

ИЗВѢСТІЯ
Томскаго Технологическаго Института

Императора Николая II.

т. 16. 1909. № 4.

II.

В. Н. Пинегинъ.

ИЗСЛѢДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦІЙ СТАЛЬНЫХЪ ШАРИКОВЪ ПОДЪ ВЛІЯНІЕМЪ УДАРА.

Съ таблицей чертежей и фототипіей.

1—41.

Исслѣдованіе деформаций стальных шариковъ подъ вліяніемъ удара.

В. Н. Пинегинъ.

Въ настоящей статьѣ я намѣренъ познакомить читателей съ результатами моихъ опытовъ по изслѣдованію тѣхъ взаимныхъ деформаций, которыя получаются на поставленныхъ одинъ на другой стальныхъ шарикахъ и подвергнутыхъ удару по направленію линіи ихъ центровъ; опыты эти, произведенные мною еще весной 1907 года въ Charlottenburg'ской лабораторіи проф. Eugen Meyer'a, являются какъ бы продолженіемъ моихъ изслѣдованій о производимыхъ стальными шариками деформацияхъ въ различныхъ металлахъ подъ вліяніемъ удара, опубликованныхъ въ 1908 году въ Извѣстіяхъ Томскаго Технологическаго Института ¹⁾.

Въ послѣднихъ изслѣдованіяхъ ставилась задача опредѣленія зависимости между живой силой, величиной деформации, производимой шарикомъ подъ вліяніемъ этой живой силы на пластинкѣ какого либо металла, и діаметромъ этого шарика, въ настоящихъ же опытахъ пластинку металла замѣнилъ другой шарикъ, на которомъ и получалась деформация отъ перваго шарика, причемъ послѣдній тоже въ свою очередь получалъ аналогичную деформацию отъ второго; деформации эти, конечно, должны были быть различны, въ зависимости отъ того, какой величины были шарики, были ли, кромѣ того, они одного размѣра или разнаго. Вотъ установленіе зависимости величины деформации на шарикахъ отъ величины діаметровъ этихъ шариковъ, а также отъ величины живой силы и составляло цѣль настоящихъ изслѣдованій.

Опыты велись такимъ образомъ: на наковальню копра помѣщалась стальная пластинка—и (см. черт. 1 и 2) съ углубленіемъ, соответствующимъ данному шарiku; на эту пластинку устанавливался желѣзный цилиндрикъ, толщиной въ $1-1\frac{1}{2}$ $\frac{m}{m}$, съ разрѣзомъ по

¹⁾ В. Н. Пинегинъ. Исслѣдованіе деформаций, производимыхъ стальными шариками въ металлахъ при дѣйствіи на нихъ живой силы. Извѣстія Томскаго Технологич. Института. Т. 12 1908.

образующей цилиндрика, параллельной оси, и съ внутреннимъ діаметромъ, какъ разъ равнымъ діаметру испытуемыхъ шариковъ (если они одного размѣра, если же нѣтъ, то съ діаметромъ, равнымъ діаметру большаго изъ 2-хъ испытуемыхъ шариковъ), но при томъ условіи, однако, чтобы шарики проходили въ цилиндрикѣ безъ всякаго тренія; въ цилиндрикѣ этотъ опускались одинъ на другой испытуемые шарики, причемъ высота цилиндрика была такова, что верхній шарикъ составлялся изъ цилиндрика приблизительно на $\frac{1}{3}$ своего діаметра.

Сверхъ шарика помѣщалась изогнутая пластинка—*p* съ отверстиемъ для высовывавшейся изъ цилиндрика части верхняго шарика, опиравшаяся своими концами на наковальню копра (см. черт. 1). На эту пластинку накладывалась стальная „подѣладеа“—*л* съ выбитымъ на ней заранѣе углубленіемъ, точно соответствующимъ размѣрамъ верхняго шарика. Углубленіе это, какъ и углубленіе въ стальной пластинкѣ—*н*, на которую устанавливался цилиндрикъ съ шариками, подобно тому какъ это дѣлалось при прежнихъ опытахъ (см. выше цитированную статью, стр. 4), получалось многократнымъ ударомъ „бабы“ копра по соответствующему шарикѣ, положенному на пластинку, съ высоты, много разъ превышающей ту, съ которой при самыхъ опытахъ „баба“ должна была падать; этимъ достигалось „установившееся“ состояніе углубленій пластинокъ.

При опытахъ съ шариками различныхъ діаметровъ необходимо было принять мѣры для правильной центральной установки верхняго (съ меньшимъ діаметромъ) шарика, что обыкновенно достигалось надѣваніемъ на шарикъ, прежде вложенія его въ цилиндрикъ, неширокаго резинового кольца—*к* (см. черт. 2), толщиной какъ разъ равной разности радиусовъ цилиндрика и шарика. Очевидно, что какъ разрѣзъ цилиндрика по образующей, параллельной его оси, такъ и резиновое кольцо, надѣваемое на шарикъ меньшаго діаметра, имѣли цѣлью дать шарикамъ возможность свободно расширяться при ударѣ.

Удары наносились въ первой стадіи опытовъ небольшимъ грузомъ въ 0,587 kg. вѣсомъ. Грузъ этотъ представлялъ изъ себя кусокъ жельза, изображенной на черт. 3 формы. Онъ имѣлъ въ концѣ болѣе тонкой цилиндрической части круглое отверстіе—*о*, черезъ которое проходило проволоочное кольцо—*к*; къ этому кольцу привязывалась нитка, на которой грузъ и подвѣшивался къ подвижной крестовинѣ копра, благодаря чему, съ одной стороны, грузъ этотъ могъ быть устанавливаемъ на желаемой высотѣ надъ испытуемыми шариками, а съ другой стороны, форма груза и способъ его подвѣшивания служили гарантіей строго вертикальнаго направленія линіи, проходящей черезъ центръ тяжести груза и направленіе нити, на которой подвѣшенъ былъ грузъ,

что въ свою очередь служило гарантіей правильности удара грузомъ послѣ его спуска; самый спускъ груза производился поджиганіемъ нити спичкой.

Такъ какъ вообще живая сила, развиваемая этимъ грузомъ въ условіяхъ опыта, не могла быть велика и такъ какъ, съ другой стороны, не было основаній особенно заботиться о сохраненіи торцевой поверхности его, то удары этимъ грузомъ наносились по шарикамъ безъ подкладки: грузъ падалъ непосредственно на шарики.

Во второй стадіи опытовъ удары наносились грузомъ вѣсомъ въ 37,49 kg., спускаемымъ съ различной высоты посредствомъ обычнаго въ копрахъ приспособленія.

Опредѣленіе діаметровъ получаемыхъ на шарикахъ при ударѣ площадокъ деформаций (см. таб. 1, Фиг. 1, 5) производилось посредствомъ компаратора Zeiss'a, причемъ для полученія болѣе отчетливыхъ отпечатковъ шарики обыкновенно передъ опытомъ покрывались на спиртовой лампѣ тонкимъ слоемъ копоти¹⁾.

Въ виду невозможности избѣжать, въ силу указанныхъ уже въ выше цитированной моей статьѣ, ошибокъ въ результатахъ опытовъ, ошибокъ, оцѣниваемыхъ мною въ 2—3%, и здѣсь измѣреніе діаметровъ площадокъ деформаций не было необходимости производить точнѣе 1%.

Послѣ каждаго удара испытуемые шарики внимательно осматривались, и если на нихъ не замѣчалось трещинъ, то они опять употреблялись для новаго опыта.

Въ виду примѣненія вообще не особенно сильныхъ ударовъ и въ виду отличныхъ упругихъ качествъ матеріала шариковъ, они обыкновенно не измѣняли отъ удара своей круглой формы, что контролировалось постоянно микрометреннымъ винтомъ.

Шарики были приобретены отъ Waffen et Munition—Fabrik въ Берлинѣ по особому заказу и были трехъ родовъ: въ 25, 20 и 15^{mm}/m діаметромъ.

При опытахъ высота паденія груза бралась сперва очень незначительной, потомъ постепенно увеличивалась, пока, наконецъ, тотъ или другой шарикъ не разрушался или не получалъ трещинъ (при грузѣ въ 37,48 kg.), или просто, пока поверхность того или другого шарика болѣе или менѣе не портилась (при грузѣ въ 0,587 kg.).

¹⁾ Я пробовалъ также покрывать шарики тонкимъ слоемъ парафина, какъ дѣлалъ Н. Schneebelli [см. Experimentale Untersuchungen über den Stoss elastischer Körper. Repertorium der Physik 1886. S. 183] при опытной повѣркѣ закона Hertz'a, но все же болѣе отчетливые отпечатки получалъ при покрытіи шариковъ копотью.

Разрушеніе происходило почти всегда въ видѣ раскола шарика вертикальными центральными плоскостями, въ большинствѣ случаевъ, на двѣ, рѣже на нѣсколько частей; нижній шарикъ снизу иногда получалъ добавочное разрушеніе; но самой характерной частью разрушенія шариковъ было постоянное полученіе чечевицеобразныхъ или многогранныхъ пирамидокъ въ мѣстѣ соприкосновенія шариковъ. Нѣкоторыя изъ наиболее характерныхъ формъ излома представлены на прилагаемыхъ рисункахъ ¹⁾ (см. Таб. 1, Фиг. 2, 3, 4.), причемъ, какъ не трудно видѣть, имѣется большое сходство нашихъ формъ излома съ формами разрушенія шариковъ при статическомъ дѣйствіи силы, указанными г. Schwinning'омъ ²⁾ и Stribeck'омъ ³⁾. Характерно, между прочимъ, явленіе, такъ сказать, спеканія шариковъ при большихъ паденіяхъ груза; въ этомъ случаѣ развивалось такое большое количество тепла въ мѣстѣ соприкосновенія шариковъ, что соприкасавшіяся, а также близъ лежащія съ мѣстомъ соприкосновенія части шариковъ расплавлились, и шарики сваривались, что видно на прилагаемомъ рисункѣ (Таб. 1, Фиг. 6), гдѣ виднѣнъ чечевицеобразный кусокъ разрушеннаго шарика, спекшійся съ оставшимся цѣлымъ другимъ шарикомъ.

Разрушеніе шариковъ происходило или въ моментъ самаго удара, или нѣсколько позднѣе: были случаи, когда послѣ удара возьмешь шарики съ наковальни копра, осмотришь ихъ поверхность, которая оказывается безъ малѣйшихъ трещинъ, положишь подъ микроскопъ компаратора для измѣренія площади деформаціи, и вдругъ шарикъ съ сильнымъ трескомъ разлетается на мелкія части, хотя прошло уже съ момента удара до момента разрушенія, по крайней мѣрѣ, минутъ десять. Оставляя пока въ сторонѣ вопросъ о разрушающихъ шарики живыхъ силахъ, перехожу къ разсмотрѣнію деформаций шариковъ подъ вліяніемъ удара до разрушенія ихъ.

Въ слѣдующихъ таблицахъ (№ 1—7) приводятся результаты опытовъ съ меньшимъ грузомъ (въ 0,587 kg.), причемъ всѣ обозначенія одинаковы съ таковыми же въ выше цитированной моей статьѣ.

¹⁾ Приношу глубокую благодарность В. В. Мраморнову за любезное содѣйствіе при фотографированіи формъ излома шариковъ.

²⁾ Schwinning. Versuche über die zulässige Belastung von Kugeln und Kugellagern. Zeit. d. Ver. d. Ing. 1901, s. 333.

³⁾ Stribeck. Prüfverfahren für gehärteten Stahl unter Berücksichtigung der Kugelform. Zeitschrift d. Ver. d. Ing. 1907, s. 1503.

Диаметры шариковъ $D_1=D_2=25^m/m$.

Таблица 1.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см	Диаметры площадокъ деформаций			Ср. діам. d_m изъ нѣсколь- кихъ опы- товъ въ мм.	Площадь деформа- цій ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
5	2,935	1,14	1,13	1,13	1,13	0,0100	293	29300
—	—	1,13	1,13	1,13				
—	—	1,13	1,13	1,13				
—	—	1,13	1,13	1,13				
10	5,87	1,33	1,35	1,34	1,33	0,0139	422	30410
—	—	1,31	1,35	1,33				
—	—	1,35	1,33	1,34				
—	—	1,30	1,33	1,31				
20	11,74	1,57	1,57	1,57	1,60	0,0201	584	29300
—	—	1,60	1,61	1,61				
—	—	1,61	1,61	1,61				
—	—	1,61	1,61	1,61				
30	17,61	1,77	1,76	1,76	1,77	0,0246	716	29110
—	—	1,77	1,75	1,76				
—	—	1,77	1,78	1,78				
—	—	1,79	1,79	1,79				
40	23,48	1,87	1,87	1,87	1,88	0,0277	848	30480
—	—	1,86	1,87	1,86				
—	—	1,89	1,89	1,89				
—	—	1,89	1,89	1,89				
50	29,35	1,97	1,98	1,98	2,005	0,0316	929	29470
—	—	2,04	2,01	2,03				
—	—	2,03	2,02	2,02				
—	—	2,00	1,99	2,00				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	29688

Какъ видно изъ этой таблицы, наибольшая разность значеній

$$\frac{L}{\omega_m^2} \text{ составляетъ здѣсь } \frac{30480-29110}{29110} 100 = 4,7\%.$$

Таблица 2.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 25^m/m$. Вѣсъ падающаго груза $P = 0,587 \text{ kg}$.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформаций			Ср. діам. d_m изъ нѣсколь- кихъ опытовъ.	Площадь деформа- цій ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.				
5	2,935	1,11	1,12	1,11	1,12	0,0098	300	30730
—	—	1,12	1,12	1,12				
10	5,87	1,32	1,35	1,33	1,32	0,0137	429	31270
—	—	1,32	1,31	1,31				
20	11,74	1,58	1,59	1,59	1,59	0,0197	596	30260
—	—	1,58	1,59	1,59				
—	—	1,59	1,58	1,59				
—	—	1,59	1,59	1,59				
—	—	1,59	1,59	1,59	1,86	0,0273	856	31510
—	—	1,59	1,58	1,59				
—	—	1,86	1,87	1,87				
—	—	1,86	1,87	1,87				
30	17,61	1,74	1,75	1,74	1,74	0,0238	740	31110
—	—	1,74	1,75	1,74				
40	23,48	1,86	1,86	1,86	1,99	0,0309	950	30630
—	—	1,86	1,86	1,86				
—	—	1,86	1,87	1,87				
—	—	1,86	1,87	1,87				
50	29,35	2,01	2,01	2,01	2,07	0,0338	1042	30840
—	—	2,00	2,01	2,01				
—	—	2,01	2,00	2,00				
—	—	2,01	2,00	2,01				
—	—	1,95	1,95	1,95	2,07	0,0338	1042	30840
—	—	1,94	1,95	1,94				
60	35,22	2,08	2,07	2,08	2,07	0,0338	1042	30840
—	—	2,07	2,07	2,07				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	30907

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m}$ составляет здѣсь

$$\frac{31510 - 30260}{30260} 100 = 4,2\%.$$

Таблица 3.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 20^m/m$. Вѣсъ падающаго груза $P = 0,587$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформаций			Средній диаметръ d_m въ mm.	Площадь деформа- цій ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.				
5	2,935	1,05	1,05	1,05	1,04	0,0085	345	40590
—	—	1,04	1,05	1,05				
—	—	1,03	1,05	1,04				
—	—	1,05	1,03	1,04				
10	5,87	1,25	1,24	1,25	1,24	0,0121	485	40200
—	—	1,24	1,24	1,24				
20	11,74	1,48	1,48	1,48	1,48	0,0172	683	39800
—	—	1,48	1,48	1,48				
—	—	1,47	1,47	1,47				
—	—	1,48	1,48	1,48				
30	17,61	1,64	1,63	1,64	1,63	0,0209	843	40300
—	—	1,64	1,63	1,63				
—	—	1,63	1,63	1,63				
—	—	1,63	1,63	1,63				
40	23,48	1,75	1,75	1,75	1,75	0,0241	974	40420
—	—	1,75	1,75	1,75				
—	—	1,75	1,74	1,75				
—	—	1,74	1,75	1,75				
50	29,35	1,84	1,85	1,84	1,84	0,0266	1103	41450
—	—	1,84	1,84	1,84				
60	35,22	1,93	1,94	1,93	1,94	0,0297	1186	39930
—	—	1,94	1,95	1,95				
—	—	1,95	1,94	1,94				
—	—	1,94	1,95	1,95				
Среднее	—	—	—	—			—	40415

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m}$ составляет $\frac{41450 - 39800}{39800} 100 = 4,1\%$

Таблица 4.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 20^m/m$. Въсѣ падающ. груза $P = 0,587$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформаций			Средній диаметръ d_m въ mm.	Площадь деформа- ции ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.				
5	2,935	1,04	1,05	1,04	1,04	0,00849	346	40720
—	—	1,04	1,04	1,04				
10	5,87	1,24	1,24	1,24	1,24	0,01208	486	40210
—	—	1,24	1,25	1,24				
—	—	1,24	1,25	1,24				
—	—	1,24	1,24	1,24	1,48	0,0172	683	39670
20	11,74	1,48	1,48	1,48				
—	—	1,48	1,49	1,48				
30	17,61	1,63	1,63	1,63	1,63	0,0209	843	40300
—	—	1,63	1,62	1,63				
40	23,48	1,75	1,76	1,76	1,76	0,0243	966	39760
—	—	1,77	1,75	1,76				
—	—	1,76	1,76	1,76				
—	—	1,76	1,75	1,76	1,85	0,0269	1091	40590
50	29,35	1,85	1,85	1,85				
—	—	1,85	1,85	1,85				
60	35,22	1,93	1,94	1,93	1,93	0,0293	1203	41050
—	—	1,94	1,93	1,93				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	40370

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ

$$\frac{41050 - 39670}{39670} 100 = 3,5\%.$$

Разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ здѣсь $\frac{41050 - 39670}{39670} 100 = 3,5\%$.

Таблица 5.

Діаметры шариковъ $D_1=D_2=15^m/m$. Вѣсъ падающ. груза $P=0,587$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметры площадокъ деформаций			Средній діаметръ d_m въ mm.	Площадь деформа- цій ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.				
10	5,87	1,17	1,17	1,17	1,18	0,0109	539	49410
—	—	1,18	1,17	1,18				
—	—	1,18	1,18	1,18				
—	—	1,18	1,18	1,18				
20	11,74	1,38	1,38	1,38	1,39	0,0152	772	50820
—	—	1,39	1,39	1,39				
—	—	1,39	1,39	1,39				
—	—	1,39	1,39	1,39				
30	17,61	1,55	1,55	1,55	1,55	0,0189	932	49330
—	—	1,55	1,56	1,55				
—	—	1,55	1,55	1,55				
—	—	1,56	1,55	1,55				
40	23,48	1,67	1,67	1,67	1,66	0,0216	1087	59280
—	—	1,67	1,66	1,66				
—	—	1,65	1,66	1,65				
—	—	1,66	1,65	1,65				
50	29,35	1,75	1,74	1,75	1,75	0,0241	1218	50600
—	—	1,74	1,75	1,74				
—	—	1,75	1,75	1,75				
—	—	1,74	1,75	1,75				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	50088

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ здѣсь:

$$\frac{50820 - 49330}{49330} 100 = 3,0\%.$$

Таблица 6.

Диаметры шариковъ $D_1=D_2=15^m/m$. Вѣсъ падающ. груза $P=0,587 \text{ kg}$.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформацій			Средній диаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ции ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
5	2,935	0,99	0,99	0,99	0,99	0,0077	381	49490
—	—	0,99	1,00	0,99				
10	5,87	1,17	1,17	1,17	1,17	0,01075	546	50820
—	—	1,17	1,17	1,17				
20	11,74	1,39	1,40	1,40	1,40	0,0154	762	49540
—	—	1,40	1,40	1,40				
—	—	1,40	1,39	1,40	1,40	0,0186	947	50900
—	—	1,40	1,40	1,40				
30	17,61	1,54	1,54	1,54	1,54	0,0216	1087	50280
—	—	1,55	1,54	1,54				
40	23,48	1,66	1,66	1,66	1,66	—	—	—
—	—	1,66	1,67	1,66				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	50210

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет здѣсь

$$\frac{50900 - 49490}{49490} 100 = 2,9\%.$$

Какъ видно изъ всѣхъ приведенныхъ таблицъ, отношеніе живой силы къ квадрату соответствующей площади деформаций испытанныхъ шариковъ есть величина постоянная для шариковъ опредѣленнаго діаметра: подсчеты показали, что разности между отдѣльными значеніями $\frac{L}{\omega_m^2}$ для шариковъ одного размѣра колеблются въ предѣлахъ—2,9—4,7%, каковыя разности при данныхъ условіяхъ опытовъ нельзя считать чрезмѣрно большими.

Необходимо замѣтить, что даже при такихъ сравнительно небольшихъ живыхъ силахъ, какъ 2,935 kg. см. или 5,87 kg. см. деформации шариковъ получались остающимися, въ чемъ можно было легко удостовѣриться при разсматриваніи поверхностей шариковъ въ микроскопъ; такимъ образомъ, найденные результаты надо считать относящимися къ свойствамъ матеріала за предѣломъ упругости.

Для полученія зависимости между живой силой, діаметромъ площади деформации шариковъ и діаметрами послѣднихъ по даннымъ вышеприведенныхъ таблицъ опредѣлялись средніе діаметры площадей деформаций шариковъ опредѣленнаго размѣра и для опредѣленной величины живой силы; величины этихъ среднихъ діаметровъ, возвышенныя въ четвертую степень, при раздѣленіи на величину діаметра соответствующаго шарика, давали при данной величинѣ живой силы почти одинаковую величину—назовемъ ее η —для всѣхъ трехъ родовъ испытанныхъ шариковъ; наконецъ, оказалось, что отношеніе живой силы къ среднему (η_m) значенію этихъ η есть величина постоянная при всѣхъ имѣвшихся величинахъ живой силы; сводъ результатовъ всѣхъ указанныхъ выкладокъ данъ въ слѣдующей таблицѣ № 7.

Таблица 7.

Высота паденія груза H въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметръ шарика D въ см.	Діаметръ площади деформа- цій d _m въ см.	d _m ⁴	$\eta = \frac{d_m^4}{D}$	Среднее η_m изъ отдѣл. знач. η .	$\frac{L}{\eta_m}$
5	2,935	1,5	0,0990	0,0000960	0,0000640	0,0000620	47340
—	—	2,0	0,1040	0,0001188	0,0000583		
—	—	2,5	0,1125	0,0001590	0,0000636		

Таблица 7.

Высота паденія груза H въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметръ шарика D въ см.	Диаметръ площади деформа- ции d_m въ см.	d_m^4	$\gamma = \frac{d_m^4}{D}$	Среднее η_m изъ отдѣл. знач. η .	$\frac{L}{\eta_m}$
10	5,87	1,5	0,1170	0,000188	0,000125	0,000123	47720
—	—	2,0	0,1240	0,000237	0,000119		
—	—	2,5	0,1325	0,000313	0,000126		
20	11,74	1,5	0,1395	0,000376	0,000250	0,000249	47150
—	—	2,0	0,1480	0,000480	0,000240		
—	—	2,5	0,1595	0,000645	0,000258		
30	17,61	1,5	0,1545	0,000569	0,000379	0,000370	47600
—	—	2,0	0,1630	0,000708	0,000354		
—	—	2,5	0,1755	0,000945	0,000378		
40	23,48	1,5	0,1660	0,000759	0,000505	0,000488	48120
—	—	2,0	0,1755	0,000945	0,000472		
—	—	2,5	0,1870	0,001225	0,000490		
50	29,35	1,5	0,1750	0,000936	0,000624	0,000615	47720
—	—	2,0	0,1845	0,001170	0,000585		
—	—	2,5	0,1998	0,001592	0,000637		
60	35,22	1,5	—	—	—	0,000722	48780
—	—	2,0	0,1940	0,001414	0,000707		
—	—	2,5	0,2070	0,001840	0,000736		
Среднее	—	—	—	—	—	—	47766

Наибольшая здѣсь разность значеній $\frac{L}{\eta_m}$ составляетъ

$$\frac{48780 - 47150}{47150} 100 = 3,5\%$$

Такимъ образомъ, съ весьма большой точностью мы имѣемъ со-
отношеніе:

$$\frac{L}{\eta_m} = C$$

или

$$L = C \eta_m = C \frac{d_m^4}{D}, \quad (1).$$

справедливое для шариковъ различныхъ діаметровъ; здѣсь C есть величина постоянная, не зависящая ни отъ величины живой силы, ни отъ діаметра шариковъ, но зависящая отъ матеріала шариковъ.

На этомъ закончились опыты первой стадіи—съ падающимъ грузомъ въ 0,587 kg.; вторая серія опытовъ велась, какъ уже было сказано выше, съ грузомъ въ 37,49 kg.

При опытахъ съ такимъ падающимъ грузомъ уже необходимо было примѣнить „подкладку“, чтобы, съ одной стороны, не испортить торцевую поверхность „бабы“, а съ другой стороны, не испортить „бабой“ верхній шарикъ, такъ какъ, очевидно, что при „подкладкѣ“ послѣдній воспринимаетъ живую силу по всей поверхности соприкосновенія его съ „подкладкой“, а не въ одной почти точкѣ, какъ это бываетъ безъ „подкладки“.

Результаты опытовъ этой серіи приведены въ слѣдующихъ табл. 8—21.

Таблица 8.

Діаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 25^m/m$. Въсѣ падающ. груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза H въ см.	Живая сила L въ kg. см	Діаметры площадокъ деформалій			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- цій ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
1	37,49	2,10	2,11	2,11	2,11	0,0349	1070	30780
—	—	2,13	2,11	2,12				
2	74,98	2,49	2,49	2,49	2,49	0,0487	1540	31640
—	—	2,48	2,49	2,48				
3	112,47	2,76	2,77	2,77	2,77	0,0602	1870	31000
—	—	2,78	2,78	2,78				
4	149,96	2,96	2,97	2,96	2,96	0,0688	2180	31680
—	—	2,96	2,96	2,96				
5	187,45	3,15	3,11	3,13	3,14	0,0774	2420	31300
—	—	3,15	3,14	3,15				
10	374,9	3,73	3,72	3,72	3,72	0,1087	3450	31720
—	—	3,72	3,72	3,72				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	31350

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m}$ здѣсь: $\frac{31720 - 30780}{30780} 100 = 3,1\%$.

Таблица 9.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 25^m/m$. Вѣсъ падающ. груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформаций			Средній диаметръ d_m въ mm.	Площадь деформа- ции ω_m въ см.	ω_m	ω_m^2
		a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.				
10	374,9	3,78	3,77	3,78	3,76	0,1110	3380	30430
—	—	3,78	3,78	3,78				
—	—	3,72	3,74	3,73				
—	—	3,74	3,74	3,74				
20	749,8	4,46	4,46	4,46	4,46	0,1562	4800	30730
—	—	4,46	4,45	4,46				
30	1124,7	4,98	4,98	4,98	4,97	0,1940	5797	29880
—	—	4,98	4,98	4,98				
—	—	4,97	4,96	4,96				
—	—	4,97	4,97	4,97				
40	1499,6	5,33	5,32	5,32	5,33	0,2231	6720	30150
—	—	5,33	5,32	5,33				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	30298

Разность между отдѣльными значеніями $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ

$$\frac{30730 - 29880}{29880} 100 = 2,8\%$$

Таблица 10.

Діаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 25^m/m$. Вѣсъ падающаго груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см	Діаметры площадокъ деформаций			Средній діаметръ d_m въ mm.	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ mm.				
10	374,9	3,84	3,84	3,84	3,84	0,1158	3240	28000
—	—	3,84	3,84	3,84				
20	749,8	4,59	4,58	4,58	4,58	0,1647	4550	27650
—	—	4,58	4,59	4,58				
30	1124,7	5,07	5,06	5,06	5,06	0,2011	5590	27840
—	—	5,06	5,06	5,06				
40	1499,6	5,41	5,39	5,40	5,40	0,2290	6550	28620
—	—	5,42	5,40	5,41				
50	1874,5	5,72	5,72	5,72	5,72	0,2570	7290	28380
—	—	5,73	5,72	5,72				
60	2249,4	5,98	5,98	5,98	5,98	0,2809	8010	28490
—	—	5,98	5,97	5,98				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	28163

Разность между значеніями $\frac{L}{\omega_m^2} : \frac{28620 - 27650}{27650} 100 = 3,5\%$.

Таблица 11.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 25$. Вѣсъ падающаго груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформаций			Средній диаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- цій ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
1	37,49	2,15	2,15	2,15	2,15	0,0363	1030	28440
—	—	2,15	2,16	2,155				
3	112,47	2,81	2,82	2,82	2,82	0,0625	1800	28790
—	—	2,82	2,82	2,82				
5	187,45	3,23	3,23	3,23	3,23	0,0819	2290	27940
—	—	3,22	3,23	3,23				
10	374,9	3,84	3,83	3,83	3,83	0,1152	3260	28190
—	—	3,82	3,84	3,83				
20	749,8	4,57	4,58	4,58	4,57	0,1640	4570	27870
40	—	4,57	4,57	4,57				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	28246

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет:

$$\frac{28790 - 27870}{27870} \cdot 100 = 3,3\%$$

Изъ данныхъ таблицъ № 8, 9, 10 и 11 выведены средніе результаты для шариковъ $25^m/m$ діаметромъ, представленные въ слѣдующей таблицѣ.

Таблица 12.

Живая сила въ kg. cm.	$\frac{L}{\omega_m}$ (8)	$\frac{L}{\omega_m}$ (9)	$\frac{L}{\omega_m}$ (10)	$\frac{L}{\omega_m}$ (11)	Среднее	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (8)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (9)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (10)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (11)	Среднее	Примѣчаніе
37,4	1070	—	—	1030	1050	30780	—	—	28440	29610	Цифры (8), (9), (10), (11) подъ $\frac{L}{\omega_m}$ и $\frac{L}{\omega_m^2}$ означаютъ: изъ какой таблицы взяты соответствующія значенія $\frac{L}{\omega_m}$ и $\frac{L}{\omega_m^2}$.
112,47	1870	—	—	1800	1835	31000	—	—	28790	29895	
187,45	2420	—	—	2290	2355	31300	—	—	27940	29620	
374,9	3450	3380	3240	3260	3332	31720	30430	28000	28190	29585	
749,8	—	4800	4550	4570	4640	—	30730	27650	27870	28750	—
1124,7	—	5797	5590	—	5693	—	29880	27840	—	28860	—
1499,6	—	6720	6550	—	6635	—	30150	28620	—	29385	—
1874,5	—	—	7290	—	7290	—	—	28380	—	28380	—
2249,4	—	—	8010	—	8010	—	—	28490	—	28490	—
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	—	—	29175	—

Какъ видно изъ послѣдней таблицы, не смотря на неполноту данныхъ для всѣхъ величинъ живыхъ силъ, все же отступленіе для всѣхъ испытанныхъ шариковъ съ діаметромъ въ $25^m/m$ отъ зависимости $L=C^{d^4}$ не превосходитъ

$$\frac{29895 - 28380}{28380} 100 = 5,3\% .$$

Таблица 13.

Діаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 20^m/m$. Вѣсъ падающаго груза $P = 37,49 \text{ kg}$.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметры площадокъ деформации			Средній діаметръ d_m въ мм	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
10	374,9	3,51	3,49	3,50	3,50	0,0962	3900	40530
—	—	3,51	3,49	3,50				
—	—	3,49	3,51	3,50				
—	—	3,51	3,49	3,50				
20	749,8	4,20	4,21	4,20	4,20	0,1385	5410	39090
—	—	4,20	4,21	4,21				
—	—	4,21	4,20	4,20				
—	—	4,20	4,20	4,20				
30	1124,7	4,62	4,63	4,63	4,63	0,1680	6700	39880
—	—	4,64	4,62	4,63				
—	—	4,62	4,62	4,62				
—	—	4,62	4,64	4,63				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	39830

Здѣсь разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ:

$$\frac{40530 - 39090}{39090} 100 = 3,7\%$$

Таблица 14.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 20^m/m$. Вѣсъ падающаго груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформаціи			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ціи ω_m въ мм.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
10	374,9	3,56	3,54	3,55	3,55	0,0989	3800	38260
—	—	3,56	3,54	3,55				
30	1124,7	4,65	4,64	4,65	4,66	0,1705	6600	38650
—	—	4,67	4,66	4,67				
40	1499,6	4,99	4,98	4,99	4,99	0,1956	7670	39250
—	—	4,99	4,99	4,99				
50	1874,5	5,29	5,30	5,29	5,29	0,2200	8520	38730
—	—	5,30	5,28	5,29				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	38725

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$:

$$\frac{39250 - 38260}{38260} 100 = 2,6\%$$

Таблица 15.

Діаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 20^m/m$. Всъ падающ. груза $P = 37,49 \text{ kg}$.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметры площадокъ деформации			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ции ω_m въ мм	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
10	374,9	3,53	3,52	3,53	3,52	0,0974	3850	39520
—	—	3,52	3,52	3,52				
20	749,8	4,22	4,20	4,21	4,21	0,1392	5390	38610
—	—	4,21	4,21	4,21				
30	1124,7	4,67	4,66	4,66	4,66	0,1705	6600	38770
—	—	4,65	4,65	4,65				
40	1499,6	5,01	5,00	5,00	5,01	0,1973	7600	38650
—	—	5,02	5,02	5,02				
50	1874,5	5,29	5,29	5,29	5,29	0,2198	8530	38810
—	—	5,30	5,29	5,29				
60	2249,4	5,51	5,51	5,51	5,51	0,2384	9440	39740
—	—	5,50	5,51	5,51				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	39017

Разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет:

$$\frac{39740 - 38610}{38610} 100 = 2,9\%$$

Таблица 16.

Діаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 20^m/m$. Вѣсъ падающ. груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметры площадокъ деформаціи			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
1	37,49	1,98	1,98	1,98	1,98	0,03079	1220	39630
—	—	1,98	1,97	1,98				
5	187,45	2,97	2,96	2,96	2,96	0,0688	2730	39590
—	—	2,95	2,96	2,96				
10	374,9	3,52	3,52	3,52	3,52	0,0974	3850	39520
—	—	3,53	3,52	3,52				
20	749,8	4,22	4,23	4,22	4,22	0,1399	5360	38310
—	—	4,22	4,22	4,22				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	39262

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$:

$$\frac{39630 - 38310}{38310} 100 = 3,4\%.$$

Таблица 17.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 20^m/m$. Вѣсъ падающ. груза $P = 37,49 \text{ kg}$.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформации			Средній диаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ции ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
10	374,9	3,51	3,52	3,52	3,51	0,0968	3870	4000
—	—	3,51	3,53	3,52				
—	—	3,50	3,50	3,50				
20	749,8	3,49	3,49	3,49	4,17	0,1366	5490	40180
—	—	4,18	4,17	4,17				
—	—	4,17	4,17	4,17				
30	1124,7	4,67	4,67	4,67	4,66	0,1706	6590	38650
—	—	4,65	4,66	4,65				
—	—	—	—	—				
40	1499,6	5,00	5,00	5,00	5,00	0,1964	7630	39030
—	—	5,00	5,01	5,01				
—	—	—	—	—				
50	1874,5	5,30	5,30	5,30	5,30	0,2206	8500	38570
—	—	5,31	5,30	5,30				
—	—	—	—	—				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	39286

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$:

$$\frac{40180 - 38570}{38570} 100 = 4,2\%$$

Изъ данныхъ таблицъ 13, 14, 15, 16, 17, для шариковъ въ $20^m/m$ діаметромъ выведены средніе результаты, представленные въ слѣдующей таблицѣ.

Таблица 18.

Живая сила L въ kg. cm.	$\frac{L}{\omega_m}$ (13)	$\frac{L}{\omega_m}$ (14)	$\frac{L}{\omega_m}$ (15)	$\frac{L}{\omega_m}$ (16)	$\frac{L}{\omega_m}$ (17)	Среднее	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (13)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (14)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (15)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (16)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (17)	Среднее
37,49	—	—	—	1220	—	1220	—	—	—	39630	—	39630
187,45	—	—	—	2730	—	2730	—	—	—	39590	—	39590
374,9	3900	3800	3850	3850	3870	3874	40530	38260	39520	39520	40000	39566
749,8	5410	—	5390	5360	5490	5412	39090	—	38610	38310	40180	39048
1124,7	6700	6600	6600	—	6590	6622	39880	38650	38770	—	38650	38990
1499,6	—	7670	7600	—	7630	7633	—	39250	38650	—	39030	38977
1874,5	—	8520	8530	—	8500	8517	—	38730	38810	—	38570	38703
2249,4	—	—	9440	—	—	9440	—	—	39740	—	—	39740
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	39280

Наибольшая здѣсь разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$:

$$\frac{39740 - 38703}{38703} \cdot 100 = 2,7\%$$

$$\frac{49850 - 48710}{48710} \cdot 100 = 2,3\%$$

Таблица 19.

Діаметры шариковъ $D_1=D_2=15^m/m$. Вѣсъ падающ. груза $P=37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg см.	Діаметры площадокъ деформациі			Средній діаметръ d_m въ mm.	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ mm.	a_2 въ mm.	$d = \frac{a_1+a_2}{2}$ въ mm.				
5	187,25	2,78	2,80	2,79	2,79	0,0611	3070	49670
—	—	2,81	2,78	2,79				
10	374,9	3,32	3,34	3,33	3,33	0,0871	4300	49390
—	—	3,32	3,32	2,32				
—	—	3,34	3,35	3,34				
—	—	3,34	3,34	3,34				
15	561,75	3,70	3,69	3,69	3,69	0,1069	5260	49060
—	—	3,69	3,69	3,69				
20	749,8	3,95	3,96	3,95	3,96	0,1232	6090	49560
—	—	3,96	3,96	3,96				
25	936,25	4,21	4,21	4,21	4,21	0,1392	6720	48510
—	—	4,21	4,21	4,21				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	49238

Здѣсь разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$:

$$\frac{49670-48510}{48510}100=2,4\%.$$

Таблица 20.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 15^m/m$. Вѣсъ падающ. груза $P = 37,49$ kg.

Высота падeнія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформаціи			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
1	37,49	1,87	1,88	1,87	1,87	0,0275	1360	49590
—	—	1,87	1,87	1,87	1,87	—	—	—
3	112,47	2,46	2,46	2,46	2,46	0,0475	2370	49850
—	—	2,46	2,47	2,47	2,47	—	—	—
5	187,25	2,81	2,81	2,81	2,81	0,0620	3020	48710
—	—	2,81	2,82	2,81	2,81	—	—	—
10	374,9	3,33	3,33	3,33	3,33	0,0871	4300	49390
—	—	3,32	3,34	3,33	3,33	—	—	—
20	749,8	3,96	3,97	3,96	3,97	0,1238	6070	49000
—	—	3,97	3,97	3,97	3,97	—	—	—
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	49308

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ здѣсь:

$$\frac{49850 - 48710}{48710} 100 = 2,3\%.$$

Таблица 21.

Діаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 15^m/m$. Всѣ падающ. груза $P = 37,49 \text{ kg.}$

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметры площадокъ деформаціи			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ція ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
1	37,49	1,85	1,86	1,86	1,86	0,0272	1380	50660
—	—	1,87	1,87	1,87	1,87	—	—	—
3	112,47	2,45	2,45	2,45	2,45	0,0471	2390	50710
—	—	2,45	2,46	2,46	2,46	—	—	—
5	187,25	2,80	2,80	2,80	2,80	0,0616	3040	49410
—	—	2,80	2,81	2,80	2,80	—	—	—
10	374,9	3,32	3,33	3,32	3,32	0,0866	4330	49990
—	—	3,32	3,32	3,32	3,32	—	—	—
20	749,8	3,96	3,96	3,96	3,96	0,1232	6090	49560
—	—	3,97	3,96	3,97	3,97	—	—	—
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	50066

Разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ здѣсь:

$$\frac{50710 - 49410}{49410} 100 = 2,6\%$$

Таблица 22.

Диаметры шариковъ $D_1 = D_2 = 15^m/m$. Вѣсъ падающ. груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформациі			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
1	37,49	1,88	1,87	1,87	1,87	0,0275	1360	49590
—	—	1,87	1,87	1,87				
3	112,47	2,47	2,47	2,47	2,47	0,0479	2350	49030
—	—	2,48	2,46	2,47				
5	187,25	2,80	2,81	2,80	2,80	0,0616	3040	49410
—	—	2,79	2,81	2,80				
10	374,9	3,34	3,33	3,34	3,33	0,0871	4300	49390
—	—	3,32	3,34	3,33				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	49360

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m}$ составляет:

$$\frac{49590 - 49030}{49030} 100 = 1,1\%$$

Изъ таблицъ № 19, 20, 21 и 22 выведены въ слѣдующей таблицѣ снова средніе результаты.

Таблица 23.

Живая сила въ kg. cm.	$\frac{L}{\omega_m}$ (19)	$\frac{L}{\omega_m}$ (20)	$\frac{L}{\omega_m}$ (21)	$\frac{L}{\omega_m}$ (22)	Среднее	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (19)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (20)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (21)	$\frac{L}{\omega_m^2}$ (22)	Среднее
37,49	—	1360	1380	1360	1367	—	49590	50660	49590	49950
112,47	—	2370	2390	2350	2370	—	49850	50710	49030	49860
187,25	3070	3020	3040	3040	3043	49670	48710	49410	49410	49300
374,9	4300	4300	4330	4300	4308	49390	49390	49990	49390	49540
561,75	5260	—	—	—	5260	49060	—	—	—	49060
749,8	6090	6070	6090	—	6080	49560	49000	49560	—	49370
936,25	6720	—	—	—	6720	48510	—	—	—	48510
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	—	—	49370

Наибольшая здѣсь разность средних значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляетъ:

$$\frac{49950 - 48510}{48510} 100 = 3\%.$$

Такимъ образомъ и для данной серіи опытовъ найденная нами выше зависимость, что живая сила пропорціональна для даннаго размѣра шариковъ четвертой степени діаметра площади деформаціи, подтверждается съ большею точностью: отступленія отъ нея не превосходятъ 5,3%.

Такъ же, какъ и для предыдущей серіи опытовъ для введенія въ зависимость площади деформаціи шариковъ отъ живой силы еще и діаметра шариковъ, произведены уже извѣстныя выкладки, результаты которыхъ приведены въ слѣдующей таблицѣ № 24.

Таблица 24.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметръ шарика D въ см.	Диаметръ площади деформа- ціи d_m въ см.	d_m^4	$\eta = \frac{d_m^4}{D}$	Среднее значеніе η_m изъ от- дѣльн. зна- ченій η	$\frac{L}{\eta_m}$
1	37,49	1,5	0,187	0,001225	0,000817	0,000803	46670
—	—	2,0	0,198	0,001537	0,000769		
—	—	2,5	0,213	0,002061	0,000824		
3	112,47	1,5	2,46	0,003660	0,00244	0,00245	45910
—	—	2,0	—	—	—		
—	—	2,5	2,80	0,006147	0,00246		
5	187,45	1,5	2,80	0,006147	0,004098	0,004007	46780
—	—	2,0	2,96	0,007674	0,003837		
—	—	2,5	3,13	0,010221	0,004088		
10	374,9	1,5	3,33	0,01230	0,00820	0,00804	46640
—	—	2,0	3,52	0,01535	0,00768		
—	—	2,5	3,79	0,02061	0,00824		
20	749,8	1,5	3,96	0,02459	0,0164	0,0163	46000
—	—	2,0	4,20	0,03110	0,0156		
—	—	2,5	4,54	0,04244	0,0169		
30	1124,7	1,5	—	—	—	0,0244	46090
—	—	2,0	4,65	0,04666	0,02333		
—	—	2,5	5,02	0,06350	0,02540		
40	1499,6	1,5	—	—	—	0,0321	46720
—	—	2,0	5,00	0,0625	0,0313		
—	—	2,5	5,36	0,0824	0,0329		
50	1874,5	1,5	—	—	—	0,0410	45720
—	—	2,0	5,29	0,0784	0,0392		
—	—	2,5	5,72	0,1069	0,0428		
60	2249,4	1,5	—	—	—	0,0486	46280
—	—	2,0	5,51	0,0922	0,0461		
—	—	2,5	5,98	0,1279	0,0512		
Среднее	—	—	—	—	—	—	46267

Данныя этой таблицы показываютъ, что найденная нами при первой серіи опытовъ зависимость между живой силой, діаметромъ площади деформациі шариковъ и діаметромъ послѣднихъ, выраженная формулой

$$L = C \frac{d^4}{D},$$

подтверждается и здѣсь: отступленія отъ этой зависимости не превосходятъ:

$$\frac{46780 - 45720}{45720} 100 = 2,3\%$$

И что еще особенно замѣчательно, такъ это то, что разность между средними коэффициентами (С) для двухъ серій опытовъ, изъ которыхъ первая производилась, какъ извѣстно, безъ „подкладки“ и съ падающимъ грузомъ въ 0,587 kg. вѣсомъ, а вторая со стальной подкладкой и съ падающимъ грузомъ въ 37,49 kg. вѣсомъ, не особенно велика и составляетъ всего

$$\frac{47766 - 46267}{46267} 100 = 3,2\%$$

хотя, какъ видно, падающіе грузы отличались одинъ отъ другого въ 64 раза.

Наконецъ, послѣдняя серія опытовъ заключалась въ изслѣдованіи взаимной деформациі при ударѣ двухъ шариковъ различнаго діаметра; результаты этихъ опытовъ приведены въ слѣдующихъ таблицахъ:

Таблица 25.

Діаметры шариковъ $D_1 = 25^m/m$, $D_2 = 20^m/m$. Вѣсъ подающ. груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметры площадокъ деформациі			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформациі ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
10	374,9	3,65	3,66	3,66	3,65	0,1046	3580	34270
—	—	3,64	3,65	3,64				
20	749,8	4,29	4,32	4,31	4,31	0,1459	5140	35200
—	—	4,31	4,31	4,31				
30	1124,7	4,80	4,81	4,81	4,81	0,1817	6190	34080
—	—	4,81	4,81	4,81				
40	1499,6	5,18	5,19	5,18	5,18	0,2107	7120	33780
—	—	5,18	5,18	5,18				

[illegible]

Разность значений $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет здѣсь:

$$\frac{35200 - 33780}{33780} 100 = 4,2\%$$

Таблица 26.

Диаметры шариков $D_1=25^m/m$, $D_2=20^m/m$. Вес падающего груза $P=37,49 \text{ kg}$.

[illegible]

Разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет:

$$\frac{34890 - 34610}{34610} 100 = 0,81\%$$

Таблица 27.

Діаметры шариковъ $D_1 = 25^m/m$, $D_2 = 15^m/m$, Вѣсъ падающаго груза $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметры площадокъ деформаціи			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
5	187,45	2,97	2,97	2,97	2,96	0,0688	2730	39590
—	—	2,96	2,96	2,96				
10	374,9	3,52	3,52	3,52	3,51	0,09676	3870	40010
—	—	3,51	3,51	3,51				
20	749,8	4,21	4,19	4,20	4,20	0,1385	5410	39090
—	—	4,19	4,21	4,20				
25	936,25	4,44	4,42	4,43	4,43	0,1541	6080	39500
—	—	4,43	4,43	4,43				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	39550

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет:

$$\frac{40010 - 39500}{39500} 100 = 1,3\%$$

Таблица 28.

Диаметры шариковъ $D_1 = 25^m/m$, $D_2 = 15^m/m$ Вѣсъ падающаго груза
 $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформации			Средній диаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ции ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
5	187,45	2,96	2,95	2,95	2,95	0,06835	2740	40220
—	—	2,95	2,95	2,95				
10	374,9	3,49	3,48	3,49	3,49	0,0957	3920	40940
—	—	3,48	3,49	3,49				
—	—	3,50	3,48	3,49				
—	—	3,48	3,48	3,48				
15	561,75	3,87	3,88	3,88	3,87	0,1176	4780	40710
—	—	3,86	3,86	3,86				
20	749,8	4,16	4,15	4,16	4,16	0,1359	5520	40530
—	—	4,16	4,16	4,16				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	40600

Разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$:

$$\frac{40940 - 40220}{40220} 100 = 1,8\%$$

Таблица 29.

Диаметры шариковъ $D_1 = 20^m$, $D_2 = 15^m$. Весь падающаго груза
 $P = 37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Диаметры площадокъ деформаціи			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
5	187,45	2,87	2,87	2,87	2,87	0,0647	2900	44760
—	—	2,87	2,87	2,87				
10	374,9	3,42	3,43	3,43	3,43	0,0924	4060	43900
—	—	3,43	3,43	3,43				
15	561,75	3,79	3,79	3,79	3,79	0,1128	4980	44160
—	—	3,80	3,79	3,79				
20	749,8	4,08	4,08	4,08	4,08	0,1307	5740	43850
—	—	4,09	4,08	4,09				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	44168

Разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет:

$$\frac{44760 - 43850}{43850} \cdot 100 = 2,1\%$$

Таблица 30.

Діаметры шариковъ $D_1=20^m/m$, $D_2=15^m/m$. Вѣсъ падающаго груза $P=37,49$ kg.

Высота паденія груза въ см.	Живая сила L въ kg. см.	Діаметры площадокъ деформации			Средній діаметръ d_m въ мм.	Площадь деформа- ціи ω_m въ см.	$\frac{L}{\omega_m}$	$\frac{L}{\omega_m^2}$
		a_1 въ мм.	a_2 въ мм.	$d = \frac{a_1 + a_2}{2}$ въ мм.				
5	187,45	2,86	2,87	2,87	2,88	0,0651	2880	44230
—	—	2,87	2,86	2,86				
—	—	2,90	2,89	2,89				
—	—	2,89	2,89	2,89				
10	374,9	3,42	3,41	3,42	3,42	0,0919	4080	44390
—	—	3,42	3,43	3,43				
15	561,75	3,79	3,81	3,80	3,80	0,1134	4950	43690
—	—	3,79	3,80	3,80				
20	749,8	4,08	4,07	4,08	4,07	0,1301	5760	44370
—	—	4,07	4,06	4,07				
25	936,25	4,31	4,31	4,31	4,31	0,1459	6420	43950
—	—	4,31	4,32	4,31				
30	1124,7	4,50	4,50	4,50	4,50	0,1590	7070	44490
—	—	4,49	4,50	4,50				
Среднее	—	—	—	—	—	—	—	44187

Наибольшая разность значеній $\frac{L}{\omega_m^2}$ составляет:

$$\frac{44490 - 43690}{43690} 100 = 1,8\%.$$

Изъ всѣхъ этихъ таблицъ видно, что, съ одной стороны, отношеніе живой силы къ квадрату площади полученной деформациіи есть величина постоянная для каждой пары испытываемыхъ шариковъ, при чемъ отступленія отъ этого постоянства колеблются въ предѣлахъ 0,81%—4,2%, а съ другой стороны, коэффициентъ пропорціональности для каждой пары шариковъ есть среднее арифметическое изъ коэффициентовъ пропорціональности, полученныхъ при испытаніи шариковъ каждой величины въ отдѣльности, входящихъ въ эту пару; послѣднее положеніе вытекаетъ изъ слѣдующихъ выкладокъ: при испытаніи шариковъ отдѣльно діаметромъ въ $25^m/m$, $20^m/m$ и $15^m/m$ нами получены были какъ среднія величины разсматриваемыхъ коэффициентовъ соответственно $C_{(25)}^1=29175$ (табл. 12), $C_{(20)}^1=39280$ (табл. 18) и $C_{(15)}^1=49370$ (табл. 23); среднее арифметическое изъ первыхъ двухъ

$$\text{будетъ } \frac{C_{(25)} + C_{(20)}}{2} = \frac{29175 + 39280}{2} = 34227.$$

Опыты же съ парой шариковъ, изъ которыхъ одинъ въ $25^m/m$, а другой въ $20^m/m$ діаметромъ, дали (см. таб. 25, 26) для коэффициента $C_{(25, 20)}$ величину 34592; и такъ образомъ разность ихъ составляетъ

$$\frac{34592 - 34227}{34227} 100 = 1,06\%.$$

Точно также

$$\frac{C_{(25)} + C_{(15)}}{2} = \frac{29175 + 49370}{2} = 39272,$$

а при испытаніи пары шариковъ, изъ которыхъ одинъ діаметромъ въ $25^m/m$, а другой въ $15^m/m$, получили (таб. 27, 28) какъ среднее $C_{(25, 15)}=40075$, и слѣд. разность ихъ составляетъ

$$\frac{40075 - 39272}{39272} 100 = 2,04\%.$$

Наконецъ,

$$\frac{C_{(20)} + C_{(15)}}{2} = \frac{39280 + 49370}{2} = 44325,$$

а опыты съ парой шариковъ, изъ которыхъ одинъ въ $20^m/m$, а другой въ $15^m/m$ діаметромъ, дали (см. таб. 29, 30) какъ среднюю величину $C_{(20, 15)}=44178$; разность ихъ составляетъ

¹⁾ Здѣсь числа (25), (20) и (15) около С означаютъ, при испытаніи какого діаметра шариковъ получены вышеуказанные коэффициенты.

Всѣ полученныя такимъ образомъ разности чрезвычайно незначительны и всецѣло могутъ быть объяснены ошибками наблюденія и условіями опытовъ.

Съ этой цѣлью нами произведенъ рядъ выкладокъ, сущность которыхъ видна изъ слѣдующей таблицы.

Таблица 31.

[illegible]

Изъ этой таблицы видно, что съ весьма большой точностью (погрѣшность составляетъ $\frac{96950-94800}{94800} 100=2,3\%$)

$$\frac{L}{\eta_m} = C'$$

или

$$L = C' \eta_m = C' \frac{d_m^4}{D_1 + D_2} \dots \dots \dots (2)$$

гдѣ C' —произвольная постоянная, не зависящая отъ діаметра шариковъ.

Оказывается далѣе, что эта формула (2) заключаетъ въ себѣ формулу (1) какъ частный случай; въ самомъ дѣлѣ, полагая въ формулѣ (2)

$$D_1 = D_2 = D$$

мы получимъ

$$L = \frac{C'}{2} \frac{d_m^4}{D} = C'' \frac{d_m^4}{D} \dots \dots \dots (3)$$

и такъ какъ $C'' = \frac{C'}{2} = \frac{96236}{2} = 48118$, то этотъ коэффициентъ C'' отличается отъ коэффициента C въ формулѣ (1) только на (см. табл. 24).

$$\frac{48118-46267}{46267} 100 = 4\%$$

такая разность опять таки не представляется большой и цѣликомъ можетъ быть объяснена ошибками опытовъ и наблюдений, а потому C'' можетъ быть смѣло принято равнымъ C .

Наконецъ, еще одинъ вопросъ представлялся намъ весьма интереснымъ для разрѣшенія, это вопросъ о зависимости величины разрушающей шарикъ живой силы отъ его діаметра, но къ сожалѣнію за недостаткомъ времени его нельзя считать нами разрѣшеннымъ.

Такъ напр., шарики діаметромъ въ $15^m/m$ разрушались (шарики испытывались парами, тѣмъ же путемъ, какъ и при изслѣдованіи ихъ деформаций) при живыхъ силахъ въ 560—940 kg. см. (при паденіи груза въ 37,49 kg. съ высоты въ 15—25 см.), въ среднемъ 750 kg. см., что соотвѣтствуетъ $424 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$ діаметральной площади сѣченія шарика.

Шарики діаметромъ въ $20^m/m$ разрушались большею частью при живыхъ силахъ въ 1100—2700 kg. см. (при соотвѣствующихъ высотахъ паденія груза въ 30—70 см.), въ среднемъ 1900 kg. см., что соотвѣствуетъ $610 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$ діаметральной площади сѣченія шарика.

Разрушающія живыя силы для шариковъ діаметромъ въ $25^m/m$ колеблются еще въ большихъ предѣлахъ: отъ 1500 kg. см. до 4000 kg. см. (соотвѣствующія высоты паденія груза 40—110 см.), въ среднемъ 2275 kg. см., что соотвѣствуетъ $560 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$ діаметральной площади сѣченія шарика.

При совмѣстномъ же испытаніи шариковъ разнаго діаметра величины разрушающихъ живыхъ силъ сильно понижались: такъ при испытаніи паръ шариковъ, изъ которыхъ въ каждой одинъ былъ въ $25^m/m$, а другой въ $20^m/m$ діаметромъ, какъ тотъ, такъ и другой шарикъ разрушались при живыхъ силахъ въ 1100—1900 kg. см., въ среднемъ 1500 kg. см., что соотвѣствуетъ $375 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$ діаметральной площади

сѣченія для шариковъ въ $20^m/m$ діаметромъ и $305 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$ для шариковъ въ $25^m/m$ діаметромъ. При испытаніи паръ шариковъ въ $25^m/m$ и $15^m/m$ діаметромъ въ каждой разрушеніе происходило уже при живыхъ силахъ въ 375—940 kg. см., въ среднемъ 660 kg. см., что соотвѣствуетъ $375 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$ діаметральной площади сѣченія шарика въ $15^m/m$ діаметромъ и $135 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$ для шариковъ въ $25^m/m$ діаметромъ.

Наконецъ, при испытаніи паръ шариковъ съ діаметрами въ $20^m/m$ и $15^m/m$ разрушеніе ихъ происходило при живыхъ силахъ въ 375—1100 kg. см., въ среднемъ 740 kg. см., что соотвѣствуетъ для шариковъ въ $20^m/m$ діаметромъ— $226 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$, а для шариковъ въ $15^m/m$ діаметромъ— $418 \frac{\text{kg. см.}}{\text{см.}^2}$ діаметральной площади сѣченія шариковъ.

Такимъ образомъ, при совмѣстномъ испытаніи шариковъ разнаго діаметра въ то время, какъ для шариковъ наименьшаго изъ испытываемыхъ размѣра (въ данномъ случаѣ въ $15^m/m$ діаметромъ) разрушающая живая сила, приходящаяся на см.^2 діаметральной площади

сѣченія шарика, осталась почти безъ измѣненія, эта живая сила для шариковъ большаго діаметра значительно уменьшилась по сравненію съ данными, полученными при испытаніи шариковъ одного размѣра, и это уменьшеніе тѣмъ больше, чѣмъ больше разность діаметровъ шариковъ, вмѣстѣ испытываемыхъ, такъ для шариковъ въ $25^m/m$ діаметромъ при испытаніи совмѣстно съ шариками въ $15^m/m$ діаметромъ это уменьшеніе произошло въ 4,1 раза, а для шариковъ въ $20^m/m$ діаметромъ только въ 2,7 раза.

Резюмируя теперь все вышеизложенное, мы можемъ полученные нами результаты формулировать въ видѣ положеній, вѣрныхъ, конечно, только въ условіяхъ и предѣлахъ произведенныхъ опытовъ:

1) Отношеніе живой силы къ квадрату площади произведенной деформации на одномъ изъ двухъ одинаковаго размѣра стальныхъ шариковъ есть величина постоянная, зависящая отъ діаметра шариковъ.

2) Произведеніе живой силы, раздѣленной на квадратъ площади произведенной ею деформации на одномъ изъ двухъ какого либо одинаковаго размѣра шариковъ, на діаметръ ихъ—есть величина постоянная, не зависящая отъ діаметра испытываемыхъ шариковъ.

3) Отношеніе живой силы къ квадрату площади, произведенной ею деформации на одномъ изъ двухъ разнаго діаметра (D_1 и D_2) стальныхъ шариковъ, есть величина постоянная, зависящая отъ діаметровъ испытываемыхъ шариковъ и при томъ равная среднему арифметическому изъ постоянныхъ, которыя были бы получены, если бы произвели аналогичное испытаніе сперва съ двумя шариками діаметра D_1 , а потомъ съ двумя шариками діаметра D_2 .

4) Произведеніе живой силы, раздѣленной на квадратъ площади произведенной ею деформации на одномъ изъ двухъ разнаго діаметра стальныхъ шариковъ, на сумму діаметровъ этихъ шариковъ есть величина постоянная, не зависящая отъ діаметровъ испытываемыхъ шариковъ.

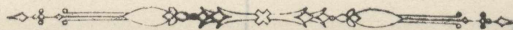
5) Соотношеніе между живой силой, діаметромъ площади произведенной ею деформации на одномъ изъ двухъ равнаго діаметра стальныхъ шариковъ и діаметромъ шариковъ, вытекающее изъ 2-го положенія, можетъ быть получено изъ соотношенія между аналогичными величинами по положенію 4-му, если только сдѣлать діаметры рассматриваемыхъ здѣсь двухъ шариковъ равными.

6) Не устанавливая пока выгагой зависимости между діаметромъ шарикомъ и разрушающей ихъ живой силой, можно только сказать, что величина этой живой силы сильно понижается для шариковъ какой либо величины, если ихъ разрушать совмѣстно съ шариками другого меньшаго діаметра.

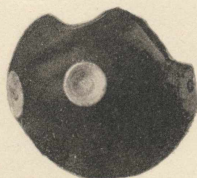
7) Наконецъ, въ виду того, что при данныхъ опытахъ при двухъ различныхъ грузахъ, отличающихся одинъ отъ другого во много разъ (одинъ больше другого въ 64 раза), получены результаты, весьма мало отличающіеся одинъ отъ другого, я бы позволилъ себѣ высказать положеніе, указанное мною уже въ вышецитированной моей статьѣ, что найденная зависимость между живой силой, площадью произведенной ею деформаци на шарикахъ и діаметрами шариковъ не зависитъ и отъ скорости паденія груза, или во всякомъ случаѣ, вліяніе этой скорости настолько незначительно, что не превосходитъ ошибокъ наблюденія при данныхъ опытахъ.

Г. Томскъ, октябрь 1908 г.

В. Пинегинъ.



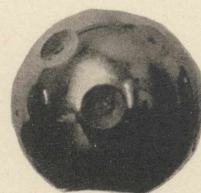
Фиг. 1.



Фиг. 2.



Фиг. 5.



Фиг. 3.



Фиг. 6.



Фиг. 4.

