

А. Потебня.

Къ теоріи
ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
АЛЬТЕРНАТОРОВЪ.



ТОМСКЪ.

Паровая типо-литографія П. И. Макушина, Благовѣщ. пер., соб. д.
1903.



Теоріи параллельной работы альтернаторовъ за послѣднія два десятилѣтія въ электротехнической литературѣ былъ посвященъ цѣлый рядъ статей. Началомъ этого ряда можно считать статью I. Гопкинсона, помѣщенную въ 1884 году въ Jour. Soc. teleg. Engin., въ которой авторъ впервые указываетъ вліяніе самоиндукціи на успѣшность параллельнаго соединенія машинъ переменнаго тока и приходитъ къ наиболѣе выгодному соотношенію между омическимъ сопротивленіемъ и реакціей самоиндукціи обмотки якоря альтернатора:

$$r : \omega L = 1,$$

гдѣ r —омическое сопротивленіе, L —коэффициентъ самоиндукціи, $\omega = 2\pi\infty$, ∞ —число періодовъ въ секунду.

Идеи Гопкинсона вызвали между электриками оживленные споры относительно вліянія самоиндукціи. Явились сторонники какъ возможнаго увеличенія самоиндукціи въ машинахъ, такъ и уменьшенія ея до предѣла указаннаго Гопкинсономъ.

Дальнѣйшая практика показала, однако, что относительная величина самоиндукціи играетъ далеко не первую роль въ явленіяхъ происходящихъ при параллельномъ соединеніи альтернаторовъ, и что на успѣшность ихъ работы вліяетъ цѣлый рядъ другихъ причинъ, и главнымъ образомъ возбужденіе обѣихъ динамомашинъ, степень равномерности хода машинъ двигателей и соотношеніе моментовъ инерціи вращающихся массъ относительно оси вращенія.

Новѣйшія работы, трактующія интересующій насъ вопросъ, касаются главнымъ образомъ изслѣдованія относительныхъ колебаній, совершаемыхъ вращающимися частями соединенныхъ параллельно машинъ. Еще въ 1892 году Boucherot ¹⁾ далъ формулу

¹⁾ „La. Lum. El.“ Т. 45 стр. 265.

для опредѣленія продолжительности этихъ колебаній. Въ томъ-же году подобное-же изслѣдованіе далъ Blondel ¹⁾. Онъ также даетъ формулу для вычисленія періода относительныхъ колебаній, разлагая эти колебанія въ рядъ Фурье. Оба автора указываютъ на опасность интерференціи колебаній движущей машины и собственныхъ колебаній вращающихся частей альтернатора. При этомъ Блондель особенное вниманіе обращаетъ на величину момента инерціи, тогда какъ Бушери приписываетъ ему сравнительно незначительную роль. Тогда-же Hutin и Leblanc ²⁾ предложили свое приспособленіе для успокоенія колебаній Математической теоріи успокоенія ни одинъ изъ названныхъ авторовъ не даетъ.

Въ 1899 году G. Карр ³⁾ далъ очень простой методъ расчета періода колебаній работающих параллельно машинъ переменнаго тока. Главную трудность параллельнаго соединенія альтернаторовъ онъ видитъ въ интерференціи колебаній. Въ 1900 году Görges ⁴⁾ въ статьѣ „Ueber das Verhalt. parall. gesch. Wechselstrommaschinen“ даетъ простой графическій способъ представленія явленій, происходящихъ при параллельномъ включеніи альтернаторовъ, и, предполагая напряженіе на клеммахъ всѣхъ параллельно включенныхъ альтернаторовъ постояннымъ, выводитъ дифференціальное уравненіе колебанія каждой группы (машины двигателя съ соотвѣтственнымъ альтернаторомъ) въ отдѣльности. Интегрируя его, онъ опредѣляетъ періодъ колебанія и условія устойчивости движенія. Наконецъ въ 1899 году Dettmar ⁵⁾ указываетъ на нѣкоторыя затрудненія при параллельномъ включеніи альтернаторовъ приводимыхъ въ движеніе газовыми двигателями и на средства избѣжать ихъ, и Meyer ⁶⁾ въ 1901 г. пытается изъ опытныхъ данныхъ установить предѣльныя величины синхронизирующаго тока.

Частнымъ случаемъ разсматриваемой задачи является работа синхроничнаго двигателя въ цѣпи переменнаго тока. Изучая явленія параллельной работы альтернаторовъ не трудно убѣдиться, какъ теоретически, такъ и экспериментально въ обратимости машинъ переменнаго тока, т. е. въ возможности пользоваться од-

1) „La. Lum. El.“ Т. 45 и 46.

2) „La. Lum. El.“ Т. 46 стр. 601.

3) „E. T. Z.“ 1899 г. стр. 134.

4) „E. T. Z.“ 1900 г. стр. 188.

5) „E. T. Z.“ 1899 г. стр. 728.

6) „E. T. Z.“ 1901 г. стр. 905.

нимъ и тѣмъ-же альтернаторомъ какъ генераторомъ или какъ двигателемъ по желанію, подъ условіемъ чтобы двигатель былъ предварительно приведенъ къ скорости соотвѣтствующей тому-же числу періодовъ, какое имѣетъ питающій его генераторъ.

Изъ числа появившихся за послѣднее время изслѣдованій по теоріи синхроничныхъ двигателей можно указать: G. Ossana E. T. Z. 1896 и P. Steinmetz „Theory of the Synchronous motor (Trans. of the Amer. Inst. E. E. 17 okt. 1894 г. и 18 іюня 1902 г.). Кромѣ этого очень полно даетъ теорію синхроничнаго двигателя книжка А. Blondel'я „Moteurs Synchrones à courants alternatifs“ 1901 г.

Не смотря на то, что какъ видно изъ приведеннаго перечня, теорія параллельной работы альтернаторовъ уже всесторонне разработана, я позволяю себѣ выступить съ предлагаемой статьей во первыхъ, потому, что въ русской технической литературѣ вопросъ этотъ затрогивался сравнительно мало, а во вторыхъ потому, что при выводѣ нѣкоторыхъ формулъ я старался избѣжать допущенія постоянства напряженія на клеммахъ, которое положено въ основаніе разсужденій Görges'a и другихъ, вслѣдствіе чего предлагаемыя здѣсь формулы носятъ болѣе общій характеръ.

I. Выводъ основныхъ формулъ.

1. Въ послѣднее время задача параллельнаго соединенія альтернаторовъ получила особенно важное значеніе, во первыхъ вслѣдствіе все большаго распространенія переменнаго тока сравнительно съ постояннымъ, во вторыхъ вслѣдствіе стремленія примѣнять на центральныхъ станціяхъ возможно большія единицы изъ экономическихъ соображеній, въ третьихъ вслѣдствіе болѣе и болѣе входящаго въ употребленіе непосредственнаго соединенія динамо и паровой машины, при чемъ очевидно неправильности хода машины двигателя гораздо сильнѣе отзываются на колебаніяхъ электродвижущей силы, чѣмъ при ременной или канатной передачѣ, и наконецъ, въ четвертыхъ вслѣдствіе распространенія непрямого распредѣленія энергіи при помощи вращающихся трансформаторовъ (особенно для цѣлей электрической тяги), преобразующихъ переменный токъ въ постоянный, и представляющихъ

со стороны переменнаго тока ни что иное, какъ синхроничные двигатели.

Основное условіе возможности параллельной работы машинъ переменнаго тока есть равенство чиселъ періодовъ.

Условіе это вызываетъ требованіе къ машинамъ, движущимъ альтернаторы: передача силы отъ двигателей къ динамомашинамъ должна происходить такъ, чтобы при равенствѣ чиселъ періодовъ не происходило скольженія ремней, и чтобы ни ремни, ни соотвѣтствующіе органы передачи не подвергались чрезмѣрному напряженію.

Жесткое механическое соединеніе машинъ переменнаго тока между собою не можетъ считаться хорошимъ средствомъ синхронизаціи, такъ какъ не допускаетъ взаимнаго регулированія фазъ между машинами. Такое соединеніе какъ-бы обращаетъ весь рядъ соединенныхъ между собою машинъ въ одну динамомашину. Такъ какъ измѣненіе угла фазъ при такомъ соединеніи невозможно, то неодинаковость возбужденія, а слѣдовательно разница между электродвижущими силами машинъ вызовутъ чрезмѣрные паразитные токи. Такое устройство можно встрѣтить только на очень старыхъ установкахъ, напримѣръ на городской станціи въ Vevey—Montreux въ Швейцаріи, устроенной въ 1887 году.

Второе важное условіе удовлетворительной работы параллельно включенныхъ альтернаторовъ есть равномерная скорость вращенія, т. е. постоянство чиселъ періодовъ.

Вообразимъ два альтернатора, вращаемые двумя независимыми одна отъ другой одноцилиндровыми паровыми машинами. Если ихъ кривошипы случайно станутъ подъ угломъ 90° , вращательный моментъ одной машины будетъ достигать наибольшей величины, въ то время какъ поршень другой будетъ находиться въ мертвомъ положеніи, и наоборотъ. Вслѣдствіе этого одинъ альтернаторъ начинаетъ вращаться быстрѣе, въ то время какъ вращеніе другого замедляется. Если маховыя колеса не достаточно тяжелы, то получается замѣтное колебательное движеніе, а въ силу этого миганіе лампъ включенныхъ въ цѣпь, соотвѣтственно періоду вращенія паровой машины, вслѣдствіе перехода части нагрузки отъ одного альтернатора къ другому. Явленіе это можетъ принять такіе размѣры, что дальнѣйшая совмѣстная работа машинъ сдѣлается невозможною.

Очевидно, изъ различныхъ типовъ современныхъ двигателей лучше всего удовлетворяють второму условію турбины, водяныя и паровыя и водяныя колеса, а хуже всего — термическіе двигатели, работающіе взрывами.

Разсматривая явленія, происходящія при параллельной работѣ машинъ переменнаго тока нужно различать два періода: періодъ неустановившагося движенія, когда къ ряду уже работающихъ машинъ привключается новая машина, или случайно одна изъ работающихъ параллельно машинъ получаетъ возмущеніе, выводящее ее изъ синхронизма съ другими, и рабочій періодъ, когда всѣ машины находятся въ синхронизмѣ.

Какъ извѣстно, передъ соединеніемъ двухъ альтернаторовъ параллельно, они должны быть приведены къ приблизительно равной періодичности и равнымъ электродвижущимъ силамъ, и затѣмъ включаются въ моментъ приближительнаго совпаденія фазъ, о чемъ судятъ по фазовымъ лампамъ или по указанію другихъ аналогичныхъ приборовъ.

При современной конструкціи машинъ равенство электродвижущихъ силъ далеко не такъ важно, какъ одинаковая періодичность. Благодаря обратимости альтернаторовъ полное совпаденіе фазъ въ моментъ включенія тоже не имѣетъ очень важнаго значенія. При разности фазъ между обѣими машинами, кромѣ рабочаго тока, устанавливается еще токъ, не выходящій во внѣшнюю цѣпь. Токъ этотъ ускоряетъ движеніе одной машины и тормозитъ другую, пока не установится полное равенство фазъ и періодичности.

Въ современныхъ альтернаторахъ съ желѣзомъ въ якорѣ этотъ обмѣнъ энергіи почти никогда, даже при сильномъ отклоненіи отъ синхронизма, не достигаетъ опасныхъ размѣровъ. Синхронизирующій токъ ослабляется реакціей самоиндукцій.

Въ машинахъ съ очень малой реакціей якоря передъ включеніемъ нужно съ гораздо большей тщательностью удостовѣриться въ равенствѣ періодичности, возбужденія и фазъ, иначе обмѣнъ тока достигаетъ такой величины, что машина подвергается опасности порчи вслѣдствіе толчка. Машины безъ желѣза въ якорѣ иногда оказываются настолько чувствительными въ указанномъ отношеніи, что приходится отказаться отъ ихъ параллельнаго соединенія.

Разъ приведенные въ синхронизмъ, почти всѣ типы работаютъ удовлетворительно. Тѣмъ не менѣе въ современныхъ машинахъ

стараятся, чтобы величина реакціи якоря оставалась въ нѣкоторыхъ предѣлахъ *).

Если реакція якоря слишкомъ слаба, то въ случаѣ какого либо несчастія (короткаго замыканія, внезапнаго размыканія внѣшней цѣпи и т. п.) машина можетъ получить серіозныя поврежденія. Если реакція якоря очень велика, то движущая сила должна быть весьма постоянна, такъ какъ синхронизирующая сила динамомашины будетъ недостаточна для компенсаціи неравномѣрности хода машинъ-двигателей.

Изложивъ, вкратцѣ сущность явленій происходящихъ при параллельной работѣ альтернаторовъ, перейдемъ къ ихъ аналитическому изслѣдованію, которое и составляетъ цѣль статьи.

2. При послѣдующихъ разсужденіяхъ мы будемъ предполагать какъ токи, такъ и электродвижущія силы синусоидальными.

Векторы, представляющіе эти величины, будемъ изображать символически комплексными величинами, при чемъ ось вещественныхъ значеній будемъ считать положительною вправо, а ось мнимыхъ значеній вверхъ. Фактору $j = \sqrt{-1}$ припишемъ свойство вращать множащійся на него векторъ на уголъ $\frac{\pi}{2}$ противъ движенія часовой стрѣлки и въ ту же сторону будемъ считать положительными углы разности фазъ и аргументы векторовъ.

Тогда электродвижущая сила или напряженіе представится въ видѣ

$$E = e + je',$$

а токъ

$$J = i + ji',$$

гдѣ e , i суть проекціи соотвѣтствующихъ векторовъ на ось абсциссъ, а i' , e' — на ось ординатъ.

Кажущееся сопротивленіе представится тоже векторомъ

$$Z = r + js,$$

гдѣ r — омическое сопротивленіе, а s реакція самоиндукціи и емкости:

*) Въ новѣйшихъ машинахъ $\omega L = (2-10)$ г.

$$s = 2\pi\omega L - \frac{1}{2\pi\omega C}$$

гдѣ ω — число періодовъ, L и C коэффициентъ самоиндукціи и емкости.

Примѣчаніе. Выраженіе кажущагося сопротивленія въ видѣ вектора $r + js$ предложено Штейнмецомъ и видоизмѣнено Guilbert'омъ (Lum. El. T. 50 с. 451) Штейнмецъ предложилъ форму $r - js$. Однако нѣтъ никакихъ основаній брать второй членъ со знакомъ ($-$), такъ какъ при умноженіи вектора тока на s мы получимъ векторъ электродвижущей силы самоиндукціи, находящійся *впереди* вектора тока на уголъ 90° , и если векторъ тока будетъ совпадать съ *положительнымъ* направленіемъ вещественной оси, то произведеніе этого вектора на s будетъ векторъ, совпадающій по направленію съ *положительной* осью мнимыхъ значеній.

Представляя синусоидальныя функціи, вводимыя нами въ формулы, въ видѣ $x + jy$, гдѣ $\sqrt{x^2 + y^2}$ есть амплитуда волны, мы предполагаемъ періодичность всѣхъ функцій одинаковою, и всѣ x , y постоянными. Но тѣмъ же представленіемъ можно пользоваться и при различныхъ числахъ періодовъ, входящихъ въ разсмотрѣніе функцій, если обусловимъ извѣстнымъ образомъ примѣненіе комплексныхъ величинъ, и будемъ смотрѣть на x и y какъ на функціи времени.

Пусть имѣемъ двѣ синусоидальныя функціи

$$\alpha = A \sin (\omega_1 t + \gamma_1)$$

$$\beta = B \sin (\omega_2 t + \gamma_2)$$

гдѣ

$$\omega_1 = 2\pi\omega_1, \quad \omega_2 = 2\pi\omega_2$$

а γ_1, γ_2 — положительные или отрицательные углы опереженія этихъ функцій относительно нѣкоторой синусоиды, направленіе вектора который мы приняли за начало отсчета угловъ.

Мгновенное значение результирующей функции есть

$$c = A \sin (\omega_1 t + \gamma_1) + B \sin (\omega_2 t + \gamma_2).$$

Второй членъ правой части напомнимъ такъ:

$$B \sin (\omega_2 t + \gamma_2) = B \sin [\omega_1 t + (\omega_2 - \omega_1) t + \gamma_2]$$

т. е. представимъ волну β имѣющей ту же періодичность, и слѣдовательно ту же угловую скорость ω_1 какъ и волна α но переменный уголъ опереженія

$$\gamma' = \gamma_2 + (\omega_2 - \omega_1) t.$$

Тогда

$$c = [A \cos \gamma_1 + B \cos \gamma'] \sin \omega_1 t + [A \sin \gamma_1 + B \sin \gamma'] \cos \omega_1 t,$$

т. е. съ формальной стороны результирующая волна представится такъ же, какъ и въ случаѣ $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, только, конечно, это уже не будетъ синусоида, такъ какъ выраженія въ скобкахъ зависятъ отъ времени.

Сказанное имѣетъ слѣдующій геометрическій смыслъ: если представимъ синусоиды α и β , имѣющія различную періодичность въ видѣ векторовъ, отнеся ихъ къ одной и той же системѣ осей, то векторъ β будетъ вращаться по направленію возрастанія положительныхъ угловъ со скоростью $\omega_2 - \omega_1$, а мгновенное значение результирующей функции будетъ равно значенію синусоиды съ періодомъ $T = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1}$, представляемой въ данный моментъ геометрической суммой векторовъ α и β .

Пояснимъ сказанное примѣромъ. На фиг. 1 показанъ случай сложения векторовъ въ предположеніи, что направленіе вектора α принято за ось, и что оба вектора постоянны по величинѣ. Тогда значеніе результирующей функции для момента t будетъ равно значенію для того же момента синусоиды, представленной векторомъ ON , гдѣ точка N есть пересѣченіе окружности описанной радіусомъ β изъ конца O_1 вектора α , съ прямой $O_1 N$ проведенной

подъ угломъ $\angle NO_1 X = \gamma_2 + (\omega_2 - \omega_1)t$ къ оси OX , т. е. для каждаго момента будетъ

$$c = ON \sin(\omega_1 t + \angle NO_1 X).$$

Принимая во вниманіе все сказанное, мы можемъ пользоваться символическимъ изображеніемъ электродвижущихъ силъ и токовъ такъ же и въ случаѣ не одинаковой періодичности вводимыхъ въ вычисленіе величинъ, помня, что получаемыя формулы представляютъ не постоянныя, а мгновенныя значенія.

Представленный на фиг. 1 случай предполагаетъ постоянство амплитудъ синусоидъ α и β ; если бы амплитуды эти были функциями времени, то геометрическое мѣсто точки N было бы не кругъ, а нѣкоторая а priori не извѣстная кривая, которую однако для каждаго даннаго случая можно построить.

3. Пусть имѣемъ n машинъ переменнаго тока, работающих параллельно на одну общую внѣшнюю цѣпь (фиг. 2). Найдемъ соотношенія между электродвижущими силами альтернаторовъ, напряженіемъ на сборныхъ шинахъ, токами доставляемыми каждымъ изъ альтернаторовъ и токомъ идущимъ по сборнымъ шинамъ во внѣшнюю цѣпь, въ зависимости отъ омическихъ сопротивленій и самоиндукціи якорей машинъ и внѣшней цѣпи.

Пусть $E_1, E_2, \dots, E_n$ —векторы, представляющіе электродвижущія силы альтернаторовъ, $J_1, J_2, \dots, J_n$ —токи, протекающіе черезъ ихъ обмотки, $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ —кажущіяся сопротивленія ихъ якорныхъ обмотокъ, E_0 —векторъ, представляющій разность потенциаловъ на сборныхъ шинахъ, J_0, Z_0 —векторы тока и кажущагося сопротивленія внѣшней цѣпи.

Тогда какъ извѣстно

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_0 + J_1 Z_1 \\ E_2 &= E_0 + J_2 Z_2 \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ E_n &= E_0 + J_n Z_n \\ E_0 &= J_0 Z_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

т. е. векторы электродвижущихъ силъ альтернаторовъ равны геометрическимъ суммамъ вектора напряженія на сборныхъ шинахъ и вектора электродвижущей силы, теряемой вслѣдствіе кажуща-

гося сопротивленія обмотки якоря, а векторъ напряженія на сборныхъ шинахъ равенъ электродвижущей силѣ, теряемой вслѣдствіе кажущагося сопротивленія внѣшней цѣпи.

Между величинами $J_0, J_1 \dots J_n$ существуетъ зависимость

$$J_0 = J_1 + J_2 + \dots + J_n \quad (1')$$

т. е. векторъ тока, протекающаго во внѣшнюю цѣпь, равенъ геометрической суммѣ векторовъ токовъ, протекающихъ черезъ обмотки альтернаторовъ.

Представляя всѣ перечисленные векторы символически въ видѣ комплексныхъ величинъ будемъ имѣть

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= e_0 + je'_0, \quad E_1 = e_1 + je'_1, \dots E_n = e_n + je'_n \\ J_0 &= i_0 + ji'_0, \quad J_1 = i_1 + ji'_1, \dots J_n = i_n + ji'_n \\ Z_0 &= r_0 + js_0, \quad Z_1 = r_1 + js_1, \dots Z_n = r_n + js_n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Относительно значенія всѣхъ этихъ величинъ нужно сказать слѣдующее: выраженія $\sqrt{e_k^2 + e'^2_k}$ и $\sqrt{i_k^2 + i'^2_k}$ мы будемъ, чтобы не вводить поправочнаго множителя, считать равными *дѣйствующимъ* напряжениямъ и токамъ. Кромѣ того величины $\sqrt{e_k^2 + e'^2_k}$ будемъ предполагать зависящими только отъ числа оборотовъ машины и силы тока въ возбуждающей обмоткѣ магнитовъ, и не зависящими отъ размагничивающаго дѣйствія якоря.

Въ дѣйствительности s_k есть сумма реакціи самоиндукціи и члена зависящаго отъ размагничивающаго дѣйствія якоря, такъ что

$$s_k = 2\pi \infty L_k + K_k \sin(E_k J_k)$$

гдѣ K_k коэффициентъ зависящій отъ конструктивныхъ особенностей машины *), Дѣлая второе предположеніе мы пренебрегаемъ вторымъ членомъ въ выраженіи для s_k .

Всѣ эти выраженія и всѣ послѣдующія разсужденія относятся къ однофазнымъ машинамъ или къ одной фазѣ многофазныхъ машинъ.

*) См. G. Kapp. Dyn. f. Gl. und Wechs. 2-te Aufl § 103.

уравненій:

(3)

Мы можемъ представить себѣ совокупность раньше находившихся въ работѣ $n-1$ машинъ одной фиктивной машиной, сопротивление которой R и реакція якоря S опредѣляются уравненіями

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{r_k}, \quad \frac{1}{S} = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{s_k}.$$

тельными машинами, а потому

(4)

быть равна геометрической суммѣ дѣйствительнаго напряженія на

сборныхъ шинахъ $e_0 + j e'_0$ и электродвижущей силы, теряемой вслѣдствіе прохожденія фиктивного тока $a + j a$ по арматурѣ съ фиктивнымъ кажущимся сопротивленіемъ $R + j S$, т. е.

$$\begin{cases} \varepsilon = e_0 + a R - a' S \\ \varepsilon' = e'_0 + a S + a' R \end{cases} \quad (5)$$

Послѣднія 6 уравненій системы (3) и уравненія (7) достаточны для опредѣленія $e_0, e'_0, a, a', i'_n, i'_n$ въ зависимости отъ величинъ $\varepsilon, \varepsilon', e_0, e'_0$.

Распредѣленіе токовъ между всѣми $n - 1$ альтернаторами найдемъ изъ 2 ($n - 1$) первыхъ уравненій системы (3) и уравненій (4), задаваясь величинами электродвижущихъ силъ каждаго альтернатора.

4. На основаніи сказаннаго, а также въ виду сложности формулъ, получающихся при рѣшеніи полной системы уравненій (3), мы ограничимся изслѣдованіемъ системы уравненій для случая двухъ параллельно включенныхъ альтернаторовъ.

Система эта, состоящая изъ восьми уравненій, кромѣ величинъ $r_0, r_1, r_2, s_0, s_1, s_2$, которыя мы можемъ считать постоянными, содержитъ двѣнадцать переменныхъ

$$e_1, e'_1, e_2, e'_2, i_1, i'_1, i'_2, i'_2, e_0, e'_0, i_0, i'_0$$

и имѣетъ видъ

$$\left. \begin{aligned} e_0 + i_1 r_1 - i'_1 s_1 &= e_1 \\ e'_0 + i_1 s_1 + i'_1 r_1 &= e'_1 \\ e_0 + i_2 r_2 - i'_2 s_2 &= e_2 \\ e'_0 + i_2 s_2 + i'_2 r_2 &= e'_2 \\ e_0 - i_0 r_0 + i'_0 s_0 &= 0 \\ e'_0 - i_0 s_0 - i'_0 r_0 &= 0 \\ i_0 - i_1 - i_2 &= 0 \\ i'_0 - i'_1 - i'_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Изъ двѣнадцати переменныхъ входящихъ въ эти уравненія величины e_1, e'_1, e_2, e'_2 являются фактически произвольными: только ихъ мы можемъ по произволу мѣнять, измѣняя возбуждающій токъ

или скорость вращения. Въ функции этихъ четырехъ величинъ мы и выразимъ остальные 8 неизвѣстныхъ.

Опредѣлитель системы уравненій (6) есть

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & r_1 - s_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & s_1 & r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & r_2 - s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & s_2 & r_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_0 - s_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_0 & r_0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= S (r_0^2 + s_0^2) (r_2^2 + s_2^2) + 2S (s_1 s_2 + r_1 r_2) (r_0^2 + s_0^2) \quad (7)$$

(гдѣ S есть знакъ суммы трехъ членовъ, получаемыхъ одинъ изъ другого круговой перестановкой индексовъ $0, 1, 2$, напримѣръ

$$S s_1 s_2 = s_1 s_2 + s_2 s_0 + s_0 s_1)$$

Для величинъ проекцій векторовъ тока J_1 на оси координатъ будемъ имѣть выраженія

$$\begin{aligned} i_1 &= e_1 \frac{\Delta_{31} + e_1' \Delta_{32} + e_2 \Delta_{33} + e_2' \Delta_{34}}{\Delta} \\ i_1' &= e_1 \frac{\Delta_{41} + e_1' \Delta_{42} + e_3 \Delta_{43} + e_2' \Delta_{44}}{\Delta} \end{aligned}$$

и подобныя же выраженія для проекцій i_2, i_2' тока J_2 , гдѣ $\Delta_{\alpha\beta}$ есть опредѣлитель миноръ, соотвѣтствующій α -му столбцу и β -й строкѣ.

Разсматривая опредѣлитель Δ не трудно найти, что

$$\begin{aligned} \Delta_{31} &= \Delta_{42} = A_1 \\ \Delta_{32} &= -\Delta_{41} = B_1 \\ \Delta_{33} &= \Delta_{44} = \Delta_{51} = \Delta_{62} = -C \\ \Delta_{34} &= -\Delta_{43} = \Delta_{52} = -\Delta_{61} = -D \\ \Delta_{53} &= \Delta_{64} = A_2 \\ \Delta_{54} &= -\Delta_{63} = B_2 \end{aligned}$$

гдѣ

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= (r_1 + r_2) (r_0^2 + s_0^2) + (r_0 + r_1) (r_2^2 + s_2^2) + 2r_1 (r_0 r_2 + s_0 s_2) \\ B_1 &= (s_1 + s_2) (r_0^2 + s_0^2) + (s_0 + s_1) (r_2^2 + s_2^2) + 2s_1 (r_0 r_2 + s_0 s_2) \\ A_2 &= (r_1 + r_2) (r_0^2 + s_0^2) + (r_0 + r_2) (r_1^2 + s_1^2) + 2r_2 (r_0 r_1 + s_0 s_1) \\ B_2 &= (s_1 + s_2) (r_0^2 + s_0^2) + (s_0 + s_2) (r_1^2 + s_1^2) + 2s_2 (r_0 r_1 + s_0 s_1) \\ C &= (r_1 + r_2) (r_0^2 + s_0^2) + r_0 (r_1 r_2 - s_1 s_2) + s_0 (r_1 s_2 + s_1 r_2) \\ D &= (s_1 + s_2) (r_0^2 + s_0^2) + s_0 (s_1 s_2 - r_1 r_2) + r_0 (r_1 s_2 + s_1 r_2) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

и выраженія для величинъ i_1, i_1', i_2, i_2' окончательно напишутся такъ:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{e_1 A_1 + e_1' B_1 - e_2 C - e_2' D}{\triangle} \\ i_1' &= \frac{-e_1 B_1 + e_1' A_1 + e_2 D - e_2' C}{\triangle} \\ i_2 &= \frac{-e_1 C - e_1' D + e_2 A_2' + e_2' B_2}{\triangle} \\ i_2' &= \frac{e_1 D - e_1' C - e_2 B_2 + e_2' A_2}{\triangle} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Изъ послѣднихъ двухъ уравненій группы (6) будемъ имѣть

$$\left. \begin{aligned} i_0 &= \frac{e_1 M_1 + e_1' N_1 + e_2 M_2 + e_2' N_2}{\triangle} \\ i_0' &= \frac{-e_1 N_1 + e_1' M_1 - e_2 N_2 + e_2' M_2}{\triangle} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

гдѣ для краткости

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= A_1 - C = (r_0 + r_1) (r_2^2 + s_2^2) + r_0 (r_1 r_2 + s_1 s_2) + s_1 (r_1 s_2 - s_1 r_2) \\ N_1 &= B_1 - D = (s_0 + s_1) (r_2^2 + s_2^2) - r_0 (r_1 s_2 - s_1 r_2) + s_0 (r_1 r_2 + s_1 s_2) \\ M_2 &= A_2 - C = (r_0 + r_2) (r_1^2 + s_1^2) + r_0 (r_1 r_2 + s_1 s_2) - s_0 (r_1 s_2 - s_1 r_2) \\ N_2 &= B_2 - D = (s_0 + s_2) (r_1^2 + s_1^2) + r_0 (r_1 s_2 - s_1 s_2) + s_0 (r_1 r_2 + s_1 s_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Вставляя въ уравненія пятое и шестое группы (6) значенія i_0 и i_0' изъ (10) и полагая для краткости

$$\left. \begin{aligned}
K_1 &= M_1 r_0 + N_1 s_0 = (r_0 r_1 + s_0 s_1) (r_2^2 + s_2^2) + (r_0^2 + s_0^2) (r_2^2 + s_2^2) + \\
&\quad + (r_0^2 + s_0^2) (r_1 r_2 + s_1 s_2) \\
L_1 &= M_1 s_0 \quad N_1 r_0 = (s_0 r_1 - r_0 s_1) (r_2^2 + s_2^2) + (r_1 s_2 - s_1 r_2) (r_0^2 + s_0^2), \\
K_2 &= M_2 r_0 + N_2 s_0 = (r_0 r_2 + s_0 s_2) (r_1^2 + s_1^2) + (r_0^2 + s_0^2) (r_1^2 + s_1^2) + \\
&\quad + (r_0^2 + s_0^2) (r_1 r_2 + s_1 s_2) \\
L_2 &= M_2 s_0 - N_2 r_0 = (s_0 r_2 - r_0 s_2) (r_1^2 + s_1^2) - (r_1 s_2 - s_1 r_2) (r_0^2 + s_0^2),
\end{aligned} \right\} (12)$$

получимъ проекцію вектора напряженія на сборныхъ шинахъ

$$\left. \begin{aligned}
e_0 &= \frac{e_1 K_1 - e_1' L_1 + e_2 K_2 - e_2' L_2}{\Delta} \\
e_0' &= \frac{e_1 L_1 + e_1' K_1 + e_2 L_2 + e_2' K_2}{\Delta}
\end{aligned} \right\} (13)$$

При помощи уравненій (9) мы можемъ выразить мощности обоихъ альтернаторовъ въ функціи проекцій векторовъ ихъ электродвижущихъ силъ на двѣ взаимно перпендикулярныя оси; если W_1 и W_2 эти мощности, то

$$\left. \begin{aligned}
W_1 &= e_1 i_1 + e_1' i_1' = \frac{(e_1^2 + e_1'^2) A_1 - C (e_1 e_2 + e_1' e_2') - D (e_1 e_2' - e_2 e_1')}{\Delta} \\
W_2 &= e_2 i_2 + e_2' i_2' = \frac{(e_2^2 + e_2'^2) A_2 - C (e_1 e_2 + e_1' e_2') + D (e_1 e_2' - e_2 e_1')}{\Delta}
\end{aligned} \right\} (14)$$

Уравненія (9), (10), (13) и (14) представляютъ величины, характеризующія рассматриваемое соединеніе альтернаторовъ, причемъ формулы эти имѣютъ постоянное значеніе если періодичность электродвижущихъ силъ обоихъ альтернаторовъ одинакова, (e_1, e_1', e_2, e_2' постоянны), или временное, только для даннаго мгновенія, если E_1, E_2 имѣютъ различную періодичность (всѣ или нѣкоторыя изъ величинъ e_1, e_1', e_2, e_2' переменны). См. § 2.

5. Въ „Electrical Revue. London 1893“ Whitwell помѣстилъ статью*), содержащую выводъ формулъ для токовъ и мощностей двухъ параллельно включенныхъ альтернаторовъ въ предположеніи

*) in extenso въ Handb. d. El. v. Heinke B. IV. S. 186 (Niethammer).

тождественности машинъ и равенства амплитудъ электродвижущихъ силъ E_1 и E_2 .

Видъ формулъ Whitwell'я иной, чѣмъ полученный нами, но послѣ нѣкоторыхъ преобразованій ихъ не трудно получить какъ частный случай изъ формулъ (9) и (14).

Пріймемъ за направление оси вещественныхъ значеній направление одного изъ векторовъ электродвижущихъ силъ, напр. E_1 ; тогда, если γ уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ, очевидно въ формулахъ (9) и (14) нужно положить

$$\begin{aligned} e_1 &= E_1, e_1' = 0 \\ e_2 &= E_2 \cos \gamma, e_2' = E_2 \sin \gamma \end{aligned}$$

и мы будемъ имѣть

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{E_1 A_1 - E_2 (C \cos \gamma + D \sin \gamma)}{\Delta} \\ i_1' &= \frac{-E_1 B + E_2 (D \cos \gamma - C \sin \gamma)}{\Delta} \\ i_2 &= \frac{E_2 (A_2 \cos \gamma + B_2 \sin \gamma) - E_1 C}{\Delta} \\ i_2' &= \frac{E_2 (A_2 \sin \gamma - B_2 \cos \gamma) + E_1 D}{\Delta} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Далѣе, изъ уравненій (7) и (8) не трудно видѣть что,

$$\begin{aligned} C^2 + D^2 &= (r_0^2 + s_0^2) \Delta, \\ A_1^2 + B_1^2 &= \{ (r_0 + r_2)^2 + (s_0 + s_2)^2 \} \Delta, \\ A_2^2 + B_2^2 &= \{ (r_0 + r_1)^2 + (s_0 + s_1)^2 \} \Delta, \end{aligned}$$

По этому, если ввести новыя величины ψ_1, ψ_2, ψ_3 , полагая

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{C}{D}, \operatorname{tg} \psi_2 = \frac{A_1}{B_1}, \operatorname{tg} \psi_3 = \frac{A_2}{B_2},$$

будемъ имѣть изъ (15)

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= E_1 \frac{\sqrt{(r_0 + r_2)^2 + (s_0 + s_2)^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin \phi_2 - E_2 \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin(\gamma + \phi_1) \\ i_1' &= -E_1 \frac{\sqrt{(r_0 + r_2)^2 + (s_0 + s_2)^2}}{\sqrt{\Delta}} \cos \phi_2 + E_2 \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \cos(\gamma + \phi_1) \\ i_2 &= E_2 \frac{\sqrt{(r_0 + r_1)^2 + (s_0 + s_1)^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin(\gamma + \phi_3) - E_1 \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin \phi_1 \\ i_2' &= -E_2 \frac{\sqrt{(r_0 + r_1)^2 + (s_0 + s_1)^2}}{\sqrt{\Delta}} \cos(\gamma + \phi_3) + E_1 \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \cos \phi_1 \end{aligned} \right\} (16)$$

Мощность первой машины есть

$$W_1 = E_1^2 \frac{\sqrt{(r_0 + r_2)^2 + (s_0 + s_2)^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin \phi_2 - E_1 E_2 \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin(\gamma + \phi_1) \quad (17)$$

Мощность второй:

$$W_2 = E_2^2 \frac{\sqrt{(r_0 + r_1)^2 + (s_0 + s_1)^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin \phi_3 + E_1 E_2 \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin(\gamma - \phi_1) \quad (17 \text{ bis})$$

Уголъ отставанія тока отъ электродвижущей силы въ первомъ альтернаторѣ будетъ $\alpha = \arctg \frac{i_1'}{i_1}$, а во второмъ $\gamma + \beta$, гдѣ

$$\beta = \arctg \frac{i_2'}{i_2}$$

Для машинъ тождественныхъ и одинаково возбужденныхъ будемъ имѣть



$$E_1 = E_2 = E, \quad \psi_2 = \psi_3 = \psi$$

$$r_1 = r_2 = r, \quad s_1 = s_2 = s$$

$$\Delta = (r^2 + s^2) \{ r^2 + s^2 + 4(r_0^2 + s_0^2) + 4(rr_0 + ss_0) \}$$

Предполагая, что электродвижущая сила первого альтернатора опережает по фазѣ электродвижущую силу второго, т. е. считая въ формулахъ (16) уголъ γ отрицательнымъ, получимъ для мгновенныхъ значеній силы тока опережающей машины выраженіе

$$J_1 = \sqrt{2} E \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \sin(\omega t - \epsilon),$$

отстающей

$$J_2 = \sqrt{2} E \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} \sin(\omega t - \xi)$$

гдѣ

$$X_1 = \frac{\sqrt{(r_0 + r)^2 + (s_0 + s)^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin \psi - \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin(\psi_1 - \gamma)$$

$$Y_1 = \frac{\sqrt{(r_0 + r)^2 + (s_0 + s)^2}}{\sqrt{\Delta}} \cos \psi - \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \cos(\psi_1 - \gamma)$$

$$X_2 = \frac{\sqrt{(r_0 + r)^2 + (s_0 + s)^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin(\psi - \gamma) - \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \sin \psi_1$$

$$Y_2 = \frac{\sqrt{(r_0 + r)^2 + (s_0 + s)^2}}{\sqrt{\Delta}} \cos(\psi - \gamma) - \frac{\sqrt{r_0^2 + s_0^2}}{\sqrt{\Delta}} \cos \psi_1$$

и

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{Y_1}{X_1}, \quad \operatorname{tg} \xi = \frac{Y_2}{X_2}$$

Выраженія (17) и (17^{bis}) примутъ тогда видъ:
для опережающей машины,

$$W_1 = E^2 X_1,$$

при чемъ токъ остается отъ электродвижущей силы на уголъ ϵ , и для отстающей

$$W_2 = E^2 (X_2 \cos \gamma - Y_2 \sin \gamma)$$

при углу отставанія тока $\gamma + \xi$.

Въ такомъ видѣ выраженія для J_1, J_2, W_1 и W_2 получены въ цитированной статьѣ Whitewell'емъ. Особенной выгоды формы эти сравнительно съ полученными нами не имѣютъ, и выводъ ихъ приведенъ здѣсь только потому, что теорія Whitewell'я помѣщена какъ образецъ математической теоріи параллельной работы альтернаторовъ въ указанномъ выше изданіи V. Heinke, получающемъ большое распространеніе между электротехниками.

II. Графическое изслѣдованіе.

6. Уравненія (14) представляютъ зависимость двухъ величинъ W_1 и W_2 отъ векторовъ электродвижущихъ силъ, или отъ ихъ проекцій на взаимно перпендикулярныя оси. Изслѣдовать эту зависимость удобнѣе представивъ ее геометрически.

Пріймемъ, какъ и въ предыдущемъ параграфѣ направленіе вектора E_1 за ось вещественныхъ значеній, и предположимъ, что по величинѣ этотъ векторъ остается постояннымъ. Тогда уравненія (14) обратятся въ

$$\left. \begin{aligned} \triangle W_1 &= A_1 E_1^2 - C E_1 e_2 - D E_1 e'_2 \\ \triangle W_2 &= A_2 (e_2^2 + e'^2_2) - C E_1 e_2 + D E_1 e'_2 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Уравненія эти очевидно суть уравненія геометрическихъ мѣстъ, на которыхъ долженъ оставаться конецъ вектора $E_2 = e_2 + j e'_2$ для заданныхъ величинъ W_1 и W_2 . Эти геометрическія мѣста мы будемъ называть *линіями мощности* перваго и втораго альтернатора.

Первое уравненіе представляетъ при переменномъ параметрѣ W_1 пучекъ параллельныхъ прямыхъ наклоненныхъ къ оси X (фиг. 3) подъ угломъ KOX , опредѣленнымъ изъ уравненія

$$\operatorname{tg} KOX = - \frac{C}{D} \quad (19)$$

Второе уравненіе (18) есть уравненіе круга, координаты центра N котораго суть

$$\xi = \frac{E_1}{2} \frac{C}{A_2}, \eta = -\frac{E_1}{2} \frac{D}{A_2} \quad (20)$$

и радіусъ

$$\rho = \frac{1}{2A_2} \sqrt{(C^2 + D^2) E_1^2 + 4 A_2 \Delta W_2} \quad (21)$$

Координаты центра отъ W_2 не зависятъ, и слѣдовательно, всѣ круги соотвѣтствующіе различнымъ W_2 концентричны.

Общій центръ лежитъ, какъ видно изъ уравненій (20) на пересѣченіи перпендикуляра NS къ оси OX, возставленнаго изъ точки S лежащей на разстояніи

$$OS = \frac{C}{A_2} \frac{E_1}{2}$$

отъ начала координатъ, вправо если $\frac{C}{A_2} > 0$, и влѣво когда $\frac{C}{A_2} < 0$, и наклонной къ OX проведенной изъ точки O подъ угломъ G_2 OX, который найдемъ изъ условія

$$\operatorname{tg} G_2 OX = -\frac{D}{C} \quad (22)$$

Выведенныя нами формулы относятся, какъ было упомянуто выше, къ самому общему случаю параллельной работы двухъ альтернаторовъ, заключающему въ себѣ какъ случай двухъ работающих параллельно на внѣшнюю цѣпь генераторовъ, такъ и случай передачи энергіи при помощи двухъ альтернаторовъ, изъ которыхъ одинъ служитъ двигателемъ, а другой генераторомъ.

Въ первомъ случаѣ оба альтернатора доставляютъ во внѣшнюю цѣпь электрическую энергію, въ обоихъ уголъ между векторами электродвижущей силы и тока будетъ меньше $\frac{\pi}{2}$, и слѣдовательно въ этомъ случаѣ

$$W_1 > 0, W_2 > 0.$$

Во второмъ случаѣ одинъ альтернаторъ (положимъ первый) развиваетъ электрическую энергію поглощая механическую, и питаетъ внѣшнюю цѣпь и другой альтернаторъ, поглощающій электрическую энергію и развивающій механическую. Во второмъ альтернаторѣ, какъ извѣстно, уголъ между векторами электродвижущей силы и тока будетъ больше $\frac{\pi}{2}$, и слѣдовательно въ этомъ случаѣ будемъ имѣть

$$W_1 > 0, W_2 < 0.$$

На діаграммѣ знаки W_1 и W_2 опредѣлятся слѣдующимъ образомъ.

Кругъ соотвѣтствующій мощности $W_2 = 0$ имѣетъ радіусъ

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{C^2 + D^2} E_1}{A_2 \cdot 2}$$

и проходитъ черезъ начало координатъ. Радіусы круговъ отрицательныхъ мощностей W_2 , т. е. круговъ соотвѣтствующихъ случаю когда второй альтернаторъ работаетъ какъ двигатель, поглощая энергію развиваемую первымъ альтернаторомъ, будутъ очевидно меньше величины ρ_0 , такъ какъ A_2 существенно положительно, и слѣдовательно круги мощностей $W_2 < 0$ будутъ лежать внутри круга $W_2 = 0$. Круги положительныхъ мощностей, W_2 соотвѣтствующіе случаямъ, когда или оба альтернатора работаютъ какъ генераторы, или второй альтернаторъ питаетъ кромѣ внѣшней цѣпи первый—работающій какъ двигатель, будутъ лежать внѣ круга ρ_0 .

Наибольшаго абсолютнаго значенія для случая когда второй альтернаторъ работаетъ какъ двигатель, мощность W_2 достигаетъ при $\rho = 0$. Тогда

$$W_2 = -\frac{C^2 + D^2}{4 A_2 \Delta} E_1^2 = -\frac{r_0^2 + s_0^2}{4 A^2} E_1^2 ;$$

это есть наибольшая мощность, которую можетъ развить двигатель включенный параллельно съ внѣшней цѣпью имѣющей кажущееся сопротивленіе $r_0 + j s_0$, когда электродвижущая сила питающаго альтернатора есть E_1 .

Обратимся къ прямымъ мощности перваго альтернатора. Прямая проходящая черезъ начало координатъ соотвѣтствуетъ

$$W_1 = \frac{A_1}{\Delta} E_1^2 ;$$

это величина всегда положительная. Прямая мощности $W_1 = 0$ пересѣчетъ ось X —въ въ разстояніи отъ начала координатъ

$$\xi = \frac{A_1}{C} E_1.$$

Знакъ ξ зависитъ отъ знака C ; если $C < 0$ прямая мощности идутъ въ порядкѣ возрастающей мощности слѣва на-право; когда $C > 0$, — справа на-лѣво. Знакъ коэффициента C зависитъ главнымъ образомъ отъ величины r_0 ; обыкновенно эта величина сравнительно съ s_1, s_2 не значительна, и членъ $(-r_0 s_1 s_1)$ въ выраженіи C въ уравненіяхъ (8) получаетъ преобладающее значеніе, т. е. $C < 0$. Для случая $r_0 = \infty$, т. е. для случая передачи энергіи двумя альтернаторами безъ отвѣтвленія тока во внѣшнюю цѣпь, $\xi = E_1$.

7. Построивъ для данныхъ $s_0, s_1, s_2, r_0, r_1, r_2$ и даннаго напряженія, т. е. предполагая скорость вращенія постоянною, для даннаго возбужденія одного изъ альтернаторовъ, сѣтъ прямыхъ и круговъ мощностей, мы легко найдемъ мощность каждаго изъ альтернаторовъ, зная возбужденіе втораго альтернатора и уголъ разности фазъ ихъ электродвижущихъ силъ.

На фиг. 3 построены для примѣра (*) линіи мощности двухъ параллельно включенныхъ альтернаторовъ для случая

$$E_1 = 2500 \text{ вольтъ}$$

$$r_1 = r_2 = 1, s_1 = s_2 = 10, r_0 = 0,6, s_0 = 0,8.$$

$$\text{Тогда } \sqrt{r_0^2 + s_0^2} = 1$$

$$A_1 = A_2 = 180,8$$

$$C = -41,4$$

$$D = 111,2$$

*) Примѣръ взятъ изъ книги С. Р. Steinmetz'a Т. II. В. d. W. стр 291.

Мы будемъ называть нормальной мощностью ту, которую будутъ имѣть альтернаторы при совпаденіи по величинѣ и направленію векторовъ ихъ электродвижущихъ силъ. По формулѣ (14) найдемъ $W_1 = W_2 \text{ норм.} = 99 \text{ KW}$. На діаграммѣ начерчены круги нормальной мощности W_2 , $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$ ея. Выбравъ масштабъ напряженія $25 \text{ вольтъ} = 1^{\text{м/м}}$, по формулѣ 21 найдемъ:

при $W_2 \text{ норм.} = 99 \text{ KW}$	$\rho = 116^{\text{мм.}}$
при $0,75 W_2 \text{ норм.}$	$\rho = 102^{\text{мм.}}$
при $0,5 W_2 \text{ норм.}$	$\rho = 87^{\text{мм.}}$
при $0,25 W_2 \text{ норм.}$	$\rho = 65,8^{\text{мм.}}$

Для мощности W_1 начерчены прямая нормальной мощности $0,75$ и $0,50$ ея. Эти прямая построимъ зная

$$\text{tg KOX} = -\frac{C}{D} = 0,372$$

и вычисливъ по уравненію прямой мощности разстоянія точекъ пересѣченія этой прямой съ осью ординатъ отъ начала координатъ:

$$OF_1 = -38^{\text{мм.}}, OF_2 = 12,2^{\text{мм.}}, OF_3 = 62,3^{\text{мм.}}$$

Положеніе вектора E_2 на чертежѣ соотвѣтствуетъ нѣкоторымъ величинамъ W_1 и W_2 , опредѣляющимъ прямою и кругомъ мощностей проходящими черезъ точку ϵ_2 .

Вообразимъ, что мы уменьшаемъ притокъ энергіи къ машинѣ движущей второй альтернаторъ, оставляя электродвижущія силы E_1 и E_2 постоянными по величинѣ, т. е. оставляя постояннымъ возбужденіе обоихъ альтернаторовъ. Тогда очевидно мощность второго альтернатора уменьшится и точка ϵ_2 принуждена будетъ перейти на кругъ меньшаго радіуса, соотвѣтствующаго нѣкоторой величинѣ мощности $W_2 - \delta W_2$, гдѣ δW_2 измѣненіе мощности, и занять положеніе ϵ'_2 . Мощность перваго альтернатора при этомъ увеличится до величины $W_1 + \delta W_1$, опредѣляемой прямой мощности, проходящей черезъ точку ϵ'_2 . Уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ при этомъ, какъ видно изъ діаграммы, увеличится. Продолжая уменьшать притокъ энергіи къ машинѣ двигателю

второго альтернатора мы увидимъ, что точка ε_2 вектора $O\varepsilon_2$ будетъ двигаться по кругу $G_1 \varepsilon_2 G_2$ по направленію движенія часовой стрѣлки, при чемъ мощность перваго альтернатора будетъ возрастать, и слѣдовательно долженъ увеличиваться притокъ энергіи къ машинѣ двигателю перваго альтернатора. Мощность W_1 будетъ возрастать при увеличеніи угла разности фазъ электродвижущихъ силъ пока точка ε_2 не прійдетъ въ точку G_1 , въ которой кругъ $G_2 \varepsilon_2 G_1$ касателенъ къ прямой мощности проходящей черезъ эту точку. Если будемъ далѣе увеличивать уголь разности фазъ электродвижущихъ силъ, мощность W_2 очевидно начнетъ уменьшаться, и равновѣсіе между движущей силой и электрической энергіей нарушится. Прямая OG_1 на діаграммѣ будетъ границей устойчивости движенія параллельно включенныхъ альтернаторовъ.

Если, исходя изъ положенія вектора $O\varepsilon_2$ на діаграммѣ, предположимъ притокъ энергіи къ машинѣ двигателю второго альтернатора увеличивающимся, мы подобнымъ же образомъ увидимъ, что мощность W_1 будетъ убывать, а мощность W_2 возрастать, пока точка ε_2 , двигаясь по кругу $G_2 \varepsilon_2 G_1$ противъ направленія движенія часовой стрѣлки, не прійдетъ въ точку G_2 , въ которой кругъ этотъ касателенъ къ кругу мощности, проходящему черезъ эту точку. Прямая OG_2 будетъ другимъ предѣломъ устойчивости движенія. Изъ условій (19) и (22) имѣемъ

$$\operatorname{tg} G_2 OX \cdot \operatorname{tg} KOX = 1;$$

прямая $G_1 O$ перпендикулярна къ прямой KO , слѣдовательно

$$\angle G_2 OX = \angle G_1 OX,$$

т. е. предѣльный уголь разности фазъ электродвижущихъ силъ параллельно работающих альтернаторовъ опредѣляется условіемъ

$$\operatorname{tg} \gamma_{\max} = \frac{D}{C} \text{ (абсолютн. велич.)} \quad (23)$$

Величина эта очевидно зависитъ только отъ кажущихся сопротивленій обмотокъ якорей обоихъ альтернаторовъ и внѣшней цѣпи, и играетъ очень важную роль въ вопросъ устойчивости дви-

женія альтернаторовъ при разсматриваемомъ соединеніи, такъ какъ чѣмъ больше уголъ $\gamma_{\max} = \angle G_1 OX = \angle G_2 OX$, тѣмъ на большій уголъ могутъ расходиться векторы электродвижущихъ силъ, не нарушая устойчивости движенія системы, γ есть уголъ на діаграммѣ; въ дѣйствительности ему соотвѣтствуетъ значительно меньшій уголъ. Если напр. оба альтернатора имѣютъ одинаковое число паръ полюсовъ p , то углу 2π на діаграммѣ соотвѣтствуетъ уголъ поворота якоря $\frac{2\pi}{p}$, и углу разности фазъ электродвижущихъ силъ γ — уголъ расхожденія осей одноименныхъ полюсовъ $\frac{\gamma}{p}$.

Отсюда ясно, что чѣмъ больше число полюсовъ, тѣмъ, при одинаковыхъ условіяхъ, альтернаторы менѣе приспособлены къ параллельной работѣ.

Какъ было сказано, почти всѣ авторы статей по разсматриваемому вопросу, начиная съ Гопкинсона, обращали вниманіе на вліяніе отношенія реакціи самоиндукціи якоря къ его омическому сопротивленію, на способность альтернатора къ параллельному включенію. Изслѣдуемъ въ этомъ отношеніи формулу (23).

Пусть

$$\sigma_1 = \frac{s_1}{r_1}, \sigma_2 = \frac{s_2}{r_2}$$

Тогда уравненіе (23) можно написать такъ:

$$\operatorname{tg} \gamma_{\max} = \frac{(r_0^2 + s_0^2) \left(\frac{\sigma_1}{r_2} + \frac{\sigma_2}{r_1} \right) + s_0 (\sigma_1 \sigma_2 - 1) + r_0 (\sigma_1 + \sigma_2)}{(r_0^2 + s_0^2) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + r_0 (1 - \sigma_1 \sigma_2) + s_0 (\sigma_1 + \sigma_2)} \quad (\text{абс. знач.}) \quad (23^{\text{bis}})$$

Если составимъ частныя производныя отъ этого выраженія по σ_1 и σ_2 , то увидимъ, что эти производныя всегда положительны и въ нуль для вещественныхъ значеній σ_1 и σ_2 не обращаются. Это значитъ, что при возрастаніи σ_1 и σ_2 , $\operatorname{tg} \gamma_{\max}$ возрастаетъ, при чемъ абсолютная величина его возрастетъ если $\operatorname{tg} \gamma_{\max}$ положителенъ и убываетъ въ обратномъ случаѣ. Наиболѣе выгоднымъ въ смыслѣ устойчивости параллельно включенныхъ въ цѣпь альтер-

наторовъ будетъ случай когда $\gamma_{\max.} = \pm \frac{\pi}{2}$, т. е. когда $\operatorname{tg} \gamma_{\max.} = \pm \infty$, а это будетъ въ случаѣ такой комбинаціи отношеній реакцій самоиндукцій якорей къ ихъ омическимъ сопротивленіямъ σ_1 и σ_2 , при которомъ знаменатель выраженія 23^{bis} обращается въ нуль, т. е. когда

$$r_0 \sigma_1 \sigma_2 - s_0 (\sigma_1 + \sigma_2) - (r_0^2 + s_0^2) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - r_0 = 0.$$

Въ случаѣ если имѣемъ два тождественныхъ альтернатора т. е. $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, $r_1 = r_2 = r$, то $\gamma_{\max.} = \pm \frac{\pi}{2}$ при

$$\sigma = \frac{s_0 + \sqrt{s_0^2 + 4r_0 \left[\frac{2}{r} (r_0^2 + s_0^2) + r_0 \right]}}{2r_0}$$

Абсолютная величина выраженія 23^{bis} при $\sigma_1 = \sigma_2 = \infty$ есть $\frac{s_0}{r_0}$

а при $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, это выраженіе обращается въ $\frac{s_0}{(r_0^2 + s_0^2) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + r_0}$

Эти выраженія показываютъ, что какъ при очень большой самоиндукціи сравнительно съ омическимъ сопротивленіемъ, такъ и при очень малой, устойчивое движеніе альтернаторовъ включенныхъ параллельно возможно только при значительной самоиндукціи внѣшней цѣпи.

На практикѣ оказывается, что присутствіе желѣза въ якоряхъ альтернаторовъ современныхъ конструкцій гарантируетъ величину самоиндукцій, при которой уголъ $\gamma_{\max.}$ остается достаточно большимъ.

8. Выведенныя выше формулы и діаграммы не трудно примѣнить къ случаю передачи работы при помощи двухъ альтернаторовъ, изъ которыхъ одинъ работаетъ какъ генераторъ, а другой какъ синхроничный двигатель, и изъ діаграммы фиг. 3 получить извѣстную діаграмму Blondel'я*). Полагая $r = \infty$ въ формулахъ (9), (10), (13) и (14) получимъ

*) А. Blondel. Moteurs Synchrones. Стр. 82. См. такъ же С. Томсонъ Динамоэл. маш. Русскій переводъ Голова, стр. 841 и 847.

$$\left. \begin{aligned} i_1 = -i_2 &= \frac{(r_1 + r_2) (e_1 - e_2) + (s_1 + s_2) (e_1' - e_2')}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \\ i_1 = -i_2' &= \frac{(s_1 + s_2) (e_1 - e_2) + (r_1 + r_2) (e_1' - e_2')}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \\ i_0 &= 0, \quad i_0' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} e_0 &= \frac{e_1 [r_2 (r_1 + r_2) + s_2 (s_1 + s_2)] + e_2 [r_1 (r_1 + r_2) + s_1 (s_1 + s_2)] + (r_1 s_2 - s_1 r_2) (e_2' - e_1')}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \\ e_0' &= \frac{e_1' [r_2 (r_1 + r_2) + s_2 (s_1 + s_2)] + e_2' [r_1 (r_1 + r_2) + s_1 (s_1 + s_2)] + (r_1 s_2 - s_1 r_2) (e_2 - e_1)}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{(r_1 + r_2) (e_1^2 + e_1'^2 - e_1 e_2 - e_1' e_2') - (s_1 + s_2) (e_1 e_2' - e_2 e_1')}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \\ W_2 &= \frac{(r_1 + r_2) (e_2^2 + e_2'^2 - e_1 e_2 - e_1' e_2') + (s_1 + s_2) (e_1 e_2' - e_2 e_1')}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Уравненія линій мощностей приймуть въ предположеніи $r = \infty$ слѣдующій видъ:

$$\left. \begin{aligned} \{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2\} W_1 &= (r_1 + r_2) E_1^2 - (r_1 + r_2) E_1 e_2 - \\ &\quad - (s_1 + s_2) E_1 e_2' \\ \{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2\} W_2 &= (r_1 + r_2) (e_2^2 + e_2'^2) - (r_1 + r_2) E_1 e_2 + \\ &\quad + (s_1 + s_2) E_1 e_2' \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

въ которыхъ по прежнему e_2 и e_2' считаемъ за текущія координаты. Диаграмма приметъ видъ фиг. 4. На этой диаграммѣ обозначенія остаются тѣ-же что и на фиг. 3

Центръ круговъ мощности лежитъ на пересѣченіи перпендикуляра возставленнаго изъ середины отрѣзка OE_1 и наклонной, проведенной изъ точки O подъ угломъ $\angle NOE_1 = \gamma_{\max}$ къ OE_1 , при чемъ

$$\operatorname{tg} \gamma_{\max} = \frac{s_1 + s_2}{r_1 + r_2}.$$

Кругъ мощности $W_2 = 0$ проходитъ черезъ точки O и E_1 , а прямая мощности $W_1 = 0$ черезъ точку E_1 и касательна въ этой точкѣ къ кругу $W_2 = 0$. Очевидно, что если точка E_2 лежитъ въ части плоскости (заштрихованной на чертежѣ) заключенной между кругомъ $W_2 = 0$ и прямой $W_1 = 0$, то оба альтернатора работаютъ какъ генераторы, т. е. поглощаютъ механическую энергію и развиваютъ токъ, энергія котораго вся идетъ на нагреваніе обмотокъ; *передачи* энергіи въ этомъ случаѣ не будетъ.

Векторъ $E_1 E_2$ на діаграммѣ представляетъ очевидно потерю электродвижущей силы вслѣдствіе кажущагося сопротивленія въ арматурѣ и соединительныхъ проводахъ альтернаторовъ (r_1, r_2, s_1 и s_2 мы предполагаемъ заключающими въ себѣ также омическія сопротивления и реакціи самоиндукцій соединительныхъ проводовъ). По величинѣ векторъ тока протекающаго черезъ оба якоря будетъ равенъ

$$J = \frac{E_1 E_2}{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2}};$$

такъ какъ знаменатель этого выраженія есть для данныхъ альтернаторовъ величина постоянная, то отрезокъ $E_1 E_2$ мы можемъ считать равнымъ току J , измѣряя его масштабомъ въ $\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2}$ разъ большимъ чѣмъ масштабъ электродвижущихъ силъ.

Примѣчаніе. Въ уравненіи (24) векторы токовъ J_1, J_2 получились съ обратными знаками, хотя очевидно эти векторы представляютъ одинъ и тотъ же токъ, протекающій послѣдовательно черезъ обмотки обоихъ альтернаторовъ. Эта кажущаяся несообразность получается вслѣдствіе того, что направленіе тока разсматриваемъ по отношенію къ электродвижущимъ силамъ E_1, E_2 , векторы которыхъ для удобства предполагаемъ расположенными подъ угломъ γ меньшимъ $\frac{\pi}{2}$. Если бы мы располагали векторы E_1 и E_2 подъ угломъ $\pi + \gamma$, знаки J_1 и J_2 были бы одинаковы.

Предѣломъ отрицательной работы будетъ, какъ и въ общемъ случаѣ, то значеніе величины W_2 , при которой радіусъ круга мощности W_2 обращается въ нуль. Величину эту получимъ изъ условія

$$\rho = \frac{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2}}{r_1 + r_2} \sqrt{\left(\frac{E_1}{2}\right)^2 + (r_1 + r_2) W_2} = 0$$

откуда

$$W_2 = - \frac{E_1^2}{4(r_1 + r_2^2)}. \quad (28)$$

Это предѣлъ теоретическій, до котораго величина мощности никогда не доходитъ, такъ какъ такая мощность всегда соотвѣтствуетъ току значительно большому того, какой могутъ безъ опаснаго нагрѣванія вынести обмотки якорей альтернаторовъ. Если знаемъ этотъ послѣдній токъ, то описавъ изъ точки E_1 какъ изъ центра окружность радіусомъ равнымъ этому току въ соотвѣтственномъ масштабѣ, будемъ имѣть границу, внутри которой должна оставаться точка E_2 .

Подобно тому какъ мы строили линіи равныхъ мощностей, можно построить линіи равныхъ угловъ разности фазъ тока и электродвижущихъ силъ E_1 и E_2 , т. е. линіи обладающими тѣмъ свойствомъ, что пока конецъ вектора OE_2 остается на ней, уголъ между векторами E_1 и J или E_2 и J остается постояннымъ.

Направленіе тока всегда составляетъ съ направлениемъ вектора $E_2 E_1$ (считая за полюсъ точку E_2), уголъ γ_m , котораго $\operatorname{tg} \gamma_m = \frac{s_1 + s_2}{r_1 + r_2}$. Не трудно видѣть, что уголъ между токомъ и электродвижущей силой E_1 равенъ углу $E_2 E_1 N$, и при томъ отрицателенъ (токъ отстаетъ) когда точка E_2 лежитъ лѣвѣе прямой NE_1 и положителенъ (токъ опережаетъ электродвижущую силу), когда точка E_2 находится правѣе этой прямой для случая когда первый альтернаторъ работаетъ какъ генераторъ, а второй какъ двигатель и обратно въ обратномъ случаѣ. Очевидно что линіей угла разности фазъ $(E_1, J) = 0$ будетъ прямая NE_1 , а линіями прочихъ угловъ (E_1, J) —прямая проходящая черезъ точку E_1 и наклоненная къ оси X подъ этими углами. Изъ сказаннаго видно, что при постоянномъ возбужденіи перваго альтернатора уголъ разности фазъ его электродвижущей силы и тока зависитъ только отъ возбужденія втораго альтернатора. Возбужденіе втораго альтернатора, при которомъ рассматриваемый уголъ равенъ нулю, называютъ нормальнымъ. Очевидно что перевозбужденіе альтернатора

работающего въ сѣти переменнаго тока какъ синхроничный двигатель, будетъ вызывать опереженіе тока относительно первичнаго напряженія и такимъ образомъ компенсировать вліяніе самоиндукціи цѣпи и включенныхъ въ нее трансформаторовъ, асинхроничныхъ двигателей и дуговыхъ лампъ. Вопросъ о выгодуности въ различныхъ случаяхъ компенсаціи самоиндукціи цѣпи при помощи синхроничныхъ двигателей подробно разобранъ А. Blondel'емъ въ книжкѣ „Moteurs synchrones“ стр. 112—150; здѣсь мы его касаться не будемъ.

Чтобы построить линіи равныхъ угловъ разности фазъ тока и электродвижущей силы второго альтернатора E_2 , замѣтимъ, что если $\angle (E_2, J) = \text{Const}$, то должно быть такъ-же $\angle O E_1 E_2 = \text{Const}$. Слѣдовательно искомыя геометрическія мѣста будутъ круги, проходящіе черезъ точки O, E_1, E_2 . Кругъ угла $(E_2, J) = 0$ будетъ очевидно соотвѣтствовать $\angle O E_2 E_1 = \pi - \gamma_m$, и слѣдовательно будетъ касательнымъ къ прямымъ NO и NE_1 . Кругъ угла $(E_1, J) = \frac{\pi}{2}$ будетъ совпадать съ кругомъ мощности $W_2 = 0$.

Дальнѣйшій разборъ случая передачи энергіи при помощи двухъ альтернаторовъ, т. е. случая $r_0 = \infty$ не входитъ въ программу настоящей статьи*). Здѣсь укажемъ еще только на одно упрощеніе діаграммъ Blondel'я. Будемъ считать величину E_1 напряженіемъ на клеммахъ второго альтернатора, предполагая какъ и прежде $E_1 = \text{Const}$. Это предположеніе равносильно предположенію, что омическое сопротивленіе и реакція самоиндукціи перваго альтернатора такъ малы, что измѣненіемъ напряженія на клеммахъ вслѣдствіе измѣненія нагрузки можемъ пренебречь, другими словами что $r_1 = s_1 = 0$. Тогда вся діаграмма фиг. 4 можетъ быть безъ измѣненія примѣнена къ случаю одного альтернатора, работающего въ сѣти постояннаго напряженія, безразлично какъ моторъ или какъ генераторъ.

Примѣчаніе. Формулы (24—26) примѣняются къ этому случаю если замѣнилъ въ нихъ величины въ скобкахъ величиною r_2 , а формула (28) прійметъ видъ

$$W_{2 \min} = -\frac{E_1^2}{4 r_2}$$

*) Подробно объ этомъ А. Blondel loco cit.

Въ этомъ предѣльномъ случаѣ точка E_2 совпадетъ съ N , и длина вектора потеряннаго напряженія будетъ

$$\frac{E_1}{2 \cos \gamma^m} = \frac{E_1 \sqrt{r_2^2 + s_2^2}}{2 r_2},$$

соотвѣтствующая сила тока

$$J = \frac{E_1}{2 r_2},$$

и коэффициентъ полезнаго дѣйствія при наибольшей мощности альтернатора, работающаго какъ двигатель, есть

$$\eta = \frac{\frac{E_1^2}{4 r_2}}{\frac{E_1^2}{4 r_2} + \frac{E_1}{2 r_2} \cdot \frac{E_1 \sqrt{r_1^2 + s_1^2}}{2 r_2} \cos \gamma_m} = 0,5$$

Полученныя уравненія показываютъ, что къ синхроннымъ двигателямъ примѣнимъ законъ наибольшей мощности (законъ Якоби для двигателей постоянного тока) въ слѣдующей формѣ: мощность мотора будетъ при данномъ напряженіи на клеммахъ наибольшею, когда при синхронизмѣ поле его возбуждено такъ, что токъ проходящій черезъ обмотку якоря достигаетъ половины той величины, какую онъ имѣлъ бы при полномъ отсутствіи возбужденія или при неподвижномъ якорѣ. Коэффициентъ полезнаго дѣйствія въ этомъ случаѣ $\eta = 50\%$.

Въ разсматриваемомъ случаѣ ($r_1 = s_1 = 0$) W_1 , будетъ мощность измѣренная на клеммахъ альтернатора, а W_2 , пренебрегая потерями на треніе и гистерезисъ, электрическая мощность равная механической, доставляемой альтернатору, когда онъ работаетъ какъ генераторъ, или развиваемой имъ, когда онъ работаетъ какъ синхронный двигатель.

Görges*) при построеніи діаграммы параллельной работы машинъ переменнаго тока, пользуется указаннымъ упрощеніемъ построенія, при чемъ за линіи мощностей альтернаторовъ принимаетъ

не линіи W_2 а линіи W_1 , что равносильно отбрасыванію какъ сравнительно малой величины омической потери энергіи.

Если кромѣ того допустимъ, что омическія потери напряженія въ якоряхъ машинъ настолько малы, что ими можно пренебречь по сравненію съ величинами напряженій, теряемыхъ вслѣдствіе реакцій самоиндукціи, другими словами, если допустимъ $\frac{r_2}{s_2} = 0$, круги и прямая мощности (ур. 26) обратятся въ прямая параллельныя оси X —въ, т. е. вектору напряженія на клеммахъ E_1 . Диаграмма параллельной работы альтернаторовъ при этихъ предположеніяхъ крайне упрощается и принимаетъ видъ, которымъ пользуется С. Гефтеръ въ своемъ мемуарѣ**). Такое допущеніе положено также въ основаніе теоріи параллельной работы альтернаторовъ Карр'а***).

8. Названные авторы: Görges, Karr, Hefter и нѣкоторые другіе въ своихъ разсужденіяхъ предполагаютъ постоянство напряженія на клеммахъ. Диаграммы, основанныя на этомъ предположеніи, имѣютъ то преимущество, что при помощи ихъ можно представить работу сколь угодно большого числа соединенныхъ параллельно альтернаторовъ тогда какъ безъ этого допущенія формулами, представляющими работу болѣе чѣмъ двухъ альтернаторовъ, невозможно пользоваться по ихъ сложности. Однако постоянства напряженія на клеммахъ при измѣненіи нагрузки можно достигнуть только соотвѣтственнымъ измѣненіемъ возбужденія динамомашинъ, и если мы разсматриваемъ настолько короткій промежутокъ времени, за который мы не можемъ измѣнить возбужденія, и слѣдовательно векторы электродвижущихъ силъ остаются постоянными по величинѣ, а мѣняется только уголъ между ними (что будетъ имѣть мѣсто въ теоріи колебаній параллельно включенныхъ альтернаторовъ), то правильнѣе, какъ мы это и дѣлали, считать векторы E_1 и E_2 за независимыя переменныя а векторъ E_0 ихъ функціей.

Аналитически, если даны проекціи векторовъ E_1 и E_2 на двѣ взаимно перпендикулярныя оси, проекціи вектора E на тѣже оси найдутся изъ уравненій (13). Если пожелаемъ рѣшить задачу гра-

*) Görges, E. T. Z. 1900. 188 и 1902. 1054.

**) S. Hefter. Bulletin 5—6—7 de 1901 de l'Ass. des Ing. électr. sortis de l'Inst. élect. Montefiore. Есть русскій переводъ самаго автора.

***) Karr. Dynamomasch. f. G. u. W. 3 изд. стр. 373 и далѣе.

фически, то, чтобы построить векторъ E_0 на эюрѣ подобной фиг. 3, поступимъ слѣдующимъ образомъ.

Пусть на фиг. 5 даны векторы $OE_1 = E_1$ и $OE_2 = E_2$ электродвижущихъ силъ альтернаторовъ. Построивъ, какъ было указано, треугольникъ $ON O_1$, опишемъ изъ точки N , какъ изъ центра, кругъ проходящій черезъ точку E_2 (кругъ мощности W_2) и черезъ ту же точку E_2 прямую $E_2 F$ перпендикулярную къ прямой NO_1 (прямую мощности W_1). Тогда на основаніи уравненій (18) и (21) будемъ имѣть:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{E_1}{\Delta} (A_1 \cdot E_1 - D \cdot OF) \\ W_2 &= \frac{A_2}{\Delta} N E_2 - \frac{(r_0^2 + s_0^2)}{4 A_2} E_1^2 \end{aligned} \right\} \quad 29$$

гдѣ отрѣзки OF и NE_2 измѣрены масштабомъ напряженій.

Далѣе мы можемъ разсматривать каждый изъ альтернаторовъ включенный въ сѣть съ напряженіемъ E_0 , какъ систему передачи энергіи при помощи двухъ альтернаторовъ, съ общимъ сопротивленіемъ и реакціей самоиндукціи соотвѣтственно r_1 и s_1 или r_2 и s_2 . Электродвижущая сила одного альтернатора будетъ соотвѣтственно E_1 или E_2 , другого (фиктивного) — E_0 .

Если будемъ принимать за ось X —въ соотвѣтственно направленія векторовъ E_1 и E_2 , то уравненія прямыхъ мощностей дѣйствующихъ альтернаторовъ будутъ

$$W_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + s_1^2} E_1^2 - \frac{r_1 E_1}{r_1^2 + s_1^2} e_0 - \frac{s_1 E_1}{r_1^2 + s_1^2} e_0' \quad (a)$$

$$W_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + s_2^2} E_2^2 - \frac{r_2 E_2}{r_2^2 + s_2^2} e_0 - \frac{s_2 E_2}{r_2^2 + s_2^2} e_0' \quad (b)$$

Величины W_1 и W_2 беремъ изъ уравненій (29). Пересѣченіе прямыхъ, выраженныхъ послѣдними уравненіями, дастъ точку E_0 , опредѣляющую по величинѣ и направленію векторъ $E_0 = OE_0$.

На діаграммѣ прямую (a) построимъ, замѣтивъ, что она перпендикулярна прямой пересѣкающейся съ прямой OE_1 въ точкѣ E_1 подъ угломъ α_1 , котораго $\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{s_1}{r_1}$, и проходитъ черезъ точку Q_1 ле-

жащую на направленіи вектора OE_2 и отстоящую отъ полюса O на разстояніи

$$OQ_1 = E_1 - \frac{r_1^2 + s_1^2}{r_1 E_1} W_1.$$

Если бы точка Q_1 вышла изъ предѣловъ чертежа, пришлось-бы воспользоваться точкой P_1 , лежащей на перпендикулярѣ къ вектору OE_1 въ разстояніи отъ полюса O

$$OP_1 = \frac{r_1}{s_1} E_1 - \frac{r_1 + s_1^0}{s_1 E_1} W_1.$$

Подобнымъ же образомъ построимъ прямую выражаемую уравненіемъ (в) по углу $OP_2 E_2 = \alpha_2$, гдѣ $\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{s_2}{r_2}$ и точку P_2 , лежащей на перпендикулярѣ OP_2 къ вектору OE_2 въ разстояніи отъ точки O

$$OP_2 = \frac{r_2}{s_2} E_2 - \frac{r_2^2 + s_2^2}{s_2 E_2} W_2.$$

Уравненіе геометрическаго мѣста конца E_0 вектора E_0 , на которомъ онъ будетъ оставаться, если при постоянномъ возбужденіи альтернаторовъ будетъ мѣняться уголъ разности фазъ ихъ электродвижущихъ силъ, найдемъ изъ уравненій (13). Полагая въ нихъ

$$e_1 = E_1, e_1' = 0, e_2 = E_2 \cos \gamma, e_2' = E_2 \sin \gamma$$

и исключая переменную γ , найдемъ, принимая во вниманіе уравненія (12), искомое уравненіе

$$\left. \begin{aligned} e_0^2 + e_0'^2 &= \frac{2K_1 E_1}{\Delta} e_0 - \frac{2L_1 E_1}{\Delta} e_0' + \\ &+ \frac{(r_0^2 + s_0^2)}{\Delta} \{ (r_2^2 + s_2^2) E_1^2 - (r_1^2 + s_1^2) E_2^2 \} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Это уравненіе круга, координаты центра N_1 котораго

$$\xi = \frac{K_1}{\Delta} E_1, \eta = \frac{L_1}{\Delta} E_1$$

а радіусъ

$$R = E_2 \sqrt{\frac{(r_0^2 + s_0^2)(r_1^2 + s_1^2)}{\Delta}}$$

Если предварительно построимъ кругъ (30) для данныхъ $E_1, E_2, r_1, r_2, s_1, s_2, r_0, s_0$, то для опредѣленія точки E_0 достаточно будетъ построить одну линію мощности, на примѣръ $P_1 Q_2$, соответствующую мощности W_2 ,

На фиг. 5 показано построение искомаго геометрическаго мѣста для случая

$$E_1 = E_2 = 2500 \text{ вольтъ}$$

$$r_1 = r_2 = 1, s_1 = s_2 = 10, r_0 = 16, s_0 = 12,$$

При измѣненіи угла γ точка E_0 скользитъ по кругу $O E_0 E_0'$. Точка E_0 соответствуетъ углу γ на чертежѣ, точка E_0' — углу $\gamma = 0$. Точки E_0'' и E_0''' соответствуютъ двумъ границамъ устойчивости. Отрѣзокъ $e E_0'$ есть разница между наибольшимъ и наименьшимъ значеніемъ напряженія на клеммахъ.

На діаграммѣ кругъ $O E_0 E_0'$ проходитъ черезъ начало координатъ. Это происходитъ вслѣдствіе предположенія что оба альтернатора тождественны. При этомъ предположеніи постоянный членъ уравненія (30) исчезаетъ.

Найдемъ теперь, при какомъ углу разности фазъ электродвижущихъ силъ обоихъ альтернаторовъ, при заданномъ возбужденіи магнитовъ поля, напряжение на сборныхъ шинахъ, а слѣдовательно и сила тока во внѣшней цѣпи достигаетъ наибольшаго значенія.

Если уголъ разности фазъ γ , то искомое условіе будетъ

$$\frac{d(e_0^2 + e_0'^2)}{d\gamma} = 0 \quad (31)$$

или

$$\frac{d(i_0^2 + i_0'^2)}{d\gamma} = 0 \quad (31^{bis})$$

Уравненія (31) и (31^{bis}) даютъ тождественные результаты. Мы рассмотримъ второе, такъ какъ входящіе въ него коэффициенты проще. Выполнивъ дифференцирование будемъ имѣть

$$i \frac{di}{d\gamma} + i' \frac{di'}{d\gamma} = 0. \quad (32)$$

Полагая какъ и вездѣ ось вещественныхъ значеній совпадающей по направленію съ векторомъ E_1 будемъ имѣть

$$\frac{de_1}{d\gamma} = \frac{de_1'}{d\gamma} = 0, \quad \frac{de_2}{d\gamma} = -e_2 \frac{de_2'}{d\gamma} = e_2,$$

и уравненіе (32) на основаніи уравненій (10) напомнимъ такъ

$$(e_1 M_1 + e_2 M_2 + e_2' N_1) (e_1 N_2 - e_2' M_2) - (e_1 N_1 + e_2 N_2 - e_2' M_2) (e_2' N_2 + e_2 M_2) = 0$$

откуда

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{e_2'}{e_2} = \frac{M_1 N_2 - N_1 M_2}{M_1 M_2 + N_1 N_2}.$$

Вставляя изъ уравненій (11) значенія M_1, N_1, M_2, N_2 получимъ

$$\begin{aligned} M_1 N_2 - N_1 M_2 &= (r_1 s_2 - s_1 r_2) \triangle \\ M_1 M_2 + N_1 N_2 &= (r_1 r_2 + s_1 s_2) \triangle \end{aligned}$$

гдѣ $\triangle$ опредѣлитель (7), и слѣдовательно искомая величина угла γ опредѣлится уравненіемъ

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{r_1 s_2 - s_1 r_2}{r_1 r_2 + s_1 s_2}.$$

Условіе при которомъ выраженіе (33) обращается въ нуль, т. е. при которомъ наибольшее напряженіе на клеммахъ получится при совпаденіи фазъ электродвижущихъ силъ обоихъ альтернаторовъ есть:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{r_1}{r_2}.$$

9. Величина напряженія на сборныхъ шинахъ вполне опредѣляетъ токъ во внѣшней цѣпи, но очевидно, при одномъ и томъ же напряженіи на сборныхъ шинахъ, т. е. при одномъ и томъ же токъ, доставляемомъ альтернаторами во внѣшнюю цѣпь, распределеніе этого тока между обоими альтернаторами можетъ мѣняться въ зависимости отъ соотношенія векторовъ E_1 и E_2 электродвижущихъ силъ альтернаторовъ.

Всегда существуетъ равенство

$$E_1 - E_2 = J_1 Z_1 - J_2 Z_2 \quad (34)$$

гдѣ J_1 , J_2 , Z_1 , Z_2 имѣютъ прежнія значенія.

Если электродвижущія силы обѣихъ динамо машинъ равны по величинѣ и направленію, то, обозначая токи пронизывающія обмотки ихъ якореѣ при этомъ условіи соотвѣтственно черезъ J_{01} и J_{02} , будемъ имѣть:

$$J_{01} Z_1 = J_{02} Z_2 \quad (35)$$

Если напряжение на сборныхъ шинахъ постоянно, то очевидно

$$J_1 + J_2 = J_{01} + J_{02} = J_0$$

а это возможно только тогда, когда,

$$J_1 = J_{01} + J_s, J_2 = J_{02} - J_s \quad (36)$$

гдѣ J_s нѣкоторый пока неизвѣстный векторъ. Подставляя значенія J_1 и J_2 изъ (36) въ (34) будемъ имѣть

$$E_1 - E_2 = (J_{01} + J_s) Z_1 - (J_{02} - J_s) Z_2$$

откуда на основаніи уравненія (35)

$$J_s = \frac{E_1 - E_2}{Z_1 + Z_2} \quad (37)$$

т. е. векторъ J_s представляетъ токъ, возбуждаемый въ цѣпи съ кажущимся сопротивленіемъ $Z_1 + Z_2$ электродвижущею силой $\varepsilon = E_1 - E_2$. Токъ этотъ какъ векторъ можетъ быть представленъ въ видѣ комплексной величины $J_s = i_s + j i'_s$, гдѣ i_s и i'_s найдемъ приравнивая порознь мнимыя и вещественныя величины въ уравненіи (37).

$$\left. \begin{aligned} i_s &= \frac{(e_1 - e_2)(r_1 + r_2) + (e'_1 - e'_2)(s_1 + s_2)}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \\ i'_s &= \frac{(e_1 - e_2)(s_1 + s_2) + (e'_1 - e'_2)(r_1 + r_2)}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (37^{bis})$$

Изъ найденныхъ уравненій видно, что явленіе происходитъ такъ, какъ если бы въ обмоткахъ альтернаторовъ протекали токи J_{01} и J_{02} , соотвѣтствующіе равенству по величинѣ и направленію векторовъ электродвижущихъ силъ параллельно включенныхъ динамо машинъ при томъ же напряженіи на сборныхъ шипахъ, и кромѣ того въ цѣпи $a I b d II c a$ (фиг. 6) циркулируетъ токъ $J_s = i_s + j i'_s$, опредѣляемый уравненіями (37)

Нужно замѣтить, что непосредственному измѣренію въ дѣйствительности слагающая тока J_s не доступна. Непосредственно мы можемъ измѣрить только J_1 и J_2 . Векторъ J_s есть въ сущности говоря величина фиктивная, вводимая нами только для удобства представленія. Векторы J_{01} и J_{02} опредѣлятся изъ системы уравненій (6) въ предположеніи $e_1 = e_2$, $e'_1 = e'_2$.

Токъ J_s долженъ производить нѣкоторую работу. Ему будетъ соотвѣтствовать нѣкоторая мощность того и другого альтернатора. Очевидно, что если векторъ тока J_s образуетъ съ векторомъ электродвижущей силы одного альтернатора острый уголъ, то съ векторомъ электродвижущей силы другого альтернатора онъ составитъ тупой уголъ. Это значитъ: изъ двухъ альтернаторовъ, если разсматривать только токъ J_s , одинъ дѣйствуетъ какъ генераторъ (токъ J_s тормозитъ его), другой какъ синхроничный двигатель (токъ J_s развиваетъ вращающій моментъ одного направленія съ моментомъ механическаго двигателя, вращающаго якорь этого альтернатора).

Мощности альтернаторовъ, соотвѣтствующія току J_s , представятся очевидно уравненіями (26). Въ отличіе отъ полныхъ мощностей W_1 и W_2 мы будемъ обозначать изъ символами.

$$W_{s1} \text{ и } W_{s2}.$$

Одна изъ величинъ W_{s1} и W_{s2} (всегда конечно меньшая по абсолютной величинѣ) будетъ отрицательна, другая положительна, и сумма ихъ, т. е. разность абсолютныхъ значеній должна представить энергію идущую на нагреваніе обмотокъ обоихъ альтернаторовъ вслѣдствіе циркуляціи тока J_s . Дѣйствительно изъ уравненій (26).

$$W_{s1} + W_{s2} = W_{sr} = \frac{(r_1 + r_2) \{ (e_1 + e_2)^2 + (e'_1 - e'_2)^2 \}}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \quad (38)$$

Токъ J_s называютъ *выравнивающимъ* токомъ (Ausgleichstrom), такъ какъ благодаря ему выравнивается напряженіе на клеммахъ обоихъ альтернаторовъ. Другое названіе *синхронизирующий токъ* происходитъ отъ указаннаго выше свойства этого тока, дѣйствовать тормозящимъ образомъ на опережающій альтернаторъ и ускоряющимъ на отстающій, и такимъ образомъ уменьшать уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ. Независимо отъ дѣйствія которое имѣетъ этотъ токъ, самымъ правильнымъ названіемъ будетъ *обмѣнный токъ*, такъ какъ онъ циркулируетъ только въ цѣпи двухъ альтернаторовъ, не отвѣтвляясь во внѣшнюю цѣпь.

Въ статьѣ „Ueber den Parallelbetrieb mit Wechselstrommaschinen“ E. T. Z. 1899. Benitschke, пользуясь для опредѣленія синхонизирующаго тока формулой:

$$J_s = \frac{\varepsilon}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}$$

гдѣ ε — разность электродвижущихъ силъ работающих параллельно машинъ, L и R сумма коэффициентовъ самоиндукціи и омическихъ сопротивленій обмотокъ якореѣ обоихъ альтернаторовъ вмѣстѣ съ соединительными проводами, и $\omega = 2\pi \infty$, формулой равнозначущей уравненію (37), высказываетъ положеніе что токъ этотъ безваттенъ (Wattlos) когда E_1 и E_2 находятся въ фазѣ, и отличаются только амплитудой, т. е. когда положенія полюсовъ совпадаютъ, а возбуждены машины различно.

Этотъ взглядъ повторяется многими другими авторами (напр. Niethammer) *). Какъ можно видѣть изъ формулъ (26) взглядъ этотъ справедливъ только тогда, когда можно считать омическое сопротивление машинъ безконечно малымъ сравнительно съ реакціей самоиндукціи ихъ обмотокъ. Въ самомъ дѣлѣ, положимъ для ясности что $W_{s1} > 0$, $W_{s2} < 0$. Мощность W_{s1} , соотвѣтствующая току J_s , доставляемая первымъ альтернаторомъ въ случаѣ безваттнаго тока должна вся идти на нагреваніе обмотокъ, а механическій эффектъ этого тока долженъ быть нулемъ, т. е. должна быть нулемъ мощность W_{s2} , увеличивающая вращательный моментъ второго альтернатора:

$$W_{s2} = 0$$

*) Handbuch d. Elektrot. v. Heinke. B. IV. 181.

или

$$(r_1 + r_2) \{ (e_2 - e_1) + e'_2 (e'_2 - e_1) \} - (s_1 + s_2) (e_1' e_2 - e_2' e_1) = 0 \quad (39)$$

Условіе равенства фазъ электродвижущихъ силъ обоихъ альтернаторовъ выразится такъ:

$$\frac{e_1}{e_1'} = \frac{e_2}{e_2'},$$

и слѣдовательно условіе (39) прійметъ видъ

$$e_2 (e_2 - e_1) + e'_2 (e'_2 - e_1') = 0,$$

что очевидно возможно только тогда, когда не только фазы, но и амплитуды электродвижущихъ силъ совпадаютъ. Другими словами, какъ бы ни различались электродвижущія силы двухъ альтернаторовъ, всегда существуетъ кромѣ потерь на нагрѣваніе, передача энергіи отъ одного альтернатора къ другому, и случая безваттнаго тока не существуетъ. Разница между случаями неравенства угловъ фазъ и неравенства возбужденія состоитъ въ томъ, что въ первомъ случаѣ синхронизирующий токъ, какъ уже сказано, ускоряетъ движеніе одного и замедляетъ другой альтернаторъ, уменьшая уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ, а во второмъ, не измѣняя скорости вращенія, только *разрушаетъ* машину двигатель меньше возбужденнаго альтернатора, за счетъ работы машины двигателя альтернатора съ болѣе возбужденнымъ полемъ.

10. При постоянномъ возбужденіи магнитовъ поля альтернаторовъ т. е. при постоянныхъ E_1 и E_2 , величина взаимнаго синхронизирующаго дѣйствія двухъ параллельно включенныхъ машинъ переменнаго тона зависитъ исключительно отъ угла γ между векторами электродвижущихъ силъ.

Найдемъ величину угла γ , при которой синхронизирующая мощность достигаетъ наибольшей величины, ограничиваясь при этомъ наиболѣе важнымъ случаемъ $E_1 = E_2$. Въ этомъ случаѣ синхронизирующая мощность W_{s2} представится вторымъ уравненіемъ (26), которое, полагая въ немъ $E_1 = E_2$ и принимая за ось X направленіе вектора E_1 опережающей машины, можемъ написать въ видѣ

$$W_{s2} = \frac{E_1^2}{(r_1 + r_2)^2 + (s_1 + s_2)^2} \left\{ (r_1 + r_2) (1 - \cos \gamma) - (s_1 + s_2) \sin \gamma \right\}$$

Откуда полагая

$$\frac{s_1 + s_2}{r_1 + r_2} = \operatorname{tg} \psi$$

получимъ для W_{s2} выражение

$$W_{s2} = \frac{E_1^2}{r_1 + r_2} \frac{1 - \cos \gamma + \operatorname{tg} \psi \sin \gamma}{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}$$

Приравнявая нулю производную W_{s2} по γ получимъ

$$\sin \gamma + \operatorname{tg} \psi \cos \gamma = 0,$$

или

$$\operatorname{tg} \gamma = -\operatorname{tg} \psi,$$

т. е. наибольшее синхронизирующее дѣйствіе будетъ при углѣ разности фазъ равномъ $\operatorname{arctg} \left(\frac{s_1 + s_2}{r_1 + r_2} \right)$.

Чтобы найти, при какомъ соотношеніи суммъ реакцій самоиндукціи и омическихъ сопротивленій альтернаторовъ получится наибольшее синхронизирующее дѣйствіе, т. е. при какомъ соотношеніи этихъ величинъ система будетъ наиболѣе устойчива, приравняемъ нулю производную отъ W_{s2} по ψ . Выполнивъ дифференцирование и приравнявъ полученное выраженіе нулю, послѣ сокращеній будемъ имѣть

$$\frac{\sin \gamma}{1 - \cos \gamma} = \frac{2 \operatorname{tg} \psi}{1 - \operatorname{tg}^2 \psi}$$

или

$$\operatorname{tg} 2\psi \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = 1.$$

Какъ видно изъ полученнаго уравненія, искомая величина ψ зависитъ отъ угла разности фазъ электро-движущихъ силъ γ . Если положимъ направленія ихъ совпадающими, т. е. $\gamma = 0$, то

$$\operatorname{tg} 2\psi = \infty,$$

откуда

$$\psi = 45^\circ$$

и

$$\frac{s_1 + s_2}{r_1 + r_2} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1,$$

что представляет ни что иное, какъ условіе наивыгоднѣйшаго соотношенія реакціи самоиндукціи и омическаго сопротивленія, какъ оно было получено Гопкинсономъ.

Штейнмецъ *) даетъ другой выводъ формулъ представляющихъ синхронизирующее взаимодействіе двухъ альтернаторовъ при параллельной работѣ, и получаетъ нѣсколько отличные результаты.

Приводимъ для сравненія его разсужденія.

Мощность первой машины, измѣренная на клеммахъ есть

$$W_{e1} = e_0 i_1 + e'_0 i'_1$$

второй

$$W_{e2} = e_0 i_2 + e'_0 i'_2.$$

Разность мощностей обѣихъ машинъ есть

$$W_{e1} - W_{e2} = e_0 (i_1 - i_2) + e'_0 (i'_1 - i'_2)$$

Синхронизирующимъ дѣйствіемъ машинъ Штейнмецъ называетъ половину производной разности $W_{e1} - W_{e2}$ по углу γ , т. е. величину

$$q = \frac{1}{2} \frac{d(W_{e1} - W_{e2})}{d\gamma};$$

это очевидно есть мощность, переносимая отъ одной машины къ другой при измѣненіи угла фазъ между электродвижущими силами обоихъ альтернаторовъ.

Посмотримъ теперь, можетъ ли величина q служить мѣрою синхронизирующаго взаимодействія машинъ въ такой же степени, какъ полученная нами раньше величина W_{s2} .

*) С. Р. Steinmets. Theorie und Ber. der Wechselstr. Kap. XVII. Видъ формулъ у Штейнмца нѣсколько отличный отъ формулъ получаемыхъ нами ниже, что зависитъ отъ иного выбора направленія координатныхъ осей.

W_{e1} и W_{e2} можно представить въ видѣ

$$\begin{aligned} W_{e1} &= W_{t1} - W_s \\ W_{e2} &= W_{t2} - W_s \end{aligned}$$

гдѣ W_{t1} , W_{t2} суть мощности, отдаваемые каждой машиной во внѣшнюю цѣпь, а W_s мощность, передаваемая отъ одной машины къ другой. Вычитая одно выраженіе изъ другого получимъ

$$W_{e1} - W_{e2} = W_{t1} - W_{t2} + 2W_s.$$

Величина q можетъ служить мѣрою синхронизирующаго дѣйствія только тогда, когда

$$q = \frac{1}{2} \frac{d(W_{e1} - W_{e2})}{d\gamma} = \frac{dW_s}{d\gamma},$$

а это будетъ только въ предположеніи $W_{t1} - W_{t2} = \text{Const.}$

Но предположеніе $W_{t1} - W_{t2} = \text{Const}$ равносильно предположенію постоянства напряженія на клеммахъ. Кромѣ того очевидно, что W_s опредѣленное такимъ образомъ, кромѣ мощности превращающейся въ механическую, т. е. въ собственномъ смыслѣ слова синхронизирующей мощности, заключаетъ въ себѣ такъ же мощность, теряемую на нагреваніе обмотки якоря *отстающаго* альтернатора вслѣдствіе циркуляціи обмѣннаго тока J .

Штейнмецъ подробно разбираетъ случай двухъ тождественныхъ генераторовъ при $\sqrt{e_1^2 + e_1^2} = \sqrt{e_2^2 + e_2^2}$ и въ этомъ случаѣ получаетъ максимальное значеніе для величины W_s при $\gamma = \frac{\pi}{2}$, а для величины синхронизирующаго дѣйствія при $\gamma = 0$.

На основаніи сказаннаго кажется болѣе правильнымъ при опредѣленіи синхронизирующаго взаимодѣйствія альтернаторовъ исходить изъ уравненія (37).

III. Колебания параллельно включенных машин переменного тока.

11. До сих пор мы принимали, что оба альтернатора находятся въ установившемся движеніи, т. е. что оба они вращаются съ постоянною угловою скоростью, развиваютъ постоянныя мощности, и что возбужденія поля и углы разности фазъ ихъ электродвижущихъ силъ постоянны. Допустимъ теперь, что мощность хотя бы одной изъ машинъ двигателей, приводящихъ въ движеніе наши альтернаторы, или, въ случаѣ синхроничнаго двигателя, мощность, поглощаемая внѣшними механическими сопротивленіями, измѣнится. При этомъ будемъ предполагать, что возбужденіе обоихъ альтернаторовъ остается постояннымъ и допустимъ, что измѣненіями электродвижущихъ силъ, вслѣдствіе колебаній скорости, можно пренебречь, т. е. что

$$e_1^2 + e_1'^2 = \text{Const.}, \quad e_2^2 + e_2'^2 = \text{Const.}$$

Пусть измѣненіе мощности наступитъ со стороны второго альтернатора; мощность W_2 получитъ нѣкоторое приращеніе $\pm \delta W_2$. Обращаясь къ діаграммѣ на фиг. 3 мы видимъ, что этому измѣненію мощности будетъ соотвѣтствовать перемѣщеніе точки E_2 по дугѣ круга $E_2' E_2 E_2''$ до пересѣченія этого круга съ кругомъ мощности $W_2 + \delta W_2$ въ точкѣ E_2'' или соотвѣтственно съ кругомъ мощности $W_2 - \delta W_2$ въ точкѣ E_2' . Черезъ точки E_2' и E_2'' будутъ проходить прямая мощностей $W_1 + \delta W_1$ и $W_1 - \delta W_1$. При измѣненіи мощности одного изъ альтернаторовъ мѣняется такъ же мощность другого. При переходѣ отъ одной линіи мощности къ другой очевидно измѣнится уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ γ , получивъ приращеніе $\pm \xi$. Послѣ этого движеніе опять станетъ установившимся.

Пока оба альтернатора вращаются съ постоянной скоростью, электрическая мощность можетъ быть принята равною (пренебрегая потерями на треніе и гистерезисъ) механической мощности на валу альтернатора. Въ періодъ измѣненія угла γ до величины $\gamma \pm \xi$ этого равенства не существуетъ, такъ какъ это измѣненіе можетъ быть достигнуто только временнымъ измѣненіемъ скоростей вращенія альтернаторовъ, при чемъ часть механической энер-

гии будетъ идти на измѣненіе скорости. При этомъ можетъ встрѣтаться четыре случая: 1) альтернаторъ работаетъ какъ генераторъ, и скорость возрастаетъ (ускореніе положительно); въ этомъ случаѣ механическая энергія доставляемая двигателемъ больше электрической энергіи динамомашины; 2) альтернаторъ работаетъ какъ генераторъ съ уменьшающейся скоростью (ускореніе отрицательно); доставляемая механическая энергія меньше развиваемой генераторомъ электрической энергіи; 3) альтернаторъ работаетъ какъ двигатель съ возрастающей скоростью; электрическая энергія больше механической, развиваемой на шкивѣ; 4) альтернаторъ работаетъ какъ двигатель съ убывающей скоростью; электрическая энергія меньше механической.

Во всѣхъ перечисленныхъ случаяхъ разность между электрической и механической энергіей равна энергіи идущей на увеличеніе живой силы вращающихся частей, или отдаваемой этими вращающимися частями на валъ динамомашины при уменьшеніи ихъ живой силы вслѣдствіе уменьшенія скорости.

Если при нѣкоторомъ углѣ разности фазъ γ , соотвѣтствующему механическимъ мощностямъ W_1, W_2 , живыя силы вращающихся частей въ силу инерціи будутъ отличаться отъ величинъ соотвѣтствующихъ установившемуся движенію, они будутъ стремиться измѣнить уголъ γ . При измѣненіи этого угла очевидно должны возникнуть между арматурами обоихъ альтернаторовъ синхронизирующіе токи, энергія которыхъ будетъ направлена къ измѣненію живыхъ силъ вращающихся массъ, приближая ихъ къ значеніямъ, соотвѣтствующимъ установившемуся движенію. Достигнувъ нѣкоторой наибольшей величины уголъ $\gamma + \xi$ начнетъ убывать, прійдетъ къ значенію γ , перейдетъ черезъ него въ силу инерціи, и явленіе повторится въ прежнемъ порядкѣ. Получится колебаніе около нѣкотораго средняго положенія, характеризуемаго угломъ разности фазъ электродвижущихъ силъ γ .

Если декрементъ амплитуды этого колебанія положителенъ, т. е. если амплитуда эта убываетъ со временемъ, то въ концѣ концовъ векторъ E_2 принимаетъ относительно вектора E_1 положеніе характеризующее угломъ разности фазъ γ и движеніе становится равномернымъ. Если декрементъ отрицателенъ, амплитуда колебанія возрастаетъ безпредѣльно и синхронизирующий токъ, циркулирующій между обмотками якорей обоихъ альтернаторовъ

вслѣдствіе этихъ колебаній, достигаетъ такой величины, что дальнѣйшая работа машинъ становится невозможной (плавятся предохранители). Возможенъ еще случай, когда декрементъ есть нуль. Тогда величина угла разности фазъ электродвижущихъ силъ колеблется около средняго значенія γ съ постоянной амплитудой.

12. Пусть ξ приращеніе угла γ въ нѣкоторый моментъ t . Вообще говоря γ есть періодическая функція времени, съ числомъ періодовъ въ секунду значительно меньшимъ нормальнаго числа періодовъ электродвижущей силы альтернаторовъ. Пусть далѣе Θ_1 , Θ_2 моменты инерціи относительно оси вращенія вращающихся массъ обоихъ альтернаторовъ. Если передача механической энергіи производится ремнемъ или канатомъ, въ Θ_1 и Θ_2 входятъ только массы альтернаторовъ. Если якорь машинъ непосредственно сидитъ на валу машины двигателя, Θ_1 , Θ_2 будутъ заключать такъ же массы маховиковъ; подобнымъ же образомъ въ Θ_1 и Θ_2 будутъ входить массы приводимыя во вращательное движеніе альтернаторомъ когда онъ работаетъ какъ двигатель, если эти массы непосредственно сидятъ на его валу, какъ то имѣетъ мѣсто во вращающихся трансформаторахъ.

Пусть затѣмъ Ω_1 , Ω_2 угловыя скорости вращающихся частей альтернаторовъ въ данный моментъ t ; Ω_{01} , Ω_{02} —эти же угловыя скорости соотвѣтствующія установившемуся движенію и нормальному числу періодовъ тока въ секунду.

Обозначимъ черезъ x_1 , x_2 дроби представляющія измѣненіе угловыхъ скоростей Ω_1 , Ω_2 по сравненію со скоростями Ω_{01} , Ω_{02} при установившемся движеніи, т. е. положимъ

$$\Omega_1 = \Omega_{01} (1 + x_1), \quad \Omega_2 = \Omega_{02} (1 + x_2).$$

x_1 и x_2 суть какъ и ξ періодическія функціи времени. Уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ альтернаторовъ въ каждый моментъ, пока продолжаются колебанія, есть $\gamma + \xi$.

Если ω_1 , ω_2 будутъ угловыя скорости альтернаторовъ, отнесенныя къ двухполюсному полю въ каждый моментъ, ω_{10} , ω_{20} —тѣ же величины при установившемся движеніи, p_1 , p_2 , p_{01} , p_{02} —соотвѣтственные числа оборотовъ якоря въ минуту, p_1 , p_2 числа паръ полюсовъ полей альтернатора, то

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1 p_1}{60} = \Omega_1 p_1, \quad \omega_2 = \frac{2\pi n_2 p_2}{60} = \Omega_2 p_2, \quad (40)$$

$$\omega_{01} = \frac{2\pi n_{01} p_1}{60}, \quad \omega_{02} = \frac{2\pi n_{02} p_2}{60}$$

Очевидно, что въ силу равенства чиселъ періодовъ электро-движущихъ силъ при установившемся движеніи $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega$, гдѣ

$$\omega = 2\pi \infty.$$

Изъ соотношенія (40) видно, что угловыя скорости ω_1, ω_2 можно представить въ видѣ

$$\omega_1 = \omega (1 + x_1), \quad \omega_2 = \omega (1 + x_2).$$

Угловыя скорости изображаемыя нами символомъ ω съ различными индексами, суть угловыя скорости, съ которыми вращается лучъ въ часовой діаграммѣ, представляющей синусоидальную волну.

Если, какъ и раньше, будемъ считать за ось вещественныхъ значеній (при символическомъ изображеніи электродвижущихъ силъ и токовъ) направленіе вектора E_1 электродвижущей силы альтернатора 1-го, то, какъ видно изъ сказаннаго въ § 2, электродвижущую силу альтернатора 2-го можно изобразить въ видѣ вектора E_2 той же періодичности что и E_1 , но съ переменнымъ аргументомъ $\gamma + \xi$, гдѣ γ есть постоянный уголъ, соотвѣтствующій среднему положенію (установившемуся движенію), а ξ переменная часть.

Измѣненіе аргумента $\gamma + \xi$ за элементъ времени dt есть $d\xi$ и равно относительной угловой скорости векторовъ E_1 и E_2 помноженной на элементъ времени. Но относительная угловая скорость векторовъ E_1 и E_2 очевидно равна разности соотвѣтственныхъ угловыхъ скоростей лучей въ часовой діаграммѣ, и слѣдовательно

$$d\xi = (\omega_2 - \omega_1) dt;$$

но

$$\omega_2 - \omega_1 = \omega (1 + x_2) - \omega (1 + x_1) = \omega (x_2 - x_1),$$

откуда

$$d\xi = \omega (x_2 - x_1) dt$$

или, вводя обозначение

$$\varphi = \omega t, d\varphi = \omega dt,$$

$$\frac{d\xi}{d\varphi} = x_2 - x_1 \quad (41)$$

Въ каждый моментъ кинетическая энергія вращающихся частей представится въ видѣ

$$\left. \begin{aligned} \pi_1 &= \frac{1}{2} \Theta_1 g \Omega_1^2 = \frac{1}{2} \Theta_1 g \Omega_{\omega 1}^2 (1 + x_1)^2 \\ \pi_2 &= \frac{1}{2} \Theta_2 g \Omega_2^2 = \frac{1}{2} \Theta_2 g \Omega_{\omega 2}^2 (1 + x_2)^2 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

гдѣ множитель $g = 9,81$ введенъ для того, чтобы живую силу выразить въ ваттъ-секундахъ.

Какъ сказано, измѣненіе живой силы вращающихся частей машины за нѣкоторое время равно разности механической энергіи, доставленной двигателемъ за то же время, и электрической энергіи развитой альтернаторомъ. Если W_1, W_2 мощности динамомашинъ въ данный моментъ для угла фазъ $\gamma + \xi$, а P_1, P_2 соотвѣтственные механическія мощности машинъ двигателей, то

$$\begin{aligned} P_1 - W_1 \xi &= \frac{d\pi_1}{dt}, \\ P_2 - W_2 \xi &= \frac{d\pi_2}{dt}. \end{aligned} \quad (43)$$

Изъ уравненія (42) принимая во вниманіе уравненія (40) имѣемъ

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_1}{dt} &= \frac{\Theta_1 g}{p_1^2} \omega^2 (1 + x_1) \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{d\pi_2}{dt} &= \frac{\Theta_2 g}{p_2^2} \omega^2 (1 + x_2) \frac{dx_2}{dt} \end{aligned}$$

Для насъ представляютъ интересъ только тѣ случаи возмущенія движенія, при которыхъ функционированіе машинъ еще возможно, а для этихъ случаевъ x_1 и x_2 суть на столько малыя дроби,

что членами, въ которые онѣ входятъ множителями, мы можемъ пренебречь безъ большой погрѣшности, и принимая во вниманіе, что

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_1}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dx_1}{d\varphi} \omega, \quad \frac{dx_2}{dt} = \frac{dx_2}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dx_2}{d\varphi} \omega$$

можемъ написать

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\pi_1}{dt} &= \frac{\Theta_1 g}{p_1^2} \omega^3 \frac{dx_1}{d\varphi} \\ \frac{d\pi_2}{dt} &= \frac{\Theta_2 g}{p_2^2} \omega^3 \frac{dx_2}{d\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Эти выраженія мы должны подставить въ уравненія (43). Мощность машины двигателя вообще можетъ быть представлена въ видѣ

$$P = P_0 + f(\varphi),$$

гдѣ P_0 средняя мощность машины за полный оборотъ, а $f(\varphi)$ нѣкоторая періодическая функція угла поворота кривошипа, а слѣдовательно и угла $\varphi = \omega t$.

Разложимъ далѣе $W_{1\xi}$ и $W_{2\xi}$ по строку Тейлора, и по малости ξ отбросимъ члены второй и высшихъ степеней; получимъ:

$$\left. \begin{aligned} W_{1\xi} &= W_1 + \frac{dW_1}{d\gamma} \xi \\ W_{2\xi} &= W_2 + \frac{dW_2}{d\gamma} \xi \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Очевидно здѣсь

$$W_1 = P_{01}, \quad W_2 = P_{02}.$$

13. Рассмотримъ сначала случай, когда

$$f(\varphi) = 0;$$

Это имѣетъ мѣсто когда генераторъ переменнаго тока приводится въ движеніе турбиной, паровой или водяной, или когда синхронный двигатель непосредственно приводитъ въ движеніе центробѣжный насосъ.

Послѣ подстановки выражений (44) и (45) въ (43) получимъ

$$\begin{aligned}\omega^3 \frac{dx_1}{d\varphi} + \frac{p_1^2}{\Theta_1 g} \frac{dW_1}{d\gamma} \xi &= 0, \\ \omega^3 \frac{dx_2}{d\varphi} + \frac{p_2^2}{\Theta_2 g} \frac{dW_2}{d\gamma} \xi &= 0.\end{aligned}$$

Вычитая первое изъ этихъ уравненій изъ второго будемъ имѣть

$$\omega^3 \frac{d}{d\varphi} (x_2 - x_1) + \left(-\frac{p_1^2}{\Theta_1 g} \frac{dW_1}{d\gamma} + \frac{p_2^2}{\Theta_2 g} \frac{dW_2}{d\gamma} \right) \quad (46)$$

Такъ какъ

$$\frac{d\xi}{d\varphi} = x_2 - x_1,$$

то

$$\frac{d}{d\varphi} (x_2 - x_1) = \frac{d^2 \xi}{d\varphi^2} \quad (47)$$

Дифференцируя уравненія (18) по γ найдемъ

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_1}{d\gamma} &= \frac{E_1 E_2}{\Delta} (C \sin \gamma - D \cos \gamma) \\ \frac{dW_2}{d\gamma} &= \frac{E_1 E_2}{\Delta} (C \sin \gamma + D \cos \gamma). \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Подставляя значенія $\frac{d}{d\varphi} (x_2 - x_1)$, $\frac{dW_1}{d\gamma}$, $\frac{dW_2}{d\gamma}$ изъ (47), (48) въ (46) имѣемъ

$$\frac{E_1 E_2}{\omega^3 \Delta g} \left\{ C \left(\frac{p_2^2}{\Theta_2} - \frac{p_1^2}{\Theta_1} \right) \sin \gamma + D \left(\frac{p_1^2}{\Theta_1} + \frac{p_2^2}{\Theta_2} \right) \cos \gamma \right\} \xi + \frac{d^2 \xi}{d\varphi^2} = 0 \quad (49)$$

или, обозначая

$$\frac{E_1 E_2}{\omega^3 \Delta g} \left\{ C \left(\frac{p_1^2}{\Theta_2} - \frac{p_1^2}{\Theta_1} \right) \sin \gamma + D \left(\frac{p_1^2}{\Theta_1} + \frac{p_2^2}{\Theta_2} \right) \cos \gamma \right\} = k,$$

$$k \xi + \frac{d^2 \xi}{d\varphi^2} = 0 \quad (49 \text{ б})$$

При интегрированіи этого уравненія возможны три случая:

$$1) k > 0$$

$$2) k < 0$$

$$3) k = 0$$

1-й случай. Интеграль уравненія будетъ

$$\xi = A_1 \cos \sqrt{k} \varphi + A_2 \sin \sqrt{k} \varphi$$

Въ начальный моментъ будетъ $\varphi = 0$, $\xi = 0$, а потому

$$A_1 = 0$$

и

$$\xi = A_2 \sin \sqrt{k} \varphi$$

Дифференцируя это по t получимъ

$$\frac{d\xi}{dt} = \omega k A_2 \cos \sqrt{k} \varphi$$

Въ начальный моментъ $\left(\frac{d\xi}{dt}\right)_0 = v_0$ представить начальную относительную угловую скорость векторовъ электродвижущихъ силъ на диаграммѣ, отсюда

$$A_2 = \frac{v_0}{\sqrt{k\omega}},$$

и

$$\xi = \frac{v_0}{\sqrt{k\omega}} \sin \sqrt{k\omega} t.$$

Въ разсматриваемомъ случаѣ наша система двухъ альтернаторовъ будетъ находится въ устойчивомъ равновѣсіи, и подъ дѣйствіемъ толчка извне будетъ совершать колебанія около положенія равновѣсія съ амплитудой $\frac{v_0}{\omega k}$ и съ періодомъ

$$T = \frac{1}{\omega \sqrt{k}},$$

гдѣ ω нормальное число періодовъ тока при установившемся движеніи.

2-й случай. Интеграль уравненія будетъ

$$\xi = A_1 e^{\sqrt{-k}\varphi} + A_2 e^{-\sqrt{-k}\varphi}$$

Такъ какъ при $\varphi = 0$, $\xi = 0$, то

$$A_1 = -A_2$$

и

$$\xi = A_1 (e^{\sqrt{-k}\varphi} - e^{-\sqrt{-k}\varphi}).$$

Разсуждая какъ въ предыдущемъ случаѣ, найдемъ

$$A_1 = \frac{V_0}{2\omega\sqrt{-k}}$$

и окончательно

$$\xi = \frac{V_0}{2\omega\sqrt{-k}} (e^{\sqrt{-k}\varphi} - e^{-\sqrt{-k}\varphi})$$

Отрицательный членъ выраженія въ скобкахъ со временемъ стремится къ нулю, положительный безпредѣльно возрастаетъ.

Это значитъ, что при $k < 0$ система находится въ неустойчивомъ равновѣсіи и при самомъ маломъ возмущеніи уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ растетъ, и совмѣстная работа становится невозможной.

3-й случай. Интеграль уравненія есть

$$\xi = A_1 \varphi + A_2$$

Разсуждая какъ въ предыдущемъ случаѣ, находимъ

$$A_1 = \frac{V_0}{\omega}, A_2 = 0$$

и

$$\xi = \frac{V_0}{\omega} \varphi$$

Равновѣсіе неустойчиво и совмѣстная работа альтернаторовъ невозможна на тѣхъ же основаніяхъ, какъ и въ случаѣ 2-мъ.

Изъ сказаннаго видно, что для возможности параллельной работы двухъ альтернаторовъ (въ предположеніи $P_1 = \text{Const}$, $P_2 = \text{Const}$), необходимо условіе $k > 0$, или такъ какъ величина $\frac{E_1 E_2}{g \Delta \omega}$ существенно положительна, необходимо должно быть

$$D \left(\frac{p_1^2}{\Theta_1} + \frac{p_2^2}{\Theta_2} \right) \cos \gamma + C \left(\frac{p_2^2}{\Theta_2} - \frac{p_1^2}{\Theta_1} \right) \sin \gamma > 0 \quad (50)$$

14. Разсмотримъ теперь вопросъ о колебаніяхъ двухъ работающих параллельно альтернаторовъ, предполагая что функція $f(\varphi)$ не есть нуль, и что альтернаторы обладают приспособленіями для успокоенія колебаній. Въ этомъ предположеніи изъ уравненій (43) получимъ

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_1}{d\gamma} \xi + \frac{d\pi_1}{dt} + F_1 &= f_1(\varphi) \\ \frac{dW_1}{d\gamma} \xi + \frac{d\pi_2}{dt} + F_2 &= f_2(\varphi) \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

Гдѣ F_1 , F_2 суть мощности, идущія на успокоеніе колебаній.

Для рѣшенія вопроса намъ нужно опредѣлить видъ функцій F_1 , F_2 , $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$.

Мощности F_1 и F_2 зависятъ отъ токовъ Фуко, развивающихся въ полюсныхъ наконечникахъ, или въ спеціально для этого устроенныхъ системахъ проводниковъ (какъ, на примѣръ, въ системѣ Leblanc'a).

При опредѣленіи этихъ величинъ мы можемъ смотрѣть на альтернаторъ, какъ на асинхроничный двигатель. Роль первичной обмотки играетъ обмотка якоря альтернатора, роль вторичной обмотки—массивные полюсные наконечники или стержни системы Leblanc'a. При постоянной скорости вращенія число линий поля якоря, пронизывающихъ любой контуръ на полюсныхъ наконечникахъ, постоянно, и мы можемъ представить себѣ магнитную систему, какъ бы вращающуюся синхронично съ полемъ якоря. При измѣненіи скорости вращенія альтернатора это воображаемое относительное движеніе магнитной системы относительно поля якоря измѣнится и перестанетъ быть синхроничнымъ, магнитный

потокъ пронизывающій какой либо контуръ на полюсныхъ наконечникахъ перестанетъ быть постояннымъ; измѣненіе этого потока очевидно будетъ пропорціонально измѣненію скорости вращенія, и возбудитъ въ полюсахъ магнитовъ или стержняхъ системы Leblanc'a токи, подобные токамъ, развивающимся въ обмоткѣ ротора асинхроничнаго двигателя. Роль скольженія здѣсь будетъ играть измѣненіе скорости вращенія якоря въ доляхъ средней скорости.

Мощность асинхроничнаго двигателя выражается формулой *):

$$P = \zeta^2 \frac{p^2 Q_2}{32 \rho l_2} \Phi^2 (\omega_1 - \omega) \omega$$

гдѣ ζ —дробь близкая къ единицѣ, зависящая отъ характера обмотки ротора, въ данномъ случаѣ отъ типа полюсныхъ наконечниковъ или успокаивающаго приспособленія, p —число полюсовъ индуктора, Q_2 —сѣченіе стержней вторичной обмотки, l_2 —средняя длина одного стержня, ρ —удѣльная проводимость матеріала вторичной обмотки, Φ —результатирующий магнитный потокъ, въ данномъ случаѣ полный магнитный потокъ, производимый полемъ якоря, ω —синхроничная, ω_1 —дѣйствительная скорость вращенія ротора. Полагая

$$\zeta^2 \frac{p^2 Q_2}{32 \rho l_2} = c^2 \text{ (постоянная)}$$

будемъ имѣть для перваго альтернатора мощность, идущую на успокоеніе колебаній

$$F_1 = c_1^2 \Phi_1^2 x_1 (1 + x_1) \omega^2,$$

или пренебрегая 2-й степенью x_1 :

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= c_1^2 \Phi_1^2 \omega^2 x_1 \\ F_2 &= c_2^2 \Phi_2^2 \omega^2 x_2 \end{aligned} \right\} \text{ и такъ же для втораго альтернатора } \quad (52)$$

Величины потоковъ Φ_1 , Φ_2 можно выразить въ функціяхъ величинъ e_1 , e_1' , e_2 , e_2' , r_1 , r_2 , s_1 , s_2 , которыя мы считаемъ заданными, слѣ-

*) А. Вороновъ. Теор. и Разсч. Мног. ас. двигателей стр. 14 ур. 37.

дующимъ образомъ. Φ_1 и Φ_2 суть, какъ сказано, магнитные потоки возникающіе подъ дѣйствіемъ размагничивающихъ амперъ-оборотовъ якоря. По Карр'у*) эти амперъ-обороты

$$X_g = k q J \sin d$$

гдѣ q —число проволокъ въ каждой катушкѣ обмотки якоря, d —уголъ разности фазъ тока и электродвижущей силы, и

$$k = n \frac{O_1 57}{m} \sin \frac{m\pi}{2}$$

гдѣ n —число фазъ, а m —отношеніе ширины полюсовъ къ полюсному разстоянію. Отсюда, если обозначимъ черезъ R_1 , R_2 среднія магнитныя сопротивленія на пути размагничивающихъ потоковъ якорей обоихъ альтернаторовъ, потоки Φ_1 и Φ_2 будутъ

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= n_1 \frac{O_1 57}{m_1} \frac{q_1}{R_1} \sin \frac{m_1 \pi}{2} J_1 \sin d_1 \\ \Phi_2 &= n_2 \frac{O_1 57}{m_2} \frac{q_2}{R_2} \sin \frac{m_2 \pi}{2} J_2 \sin d_2 \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Выраженія $J_1 \sin d_1$, $J_2 \sin d_2$ суть проекціи векторовъ токовъ на направленія электродвижущихъ силъ. Въ принятыхъ нами обозначеніяхъ

$$\begin{aligned} J_1 \sin d_1 &= \frac{i_1 e_1' - i_1' e_1}{E_1} \\ J_2 \sin d_2 &= \frac{i_2 e_2' - i_2' e_2}{E_2} \end{aligned}$$

Вставляя сюда значенія i_1 , i_2 , i_1' , i_2' изъ уравненій (8) и принимая за вещественную ось направленіе вектора E_1 , получимъ, пренебрегая измѣненіями угла γ

$$\left. \begin{aligned} J_1 \sin d_1 &= \frac{E_1}{\Delta} [B_1 E_1 + (C \sin \gamma - D \cos \gamma) E_2] \\ J_2 \sin d_2 &= \frac{E_2}{\Delta} [B_2 E_2 + (C \sin \gamma + D \cos \gamma) E_1] \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

*) G. Kapp. Dynam. f. Gl. & Wechs. 3 te. Aufl. § 103.

Полагая

$$c_1 \Phi_1 \omega = G_1, \quad c_2 \Phi_2 \alpha = G_2$$

окончательно будем имѣть выраженія мощностей, идущихъ на успокоеніе колебаній

$$F_1 = G_1 x_1, \quad F_2 = G_2 x_2 \quad (55)$$

Обратимся теперь къ опредѣленію вида функціи $f(\varphi)$.

Тангенціальное давленіе T , какъ періодическая функція угла α поворота кривошипа, можетъ быть, какъ извѣстно, представлена въ видѣ ряда

$$T = A_0 + A_1 \cos \alpha + A_2 \cos 2\alpha + A_3 \cos 3\alpha + \dots \\ + B_1 \sin \alpha + B_2 \sin 2\alpha + B_3 \sin 3\alpha + \dots$$

гдѣ

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T \, d\alpha = T_m \text{ (среднее танг. давл.)}$$

$$A_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T \cos i\alpha \, d\alpha$$

$$B_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T \sin i\alpha \, d\alpha$$

Если Ω есть угловая скорость, то мощность будетъ

$$P = T\Omega,$$

$$P_0 = T_m \Omega;$$

Если p_1, p_2 числа паръ полюсовъ альтернаторовъ, то

$$\alpha_1 = \frac{\varphi}{p_2}, \quad \alpha_2 = \frac{\varphi}{p_1}$$

и на основаніи всего сказаннаго будемъ имѣть

$$\left. \begin{aligned} f_1(\varphi) &= A_{11} \cos \frac{\varphi}{p_1} + A_{12} \cos \frac{2\varphi}{p_1} + \dots \\ &\quad + B_{11} \sin \frac{\varphi}{p_1} + B_{12} \sin \frac{2\varphi}{p_1} + \dots \\ f_2(\varphi) &= A_{21} \cos \frac{\varphi}{p_2} + A_{22} \cos \frac{2\varphi}{p_2} + \dots \\ &\quad + B_{21} \sin \frac{\varphi}{p_2} + B_{22} \sin \frac{2\varphi}{p_2} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

Чтобы изслѣдовать интересующее насъ явленіе будемъ искать какое вліяніе окажетъ на измѣненіе величинъ x_1 , x_2 и ξ каждый членъ разложенія. Въ рядахъ (56) соединимъ каждые два члена k -го порядка

$$\begin{aligned} A_{1k} \cos \frac{k\varphi}{p_1} + B_k \sin \frac{k\varphi}{p_1} &= R_{1k} \sin \left(\frac{k\varphi}{p_1} + \chi_1 \right) \\ A_{2k} \cos \frac{k\varphi}{p_2} + B_{2k} \sin \frac{k\varphi}{p_2} &= R_{2k} \sin \left(\frac{k\varphi}{p_2} + \chi_2 \right) \end{aligned}$$

и подставивъ эти значенія въ уравненія (51) проинтегрируемъ ихъ. Пока будемъ разсматривать только k -й членъ въ отдѣльности мы можемъ безъ вреда для общности принять

$$\chi_1 = 0, \chi_2 = 0,$$

и тогда сдѣлавъ въ уравненіяхъ (51) указанную подстановку и подставивъ въ нихъ кромѣ того найденныя величины для F_1 , F_2 найдемъ

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_1}{d\gamma} \xi + \frac{\Theta_1 g \omega^3}{p_1^2} \frac{dx_1}{d\varphi} + G_1^2 x_1 &= R_{1k} \sin \frac{k\varphi}{p_1} \\ \frac{dW_2}{d\gamma} \xi + \frac{\Theta_2 g \omega^3}{p_2^2} \frac{dx_2}{d\varphi} + G_2^2 x_2 &= R_{2k} \sin \frac{k\varphi}{p_2} \end{aligned} \right\} (57)$$

Полагая въ этихъ уравненіяхъ

$$\begin{aligned} \frac{dW_1}{d\gamma} \cdot \frac{p_1^2}{\Theta_1 g \omega^3} &= b_1, \quad \frac{G_1^2 p_1^2}{\Theta_1 g \omega^3} = a_1, \quad \frac{R_{1k} p_1^2}{\Theta_1 g \omega^3} = S_{1k}, \\ \frac{dW_2}{d\gamma} \cdot \frac{p_2^2}{\Theta_2 g \omega^3} &= b_2, \quad \frac{G_2^2 p_2^2}{\Theta_2 g \omega^3} = a_2, \quad \frac{R_{2k} p_2^2}{\Theta_2 g \omega^3} = S_{2k}, \end{aligned}$$

вмѣстѣ съ уравненіемъ (41) получимъ систему трехъ линейныхъ дифференціальныхъ уравненій 1-го порядка съ тремя неизвѣстными ξ , x_1 , x_2 :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{d\varphi} + a_1 x_1 + b_1 \xi &= S_{1k} \sin \frac{k}{p_1} \varphi \\ \frac{dx_2}{d\varphi} + a_2 x_2 + b_2 \xi &= S_{2k} \sin \frac{k}{p_2} \varphi \\ \frac{d\xi}{d\varphi} + x_1 - x_2 &= 0 \end{aligned} \right\} (58)$$

Полный интегралъ уравненій (58) есть сумма какого нибудь частного рѣшенія и полного интеграла уравненій безъ правой части. Полный интегралъ уравненій безъ правой части есть

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= - \left(C_1 \frac{b_1}{a_1 + \lambda_1} e^{\lambda_1 \varphi} + C_2 \frac{b_1}{a_1 + \lambda_2} e^{\lambda_2 \varphi} + C_3 \frac{b_1}{a_1 + \lambda_3} e^{\lambda_3 \varphi} \right) \\ x_2 &= - \left(C_1 \frac{b_2}{a_2 + \lambda_1} e^{\lambda_1 \varphi} + C_2 \frac{b_2}{a_2 + \lambda_2} e^{\lambda_2 \varphi} + C_3 \frac{b_2}{a_2 + \lambda_3} e^{\lambda_3 \varphi} \right) \\ \xi &= C_1 e^{\lambda_1 \varphi} + C_2 e^{\lambda_2 \varphi} + C_3 e^{\lambda_3 \varphi} \end{aligned} \right\} (59)$$

гдѣ C_1 C_2 C_3 произвольныя постоянныя, а λ_1 λ_2 λ_3 корни характеристическаго уравненія:

$$\begin{vmatrix} \lambda + a_1 & 0 & b_1 \\ 0 & \lambda + a_2 & b_2 \\ 1 & -1 & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

или

$$\lambda^3 + (a_1 + a_2)\lambda^2 + \{a_1 a_2 - (b_1 - b_2)\}\lambda + a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0 \dots (60)$$

Частное рѣшеніе уравненій (58) будемъ искать вида

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= M_1 \sin \frac{k}{p_1} \varphi + N_1 \cos \frac{k}{p_1} \varphi + P_1 \sin \frac{k}{p_2} \varphi + Q_1 \cos \frac{k}{p_2} \varphi \\ x_2 &= M_2 \sin \frac{k}{p_1} \varphi + N_2 \cos \frac{k}{p_1} \varphi + P_2 \sin \frac{k}{p_2} \varphi + Q_2 \cos \frac{k}{p_2} \varphi \\ \xi &= M \sin \frac{k}{p_1} \varphi + N \cos \frac{k}{p_1} \varphi + P \sin \frac{k}{p_2} \varphi + Q \cos \frac{k}{p_2} \varphi \end{aligned} \right\} (61)$$

Кoeffициенты M_1 N_1 ... P , Q найдемъ подставляя выраженія (61) въ уравненія (58) и приравнявая нулю коoeffициенты при $\sin \frac{k}{p_1} \varphi$, $\cos \frac{k}{p_1} \varphi$, $\sin \frac{k}{p_2} \varphi$ и $\cos \frac{k}{p_2} \varphi$ въ полученныхъ уравненіяхъ. Получимъ для опредѣленія 12-ти искомыхъ коoeffициентовъ въ функціяхъ a_1 , a_2 , b_1 , b_2 и числа k 12 уравненій.

Для насъ представляетъ интересъ только величина ξ , самое общее выраженіе для которой будетъ

$$\xi = C_1 e^{\lambda_1 \varphi} + C_2 e^{\lambda_2 \varphi} + C_3 e^{\lambda_3 \varphi} + \sum_1^k R_{1k} \sin\left(\frac{k}{T_1} \varphi + \beta_1\right) + \\ + \sum_1^k R_{2k} \sin\left(\frac{k}{p_2} \varphi + \beta_2\right) \dots (62)$$

гдѣ R_{1k} и R_{2k} постоянныя легко опредѣляемыя изъ предыдущаго, а β_1 , β_2 углы, въ которые входятъ и раньше отброшенные нами углы χ_1 и χ_2 .

Изслѣдуя выраженіе (62) мы легко можемъ рѣшить, будетъ ли движеніе устойчиво или нѣтъ.

Оно будетъ устойчиво, если ξ при всевозможныхъ возмущеніяхъ будетъ оставаться въ нѣкоторыхъ предѣлахъ и убывать со временемъ, и не устойчивымъ, если ξ будетъ со временемъ безгранично возрастать. Сумма тригонометрическихъ функцій, входящихъ въ правую часть уравненія (62) очевидно всегда будетъ колебаться въ нѣкоторыхъ предѣлахъ, и устойчивость движенія будетъ всецѣло зависѣть отъ суммы трехъ членовъ

$$C_1 e^{\lambda_1 \varphi} + C_2 e^{\lambda_2 \varphi} + C_3 e^{\lambda_3 \varphi}.$$

Если хотя одинъ изъ корней уравненія (60) λ_1 , λ_2 или λ_3 будетъ вещественный и положительный, то ξ при первомъ же даже самомъ незначительномъ возмущеніи станетъ быстро возрастать, уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ γ сразу достигнетъ предѣла устойчивости, и дальнѣйшая работа параллельно включенныхъ альтернаторовъ станетъ невозможною. Если вещественныхъ положительныхъ корней уравненіе (60) имѣть не будетъ, а вещественная часть комплексныхъ корней будетъ положительна, то произойдетъ то же самое, но только не сразу, а послѣ ряда колебаній съ возрастающей амплитудой.

Параллельная работа двухъ машинъ переменнаго тока будетъ возможна только тогда, когда или всѣ корни уравненія (60) вещественны и отрицательны, или когда одинъ изъ нихъ вещественный и отрицательный, а два другіе сопряженные комплексные съ отрицательной вещественной частью.

Изъ теоріи алгебраическихъ уравненій извѣстно, что кубическое уравненіе

$$x^3 + p x^2 + q x + r = 0$$

не имѣетъ корней съ положительными вещественными частями если

$$p q > r.$$

Для нашего случая это условіе прійметъ видъ

$$(a_1 + a_2) \{ a_1 a_2 - (b_1 - b_2) \} > a_1 b_2 - b_1 a_2$$

или по сокращеніи

$$a_1 a_2 (a_1 + a_2) > a_1 b_1 - a_2 b_2 \dots \quad (63)$$

это и есть условіе устойчивости движенія двухъ параллельно включенныхъ альтернаторовъ. Несимметричность полученной формулы зависитъ отъ того, что за начало отсчета угловъ γ мы приняли направленіе вектора одной изъ электродвижущихъ силъ (въ нашемъ случаѣ альтернатора 1-го). Если бы за это начало мы приняли какое нибудь другое направленіе, неподвижное въ пространствѣ, формулы получились бы симметричныя, но гораздо сложнѣе.

15. Особый интересъ представляетъ частный случай двухъ тождественныхъ альтернаторовъ, приводимыхъ въ движеніе тождественными двигателями въ предположеніи

$$E_1 = E_2, \quad \gamma = 0.$$

Случай этотъ интересенъ какъ наиболѣе часто встрѣчающійся въ практикѣ. Рѣшеніе можно было бы получить какъ частный случай формулы 63, но проще непосредственно исходить изъ уравненій (58), гдѣ будетъ на осн. (48)

$$a_1 = a_2 = a, \quad -b_1 = b_2 = b, \quad p_1 = p_2 = p; \quad S_{1k} = S_{2k} = S_k$$

замѣтимъ что при этомъ направленія кривошиповъ могутъ и не совпадать образуя между собою уголъ $2\psi = \frac{2k\pi}{p}$, гдѣ k цѣлое положительное число меньшее p . Тогда уравненія пріймутъ видъ

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{d\varphi} + a x_1 - b \xi &= S_k \sin \frac{k}{p} \varphi \\ \frac{dx_2}{d\varphi} + a x_2 + b \xi &= S_k \sin \left(\frac{k}{p} \varphi + 2\psi \right) \end{aligned}$$

Вычитая первое уравнение изъ второго, принимая во вниманіе (47) имѣемъ

$$\frac{d^2 \xi}{d\varphi^2} + a \frac{d\xi}{d\varphi} + 2b\xi = S_k \sin \psi \cos \left(\frac{k}{p} \varphi + \psi \right) \quad (64)$$

Полный интегралъ этого уравненія равенъ суммѣ полного интеграла этого уравненія безъ правой части и частного рѣшенія уравненія (64). Интегралъ уравненія безъ правой части есть

$$C_1 e^{\lambda_1 \varphi} + C_2 e^{\lambda_2 \varphi}$$

гдѣ λ_1, λ_2 суть корни характеристическаго уравненія

$$\lambda^2 + a\lambda + 2b = 0. \quad (65)$$

Частное рѣшеніе будемъ искать вида

$$\xi' = k_1 \sin \left(\frac{k}{p} \varphi + \psi \right) + k_2 \cos \left(\frac{k}{p} \varphi + \psi \right);$$

подставляя это выраженіе въ уравненіе (64) и приравнивая нулю коэффициенты при $\sin \left(\frac{k}{p} \varphi + \psi \right)$ и $\cos \left(\frac{k}{p} \varphi + \psi \right)$ въ полученныхъ выраженіяхъ будемъ имѣть для опредѣленія k_1 и k_2 два уравненія, рѣшая которыя найдемъ

$$k_1 = \frac{a \frac{k}{p} S_k \sin \psi}{4b^2 + (a^2 - 4b) \frac{k^2}{p^2} + \frac{k^4}{p^4}},$$

$$k_2 = \frac{\left(2b - \frac{k^2}{p^2} \right) S_k \sin \psi}{4b^2 + (a^2 - 4b) \frac{k^2}{p^2} + \frac{k^4}{p^4}};$$

такъ какъ ξ' можно представить въ видѣ

$$\xi' = \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \sin \left(\frac{k}{p} \varphi + \psi + \beta \right)$$

гдѣ

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\kappa^2}{\kappa_1},$$

то полный интегралъ уравненія (64) будетъ

$$\begin{aligned} \xi = & C_1 e^{\lambda_1 \varphi} + C_2 e^{\lambda_2 \varphi} + \\ & + \operatorname{Sin} \phi \frac{S_k}{\sqrt{4b^2 + (a^2 - 4b) \frac{\kappa^2}{p^2} + \frac{\kappa^4}{p^4}}} \operatorname{Sin} \left(\frac{\kappa}{p} \varphi + \phi + \beta \right) \end{aligned}$$

гдѣ

$$\lambda_1 = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - 2b}, \quad \lambda_2 = -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - 2b}.$$

Такъ какъ a и b всегда положительны, уравненіе (65) не будетъ никогда имѣть вещественныхъ положительныхъ корней, и движеніе всегда будетъ устойчиво.

Когда

$$\frac{a^2}{4} > 2b,$$

обѣ экспонентныя функціи уравненія (66) имѣютъ отрицательные вещественные показатели, и слѣдовательно представляютъ быстро успокоивающееся аперіодическое движеніе. Когда

$$\frac{a^2}{4} < 2b$$

т. е. когда успокоительная способность динамомашинъ не очень велика, корни λ_1 и λ_2 будутъ сопряженными комплексными величинами, и приведя въ этомъ случаѣ выраженіе (66) къ вещественному виду и принимая во вниманіе всѣ члены разложенія

діаграммы тангенціальныхъ давленій, будемъ имѣть для отклоненія ξ выраженіе

$$\xi = Q e^{-\frac{a}{2}\varphi} \sin\left(\sqrt{2b - \frac{a^2}{4}} \varphi + \sigma\right) + \\ + \sin \psi \sum_1^k \frac{S_k}{\sqrt{4b^2 + (a^2 - 4b) \frac{k^2}{p^2} + \frac{k^4}{p^4}}} \sin\left(\frac{k}{p}\psi + b + \beta\right) \dots \quad (67)$$

гдѣ Q и σ произвольныя постоянныя, опредѣляемыя по начальнымъ обстоятельствамъ движенія.

Суммирование членовъ, входящихъ подъ знакъ $\sum$ въ правой части уравненій (62) и (67) нѣтъ надобности производить до безконечности, такъ какъ значеніе членовъ въ возрастающемъ порядкѣ вообще говоря довольно быстро убываетъ. На какомъ членѣ можно остановиться, покажетъ рядъ значеній коэффициентовъ $S_1, S_2, \dots$, которые легко найдемъ, если только дана діаграмма тангенціальныхъ давленій машинъ—двигателей, вращающихъ альтернаторы.

Къ колебанію, представляемому этими суммами присоединяется собственное колебаніе агрегата динамомашинъ, представляемое произведеніемъ синусоидальной и показательной функцій. Благо-

— $m\varphi$

даря множителю вида $e^{-m\varphi}$ гдѣ $m > 0$ этотъ членъ со временемъ стремится къ нулю, и остаются только колебанія зависящія отъ неравномѣрности хода машины двигателя, періодичность которыхъ совершенно не зависитъ отъ періодичности собственныхъ колебаній альтернаторовъ.

Условіе (63) необходимо для возможности параллельной работы двухъ альтернаторовъ, но недостаточно. Нужно еще, чтобы было

$$\gamma + \xi_{\max} < \gamma_{\max} \quad (68)$$

гдѣ γ уголъ разности фазъ электродвижущихъ силъ альтернаторовъ при установившемся движеніи, $\xi_{\max}$ — наибольшее отклоненіе угла между векторами электродвижущихъ силъ, которое

мы получимъ изъ уравненія (62) или (66), и γ тах. предѣльный уголъ разности фазъ, получаемый изъ діаграммы фиг. 3.

Наибольшей величины ξ тах. достигается въ тѣхъ случаяхъ, когда періодичность собственнаго колебанія системы двухъ альтернаторовъ совпадаетъ съ періодичностью одной изъ преобладающихъ волнъ, получающихся вслѣдствіе пульсаціи движущей силы.

Подробно на изслѣдованіи явленія резонанса или интерференціи колебаній альтернаторовъ и движущихъ машинъ останавливаться мы не будемъ, такъ какъ вопросъ этотъ вполне выясненъ въ статьяхъ Kapp'a,¹⁾ Görges'a²⁾ и Rosenberg'a³⁾.

Слѣдуетъ только обратить вниманіе на видъ уравненія (67), именно на то, что $\sin x$ входитъ множителемъ во второй членъ правой части этого уравненія. Это значитъ, что если при тождественныхъ машинахъ, имѣющихъ одинаковое возбужденіе и включенныхъ при совпаденіи фазъ электродвижущихъ силъ, направленія кривошиповъ машинъ двигателей совпадаютъ, то членъ зависящій отъ пульсаціи движущей силы, обращается въ нуль, и слѣдовательно неравномѣрность хода машинъ—двигателей (не говоря конечно о случайныхъ толчкахъ), не будетъ имѣть никакого вліянія на измѣненіе угла γ . Отсюда видно значеніе приборовъ, дающихъ возможность убѣдиться въ моментъ включенія новой динамомшины въ совпаденіи направленій кривошиповъ машинъ, приводящихъ въ движеніе альтернаторы⁴⁾.

Заканчивая эту главу я еще разъ укажу на разницу разсужденій въ настоящей статьѣ, и въ указанныхъ статьяхъ Görges'a и Rosenberg'a.

Görges рассматриваетъ двѣ машины включенныя въ сѣть, которой напряженіе по величинѣ и фазѣ могутъ считаться постоянными. Такъ какъ при этомъ предположеніи сумма работъ доставляемыхъ въ сѣть обѣими машинами остается постоянною, то при колебаніи отклоненія обѣихъ машинъ отъ положенія равновѣсія будутъ равны по величинѣ и противоположны по знаку.

Е. Rosenberg рассматриваетъ неравномѣрно вращающуюся машину въ параллельномъ соединеніи съ другой электрически тож-

¹⁾ Kapp. loco cit.

²⁾ Görges. loco cit.

³⁾ Rosenberg E. T. Z. 1902. Стр. 425.

⁴⁾ См. Описаніе прибора П. Ковалева въ E. T. Z. 1900. 562.

дественной съ первой, одинаково возбужденной, но *равномерно вращающейся* машиной. Въ этомъ случаѣ напряженіе въ сѣти уже конечно не можетъ считаться постояннымъ, но характеръ его измѣненія будетъ предсказанъ положеннымъ въ основаніе предположеніемъ: оно будетъ испытывать колебанія равныя половинѣ колебаній вектора электродвижущей силы первой машины.

Въ предлагаемой статьѣ не дѣлается никакихъ предположеній кромѣ общихъ всѣмъ указаннымъ статьямъ предположеній синусоидальности кривыхъ возбужденія и постоянства реакціи якоря.

Примѣчаніе. Такимъ же общимъ образомъ ставитъ вопросъ въ своей статьѣ проф. Förpl¹⁾. Впрочемъ онъ рассматриваетъ не совокупность двухъ электрическихъ машинъ, а только нѣкоторую механическую аналогію, отрѣщаясь отъ электрическихъ явленій и замѣняя взаимодѣйствіе машинъ при помощи синхронизирующихъ токовъ, напряженіемъ фиктивныхъ эластическихъ связей. Вліянія неравномерности хода машинъ двигателей Förpl въ расчетъ не принимаетъ.

IV. Вліяніе не синусоидальной формы кривой электродвижущей силы на параллельную работу альтернаторовъ.

16. Можно сказать а priori, что лучше всего будутъ приспособлены для параллельной работы альтернаторы съ тождественными кривыми электродвижущихъ силъ, такъ какъ при различныхъ кривыхъ, даже при совпаденіи фазъ основныхъ волнъ, въ сѣти альтернаторовъ будутъ возникать обмѣнные токи, соотвѣтствующие волнамъ электродвижущихъ силъ высшихъ порядковъ. Впрочемъ на практикѣ мы можемъ встрѣтить установки, въ которыхъ альтернаторы самыхъ различныхъ конструкцій работаютъ параллельно довольно удовлетворительно. Какъ на характерный примѣръ подобной установки можно указать на центральную городскую станцію въ Цюрихѣ, гдѣ старые быстроходные альтернаторы Карр'а съ плоскимъ кольцевымъ якоремъ, приводимые въ движеніе турбинами, дающіе острую кривую электродвижущей силы, соединяются параллельно съ новыми большими тихоходными трехфазными генераторами завода Эрликонъ индукторнаго типа, приводимыми въ движеніе паровыми машинами. Эти послѣд-

¹⁾ Das Pendeln parallelgeschalteter Maschinen. E. T. Z. 1902 59.

ніе генераторы работаютъ при параллельномъ соединеніи, какъ однофазныя машины, для чего двѣ фазы соединяются послѣдовательно, при чемъ кривая электродвижущихъ силъ получается плоская.

Въ литературѣ вопросъ о вліяніи формы кривыхъ электродвижущихъ силъ на параллельную работу альтернаторовъ затронутъ довольно мало. Мнѣ извѣстна только статья А. Perot въ С. R. 1900 „Sur l'accouplement des alternateurs au point de vue des harmoniques etc“. Въ этой статьѣ авторъ разсуждаетъ слѣдующимъ образомъ.

Каковы бы ни были формы кривыхъ электродвижущихъ силъ альтернаторовъ, на основаніи теоремы Фурье онѣ можетъ быть представлены въ видѣ

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= E_{10} \sin \omega t + E_{12} \sin (2 \omega t + \varphi_{12}) + E_{13} \sin (3 \omega t + \varphi_{13}) + \dots \\ e_2 &= E_{20} \sin \omega t + E_{22} \sin (2 \omega t + \varphi_{22}) + E_{23} \sin (3 \omega t + \varphi_{23}) + \dots \end{aligned} \right\} (69)$$

Какъ видно изъ написанныхъ рядовъ фазы основныхъ электродвижущихъ силъ предполагаются совпадающими, чего очевидно всегда можно достигнуть.

Предположимъ теперь, что основная электродвижущая сила и всѣ высшія гармоническія будутъ одинаковы въ обѣихъ машинахъ кромѣ одной порядка n , существующей только въ машинѣ первой. Въ цѣпи, образуемой обоими альтернаторами тогда будетъ дѣйствовать электродвижущая сила $E_n \sin (n \omega t + \varphi_n)$, и если, по прежнему s_1 , s_2 реакціи самоиндукціи отнесенныя къ нормальному числу періодовъ, то въ разсматриваемой цѣпи будетъ циркулировать обмѣнный токъ, который, если пренебечь омическимъ сопротивленіемъ по сравненію съ реакціей самоиндукціи представится, формулой.

$$\left. \begin{aligned} i_n &= J_n \cos (n \omega t + \varphi_n) \\ J_n &= \frac{E_n}{n s_1 + n s_2} \end{aligned} \right\} \text{ гдѣ } (70)$$

Допущенное упрощеніе вноситъ тѣмъ меньшую ошибку, чѣмъ выше порядокъ волны n , такъ какъ омическое сопротивление остается постояннымъ, а реакція самоиндукціи увеличивается пропорціонально порядку волны.

Это же разсужденіе легко распространить на случай, когда въ рядахъ (69) нѣсколько волнъ одного порядка будутъ имѣть различныя амплитуды или различные углы фазъ: въ этомъ случаѣ электродвижущая сила въ цѣпи альтернаторовъ, соотвѣтствующая волнамъ n -го порядка, будетъ разностью этихъ волнъ, арифметическою, если волны совпадаютъ по фазѣ, и геометрическою — если фазы ихъ различны.

Дальше авторъ цитируемой статьи пытается изслѣдовать вліяніе различія формъ кривыхъ электродвижущихъ силъ соединенныхъ параллельно альтернаторовъ на форму кривой. напряженія на клеммахъ, однако не вполне выясняетъ этотъ вопросъ. Мы на этомъ останавливаться не будемъ, а примѣнимъ къ условіямъ практики приведенныя соображенія относительно вліянія неодинаковости формъ электродвижущихъ силъ обоихъ альтернаторовъ на возникновеніе обмѣнныхъ токовъ.

Когда включаютъ новый альтернаторъ къ параллельно работающему, его приводятъ въ фазу по фазовымъ лампамъ или по какому нибудь иному прибору того же назначенія, и доводятъ возбужденіе такой степени, чтобы электродвижущія силы обоихъ альтернаторовъ были одинаковы, о чемъ судятъ по показаніямъ вольтметра; но вольтметръ даетъ *дѣйствующія* электродвижущія силы, и на сборныхъ шинахъ должны уравниваться *дѣйствующія* напряженія, т. е. при параллельномъ включеніи альтернаторовъ должно существовать равенство.

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\sum_1^\infty E_{1k} \sin(n \omega t + \varphi_{1n}) \right]^2 dt = \\ = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\sum_1^\infty E_{2k} \sin(n \omega t + \varphi_{2n}) \right]^2 dt \end{aligned} \quad (70)$$

Такъ какъ амплитуды электродвижущихъ силъ всѣхъ порядковъ мѣняются въ одномъ и томъ же отношеніи при измѣненіи возбужденія поля, то каждую электродвижущую силу можно представить

$$e = E \{ \sin \omega t + \alpha_2 (\sin 2 \omega t + \varphi_2) + \dots \}$$

гдѣ E амплитуда основной волны, а $\alpha_2 \alpha_3 \dots$ правильныя дроби.

Тогда каждый изъ интеграловъ равенства (70) обратится въ

$$E^2 \int_0^T \left\{ \sum \alpha_n \sin(n \omega t + \varphi_n) \right\}^2 dt = \sigma^2 E^2$$

гдѣ σ нѣкоторое число, не зависящее отъ возбужденія, но зависящее, вслѣдствіе деформации поля при нагрузкѣ, отъ этой послѣдней. Поэтому, если на практикѣ хотимъ найти вліяніе формы кривой электродвижущей силы на обмѣнные токи въ данномъ агрегатѣ машинъ, мы должны пользоваться кривой снятой при нормальной нагрузкѣ, для чего можно пользоваться вспомогательной обмоткой, уложенной параллельно рабочей обмоткѣ.

Коэффициентъ σ можно представить очень простой формулой слѣдующимъ образомъ:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & \int_0^T \left(\sum \alpha_n \sin(n \omega t + \varphi_n) \right)^2 dt = \sum \alpha_n^2 \int_0^T \sin^2(n \omega t + \varphi_n) dt \\ & + \sum \alpha_k \alpha_i \int_0^T \sin(k \omega t + \varphi_k) \sin(i \omega t + \varphi_i) dt; \end{aligned}$$

но

$$\int_0^T \sin^2(n \omega t + \varphi_n) dt = \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi} \sin^2(n \alpha + \varphi_i) d\alpha = \frac{\pi}{\omega}$$

$$\int_0^T \sin(k \omega t + \varphi_n) \sin(i \omega t + \varphi_i) dt = 0$$

и равенство (69) приметъ видъ по сокращеніи

$$E_1^2 \sum \alpha_{1n}^2 = E_2^2 \sum \alpha_{2n}^2 \dots \quad (71)$$

Съ помощью уравненія 70 зная кривыя электродвижущихъ силъ обоихъ альтернаторовъ и разложивъ ихъ на элементарныя синусоиды, мы легко вычислимъ суммы входящія въ уравненіе (71), и опредѣливъ отношеніе $\frac{E_1}{E_2}$, найдемъ всѣ электродвижущія силы дѣйствующія въ цѣпи альтернаторовъ, и обмѣнные токи по формулѣ (69), для случая когда фазы электродвижущихъ силъ совпадаютъ. Это будетъ самый благоприятный случай, и полученныя такимъ

образомъ значенія обмѣнныхъ токовъ будутъ минимальныя. Въ случаѣ возмущенія движенія и возникновенія колебаній, или въ случаѣ продолжительнаго несовпаденія фазъ, значенія эти возростутъ. Число членовъ подъ знаками суммъ очень не велико, такъ какъ члены четныхъ порядковъ почти всегда исчезаютъ (исключеніе составляютъ только нѣкоторые очень мало распространенные на практикѣ типы машинъ съ полюсными якорями или съ очень широкими зубцами сердечника якоря, а такъ же новѣйшія машины индукторнаго типа), и такъ какъ высшій порядокъ практически замѣтныхъ волнъ, входящихъ въ составъ электродвижущихъ силъ, рѣдко достигаетъ 13, а въ большинствѣ случаевъ можно остановиться на 7, 5 и даже на 3.

Примѣчаніе. Въ приведенномъ выше примѣрѣ Цюрихской центральной станціи мы имѣемъ случай соединенія машинъ, дающихъ симметричную острую кривую, не имѣющую четныхъ волнъ, съ машинами индукторнаго типа, плоская несимметричная кривая электродвижущихъ силъ которыхъ содержитъ волны 2-го и 4-го порядка.

17. Поясимъ наши разсужденія на частномъ примѣрѣ.

Примѣръ. Пусть имѣемъ два альтернатора съ одинаковымъ омическимъ сопротивленіемъ и одинаковой реакціей самоиндукціи $r = 0,6$, $s = 3,6$ (s отнесено къ нормальному числу періодовъ) и дающихъ одну плоскую кривую электродвижущихъ силъ (фиг. 7 а) представляемую уравненіемъ $e = E^1 [\sin \varphi + 0,225 \sin 3 \varphi + 0,05 \sin 5 \varphi]$ и другой кривую острую (фиг. 7б) представляемую уравненіемъ

$$e_2 = E_2 [\sin \varphi - 0,15 \sin 3 \varphi + 0,10 \sin 5 \varphi]$$

Уравненія кривыхъ электродвижущихъ силъ въ этомъ примѣрѣ изъ книги Штенмеца Th. и Ber d. Wechs. § 223, гдѣ они приведена какъ характерный примѣръ рѣзко выраженныхъ плоской и острой кривой.

Суммы входящія въ уравненіе (70) будутъ

$$1 + 0,225^2 + 0,05^2 = 1,0531$$

и

$$1 + 0,15^2 + 0,10^2 = 1,0325$$

откуда

$$\frac{E_1}{E_2} = \sqrt{\frac{1,0531}{1,0325}} \approx 1,02$$

Пусть далѣе электродвижущая сила якоря (эффективная) есть 2500 и нормальный токъ каждой машины 75 амперъ. Какъ видно изъ полученныхъ чиселъ мы не сдѣлаемъ большой ошибки принявъ амплитуды основныхъ волнъ за

$$E_1 = \sqrt{2 \cdot 2500}$$

$$E_2 = \sqrt{2 \cdot 2475}$$

Тогда эффективныя силы тока, соответствующія волнамъ различныхъ порядковъ будутъ

$$J_1 = \frac{2500 - 2475}{2 \sqrt{0,6^2 + 3,6^2}} \approx 3,5 \text{ амперъ}$$

$$J_3 = \frac{0,225 \cdot 2500 + 0,15 \cdot 2475}{2 \cdot 3 \cdot 3,6} = 43,3$$

$$J_5 = \frac{0,05 \cdot 2500 - 0,1 \cdot 2475}{2 \cdot 5 \cdot 3,6} = -4,8$$

Мгновенное значеніе обмѣннаго тока будетъ

$$i = \sqrt{2} \left[3,5 \sin(\omega t - 80^\circ 2' 15'') + 43,3 \sin(3\omega t - 86^\circ 49' 10'') - 4,8 \sin(5\omega t - 88^\circ 5' 25'') \right].$$

Какъ видно изъ этого выраженія углы разности фазъ токовъ высшихъ порядковъ близки къ $\frac{\pi}{2}$, и по этому эти токи мало служатъ для передачи работы отъ одного альтернатора къ другому, а только бесполезно нагрѣваютъ арматуру, при чемъ нѣкоторые члены (въ нашемъ примѣрѣ второй) могутъ получать значенія одного порядка съ рабочимъ токомъ.

Заканчивая статью, я укажу на одинъ способъ удостовѣриться въ синхронизмъ параллельно соединяемыхъ альтернаторовъ. Способъ этотъ былъ предложенъ Айртономъ еще въ началѣ 90-хъ годовъ, но на практикѣ примѣненія не нашелъ, хотя, какъ мнѣ кажется, имѣетъ нѣкоторыя преимущества передъ употребляющимися въ настоящее время способами *).

Схема соединенія предлагаемаго Айртономъ показана на фиг. 8. A_1 , A_2 —альтернаторы, E —электроскопъ, снабженный снаружы металлической обкладкой. Эта обкладка и шарикъ электроскопа соединены съ одноименными (принимая во вниманіе направленіе вращенія и расположеніе магнитовъ) клеммами альтернаторовъ. Другія двѣ клеммы соединены между собою черезъ очень большое сопротивленіе R (достаточно полоски бумаги слегка покрытой графитомъ).

Очевидно, когда фазы электродвижущихъ силъ совпадаютъ, листочки электроскопа и его внѣшняя обкладка будутъ имѣть въ каждый моментъ одинъ и тотъ же потенціалъ.

При несовпаденіи фазъ, потенціалъ обкладки и листочковъ будетъ не одинаковъ, эти послѣднія получаютъ нѣкоторый зарядъ и разойдутся.

Подобный приборъ, особенно для машинъ высокаго напряженія гораздо чувствительнѣе фазовыхъ лампъ.

Мной были сдѣланы на Томской электрической станціи при любезномъ содѣйствіи завѣдующаго станціей И. П. Бѣлозерова опыты примѣненія описаннаго способа. Напряженіе на сборныхъ шинахъ станціи 2000 вольтъ. Напряженіе фазовыхъ лампъ—100 вольтъ.

При 30 вольтахъ напряженія на клеммахъ лампочки уже не горятъ, и слѣдовательно дѣйствующая разность электродвижущихъ силъ обоихъ альтернаторовъ въ моментъ включенія можетъ достигать величины 600 вольтъ.

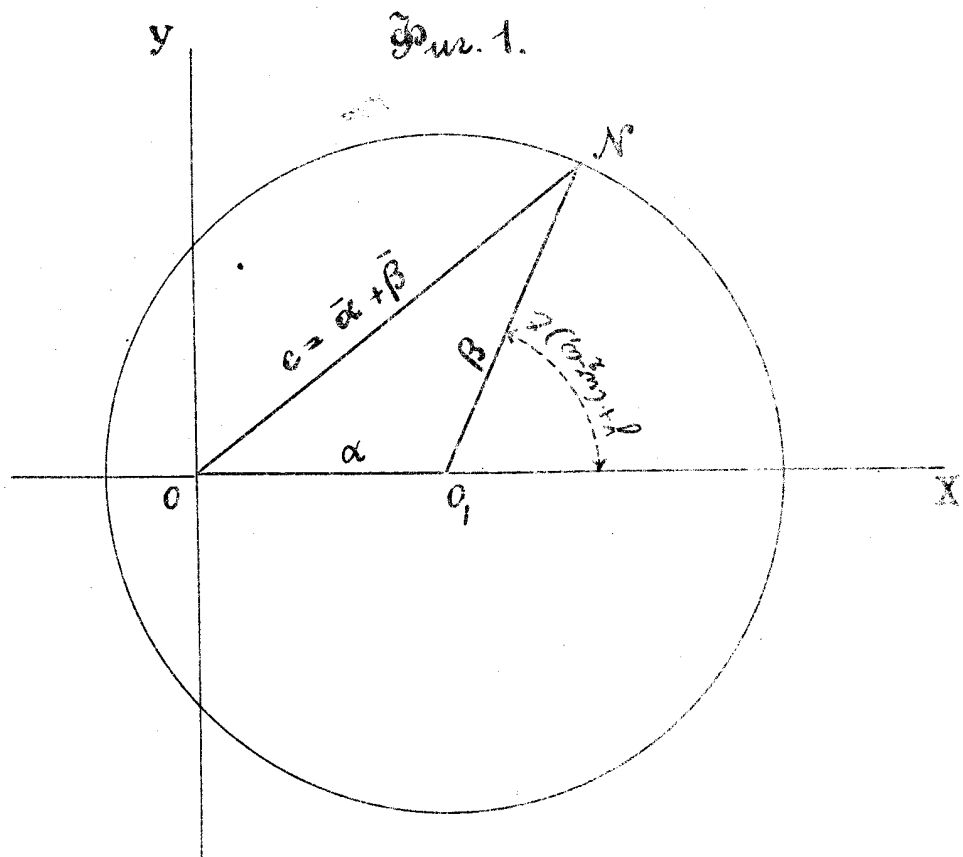
При опытахъ электроскопомъ этотъ послѣдній давалъ еще замѣтное отклоненіе листочковъ при разности потенціаловъ въ 100 volt, и слѣдовательно точность совпаденія фазъ была въ 6 разъ больше, чѣмъ при обыкновенномъ способѣ включенія съ фазовыми

¹⁾ Описаніе современныхъ указывающихъ на синхронизмъ приборовъ см. въ статьѣ W. Ritter'a E. T. Z. 1900. 7.

лампами. Способъ этотъ нуждается въ конструктивномъ усовершенствованіи, такъ какъ употреблявшійся обыкновенный электроскопъ съ алюминіевыми листочками оказался слишкомъ нѣжнымъ. Листочки скоро сломались.

Нужно однако сказать, что употребленіе электроскопа для указанныхъ цѣлей возможно только при тождественныхъ кривыхъ электродвижущихъ силъ. Изъ сказаннаго въ §§ 16 и 17 видно, что при различныхъ кривыхъ равенства потенціаловъ обкладки и листочковъ не будетъ даже и при совпаденіи фазъ основныхъ волнъ.

А. Потебня.



$\Phi_{ur. 2.}$

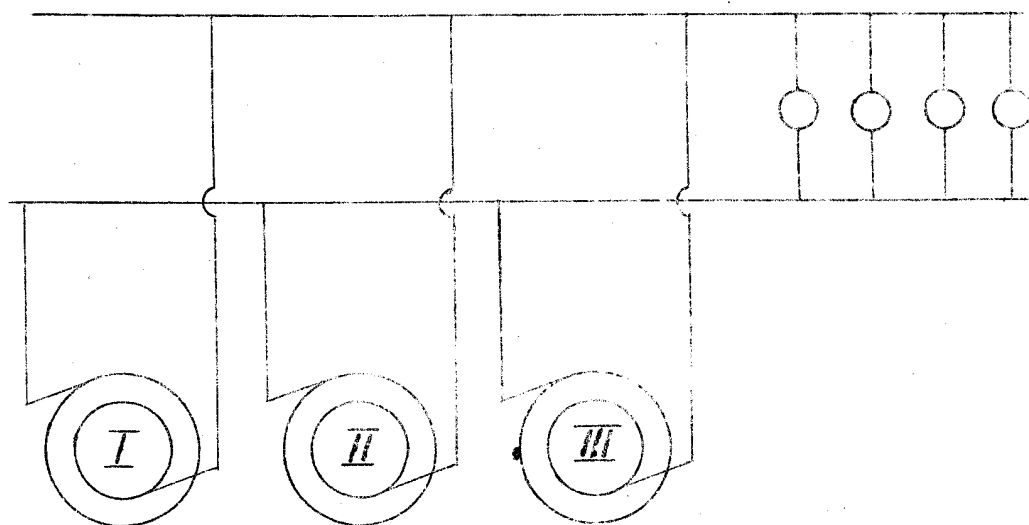


Fig. 3.

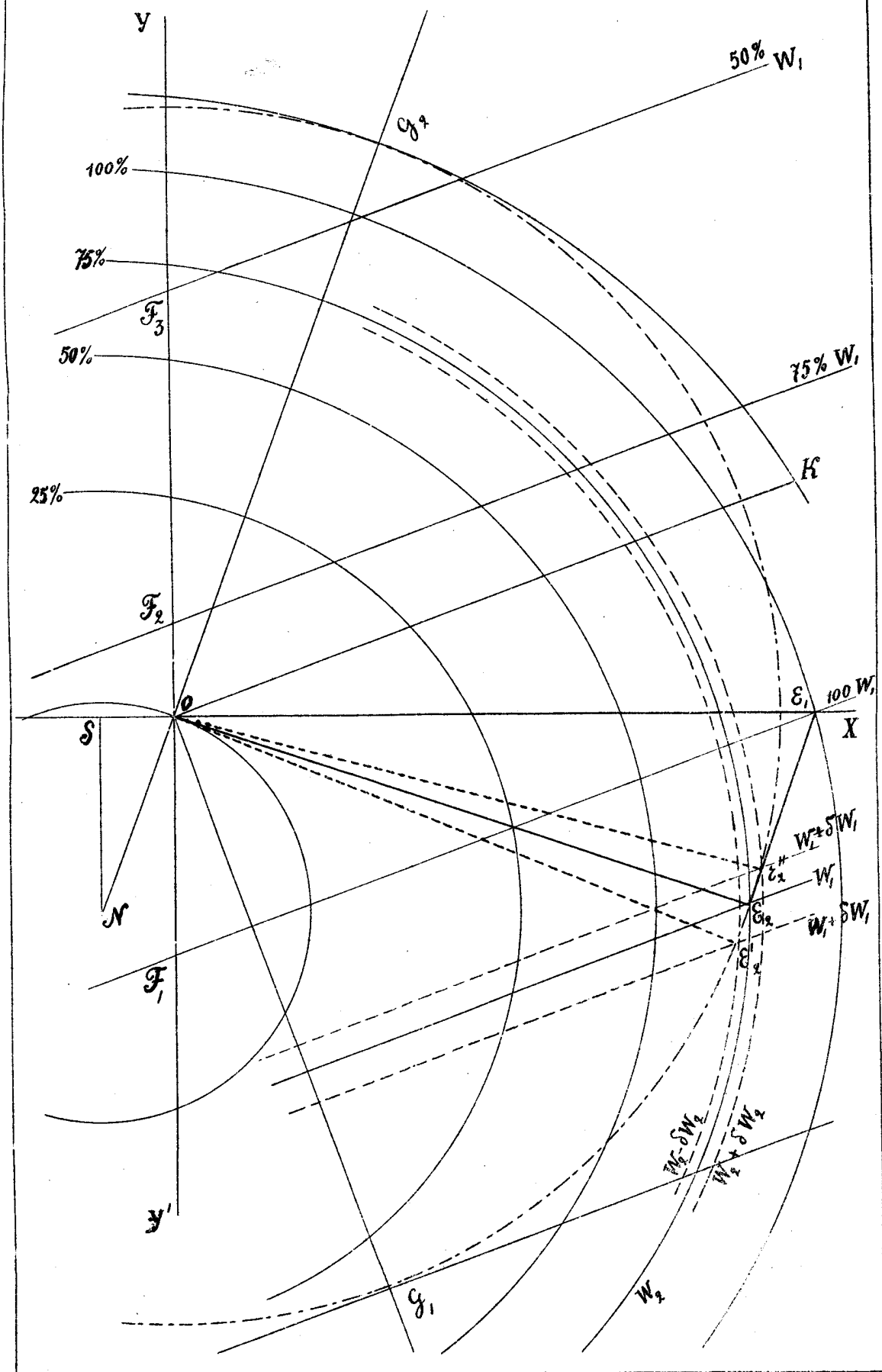
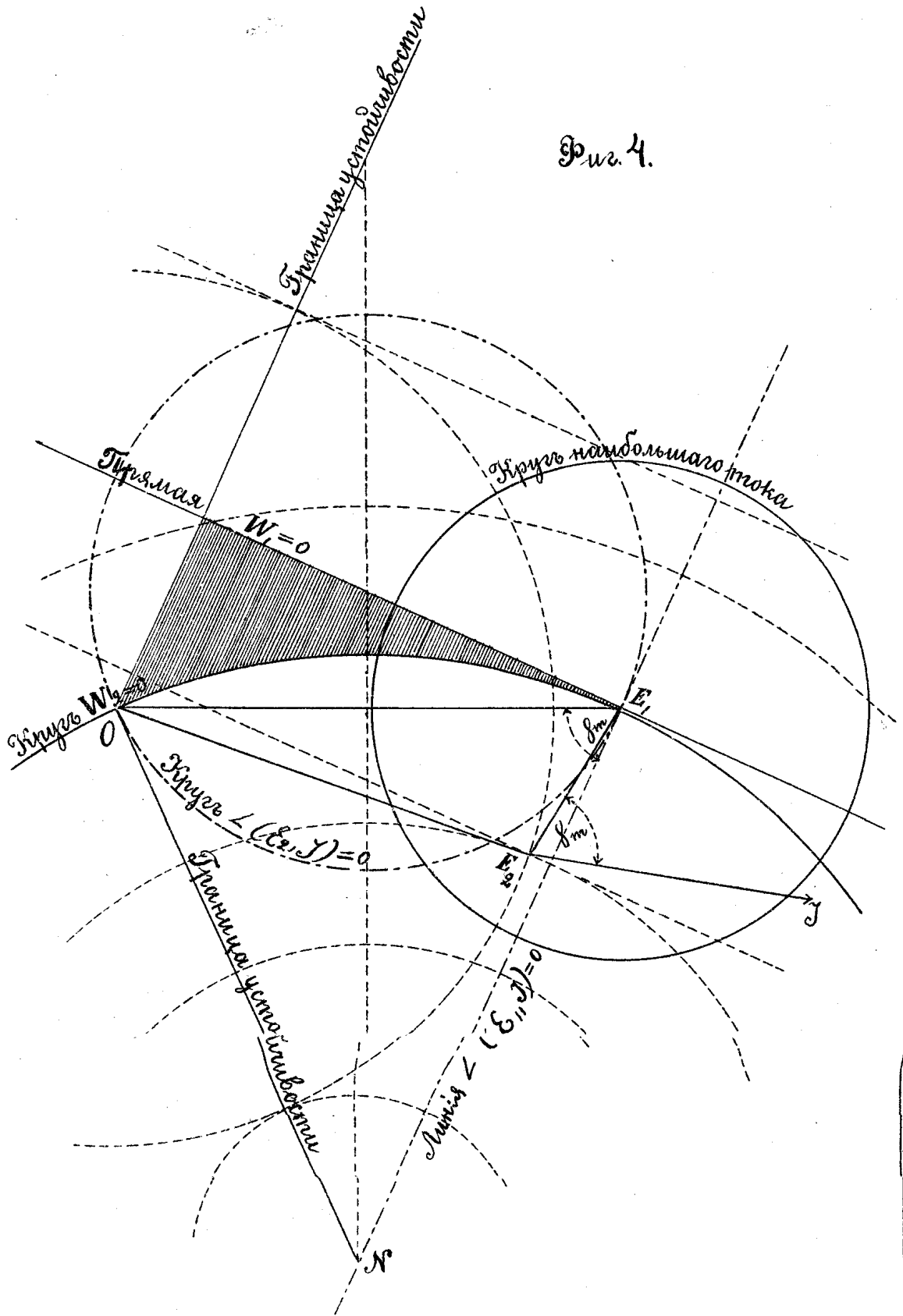
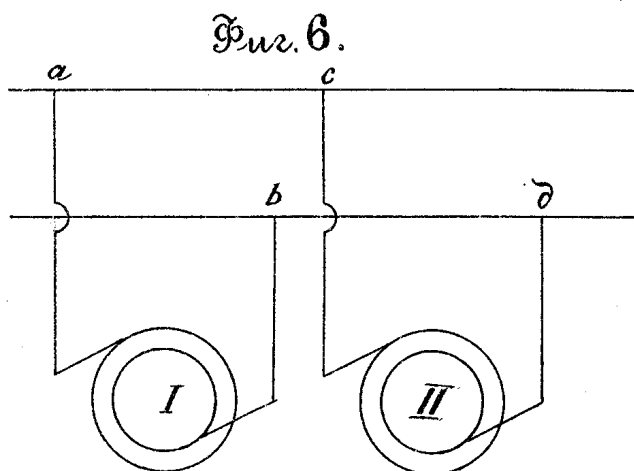
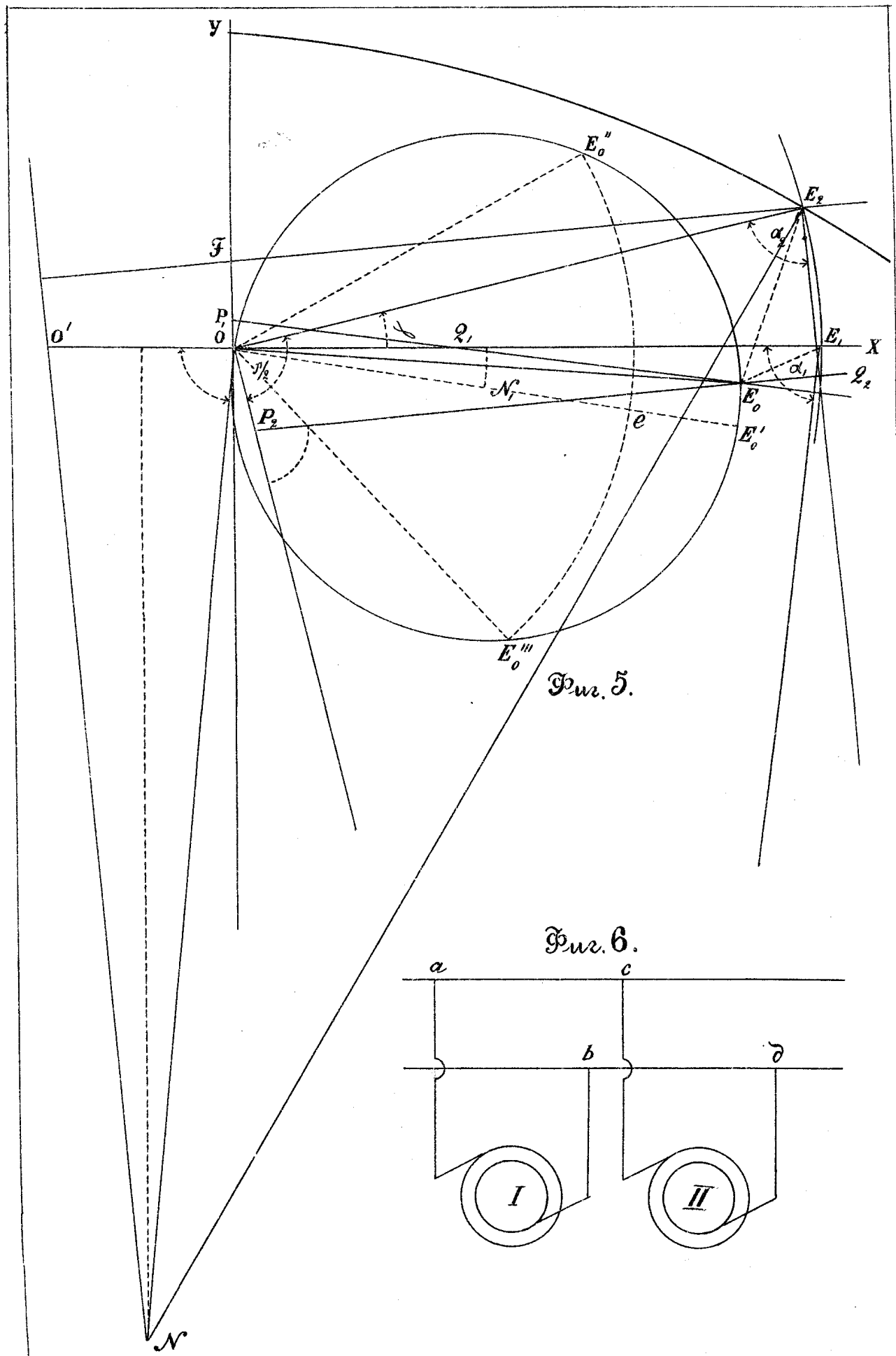
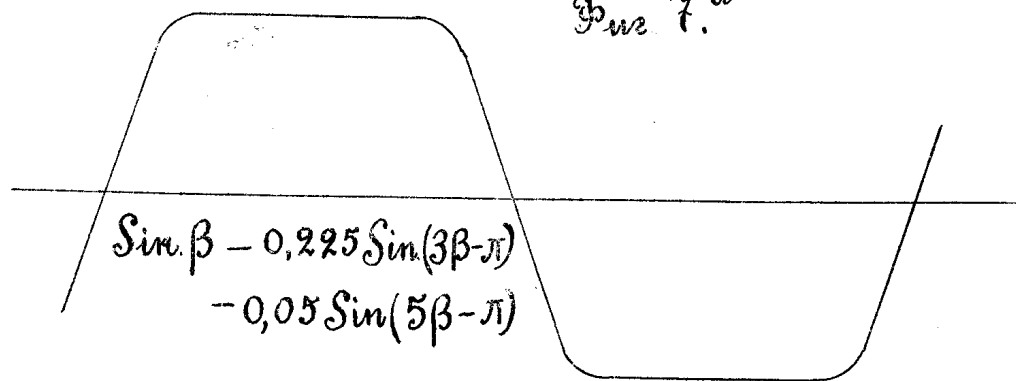


Рис. 4.

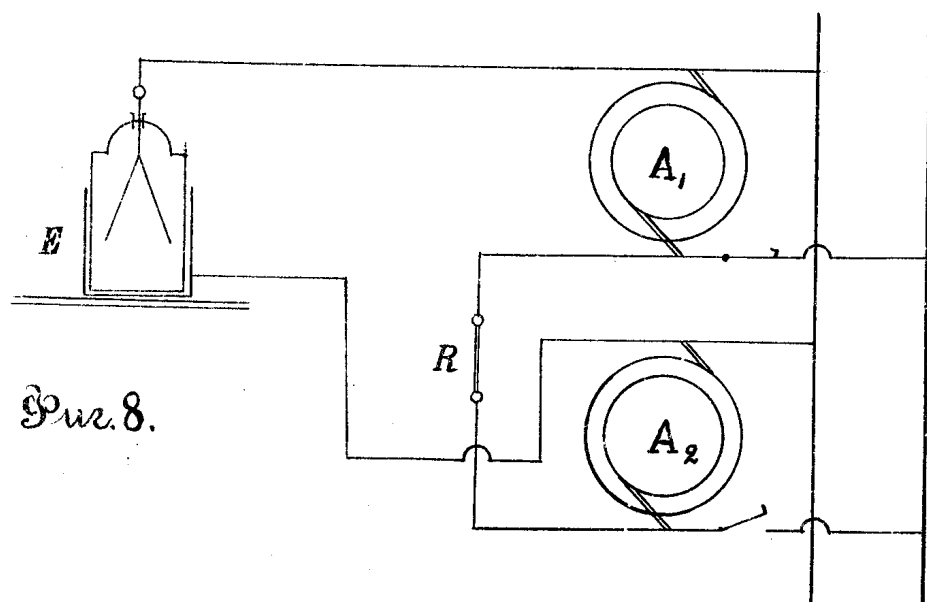
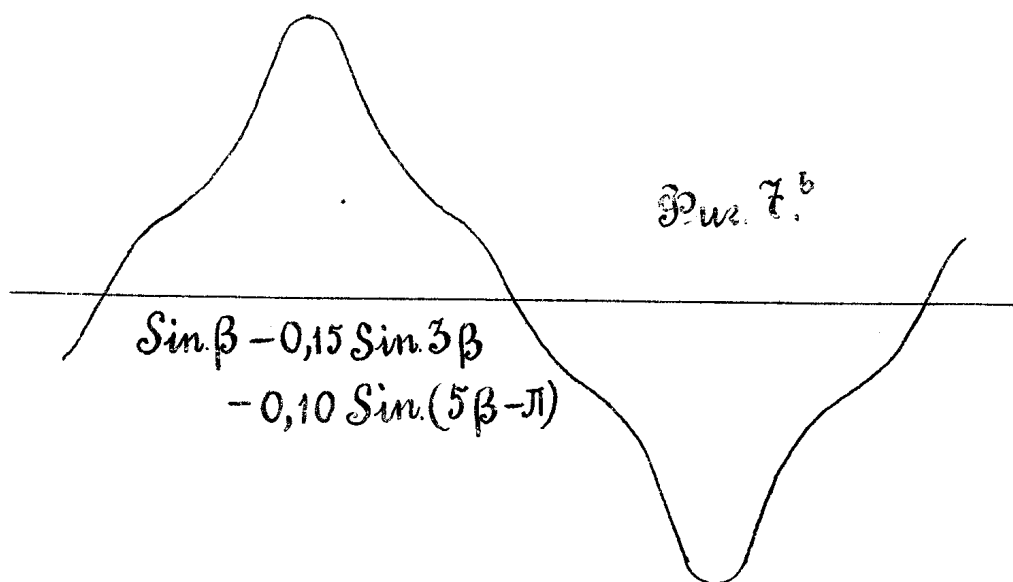




Фиг. 7.^а



Фиг. 7.^б



Фиг. 8.