32.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kg. см.	Средній диаметръ d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
10	374,9	5,06	0,201	1860	9280
30	1124,7	6,70	0,353	3190	9000
50	1874,5	7,54	0,447	4200	9370
70	2624,3	8,22	0,531	4950	9310
Среднее	—	—	—	—	9240

Наибольшая разность между средними отдельными значениями $\frac{L}{\omega^2}$ здесь составляетъ $\frac{9370 - 9000}{9000} \cdot 100 = 4,1\%$.

Для зависимости живой силы, диаметровъ шариковъ и углубленія данныхъ предыдущихъ таблицъ даютъ:

Таблица 33.

Высота паде- ния груза H въ см.	Живая си- ла L въ klgsm.	Диаметръ шарика D въ см.	Диаметръ окружи- углублен. d _m въ см.	d _m ⁴	$\frac{d_m^4}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d_m}{D}$ для кажд. отдѣльн. высоты паденія груза.	$\frac{L}{\eta}$
10	374,9	1,5	0,506	0,0655	0,0437	0,0437	8580
—	—	2,5	0,575	0,1093	0,0437		
30	1124,7	1,5	0,670	0,2015	0,1343		
—	—	2,0	0,718	0,2657	0,1329	0,1324	8490
—	—	2,5	0,755	0,3249	0,1300		
50	1874,5	1,5	0,754	0,3231	0,2154		
—	—	2,0	0,816	0,4434	0,2217	0,2170	8640
—	—	2,5	0,855	0,5344	0,2138		
70	2624,3	1,5	0,822	0,4564	0,3043		
—	—	2,0	0,890	0,6273	0,3137	0,3048	8610
—	—	2,5	0,928	0,7413	0,2965		
90	3374,1	2,0	0,940	0,7806	0,3903	0,3873	8710
—	—	2,5	0,990	0,9604	0,3842		
110	4123,9	2,0	0,990	0,9604	0,4802	0,4705	8760
—	—	2,5	1,037	1,1520	0,4608		
130	4873,7	2,0	1,040	1,1664	0,5832	0,5760	8460
—	—	2,5	1,092	1,4220	0,5688		
150	5623,5	2,5	1,130	1,6290	0,6516	0,6516	8630
Среднее	—	—	—	—	—	—	8610

Наибольшая разность $\frac{8760 - 8460}{8460} \cdot 100 = 3,55\%$.

Какъ видимъ, найденная ранѣе зависимость между живой силой, диаметромъ шарика и диаметромъ углубленія подтверждается здѣсь съ большою точностью; промежуточное между шарикомъ и падающимъ грузомъ тѣло вліяетъ только на величину коэффиціента, а не на самую форму зависимости.

Весьма важно было, далъе, провѣрить найденную зависимость и для другихъ металловъ. Съ этой цѣлью были произведены еще опыты съ мѣдью, чугуномъ и никелевой сталью. Опыты эти производились тѣмъ же путемъ, какъ и раньше; „подкладки“ были при всѣхъ даль-нѣйшихъ опытахъ стальныя. Результаты опытовъ изложены въ слѣдую-щихъ таблицахъ.

Чугунъ. Образцы для чугуна имѣли размѣры $250 \times 50 \times 30$ мм. и были совершенно освобождены отъ корки; чугунъ—обыкновенный сѣрый.

Діаметръ шарика 25 мм.

Таблица 34.

Здѣсь наибольшая разность $\frac{2390 - 2280}{2280} \cdot 100 = 4,9\%$.

Діаметръ шарика $D = 20$ мм.

Таблица 35.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega^2 m}$
30	1124,7	8,78	8,76	8,77				
—	—	8,82	8,88	8,85				
—	—	8,60	8,60	8,60				
—	—	8,65	8,65	8,65				
50	1874,5	9,90	9,94	9,92				
—	—	9,96	9,90	9,93				
—	—	9,81	9,83	9,82				
70	2624,3	10,87	10,92	10,90				
—	—	11,04	11,10	11,07				
—	—	10,77	10,74	10,76				
90	3374,1	11,60	11,59	11,59				
—	—	11,73	11,75	11,74				
—	—	11,37	11,41	11,39				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	3100

Наибольшая разность между значениями $\frac{L}{\omega^2 m}$ составляетъ

$$\frac{3180 - 3010}{3010} \cdot 100 = 5,6\%.$$

Діаметръ шарика $D = 15$ мм.

Таблица 36.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая си- ла L въ kgcm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
10	374,9	6,13	6,12	6,12	6,15	0,297	1260	4250
—	—	6,10	6,13	6,12				
—	—	6,19	6,24	6,22	8,08	0,513	2190	4270
30	1124,7	7,96	7,99	7,98				
—	—	8,38	8,36	8,37	9,22	0,668	2810	4210
—	—	7,91	7,90	7,91				
50	1874,5	9,17	9,22	9,19	10,014	0,787	3340	4230
—	—	9,24	9,35	9,30				
—	—	9,15	9,21	9,18	10,676	0,895	3770	4220
70	2624,3	10,07	10,07	10,07				
—	—	10,06	10,05	10,06	—	—	—	4236
—	—	9,89	9,94	9,92				
90	3374,1	10,71	10,70	10,70	—	—	—	—
—	—	10,63	10,68	10,65				
—	—	10,69	10,66	10,68	—	—	—	—
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	—

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ

$$\frac{4270 - 4210}{4210} \cdot 100 = 1,4\%.$$

Послѣднія три таблицы даютъ возможность установить опять зависимость между живой силой, діаметромъ углубленія и діаметромъ шарика:

Таблица 37.

Живая сила L въ klgem.	Діаметръ шарика D въ см.	Діаметръ окружн. углублен. d _m въ см.	d _m ⁴	$\frac{d_m^4}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d^4 m}{D}$ для каж- дой отдельной вел. жив. силы.	$\frac{L}{\eta}$
1124,7	2,5	0,942	0,7868	0,3147		
—	2,0	0,872	0,5776	0,2888	0,2959	3800
—	1,5	0,808	0,4264	0,2843		
1874,5	2,5	1,063	1,2769	0,5108		
—	2,0	0,989	0,9565	0,4783	0,4903	3820
—	1,5	0,922	0,7225	0,4817		
2624,3	2,5	1,167	1,8547	0,7419		
—	2,0	1,091	1,4168	0,7084	0,7065	3720
—	1,5	1,001	1,0040	0,6693		
3374,1	2,5	1,245	2,4025	0,9610		
—	2,0	1,157	1,7926	0,8968	0,9084	3710
—	1,5	1,068	1,3010	0,8673		
Среднее	—	—	—	—	—	3760

Наибольшая разность между отдельными значениями $\frac{L}{\eta}$ составляется здесь $\frac{3820 - 3710}{3710} \cdot 100 = 2,96\%$.

Мнодъ. Образцы изъ мѣди имѣли размѣры 200×35×15 mm.

Діаметръ шарика $D=25$ mm.

Таблица 38.

Наибольшая разность между значениями $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет

$$\frac{1220 - 1190}{1190} \cdot 100 = 2,5\%.$$

Діаметръ шарика $D=20$ mm.

Таблица 39.

Наибольшая разность между значениями $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ

$$\frac{1470 - 1440}{1440} \cdot 100 = 2,1\%.$$

Диаметръ шарика $D=15$ мм.

Таблица 40.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kigr. см.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
10	374,9	7,51	7,56	7,54	7,50	0,441	850	1920
—	—	7,47	7,44	7,46				
30	1124,7	9,88	9,86	9,87	9,87	0,765	1470	1920
—	—	9,86	9,88	9,87				
50	1874,5	11,22	11,27	11,25	11,25	0,994	1890	1900
—	—	11,22	11,28	11,25				
70	2624,3	12,26	12,30	12,28	12,24	1,176	2240	1900
—	—	12,26	12,28	12,27				
—	—	12,16	12,18	12,17	—	—	—	—
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	1910

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ

$$\frac{1920 - 1900}{1900} \cdot 100 = 1,1\%.$$

Какъ результатъ предыдущихъ таблицъ, имъемъ:

Таблица 41.

Живая сила L въ kgsm.	Діаметръ шарика D въ см.	Діаметръ окружности углубленія d_m въ см.	d_m^4	$\frac{d_m^4}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d_m^4}{D}$ для каж- дой отдельной вел. жив. силы.	$\frac{L}{\eta}$
374,9	2,5	0,844	0,507	0,203		
—	2,0	0,803	0,416	0,208	0,207	1810
—	1,5	0,750	0,316	0,211		
1124,7	2,5	1,105	1,491	0,596		
—	2,0	1,056	1,243	0,622	0,617	1820
—	1,5	0,987	0,949	0,633		
1874,5	2,5	1,265	2,560	1,024		
—	2,0	1,205	2,108	1,054	1,049	1790
—	1,5	1,125	1,603	1,068		
2624,3	2,5	1,375	3,576	1,430		
—	2,0	1,307	2,917	1,459	1,462	1800
—	1,5	1,224	2,244	1,496		
Среднее	—	—	—	—	—	1805

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\eta}$ составляетъ здѣсь

$$\frac{1820 - 1790}{1790} \cdot 100 = 1,7\%.$$

Никелевая сталь оказалась, сравнительно съ обыкновенной сталью, нисколько не тверже; деформаціи ея почти одинаковы съ деформаціями обыкновенной стали при тѣхъ же живыхъ силахъ.

Образцы никелевой стали имѣли размѣры $140 \times 25 \times 10$ mm.

Діаметръ шарика $D=15$ мм.

Таблица 42.

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\omega_m}$ составляет

$$\frac{7030 - 6780}{6780} = 3,7\%.$$

Діаметръ шарика $D=20$ мм.

Таблица 43.

Наибольшая разность составляетъ $\frac{5190 - 5090}{5090} \cdot 100 = 1,97\%$.

Діаметръ шарика $D=25$ mm.

Таблица 44.

Высота паде- нія груза H въ см.	Живая си- ла I въ kgsm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
10	374,9	6,21	6,18	6,20	6,21	0,303	1240	4080
—	—	6,22	6,21	6,21	6,18	0,526	2140	4070
30	1124,7	8,21	8,25	8,23	8,18	0,676	2770	4100
—	—	8,14	8,12	8,13	9,28	0,803	3270	4070
50	1874,5	9,37	9,32	9,34	9,21	—	—	—
—	—	9,24	9,19	9,21	10,11	—	—	—
70	2624,3	10,15	10,14	10,15	10,08	—	—	—
—	—	10,07	10,09	10,08	—	—	—	—
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	4080

Наибольшая разность составляетъ $\frac{4100 - 4070}{4070} \cdot 100 = 0,74\%$.

Наконецъ, какъ слѣдствіе данныхъ предыдущихъ таблицъ,—
имѣемъ.

Таблица 45.

Высота паде- ния груза H въ ст.	Живая си- ла L въ кгсм.	Діаметръ шарика D въ ст.	Діаметръ окружности углубленія d_m^4 въ ст	d_m^4	$\frac{d_m^4}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d_m^4}{D}$ для каж- дой отд. вел. живой силы.	$\frac{L}{\eta}$
10	374,9	2,5	0,621	0,1487	0,0595		
—	—	2,0	0,585	0,1171	0,0586	0,0591	6340
—	—	1,5	0,546	0,0889	0,0592		
30	1124,7	2,5	0,818	0,4477	0,1791		
—	—	2,0	0,770	0,3516	0,1758	0,1761	6390
—	—	1,5	0,714	0,2599	0,1733		
50	1874,5	2,5	0,928	0,7413	0,2965		
—	—	2,0	0,879	0,5969	0,2985	0,2978	6290
—	—	1,5	0,818	0,4477	0,2985		
70	2624,3	2,5	1,011	1,0445	0,4178		
—	—	2,0	0,955	0,8317	0,4159	0,4173	6290
—	—	1,5	0,890	0,6274	0,4183		
Среднее	—	—	—	—	—	—	6328

Наибольшая разность составляетъ $\frac{6390 - 6290}{6290} \cdot 100 = 1,6\%$.

Послѣ того, какъ формула (2) оказалась справедливой для различныхъ металловъ, являлось необходимымъ выяснить, какое значеніе имѣеть для данной работы *L* измѣненіе скорости въ концѣ паденія груза,—вопросъ, которымъ (въ примѣненіи къ изслѣдованію вліянія на сжатіе свинцовыхъ цилиндриковъ измѣненія скорости паденія на нихъ груза) занимался еще Kick, но который до сихъ поръ остается не выясненнымъ (См. Martens. „Materialienkunde“. S. 170).

Если бы оказалось, что измѣненіе скорости при одной и той же работѣ падающаго груза не имѣеть никакого значенія, или имѣеть значеніе на столько незначительное, что измѣненія въ коэффиціентахъ отъ измѣненія скорости не превзойдутъ ошибокъ наблюденія, то изъ формулы (2), примѣнная ее къ двумъ случаямъ, когда *H* остается постоянной, а *P* менѣется, мы бы должны были получить такія два соотношенія:

$$P_1 \cdot H_1 = C \cdot \frac{d_1^4}{D} \quad (3)$$

$$P_2 \cdot H_1 = C \cdot \frac{d_2^4}{D}, \quad (4)$$

откуда

$$\frac{P_1}{d_1^4} = \frac{P_2}{d_2^4} \quad \text{или}$$

$$\frac{P_1}{\omega_1^2} = \frac{P_2}{\omega_2^2} = \text{const.} \quad (5)$$

Къ выясненію этого вопроса мы теперь и переходимъ. Для этого намъ нужно было продолжить наши опыты при другихъ величинахъ падающаго груза и высотахъ паденія, но при прежнихъ живыхъ силахъ *L*.

Новые грузы, съ которыми производились дальнѣйшіе опыты, были вѣсомъ въ 56,87 и 129,06 klgr. По нимъ легко уже было подсчитать высоты паденія грузовъ, желая сохранить прежними живыя силы.

Испытуемый матеріаль былъ при этихъ опытахъ опять сталь и чугунъ, но, за неимѣніемъ прежнихъ сортовъ,—другого качества, чѣмъ при вышеописанныхъ опытахъ; въ виду этого результаты новыхъ опытовъ не могутъ быть сравниваемы съ результатами прежнихъ опытовъ, но такъ какъ грузы (въ 56, 87 и 129, 06 klgr) отличаются другъ отъ друга больше, чѣмъ вдвое, то новыхъ опытовъ вполнѣ достаточно для выясненія вліянія измѣненія скорости паденія груза. Самые опыты велись прежнимъ способомъ. Результаты опытовъ изложены въ слѣдующихъ таблицахъ.

Діаметръ шарика $D=20$ mm. Матеріаль—сталь ($130\times27\times12$ mm.)
Весь падающаго груза $P=56,87$ klgr.

Таблица 46.

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет

$$\frac{4200 - 4040}{4040} \cdot 100 = 3,96\%$$

Материалъ—сталь; вѣсъ груза $P=56,87$ klgr. Диаметръ шарика $D=20$ mm.

Таблица 47.

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет $\frac{4330 - 4240}{4240} \cdot 100 = 2,1\%$.

Какъ среднее изъ двухъ послѣднихъ таблицъ, получаемъ слѣдую щія значения $\frac{L}{\omega_m^2}$ для различныхъ величинъ живыхъ силь:

Для живой силы $L=375,3$ kg. см. имеемъ	$\frac{L}{\omega_m^2}=4249$
$=1126,0$	$=4142$
$=1876,7$	$=4240$
$=2627,4$	$=4228$

среднее= 4214

при наибольшей разности $\frac{4249 - 4142}{4142} \cdot 100 = 2,6\%$.

Матеріалъ—сталь; вѣсъ груза $P=56,87$ klgr. Діаметръ шарика $D=15$ mm.

Таблица 48.

Высота паде- нія груза въ см.	Жива си- ла L въ klgrm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
6,6	375,3	5,99	5,94	5,96	5,67	0,252	1490	5900
—	—	5,60	5,54	5,57				
—	—	5,53	5,61	5,57				
—	—	5,75	5,77	5,76				
19,8	1126	7,58	7,57	7,58	7,49	0,440	2560	5820
—	—	7,37	7,42	7,40				
33,0	1876,7	8,54	8,58	8,56				
—	—	8,39	8,40	8,39				
46,2	2627,4	9,39	9,38	9,39	9,20	0,665	3950	5960
—	—	8,98	9,06	9,02				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	5890

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет $\frac{5960 - 5820}{5820} \cdot 100 = 2,4\%$.

Материалъ — сталь. Весь падающаго груза $P=129,06$ klgr. Диаметръ шарика $D=20$ mm.

Таблица 49.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая си- ла L въ klgsm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
2,9	374,3	6,19	6,12	6,15				
—	—	6,10	6,06	6,08	6,18	0,300	1250	4160
—	—	6,33	6,31	6,32				
8,7	1122,8	8,15	8,18	8,16				
—	—	7,98	8,02	8,00	8,12	0,518	2180	4190
—	—	8,14	8,21	8,17				
14,5	1874,4	9,22	9,12	9,17				
—	—	9,07	9,04	9,05	9,16	0,659	2850	4310
—	—	9,26	9,26	9,26				
20,3	2620,0	9,91	9,88	9,90				
—	—	9,89	9,88	9,89	9,96	0,779	3370	4320
—	—	10,09	10,07	10,08				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	4245

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет $\frac{4320 - 4160}{4160} \cdot 100 = 3,8\%$,

Матеріалъ—сталь. Вѣсъ груса $P=129,06$ klgr. Діаметръ шарика $D=15$ mm.

Таблица 50.

Высота паденія груса въ см.	Живая сила L въ klgsm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
2,9	374,3	5,75	5,74	5,75	5,67	0,252	1480	5890
—	—	5,59	5,58	5,59	7,50	0,442	2550	5760
8,7	1122,8	7,53	7,57	7,55	8,46	0,563	3320	5900
—	—	7,43	7,48	7,46	8,38	0,667	3940	5880
14,5	1871,4	8,53	8,61	8,57	9,22	—	—	5858
—	—	8,34	8,38	8,36	—	—	—	—
20,3	2620,0	9,24	9,28	9,26	—	—	—	—
—	—	9,16	9,22	9,19	—	—	—	—
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	5858

Наибольшая разность между значениями $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ

$$\frac{5900 - 5760}{5760} \cdot 100 = 2,4\%.$$

Какъ видно изъ данныхъ этихъ таблицъ, разность для среднихъ значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ какъ для шарика въ 20 mm. діаметромъ, такъ и для шарика въ 15 mm. діаметромъ для грузовъ въ 129,06 klgr. и въ 56,87 klgr. величина очень незначительная; въ первомъ случаѣ она составляетъ всего

$$\frac{4245 - 4214}{4214} \cdot 100 = 0,71\%, \text{ а во второмъ}$$

$$\frac{5890 - 5858}{5858} \cdot 100 = 0,55\%.$$

и такимъ образомъ справедливость формулы (5) подтверждается съ большою точностью. Такое же подтверждение формулы (5), хотя и не въ столь категорической формѣ, даютъ намъ наши опыты съ чугуномъ, какъ это видно изъ данныхъ слѣдующихъ таблицъ.

Матеріалъ—чугунъ. Всъ падающаго груза $P=56,87$. Диаметръ шарика $D=20$ mm.

Таблица 51.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая си- ла L въ kgsm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
6,6	375,3	7,25	7,20	7,22				
—	—	7,33	7,34	7,34				
—	—	7,12	7,13	7,13				
—	—	7,26	7,25	7,26	7,27	0,415	905	2180
—	—	7,34	7,33	7,34				
—	—	7,34	7,33	7,34				
19,8	1126	9,49	9,47	9,48				
—	—	9,57	9,56	9,57				
—	—	9,56	9,62	9,59	9,55	0,717	1570	2190
—	—	9,54	9,62	9,58				
33,0	1876,7	10,79	10,86	10,83				
—	—	10,71	10,78	10,75				
—	—	10,78	10,87	10,82	10,80	0,916	2050	2240
—	—	10,77	10,85	10,81				
46,2	2627,4	11,68	11,70	11,69				
—	—	11,64	11,67	11,66				
—	—	11,73	11,78	11,75	11,73	1,079	2440	2250
—	—	11,76	11,74	11,75				
—	—	11,74	11,76	11,75				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	2215

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет здесь

$$\frac{2250 - 2180}{2180} \cdot 100 = 3,2\%.$$

Материал — чугунъ. Вѣсъ падающаго груза $P=129,06$ klgr. Диаметръ шарика $D=20$ mm.

Таблица 52.

Высота паде- ния груза въ см.	Живая си- ла L въ kgem.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
2,9	374,3	7,17	7,20	7,18	7,20	0,407	940	2250
—	—	7,22	7,21	7,22				
8,7	1122,8	9,43	9,46	9,45	9,49	0,707	1590	2240
—	—	9,52	9,56	9,54				
14,5	1871,4	10,67	10,68	10,68	10,69	0,897	2090	2330
—	—	10,69	10,71	10,70				
20,3	2619,9	11,58	11,63	11,60	11,64	1,064	2460	2310
—	—	11,58	11,76	11,67				
26,1	3368,5	12,36	12,30	12,33	12,38	1,203	2800	2330
—	—	12,42	12,44	12,43				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	2292

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ здѣсь

$$\frac{2330 - 2240}{2240} \cdot 100 = 4\%.$$

Разность въ значеніяхъ среднихъ $\frac{L}{\omega_m^2}$ при различныхъ падающихъ грузахъ составляетъ здѣсь $\frac{2292 - 2215}{2215} \cdot 100 = 3,5\%$.

Такимъ образомъ, резюмируя вышеизложенное, мы можемъ результаты нашихъ опытовъ представить въ видѣ слѣдующихъ положеній, оговариваясь при этомъ, что эти положенія, во первыхъ, мы сами считаемъ только какъ первое приближеніе къ истиннымъ зависимостямъ, существующимъ между рассматриваемыми величинами, и что, во вторыхъ, они примѣнимы пока только въ предѣлахъ произведенныхъ опытовъ:

1) Отношение живой силы, действующей на стальной шарикъ, къ квадрату площади углубленія, произведенного шарикомъ въ какомъ-либо металлѣ, есть величина постоянная, зависящая только отъ діаметра шарика и рода металла.

2) Произведеніе действующей на стальной шарикъ живой силы, разделенной на квадратъ площади углубленія, произведенного стальнымъ шарикомъ въ какомъ-либо металлѣ, на діаметръ шарика есть величина постоянная, зависящая только отъ рода металла.

3) Отношение вѣса груза, падающаго на стальной шарикъ, къ квадрату площади произведенного въ какомъ-нибудь металлѣ шарикомъ углубленія, есть при данной высотѣ паденія груза величина постоянная, зависящая отъ рода металла, но не отъ величины груза.

Въ заключеніе не могу не высказать глубокой благодарности проф. Meyer'у, любезно предоставившему мнѣ совершенно безвозмездно матеріалъ и все необходимое для опытовъ.

В. Пинегинъ.