

ИЗВѢСТІЯ

Томскаго Технологическаго Института

Императора Николая II.

т. 12. 1908. № 4.

Исследование деформаций, производимых стальными шариками въ металлахъ при дѣйствіи на нихъ живой силы.

В. Н. Пинегинъ.

II.

В. Н. Пинегинъ.

Опыты по изслѣдованію зависимости деформаций, производимых стальными шариками въ металлахъ при дѣйствіи на нихъ живой силы.

1-42.

Исслѣдованіе деформаций, производимыхъ стальными шариками въ металлахъ при дѣйствіи на нихъ живой силы.

В. Н. Пинегинъ.

Вопросъ объ опредѣленіи жесткости твердыхъ тѣлъ методомъ Brinell'я на столько заинтересовалъ инженеровъ и физиковъ, что ему одному посвящена въ послѣднее время большая литература ¹⁾.

¹⁾ Отсылая читателей, интересующихся литературой о методѣ Brinell'я, къ статьѣ P. Ludwik'a: «Über Härtebestimmung mittels der Brinellschen Kugeldruckprobe und verwandelten Eindruckverfahren». Zeitschr. d. Oster—Ingen—und Archit.—Vereins 1907 s. 191, 205, подробно перечисляющей и критически разбирающей эту литературу, я укажу только какъ на дополненіе къ ней статьи, не указаннаыя Ludwik'омъ и большей частью появившіяся уже послѣ напечатанія его работы:

- 1) T. Friesendorff. Ueber die Brinellsche Kugelprobe zur Bestimmung der Härte der Metalle. Baumaterialienkunde. 1906.
- 2) Malmström. Versuche mit Gusseisen über den Einfluss des Kugeldurchmessers und des Druckes bei der Brinellschen Methode der Härtebestimmung. Dingers Polyt. Journal. 1907. Bd. 32, s. 33—36.
- 3) L. Guillet. Compte rendu du Congrès des methodes d'essais des matériaux de construction Bruxelles 1906. Memoires de la Société des Ingenieurs Civils de France. 1907. Février, p. 298—340.
- 4) Dr. Oswald Meyer. Ueber die Ludwigsche Kugeldruckprobe Österreichische Zeitschr. für Berg—u. Hüttenwesen, 1907. № 21. S. 257—258.
- 5) Rejtö. Die auf dem Brüsseler Kongresse mitgetheilten Versuchsergebnisse bezüglich der Gesetze der bleibenden Formänderungen. Baumaterialienkunde 1907.

Наконецъ, можно еще указать на статьи по этому вопросу J. E. Stead'a и T. Greville (The Iron and loal Trades Review. 1907. 12 April, p. 1216—1217) и W. T. Valentine'a (American Machinist. 1907. 1 June. p. 698).

Между тѣмъ вопросъ этотъ все еще остается мало выясненнымъ; методъ Brinell'я, по крайней мѣрѣ, въ томъ видѣ, какъ онъ былъ предложенъ, оказался не вполне пригоднымъ для опредѣленія „жесткости“. Дѣло въ томъ, что такъ называемая „жесткость“ тѣла (дѣйствующая на шарикъ сила, отнесенная къ единицѣ площади полученнаго углубленія), оказывается зависимою не только отъ размѣровъ самого шарика, но и отъ величины нагрузки на шарикъ; причемъ зависимость эта не совсѣмъ проста. Въ особенности интересны съ этой точки зрѣнія результаты опытовъ, произведенныхъ въ самое послѣднее время проф. Meyer'омъ въ Шарлоттенбургѣ и еще не опубликованныхъ.

По его многочисленнымъ опытамъ оказывается, что отношеніе $\frac{P}{\omega}$ (гдѣ P — сила, а ω — площадь углубленія, произведеннаго шарикомъ) не есть величина постоянная, и соотношеніе между силой P и діаметромъ d углубленія можетъ быть выражено формулой $P = ad^m$, гдѣ a и m постоянныя, различныя для различныхъ металловъ, причемъ m вообще близко къ 2 [измѣняется для испытанныхъ металловъ отъ 2,05 (мѣдь) до 2,32 (сталь)], но не равно 2, какъ слѣдовало бы по Brinell'ю.

Заинтересовавшись этими опытами, очевидцемъ которыхъ я былъ, и имѣя въ виду, что методъ Brinell'я при динамическомъ дѣйствіи силы еще менѣе изслѣдованъ, чѣмъ при статическомъ дѣйствіи силы, я и рѣшилъ заняться изслѣдованіями деформаций, производимыхъ въ металлахъ стальными шариками при дѣйствіи на нихъ живой силы.

Съ этой цѣлью весной 1907 года мною и были предприняты нижеописываемые опыты въ Шарлоттенбургской лабораторіи. Опыты эти велись такимъ образомъ: кладя испытываемую пластинку металла на наковальню копра, а на пластинку стальной шарикъ (шарики употреблялись мною различныхъ размѣровъ: діаметромъ въ 10, 12½, 15, 20 и 25 мм.), и заставляя падать на него опредѣленный грузъ, получали на пластинкѣ углубленіе, которое и могло служить мѣрой деформации при данной живой силѣ. Измѣреніе діаметра окружности этого углубленія производилось по двумъ направленіямъ, отклоненнымъ одинъ отъ другого на 90°. Среднее изъ полученныхъ такимъ образомъ діаметровъ a_1 и a_2 — $\frac{a_1 + a_2}{2}$ и принималось за истинную величину діаметра d_m углубленія. По этому діаметру d_m опредѣлялась площадь $\left(\frac{\pi d_m^2}{4}\right)$ окружности, ограничивающей данное углубленіе, при раздѣленіи на которую живой силы, подобно тому, какъ это дѣлается при опредѣленіи жесткости тѣлъ при статическомъ дѣй-

ствіи силы, мы получаемъ какъ бы „жесткость“ тѣла при динамическомъ дѣйствіи силы. Живую силу мы получимъ очевидно изъ произведенія P падающаго груза и высоты H паденія этого груза.

Падающій грузъ для первой стадіи опытовъ былъ выбранъ нами въ 37,49 klgr (вѣсъ закрѣпляющей „бабу“ обоймы $P_1=17,29$ klgr. и вѣсъ „бабы“ $P_2=20,20$ klgr.). Высоты же брались обыкновенно кратными отъ 10 см., увеличивая ихъ чрезъ 20 см. или чрезъ 40 см., такъ что въ первомъ случаѣ были 10 см., 30 см., 50 см., 70 см., 90 см., 110 см., и т. д., а во второмъ 10 см., 50 см., 90 см., 130 см. и т. д.

Въ виду того, что паденіе груза прямо на стальной шарикъ сопровождалось бы порчей торцевой поверхности „бабы“, необходимо было прибѣгнуть къ какому либо промежуточному тѣлу, накладываемому непосредственно на шарикъ, и уже на это тѣло (будемъ называть его въ дальнѣйшемъ „подкладкой“) заставлятъ падать грузъ. Чтобы удержать въ равновѣсіи шарикъ на испытываемомъ тѣлѣ и на немъ подкладочное тѣло—„подкладку“, было устроено такое приспособленіе: на положенный на испытываемое тѣло шарикъ помѣщалась (см. черт. 1) тонкая изогнутая полоска жести, имѣвшая въ срединѣ отверстіе немного меньшаго діаметра, чѣмъ діаметръ шарика, и опиравшаяся своими концами, смотря по размѣрамъ испытываемаго образца, или на наковальню копра, или на самое испытываемое тѣло. Шарикъ только немного долженъ былъ выставляться за эту пластинку; сверху на эту пластинку накладывалась пластинка—„подкладка“, имѣвшая углубленіе, какъ разъ соотвѣтствующее высунувшейся части шарика; всегда можно было достигнуть того, чтобы „подкладка“ лежала по возможности горизонтально на жестяной пластинкѣ и въ то же время опиралась на шарикъ.

Но въ то время, какъ при статическомъ дѣйствіи силы матеріалъ подкладки не играетъ особеннаго значенія, по крайней мѣрѣ, если за подкладку брать металлы (какъ это слѣдуетъ отчасти изъ моихъ предварительныхъ опытовъ, отчасти изъ опытовъ проф. Meyer'a), при динамическомъ дѣйствіи силы матеріалъ „подкладки“ и его состояніе имѣютъ уже громадное значеніе. Въ слѣдующей таблицѣ приводятся результаты, полученные при „подкладкахъ“ изъ различныхъ матеріаловъ, а также изъ одного и того же матеріала различнаго состоянія, что можетъ быть, напр., достигнуто, накладывая каждый разъ подкладку на шарикъ однимъ и тѣмъ же мѣстомъ, и слѣд., это мѣсто будетъ все болѣе и болѣе уплотняться.

Таблица 1.

Родъ подкладки.	Диаметры.		Средній діам. $\frac{a_1+a_2}{2}$ въ мм.	Площадь углубл. ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	Примѣчаніе.
	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.				
Стальная въ 1-й разъ	7,576	7,551	7,563	0,448	4162	Диаметръ шарика былъ $D=25$ м/м, а высота паденія груза $h=50$ см., такимъ образомъ живая сила $L=1874,5$ кілсгм. Испытуемая пластинка была стальная.
Мѣдная	6,748	6,793	6,770	0,359	5221	
Свинцовая	3,786	3,801	3,794	0,113	16620	
Сосновая	3,262	3,276	3,269	0,084	22342	
Стальная во 2-ой разъ	8,114	8,133	8,123	0,518	3630	
Стальная въ 3-ій разъ	8,156	8,186	8,171	0,524	3578	
Стальная послѣ многократнаго употребленія при различныхъ, иногда очень большихъ (до 2 мт.) высотахъ паденія груза.	8,317	8,252	8,285	0,537	3500	

Только что приведенная таблица съ ясностью показываетъ, какое громадное значеніе имѣеть при этихъ опытахъ „подкладка“. Вотъ почему весьма важно, чтобы „подкладка“ для шариковъ каждаго опредѣленнаго размѣра употреблялась одна и та же, чтобы углубленіе вполне соответствовало данному размѣру шарика и чтобы оно было приведено, такъ сказать, въ „установившееся состояніе“, т. е. въ состояніе, не измѣняющееся отъ послѣдующихъ ударовъ; для этого было необходимо, прежде чѣмъ дѣлать опыты, сдѣлать углубленіе соответствующимъ шарикомъ, заставляя падать бабу нѣсколько разъ съ высоты, по крайней мѣрѣ вдвое превосходящей высоту паденія при опытахъ. Для сравненія опытовъ съ различными шариками „подкладки“ должны быть изъ одного матеріала и приведены въ одинаковое состояніе.

Результаты, полученные изъ такого рода опытовъ, будутъ только относительные, вѣрные только для даннаго рода „подкладокъ“, хотя, впрочемъ, какъ это и слѣдовало изъ моихъ опытовъ, самый законъ, опредѣляющій связь живой силы и деформаціи, остается неизмѣннымъ, независимымъ отъ рода „подкладки“; измѣняться же отъ употребленія разнородныхъ „подкладокъ“ будутъ только коэффициенты.

Установивъ такую зависимость результатовъ опытовъ отъ матеріала „подкладки“, я интересовался узнать, не вліяетъ ли на эти результаты еще при данномъ опредѣленномъ матеріалѣ „подкладки“ ея толщина; другими словами, не измѣняется ли дѣйствіе живой силы чрезъ процессъ прохожденія ея чрезъ подкладку въ зависимости отъ того, большій путь или меньшій оно должно пройти; для выясненія этого вліянія толщины подкладки я заказалъ мѣдные цилиндрики діаметромъ въ 30 мм. и различной высоты отъ 5 мм. до 90 мм., и помѣщая ихъ согласно съ вышеизложеннымъ на шарикѣ, заставлялъ падать на нихъ грузъ; по величинѣ углубленій, полученныхъ на испытуемомъ тѣлѣ (сталь), а также на мѣдныхъ цилиндрикахъ, можно было получить отвѣтъ на поставленный выше вопросъ. Слѣдующія таблицы № 2 и № 3 даютъ результаты этихъ опытовъ, причѣмъ первая изъ нихъ даетъ результаты для испытуемаго тѣла, а вторая для мѣдныхъ цилиндриковъ.

Таблица 2.

Высота цилиндрика въ мм.	Діаметры углубленія.			Средній діам. изъ нѣсколь- кихъ опытовъ въ мм.	Площадь углубл. ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	Примѣчаніе.
	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$\frac{a_1+a_2}{2}$ въ мм.				
5,55	5,52	5,53	5,525	5,530	0,241	3889	Діаметръ шарика D=25 мм. Высо- та паденія груза h=25 см; тав. обр. живая сила L=937,25 кігем.
5,55	5,54	5,46	5,550				
5,20	5,51	5,52	5,515				
10,45	5,57	5,56	5,565				
9,73	5,57	5,57	5,57	5,57	0,243	3857	
10,45	5,57	5,57	5,57				
20,34	5,64	5,74	5,69	5,69	0,253	3704	
30,60	5,66	5,56	5,61	5,61	0,247	3795	
58,20	5,54	5,54	5,54	5,54	0,242	3873	
88,00	5,78	5,78	5,78	5,78	0,262	3600	

Таблица 3.

Высота мѣд- наго цилиндрика въ мм.	Диаметры углубленія.			Средній діам. изъ нѣсколь- кихъ опытъ.	Площадь углубл. ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	Примѣчаніе.
	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$\frac{a_1+a_2}{2}$ въ мм.				
5,55	10,76	10,76	10,76	10,72	0,900	1041	Диаметръ шарика D=25 мм. Высо- та паденія груза h=25 см. L = 937,25 кігсм.
5,55	10,67	10,60	10,64				
5,20	10,76	10,74	10,75				
10,45	10,62	10,57	10,60	10,50	0,864	1085	
9,73	10,39	10,25	10,32				
10,45	10,62	10,57	10,59				
20,34	10,74	10,74	10,74	10,74	0,905	1036	
30,60	10,62	10,64	10,63	10,63	0,886	1058	
58,20	10,48	10,45	10,46	10,46	0,858	1092	
88,00	10,73	10,77	10,75	10,75	0,906	1034	

Изъ приведенныхъ таблицъ не представляется никакой возможности усмотрѣть вліянія высоты цилиндриковъ на „жесткость“ испытуемыхъ тѣлъ—стальныхъ и мѣдныхъ цилиндриковъ, такъ какъ колебанія въ числахъ, характеризующихъ мѣру жесткости, не превосходятъ ошибокъ, возможныхъ при производствѣ опытовъ. Возможно, конечно, что вліяніе это очень незначительно и потому ускользнуло изъ наблюденій при данныхъ опытахъ.

Прежде чѣмъ перейти теперь къ изложенію результатовъ самыхъ опытовъ, мнѣ остается еще сказать нѣсколько словъ о возможной точности данныхъ опытовъ и объ измѣреніи диаметровъ окружностей, ограничивающихъ углубленія на поверхности испытуемыхъ тѣлъ.

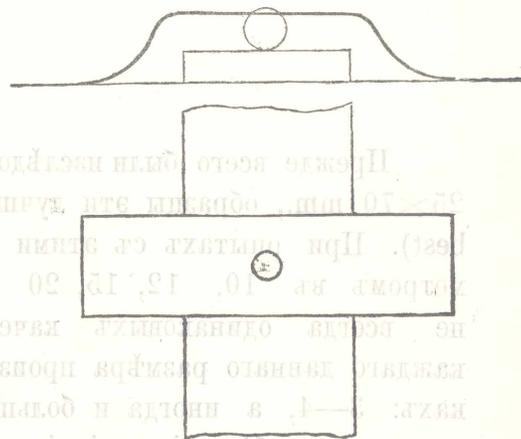
Коперъ, на которомъ мнѣ пришлось работать, не имѣлъ тѣхъ приспособленій, которыя существуютъ у новѣйшихъ сооружений этого рода и которыя даютъ возможность совершенно точно опредѣлить высоту поднятія „бабы“ надъ ударяемой поверхностью. Мнѣ приходи-

лось прямо на глазъ опредѣлять эту высоту, сдѣлавъ предварительно черту на крестовинѣ, скользящей по рельсамъ — стойкамъ копра, и опредѣляя положеніе этой черты на шкалѣ, находящейся на одномъ изъ рельсовъ; при такомъ способѣ отсчета высоты, конечно, нельзя было достигнуть большой точности, въ особенности при болѣе высокихъ положеніяхъ „бабы“. Затѣмъ, я не могу, конечно, учесть точно треніе скользянія крестовины по рельсамъ, каковое треніе, смотря по положенію крестовины по отношенію къ рельсамъ (это положеніе, правда, не могло особенно сильно измѣняться), могло проявляться въ большей или меньшей степени и, такимъ образомъ, неодинаково измѣнять величину живой силы. Въ особенности это различіе въ треніи могло сильно проявляться при измѣненіи груза. Чтобы показать, какое вліяніе имѣетъ треніе крестовины о рельсы на величину деформации, я приведу результаты двухъ рядовъ опытовъ: одного при не смазанныхъ скользящихъ по рельсамъ поверхностяхъ крестовины, а другого со смазанными поверхностями (см. табл. 4).

Таблица 4.

Живая сила въ кігсм.	$\frac{L}{\omega}$		Примѣчаніе.
	Скользя- щія по- верхн. не смаз.	Скользя- щія по- верхн. смазаны.	
374,9	1240	—	Матеріалъ ник- келевая сталь; діаметръ шари- ка $D=25$ м/м.
1124,7	2160	1990	
1874,5	2760	2530	
2624,3	3260	3040	
3374,1	—	3460	

Чертежъ № 1.



Какъ видимъ, разность въ значеніяхъ $\frac{L}{\omega}$, напр., для высоты паденія груза въ 70 см. составляетъ $\frac{3260-3040}{3040} \cdot 100 = 7,25\%$
 для высоты въ 30 см. — $\frac{2160-1990}{1990} \cdot 100 = 8,54\%$.

Не могло остаться безъ вліянія на результаты опытовъ и то обстоятельство, что при спускѣ „бабы“ крючекъ, съ котораго соскаки-

васть грузъ, немного понижается при нажатіи спускной цѣпочки и, возможно, не всегда на одну и ту же величину; наконецъ, возможно вліяніе не совсѣмъ горизонтальнаго положенія „подкладки“, за точность какового положенія ручаться, конечно, нѣтъ возможности. Все это обуславливало ошибку въ результатахъ опытовъ, ошибку, которую нужно считать никакъ не менѣе 2—3%, а то и нѣсколько болѣе.

Разъ, такимъ образомъ, результаты опытовъ не могли быть точнѣе 2—3%, то и измѣреніе діаметровъ не было необходимости производить точнѣе 1%, а такъ какъ измѣрялись діаметры въ мм, то измѣреніе намъ не было нужды производить точнѣе сотыхъ долей мм. Поэтому, такъ какъ измѣреніе этихъ діаметровъ я производилъ съ помощью компаратора Zeiss'a, дававшего возможность отсчитывать десятитысячныя доли миллиметра, или микрометра Zeiss'a, дававшего возможность отсчитывать тысячныя доли миллиметра, то въ первомъ случаѣ я откидывалъ два послѣднихъ десятичныхъ знака, а во второмъ одинъ десятичный знакъ.



Прежде всего были изслѣдованы стальные образцы размѣромъ 12×25×70 mm., образцы эти лучшей англійской стали (марки Scheffild—best). При опытахъ съ этими образцами я пользовался шариками діаметромъ въ 10, 12, 15, 20 и 25 mm. Такъ какъ пластинки были не всегда одинаковыхъ качествъ, то приходилось съ шариками каждаго даннаго размѣра производить опыты на нѣсколькихъ пластинкахъ: 3—4, а иногда и больше, и брать средніе результаты. Кромѣ того, для избѣжанія вліянія неоднородности пластинки, удары одной и той же живой силы наносились въ различныхъ мѣстахъ пластинки.

Слѣдующія таблицы и даютъ результаты этихъ опытовъ, причемъ для каждаго значенія живой силы нами подсчитываются отношенія $\frac{L}{\omega}$ и $\frac{L}{\omega^2}$, гдѣ L живая сила паденія груза, а ω площадь углубленія, произведеннаго шарикомъ; d_m —средній діаметръ окружности углубленія изъ нѣсколькихъ опытовъ съ одной и той же живой силой.

Образецъ № 3. Диаметръ шарика $D=10$ mm. Таблица 7.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kg. см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	4,90	4,85	4,87	4,88	0,186	2013	10800
—	—	4,87	4,88	4,88				
30	1124,7	6,20	6,20	6,20	6,38	0,326	3510	10920
—	—	6,57	6,56	6,56				
50	1874,5	7,10	7,18	7,14	7,09	0,395	4750	12010
—	—	7,06	7,02	7,04				
70	2624,3	7,78	7,73	7,76	7,2	0,468	5620	11980
—	—	7,69	7,67	7,68				
90	3374,1	8,10	8,10	8,10	8,10	0,515	6550	12730
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	11590

Изъ данныхъ этихъ таблицъ выведены средніе результаты:

Таблица 8.

Живая сила въ kg. см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega}$	Среднее	$\frac{L}{\omega^2}$	$\frac{L}{\omega^2}$	$\frac{L}{\omega^2}$	Среднее	Примѣчаніе.
	(5)	(6)	(7)		(5)	(6)	(7)		
374,9	2270	2260	2010	2180	13800	13730	10800	12780	Цифры (5)(6)(7) подъ $\frac{L}{\omega}$ и $\frac{L}{\omega^2}$ означаютъ изъ какой таблицы взяты со- отвѣтствую- щія значенія $\frac{L}{\omega}$ и $\frac{L}{\omega^2}$.
1124,7	3840	3850	3510	3730	13100	13200	10920	12410	
1874,5	4950	4780	4750	4830	13000	12200	12010	12400	
2624,3	5858	5670	5620	5718	13060	12270	11980	12440	
3374,1	6680	6300	6550	6510	13100	11720	12730	12520	
Среднее	—	—	—	—	13210	12620	11390	12510	

Отсюда видно, что наибольшая разность среднихъ значеній $\frac{L}{\omega^2}$ составляетъ $\frac{12780 - 12400}{12400} \cdot 100 = 3,1\%$.

Образецъ № 9. Диаметръ шарика $D = 20$ mm. Таблица 15.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая сила въ kg. см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	5,41	5,50	5,46	5,44	0,232	1620	6970
—	—	5,63	5,50	5,56				
—	—	5,33	5,30	5,31				
50	1874,5	8,11	8,21	8,16	8,21	0,529	3550	6700
—	—	8,23	8,28	8,26				
90	3374,1	9,56	9,52	9,54	9,54	0,715	4730	6600
130	4873,7	10,47	10,42	10,44	10,44	0,856	5694	6660
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	6732

Изъ данныхъ таблицъ 14 и 15 выведены средніе результаты:

Таблица 16.

Живая сила	$\frac{L}{\omega}$ (14)	$\frac{L}{\omega}$ (15)	Среднее	$\frac{L}{\omega^2}$ (14)	$\frac{L}{\omega^2}$ (15)	Среднее
374,9	—	1620	1620	—	6970	6970
1124,7	2810	—	2810	7030	—	7030
1874,5	3710	3550	3630	7320	6700	7010
2624,3	4240	—	4240	6800	—	6800
3374,1	4860	4680	4720	6990	6600	6795
4873,7	5810	5694	5750	6920	6660	6790
Среднее	—	—	—	7012	6730	6870

Откуда видно, что наибольшая разность средних значений $\frac{L}{\omega^2}$ составляет $\frac{7030 - 6790}{6790} \cdot 100 = 3,55\%$

Наконецъ, таблицы № 17, 18 и 19 даютъ слѣдующіе средніе результаты:

Таблица 20.

Живая сила.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega}$	Среднее	$\frac{L}{\omega^2}$	$\frac{L}{\omega^2}$	$\frac{L}{\omega^2}$	Среднее
	(17)	(18)	(19)		(17)	(18)	(19)	
374,9	—	1420	—	1420	—	5380	—	5380
1124,7	2520	—	2400	2460	5620	—	5140	5380
1874,5	3110	3240	3210	3187	5150	5580	5500	5410
2624,3	3680	3800	3900	3793	5180	5500	5760	5480
3374,1	4350	4150	4130	4210	5600	5090	5040	5240
Среднее	—	—	—	—	5390	5388	5360	5380

Отсюда видно, что наибольшая разность средних значений $\frac{L}{\omega^2}$ составляет $\frac{5480-5240}{5240} \cdot 100 = 4,58\%$.

Данные вышеприведенныхъ таблицъ съ несомнѣнностью указываютъ на пропорціональность между живой силой и квадратомъ площади углубленія, полученнаго отъ шарика; въ каждой сводной таблицѣ (8, 9, 13, 16, 20) сдѣланы подсчеты наибольшихъ разностей между отдѣльными значеніями $\frac{L}{\omega^2}$ въ процентныхъ отношеніяхъ; оказалось, что разность эта колеблется отъ 0,46% до 5,1%; подобная разность не представляется слишкомъ большой и, такимъ образомъ, только что указанная пропорціональность между L и ω^2 можетъ быть принята по крайней мѣрѣ, какъ первое приближеніе къ истинной зависимости, существующей между L и ω .

Такимъ образомъ, получается соотношеніе $\frac{L}{\omega^2} = C_0$ или

$$L = cd^4 \dots \dots (1)$$

Въ этой формулѣ для каждаго размѣра шарика коэффициентъ пропорціональности имѣетъ различную величину, уменьшающуюся съ увеличеніемъ діаметра шарика; являлось поэтому весьма интереснымъ ввести въ вышенайденную зависимость между L и ω^2 еще и діаметръ шарика D . Съ этой цѣлью произведены нѣкоторыя выкладки, результаты которыхъ приведены въ слѣдующей таблицѣ:

Таблица 21.

Высота паденія груза H въ см.	Живая сила L въ кігсм.	Диаметръ шарика D въ см.	Диаметръ окружности углубленія d _m въ см.	d _m ⁴	$\frac{d_m^4}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d_m^4}{D}$ для кажд. отдѣльн. высоты паденія груза.	$\frac{L}{\eta}$
10	374,9	1,0	0,468	0,0480	0,0480	0,0450	8330
—	—	1,5	0,504	0,0645	0,0430		
—	—	2,0	0,544	0,0876	0,0438		
—	—	2,5	0,580	0,1129	0,0452		
30	1124,7	1,0	0,620	0,1475	0,1475	0,1376	8170
—	—	1,25	0,643	0,1707	0,1366		
—	—	1,5	0,675	0,2079	0,1386		
—	—	2,0	0,714	0,2600	0,1300		
—	—	2,5	0,763	0,3387	0,1355		
50	1874,5	1,0	0,704	0,2460	0,2460	0,2313	8100
—	—	1,25	0,736	0,2938	0,2350		
—	—	1,5	0,770	0,3516	0,2344		
—	—	2,0	0,812	0,4343	0,2172		
—	—	2,5	0,865	0,5595	0,2238		
70	2624,3	1,0	0,765	0,3422	0,3422	0,3232	8120
—	—	1,25	0,800	0,4096	0,3277		
—	—	1,5	0,834	0,4844	0,3229		
—	—	2,0	0,889	0,6241	0,3120		
—	—	2,5	0,939	0,7779	0,3112		
90	3374,1	1,0	0,813	0,4369	0,4369	0,4199	8035
—	—	1,25	0,856	0,5372	0,4297		
—	—	1,5	0,888	0,6225	0,4150		
—	—	2,0	0,948	0,8082	0,4041		
—	—	2,5	1,011	1,0447	0,4139		
130	4873,7	2,0	1,044	1,1880	0,5940	—	8205
Среднее	—	—	—	—	—	—	8160

Изъ этой таблицы видно, что съ большой точностью (наибольшая разность между значеніями $\frac{L}{\eta}$ составляетъ $\frac{8330-8035}{8035} \cdot 100 = 3,7\%$)

$$\frac{L}{\eta} = \text{Const} = C$$

или

$$L = C \frac{d^4}{D} \dots \dots \dots (2)$$

гдѣ коэффициентъ пропорціональности уже одинаковъ для шариковъ различныхъ діаметровъ.

Всѣ предыдущіе опыты велись со сталью, при этомъ за подкладку брались стальные пластинки. Чтобы убѣдиться, что найденныя зависимости между L , ω и D для стали не зависятъ отъ матеріала подкладки, необходимо было повторить опыты со сталью, беря въ качествѣ подкладки пластинки изъ другихъ металловъ. Такими были выбраны мѣдныя пластинки, предварительно уплотненныя на томъ же копрѣ. Слѣдующія таблицы и даютъ результаты опытовъ, произведенныхъ опять со сталью, но при мѣдныхъ подкладкахъ.

Образецъ № 13. Діаметръ шарика $D = 25$ mm. Таблица 22.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg.cm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
30	1124,7	7,51	7,52	7,51	0,443	2540	5740
50	1874,5	8,56	8,44	8,50	0,567	3310	5840
70	2624,3	9,38	9,13	9,26	0,673	3900	5790
90	3374,1	9,92	9,75	9,84	0,760	4440	5840
110	4123,9	10,50	10,25	10,37	0,842	4900	5810
Среднее	—	—	—	—	—	—	5804

Уже изъ этой таблицы видно, что законъ $\frac{L}{\omega^2} = \text{const.}$ и здѣсь исполнѣн справедливъ; единственное отличіе отъ данныхъ предыдущихъ опытовъ состоитъ въ численномъ значеніи коэффициента (Const.).

Образецъ № 14. Диаметръ шарика $D=25$ мм. Таблица 23.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kg.см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	5,75	5,76	5,75	0,260	1440	5550
30	1124,7	7,60	7,60	7,60	0,454	2480	5460
50	1874,5	8,58	8,63	8,60	0,581	3230	5550
90	3374,1	9,93	9,95	9,94	0,776	4348	5600
130	4873,7	11,00	10,84	10,92	0,935	5212	5580
150	5623,5	11,30	11,30	11,30	1,002	5612	5600
Среднее	—	—	—	—	—	—	5557

Образецъ № 15. Диаметръ шарика $D=25$ мм. Таблица 24.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kg.см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
30	1124,7	7,39	7,41	7,40	} 7,53	0,445	2530	5690
—	—	7,64	7,70	7,67				
50	1874,5	8,71	8,36	8,53	} 8,54	0,573	3270	5720
—	—	8,54	8,54	8,54				
—	—	8,56	8,56	8,56				
70	2624,3	9,31	9,29	9,30	—	0,678	3870	5720
90	3374,1	9,90	9,92	9,91	—	0,771	4376	5680
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	5700

Образецъ № 20. Диаметръ шарика $D=15$ mm.

Таблица 31.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kg. см.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	ω въ см.	$\frac{L}{\omega}$	$\frac{L}{\omega^2}$
10	374,9	5,14	5,16	5,15	0,208	1800	8660
30	1124,7	6,81	6,83	6,82	0,365	3080	8460
50	1874,5	7,56	7,61	7,58	0,451	4160	9230
70	2624,3	8,30	8,36	8,33	0,545	4820	8840
Среднее	—	—	—	—	—	—	8797

Какъ среднее изъ двухъ послѣдующихъ таблицъ получаемъ:

Таблица 32.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kg. см.	Средній діаметръ d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
10	374,9	5,06	0,201	1860	9280
30	1124,7	6,70	0,353	3190	9000
50	1874,5	7,54	0,447	4200	9370
70	2624,3	8,22	0,531	4950	9310
Среднее	—	—	—	—	9240

Наибольшая разность между средними отдѣльными значеніями $\frac{L}{\omega^2}$ здѣсь составляетъ $\frac{9370-9000}{9000} \cdot 100 = 4,1\%$.

Для зависимости живой силы, діаметровъ шариковъ и углубленія данныя предыдущихъ таблицъ даютъ:

Здѣсь наибольшая разность $\frac{2390-2280}{2280} \cdot 100 = 4,9\%$.

Диаметръ шарика $D = 20$ мм.

Таблица 35.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
30	1124,7	8,78	8,76	8,77	8,72	0,597	1890	3160
—	—	8,82	8,88	8,85				
—	—	8,60	8,60	8,60				
—	—	8,65	8,65	8,65				
50	1874,5	9,90	9,94	9,92	9,89	0,768	2450	3180
—	—	9,96	9,90	9,93				
—	—	9,81	9,83	9,82				
70	2624,3	10,87	10,92	10,90	10,91	0,934	2810	3010
—	—	11,04	11,10	11,07				
—	—	10,77	10,74	10,76				
90	3374,1	11,60	11,59	11,59	11,57	1,052	3210	3050
—	—	11,73	11,75	11,74				
—	—	11,37	11,41	11,39				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	3100

Наибольшая разность между значеніями $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ

$$\frac{3180-3010}{3010} \cdot 100 = 5,6\%$$

Діаметръ шарика $D=15$ мм.

Таблица 36.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kgem.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
10	374,9	6,13	6,12	6,12	} 6,15	0,297	1260	4250
—	—	6,10	6,13	6,12				
—	—	6,19	6,24	6,22				
30	1124,7	7,96	7,99	7,98	} 8,08	0,513	2190	4270
—	—	8,38	8,36	8,37				
—	—	7,91	7,90	7,91				
50	1874,5	9,17	9,22	9,19	} 9,22	0,668	2810	4210
—	—	9,24	9,35	9,30				
—	—	9,15	9,21	9,18				
70	2624,3	10,07	10,07	10,07	} 10,014	0,787	3340	4230
—	—	10,06	10,05	10,06				
—	—	9,89	9,94	9,92				
90	3374,1	10,71	10,70	10,70	} 10,676	0,895	3770	4220
—	—	10,63	10,68	10,65				
—	—	10,69	10,66	10,68				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	4236

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет

$$\frac{4270 - 4210}{4210} \cdot 100 = 1,4\%$$

Послѣднія три таблицы даютъ возможность установить опять зави-
симость между живой силой, діаметромъ углубленія и діаметромъ шарика:

Таблица 37.

Живая сила L въ кгсм.	Диаметръ шарика D въ см.	Диаметръ окружн. углублен. d _m въ см.	d _m ⁴	$\frac{d_m^4}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d_m^4}{D}$ для каж- дой отдѣльной вел. жив. силы.	$\frac{L}{\eta}$
1124,7	2,5	0,942	0,7868	0,3147	} 0,2959	3800
—	2,0	0,872	0,5776	0,2888		
—	1,5	0,808	0,4264	0,2843		
1874,5	2,5	1,063	1,2769	0,5108	} 0,4903	3820
—	2,0	0,989	0,9565	0,4783		
—	1,5	0,922	0,7225	0,4817		
2624,3	2,5	1,167	1,8547	0,7419	} 0,7065	3720
—	2,0	1,091	1,4168	0,7084		
—	1,5	1,001	1,0040	0,6693		
3374,1	2,5	1,245	2,4025	0,9610	} 0,9084	3710
—	2,0	1,157	1,7926	0,8968		
—	1,5	1,068	1,3010	0,8673		
Среднее	—	—	—	—	—	3760

Наибольшая разность между отдѣльными значеніями $\frac{L}{\eta}$ составля-
етъ здѣсь $\frac{3820-3710}{3710} \cdot 100 = 2,96\%$.

Мѣдь. Образцы изъ мѣди имѣли размѣры $200 \times 35 \times 15$ мм.

Наибольшая разность между значеніями $\frac{L}{\omega m^2}$ составляетъ

$$\frac{1470-1440}{1440} \cdot 100 = 2,1\%.$$

Диаметръ шарика $D=15$ мм.

Таблица 40.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ kgr. см.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ωm въ см.	$\frac{L}{\omega m}$	$\frac{L}{\omega m^2}$
10	374,9	7,51	7,56	7,54	} 7,50	0,441	850	1920
—	—	7,47	7,44	7,46				
30	1124,7	9,88	9,86	9,87	} 9,87	0,765	1470	1920
—	—	9,86	9,88	9,87				
50	1874,5	11,22	11,27	11,25	} 11,25	0,994	1890	1900
—	—	11,22	11,28	11,25				
70	2624,3	12,26	12,30	12,28	} 12,24	1,176	2240	1900
—	—	12,26	12,28	12,27				
—	—	12,16	12,18	12,17				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	1910

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega m^2}$ составляетъ

$$\frac{1920-1900}{1900} \cdot 100 = 1,1\%.$$

Какъ результатъ предыдущихъ таблицъ, имѣемъ:

Таблица 41.

Живая сила L въ кігем.	Диаметръ шарика D въ см.	Диаметръ окружности углубленія d _m въ см.	d _m ⁴	$\frac{d_{m^4}}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d_{m^4}}{D}$ для каж- дой отдѣльной вел. жив. силы.	$\frac{L}{\eta}$
374,9	2,5	0,844	0,507	0,203	} 0,207	1810
—	2,0	0,803	0,416	0,208		
—	1,5	0,750	0,316	0,211		
1124,7	2,5	1,105	1,491	0,596	} 0,617	1820
—	2,0	1,056	1,243	0,622		
—	1,5	0,987	0,949	0,633		
1874,5	2,5	1,265	2,560	1,024	} 1,049	1790
—	2,0	1,205	2,108	1,054		
—	1,5	1,125	1,603	1,068		
2624,3	2,5	1,375	3,576	1,430	} 1,462	1800
—	2,0	1,307	2,917	1,459		
—	1,5	1,224	2,244	1,496		
Среднее	—	—	—	—	—	1805

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\eta}$ составляет здѣсь

$$\frac{1820-1790}{1790} \cdot 100 = 1,7\%$$

Никкелевая сталь оказалась, сравнительно съ обыкновенной ста-
лью, нисколько не тверже; деформациі ея почти одинаковы съ дефор-
маціями обыкновенной стали при тѣхъ же живыхъ силахъ.

Образцы никкелевой стали имѣли размѣры 140×25×10 mm.

Наибольшая разность составляет $\frac{5190-5090}{5090} \cdot 100 = 1,97\%$.

Диаметръ шарика $D=25$ mm.

Таблица 44.

Высота наде- нія груза H въ см.	Живая си- ла L въ kgcm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
10	374,9	6,21	6,18	6,20	6,21	0,303	1240	4080
—	—	6,22	6,21	6,21				
30	1124,7	8,21	8,25	8,23	8,18	0,526	2140	4070
—	—	8,14	8,12	8,13				
50	1874,5	9,37	9,32	9,34	9,28	0,676	2770	4100
—	—	9,24	9,19	9,21				
70	2624,3	10,15	10,14	10,15	10,11	0,803	3270	4070
—	—	10,07	10,09	10,08				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	4080

Наибольшая разность составляет $\frac{4100-4070}{4070} \cdot 100 = 0,74\%$.

Наконецъ, какъ слѣдствіе данныхъ предыдущихъ таблицъ,—
имѣемъ.

Таблица 45.

Высота падения груза Н въ см.	Живая сила L въ кілгсм.	Диаметръ шарика D въ см.	Диаметръ окружности углубленія d въ см.	d_m^4	$\frac{d_m^4}{D}$	Среднее (η) изъ $\frac{d_m^4}{D}$ для каждой отд. вел. живой силы.	$\frac{L}{\eta}$
10	374,9	2,5	0,621	0,1487	0,0595	0,0591	6340
—	—	2,0	0,535	0,1171	0,0586		
—	—	1,5	0,546	0,0889	0,0592		
30	1124,7	2,5	0,818	0,4477	0,1791	0,1761	6390
—	—	2,0	0,770	0,3516	0,1758		
—	—	1,5	0,714	0,2599	0,1733		
50	1874,5	2,5	0,928	0,7413	0,2965	0,2978	6290
—	—	2,0	0,879	0,5969	0,2985		
—	—	1,5	0,818	0,4477	0,2985		
70	2624,3	2,5	1,011	1,0445	0,4178	0,4173	6290
—	—	2,0	0,955	0,8317	0,4159		
—	—	1,5	0,890	0,6274	0,4183		
Среднее	—	—	—	—	—	—	6328

Наибольшая разность составляет $\frac{6390 - 6290}{6290} 100 = 1,6\%$.

Послѣ того, какъ формула (2) оказалась справедливой для различныхъ металловъ, являлось необходимымъ выяснитъ, какое значеніе имѣетъ для данной работы L измѣненіе скорости въ концѣ паденія груза, — вопросъ, которымъ (въ примѣненіи къ изслѣдованію вліянія на сжатіе свинцовыхъ цилиндриковъ, измѣненія скорости паденія на нихъ груза) занимался еще Kick, но который до сихъ поръ остается не выясненнымъ (См. Martens. „Materialienkunde“. S. 170).

Если бы оказалось, что измѣненіе скорости при одной и той же работѣ падающаго груза не имѣетъ никакого значенія, или имѣетъ значеніе настолько незначительное, что измѣненія въ коэффициентахъ отъ измѣненія скорости не превзойдутъ ошибокъ наблюденія, то изъ формулы (2), примѣняя ее въ двумъ случаямъ, когда H остается постоянной, а P мѣняется, мы бы должны были получить такіа два соотношенія:

$$P_1 H_1 = C \frac{d_1^4}{D} \quad (3)$$

$$P_2 H_1 = C \frac{d_2^4}{D} \quad (4)$$

откуда

$$\frac{P_1}{d_1^4} = \frac{P_2}{d_2^4} \quad \text{или}$$

$$\frac{P_1}{\omega_1^2} = \frac{P_2}{\omega_2^2} = \text{const.} \quad (5)$$

Къ выясненію этого вопроса мы теперь и переходимъ. Для этого намъ нужно было продолжить наши опыты при другихъ величинахъ падающаго груза и высотахъ паденія, но при прежнихъ живыхъ силахъ L .

Новые грузы, съ которыми производились дальнѣйшіе опыты, были вѣсомъ въ 56,87 и 129,06 klgr. По нимъ легко уже было подсчитать высоты паденія грузовъ, желая сохранить прежними живыя силы.

Испытуемый матеріалъ былъ при этихъ опытахъ опять сталь и чугуны, но, за неимѣніемъ прежнихъ сортовъ, — другого качества, чѣмъ при вышеописанныхъ опытахъ; въ виду этого результаты новыхъ опытовъ не могутъ быть сравниваемы съ результатами прежнихъ опытовъ, но такъ какъ грузы (въ 56, 87 и 129, 06 klgr) отличаются другъ отъ друга больше, чѣмъ вдвое, то новыхъ опытовъ вполне достаточно для выясненія вліянія измѣненія скорости паденія груза. Самые опыты велись прежнимъ способомъ. Результаты опытовъ изложены въ слѣдующихъ таблицахъ.

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет $\frac{4330-4240}{4240} \cdot 100 = 2,1\%$.

Какъ среднее изъ двухъ послѣднихъ таблицъ, получаемъ слѣдующія значенія $\frac{L}{\omega_m^2}$ для различныхъ величинъ живыхъ силъ:

Для живой силы $L=375,3$ kg. см. имѣемъ $\frac{L}{\omega_m^2} = 4249$

=1126,0	—	=4142
=1876,7	—	=4240
=2627,4	—	=4228

среднее = 4214		

при наибольшей разности $\frac{4249-4142}{4142} \cdot 100 = 2,6\%$.

Матеріаль—сталь; вѣсъ груза $P=56,87$ klgr. Диаметръ шарика $D=15$ mm.

Таблица 48.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ klgrcm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1+a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m^2}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
6,6	375,3	5,99	5,94	5,96	} 5,67	0,252	1490	5900
—	—	5,60	5,54	5,57				
—	—	5,53	5,61	5,57				
—	—	5,75	5,77	5,76	} 7,49	0,440	2560	5820
19,8	1126	7,58	7,57	7,58				
—	—	7,37	7,42	7,40	} 8,48	0,564	3330	5890
33,0	1876,7	8,54	8,58	8,56				
—	—	8,39	8,40	8,39	} 9,20	0,665	3950	5960
46,2	2627,4	9,39	9,38	9,39				
—	—	8,98	9,06	9,02				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	5890

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет $\frac{5960-5820}{5820} \cdot 100 = 2,4\%$.

Материаль — сталь. Вѣсъ падающаго груза $P=129,06$ klgr. Диаметръ шарика $D=20$ mm.

Таблица 49.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ klgrcm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
2,9	374,3	6,19	6,12	6,15	6,18	0,300	1250	4160
—	—	6,10	6,06	6,08				
—	—	6,33	6,31	6,32				
8,7	1122,8	8,15	8,18	8,16	8,12	0,518	2180	4190
—	—	7,98	8,02	8,00				
—	—	8,14	8,21	8,17				
14,5	1874,4	9,22	9,12	9,17	9,16	0,659	2850	4310
—	—	9,07	9,04	9,05				
—	—	9,26	9,26	9,26				
20,3	2620,0	9,91	9,88	9,90	9,96	0,779	3370	4320
—	—	9,89	9,88	9,89				
—	—	10,09	10,07	10,08				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	4245

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет $\frac{4320-4160}{4160} \cdot 100 = 3,8\%$.

Матеріаль—сталь. Вѣсъ груза $P=129,06$ klgr. Диаметръ шарика
 $D=15$ mm. Таблица 50.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ klgrcm.	a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
2,9	374,3	5,75	5,74	5,75	5,67	0,252	1480	5890
—	—	5,59	5,58	5,59				
8,7	1122,8	7,53	7,57	7,55	7,50	0,442	2550	5760
—	—	7,43	7,48	7,46				
14,5	1871,4	8,53	8,61	8,57	8,46	0,563	3320	5900
—	—	8,34	8,38	8,36				
20,3	2620,0	9,24	9,28	9,26	9,22	0,667	3940	5880
—	—	9,16	9,22	9,19				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	5858

Наибольшая разность между значеніями $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет

$$\frac{5900 - 5760}{5760} \cdot 100 = 2,4\%$$

Какъ видно, изъ данныхъ этихъ таблицъ, разность для среднихъ значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ какъ для шарика въ 20 mm. діаметромъ, такъ и для шарика въ 15 mm. діаметромъ для грузовъ въ 129,06 klgr. и въ 56,87 klgr. величина очень незначительная; въ первомъ случаѣ она составляетъ всего

$$\frac{4245 - 4214}{4214} \cdot 100 = 0,71\%$$

$$\frac{5890 - 5858}{5858} \cdot 100 = 0,55\%$$

и такимъ образомъ справедливость формулы (5) подтверждается съ большою точностью. Такое же подтвержденіе формулы (5), хотя и не въ столь категорической формѣ, даютъ намъ наши опыты съ чугуномъ, какъ это видно изъ данныхъ слѣдующихъ таблицъ.

Материаль—чугунъ. Вѣсъ падающаго груза $P=56,87$. Диаметръ шарика $D=20$ mm.

Таблица 51.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ кігем.	a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.	d_m въ мм.	ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
6,6	375,3	7,25	7,20	7,22	7,27	0,415	905	2180
—	—	7,33	7,34	7,34				
—	—	7,12	7,13	7,13				
—	—	7,26	7,25	7,26				
—	—	7,34	7,33	7,34				
—	—	7,34	7,33	7,34	9,55	0,717	1570	2190
19,8	1126	9,49	9,47	9,48				
—	—	9,57	9,56	9,57				
—	—	9,56	9,62	9,59				
—	—	9,54	9,62	9,58				
33,0	1876,7	10,79	10,86	10,83	10,80	0,916	2050	2240
—	—	10,71	10,78	10,75				
—	—	10,78	10,87	10,82				
—	—	10,77	10,85	10,81				
46,2	2627,4	11,68	11,70	11,69	11,73	1,079	2440	2250
—	—	11,64	11,67	11,66				
—	—	11,73	11,78	11,75				
—	—	11,76	11,74	11,75				
—	—	11,74	11,76	11,75				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	2215

Наибольшая разность значений $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет здѣсь

$$\frac{2250 - 2180}{2180} \cdot 100 = 3,2\%$$

Матеріаль—чугунъ. Въсь падающаго груза $P=129,06$ klgr. Діаметръ шарика $D=20$ mm.

Таблица 52.

Высота паде- нія груза въ см.	Живая си- ла L въ klgrcm.	a_1 въ mm	a_2 въ mm	$d - \frac{a_1+a_2}{2}$ въ mm.	d_m въ mm.	ω_m въ см	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
2,9	374,3	7,17	7,20	7,18	7,20	0,407	940	2250
—	—	7,22	7,21	7,22				
8,7	1122,8	9,43	9,46	9,45	9,49	0,707	1590	2240
—	—	9,52	9,56	9,54				
14,5	1871,4	10,67	10,68	10,68	10,69	0,897	2090	2330
—	—	10,69	10,71	10,70				
20,3	2619,9	11,58	11,63	11,60	11,64	1,064	2460	2310
—	—	11,58	11,76	11,67				
26,1	3368,5	12,36	12,30	12,33	12,38	1,203	2800	2330
—	—	12,42	12,44	12,43				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	2292

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ здѣсь

$$\frac{2330-2240}{2240} \cdot 100=4\%.$$

Разность въ значеніяхъ средних $\frac{L}{\omega_m^2}$ при различныхъ падающихъ грузахъ составляетъ здѣсь $\frac{2292-2215}{2215} \cdot 100=3,5\%$.

Такимъ образомъ, резюмируя вышеизложенное, мы можемъ результаты нашихъ опытовъ представить въ видѣ слѣдующихъ положеній, оговариваясь при этомъ, что эти положенія, во первыхъ, мы сами считаемъ только какъ первое приближеніе къ истиннымъ зависимостямъ, существующимъ между рассматриваемыми величинами, и что, во вторыхъ, они примѣнимы пока только въ предѣлахъ произведенныхъ опытовъ:

1) Отношение живой силы, дѣйствующей на стальной шарикъ, къ квадрату площади углубленія, произведеннаго шарикомъ въ какомъ-либо металлѣ, есть величина постоянная, зависящая только отъ діаметра шарика и рода металла.

2) Произведение дѣйствующей на стальной шарикъ живой силы, раздѣленной на квадратъ площади углубленія, произведеннаго стальнымъ шарикомъ въ какомъ-либо металлѣ, на діаметръ шарика есть величина постоянная, зависящая только отъ рода металла.

3) Отношение вѣса груза, падающаго на стальной шарикъ, къ квадрату площади произведеннаго въ какомъ-нибудь металлѣ шарикомъ углубленія, есть при данной высотѣ паденія груза величина постоянная, зависящая отъ рода металла, но не отъ величины груза.

Въ заключеніе не могу не высказать глубокой благодарности проф. Меуер'у, любезно предоставившему мнѣ совершенно безвозмездно матеріалъ и все необходимое для опытовъ.

В. Пинегинъ.

Необходимая величина $\frac{L}{G^m}$ составляетъ здѣсь $\frac{2330-2240}{2240} \cdot 100 = 4\%$.
 Разность въ величинѣ средняго $\frac{L}{G^m}$ при различныхъ паденіяхъ составляетъ здѣсь $\frac{2292-2212}{2212} \cdot 100 = 3,5\%$.
 Такія различія въ величинѣ $\frac{L}{G^m}$ между различными металлами, въ которыхъ производились опыты, являются въ видѣ случайныхъ колебаній, обусловленныхъ тѣмъ, что въ положеніи во время паденія шарика не имѣло мѣста перваго приложенія вѣса, а следовательно, не имѣло мѣста въ началѣ паденія, и что въ началѣ паденія шарика не имѣло мѣста вѣса, а следовательно, не имѣло мѣста въ началѣ паденія.