

ИЗВѢСТІЯ
Томскаго Технологическаго Института
ИМПЕРАТОРА НИКОЛАЯ II.
т. 19. 1910. № 3.

I.

С. А. Введенскій

ВЛІЯНІЕ НЕВЫСОКИХЪ ПЕРЕВАЛОВЪ НА ВИРТУАЛЬНЫЕ РАЗСЧЕТЫ.

1—28.



Вліяніє невысоких переваловъ на виртуальные расчеты.

С. А. Введенскій.

Одной изъ самыхъ основныхъ задачъ желѣзнодорожной эксплуатаціи является вопросъ о наивыгоднѣйшемъ вѣсѣ поѣзда и его наивыгоднѣйшей скорости.

При выбраніи типѣ паровоза и то, и другое зависитъ отъ условій плана и профиля, они же вліяютъ и на самый выборъ паровоза. Отсюда—обратимость задачи, т. е. передъ изыскателемъ и проектировщикомъ линіи встаетъ вопросъ о такомъ соединеніи заданныхъ пунктовъ, чтобы расходъ на передвиженіе былъ наименьшій.

Замѣтимъ здѣсь же, что могущее произойти при этомъ пониженіе скорости на небольшую величину крайне слабо отразится на желѣзнодорожномъ хозяйствѣ, такъ какъ оборотъ вагоновъ и средняя коммерческая скорость зависятъ въ гораздо большей степени отъ станціонныхъ операцій, въ особенности—передачъ въ узлахъ, чѣмъ отъ средней скорости движенія на перегонахъ.

Такимъ образомъ теоретически получается лишь необходимость извѣстнаго соотношенія между строительными и эксплуатаціонными, точнѣе—тяговыми расходами, при коемъ данная линія получается наивыгоднѣйшей.

Такая общая постановка вопроса для всѣхъ дорогъ логически привела къ установленію опредѣленнаго, повсюду неизмѣняемаго, масштаба для сравненій варіантовъ, за каковой выбрана длина прямого горизонтальнаго пути или виртуальная длина. По ней рассчитываютъ сумму работы по передвиженію и время для совершенія его. Въ первомъ случаѣ разбиваютъ перегонъ на участки, характеризующиеся одинаковостью постояннаго сопротивленія, зависящаго только отъ плана и профиля, высчитываютъ переводные коэффициенты, такъ называемые тяговые виртуальные, и приводятъ такимъ образомъ работу по передвиженію на данномъ перегонѣ къ равной ей работѣ на прямомъ горизонтальномъ пути искомой длины.

Для расчета времени пробѣга такимъ же образомъ находится ходовая виртуальная длина изъ условій равенства времени для пробѣга

по виртуальному, т. е. прямому горизонтальному пути искомой длины, и определенному участку данной длины.

При вычисленияхъ принимаютъ движеніе равномернымъ отъ начала каждаго участка съ неизмѣняемымъ сопротивленіемъ (отъ вида линіи) до его конца, со скоростью, взятой изъ діаграммы силы тяги для даннаго паровоза и заданнаго состава, построенной въ предположеніи непрерывности функцій:

$$Z = \frac{75 N}{v},$$

$$W = A + B V + C V^2.$$

Въ такомъ простомъ видѣ примѣненія масштаба получается возможность составить таблицу коэффициентовъ вліянія для различныхъ подъѣмовъ и радіусовъ кривыхъ и очень скоро подсчитать виртуальныя длины. На самомъ же дѣлѣ въ основѣ всей системы лежатъ, неправильныя допущенія о непрерывности функціи $W = A + BV + CV^2$ и о мгновенности перемѣны скоростей въ пунктахъ перелома профиля и плана, а также не принята во вниманіе обратимость энергіи въ работу. Два послѣднихъ факта, упрощая расчеты, стираютъ индивидуальныя различія линій. Взявъ въ основу расчета хотя бы работу паровоза при проходѣ черезъ перевалы, мы получимъ очень простую формулу:

$$T = (L + Q) H = (L + Q) \sum h,$$

гдѣ безразлично, былъ ли то одинъ перевалъ высотой H или это же H составилось изъ цѣлаго ряда переваловъ разнымъ образомъ расположенныхъ—въ формулѣ измѣненій нѣтъ.

Между тѣмъ какъ въ этихъ двухъ случаяхъ математически можно найти громадную разницу, что собственно и служить цѣлью настоящаго изслѣдованія.

Отправнымъ пунктомъ разсужденія я кладу слѣдующее механическое начало: никакого внезапнаго измѣненія на конечную величину скорости ни въ одномъ движущемся тѣлѣ безъ удара быть не можетъ. Никакихъ ударовъ при нормальномъ движеніи поѣзда не происходитъ, слѣдовательно—измѣненіе скорости требуетъ для себя определеннаго, подлежащаго вычисленію промежутка времени и проходимаго пути. Если же на этой длинѣ характеръ постояннаго сопротивленія, т. е. фиктивный уклонъ, мѣняегся, значитъ—мѣняется и сила сопротивленія, т. е. въ движеніи раньше, чѣмъ оно достигнетъ расчетной скорости, вновь наступитъ измѣненіе.

Такого рода учетъ неравномѣрнаго движенія будетъ уже всецѣло требовать принятія во вниманіе индивидуальныхъ, данному варианту присущихъ, свойствъ.

Съ другой стороны онъ дастъ возможность найти перемѣны, истекающія въ общемъ запасѣ энергіи, кинетической и потенціальной, которымъ обладаетъ въ разныхъ мѣстахъ пути движущійся поѣздъ и, на основаніи обратимости ея въ работу, представится возможность планомѣрно распоряжаться ею въ опредѣленныхъ границахъ. Тѣмъ не менѣе и въ предстоящемъ разсмотрѣніи 'вся необходимая строгость соотвѣтствія условій движенія съ принятыми въ формулахъ не можетъ быть проведена вслѣдствіе чрезмѣрной измѣнчивости силъ сопротивленія.

Принято во 1), что сила сопротивленія выражается тремя членами разложенія по степенямъ $V \frac{\text{km.}}{\text{часъ}}$, т. е. $W = A + BV + CV^2$, гдѣ А, В. и С постоянны и отъ V не зависятъ.

Фактически это соотвѣтствовало бы постоянному составу и вѣсу поѣзда, неизмѣняемости механическихъ свойствъ пути и состава, постоянной температурѣ, постоянной силѣ вѣтра и постоянному углу его направленія съ направлениемъ движенія.

Если первая допущенія не противорѣчатъ въ опредѣленныхъ границахъ дѣйствительности, то вопросъ о вѣтрѣ не соотвѣтствуетъ ей вовсе. Непостоянная стихія воздухъ обладаетъ такой перемѣнчивостью и внезапностью этихъ перемѣнъ, что теоретически не мыслимо разсмотрѣніе ея вліянія иначе, какъ при томъ или другомъ приближенномъ предположеніи. На существующихъ дорогахъ путемъ многолѣтнихъ наблюденій еще можно вывести среднюю скорость и среднее направленіе вѣтра для опредѣленныхъ зонъ и разныхъ сезоновъ, но эта средняя сила и направленіе не извѣстны вовсе на строящихся линіяхъ. Сверхъ того при своемъ пробѣгѣ поѣздъ, проходя по кривымъ, самъ мѣняетъ направленіе своего движенія, что еще усложняетъ учетъ вліянія вѣтра. Считая такую задачу непосильной для общаго рѣшенія разсматриваемаго вопроса и принимая во вниманіе, что для разныхъ мѣстъ вліяніе численно будетъ разное въ зависимости не только отъ очертаній и числа экипажей, а также отъ перемѣны направлія и силы вѣтра, я предположилъ коэффициенты А, В, С для каждого участка дороги и поѣзда постоянными и численно найденными.

Это предположеніе тѣмъ болѣе допустимо, что все изслѣдованіе относится исключительно къ невисокимъ переваламъ, т. е. недлиннымъ участкамъ разнаго наклона къ горизонту. При значительной скорости

желѣзнодорожныхъ поѣздовъ короткія разстоянія проходятся въ нѣсколько минутъ, и предположеніе, что случайныя причины, т. е. сила и направленіе вѣтра, за такіе періоды времени не мѣняются, врядъ ли особенно грѣшитъ.

Во 2) предположено, что при переходѣ черезъ изломы профиля движется не поѣздъ, а одинъ только паровозъ, обладающій всѣми свойствами поѣзда. До сихъ поръ, насколько мнѣ извѣстно, вліяніе на движеніе кривыхъ въ вертикальной плоскости вовсе не учитывалось и не испытывалось. Въ дѣйствительности, благодаря большой длинѣ поѣзда и гибкому соединенію вагоновъ, проходъ поѣзда черезъ изломъ профиля ставитъ его въ весьма сложное положеніе, гдѣ на одну часть его дѣйствуетъ одна составляющая силы тяжести, на другую другая, и сама сила сопротивленія отъ вліянія профиля на упряжномъ крюкѣ паровоза за все время перехода кривой переменна. Изслѣдованіе этого интереснаго вопроса подлежитъ еще особой разработкѣ, въ настоящее же время для простоты допускается скачокъ въ этой силѣ, что конечно отразится только на длинѣ періода измѣненія скоростей. Сверхъ того въ смыслѣ расхода времени и работы здѣсь имѣется нѣкоторая компенсація, такъ какъ всѣ явленія, имѣющія мѣсто при переходѣ въ началѣ подъема, т. е. при переходѣ съ болѣе пологого участка на крутой, повторяются въ обратномъ порядкѣ въ его концѣ—при переходѣ на вершинѣ перевала съ крутого участка на пологій.

Точно также допускается попережнему одновременная, совпадающая съ проходомъ черезъ переломъ переменна отсѣчки, что уже зависитъ отъ внимательности машиниста.

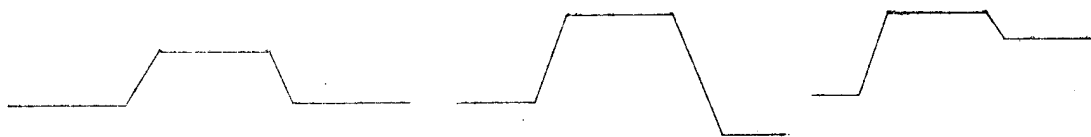
Вовсе не предполагая передѣлать современный виртуальный расчетъ, предстоящее изслѣдованіе, какъ видно, оставляетъ рядъ прежнихъ допущеній.

Всякій переходъ черезъ водораздѣлъ представляетъ изъ себя переваль. Теоретически мыслимы три типа переходовъ: 1) поѣздъ съ

Фиг. 1.

Фиг. 2.

Фиг. 3.



извѣстнаго горизонта поднимается на высшій и затѣмъ опускается на первоначальный (фиг. 1); 2) поѣздъ поднимается на высшій и затѣмъ опускается на горизонтъ низшій, чѣмъ былъ первоначальный (фиг. 2); 3) поѣздъ съ извѣстнаго горизонта поднимается на высшій и затѣмъ

опускается на горизонтъ, расположенный выше первоначального (фиг. 3).

Во всѣхъ случаяхъ могутъ быть самыя разнообразныя комбинаціи изъ длины подъемовъ, скатовъ и площадокъ, также точно передъ переваломъ и позади его могутъ быть расположены или площадки, или подъемы и спуски съ очень слабымъ уклономъ. Изъ всѣхъ этихъ возможностей интересны только уклоны. Если составляющая силы тяжести на подъемѣ или спускѣ больше сопротивленія поѣзда, встрѣчаемаго имъ при движеніи на горизонтальномъ пути той же кривизны и при той же скорости, то подъемъ носить названіе вреднаго

$$(L+Q) \operatorname{tg} \alpha > W_{v_i} + C,$$

гдѣ W_{v_i} —сопротивленіе на прямомъ горизонтальномъ пути при скорости движенія по подъему или допускаемой на спускѣ i ; C —сопротивленіе отъ кривой. На спускѣ съ такимъ уклономъ при закрытомъ регуляторѣ поѣздъ будетъ двигаться ускорительно, такъ какъ приложенная сила $(L+Q) \operatorname{tg} \alpha - W_{v_i} - C > 0$.

Принимая во вниманіе требованіе безопасности, скорость такого движенія ограничиваютъ исчисляемыми предѣльными значеніями, работа же движущей силы поглощается тормаженіемъ. При условіи

$$(L+Q) \operatorname{tg} \alpha < W_{v_i} + C$$

движеніе съ закрытымъ регуляторомъ дѣлается замедлительнымъ.

Уклоны первого рода называются вредными, уклоны второго рода носятъ названіе безвредныхъ. Такое названіе присвоено имъ изъ исчисления работы при проѣздѣ вверхъ и внизъ подъема данной длины l .

Работа силы тяги при движеніи вверхъ выразится:

$$(L+Q) \operatorname{tg} \alpha. l + (W+C). l = T_1.$$

При движеніи внизъ на вредномъ уклонѣ $T_2=0$, на безвредномъ $T'_2 = (W+C) l - (L+Q) \operatorname{tg} \alpha. l$.

Сумма работъ на вредномъ уклонѣ

$$T_1 + T_2 = (L+Q) \operatorname{tg} \alpha. l + (W+C) l,$$

на безвредномъ

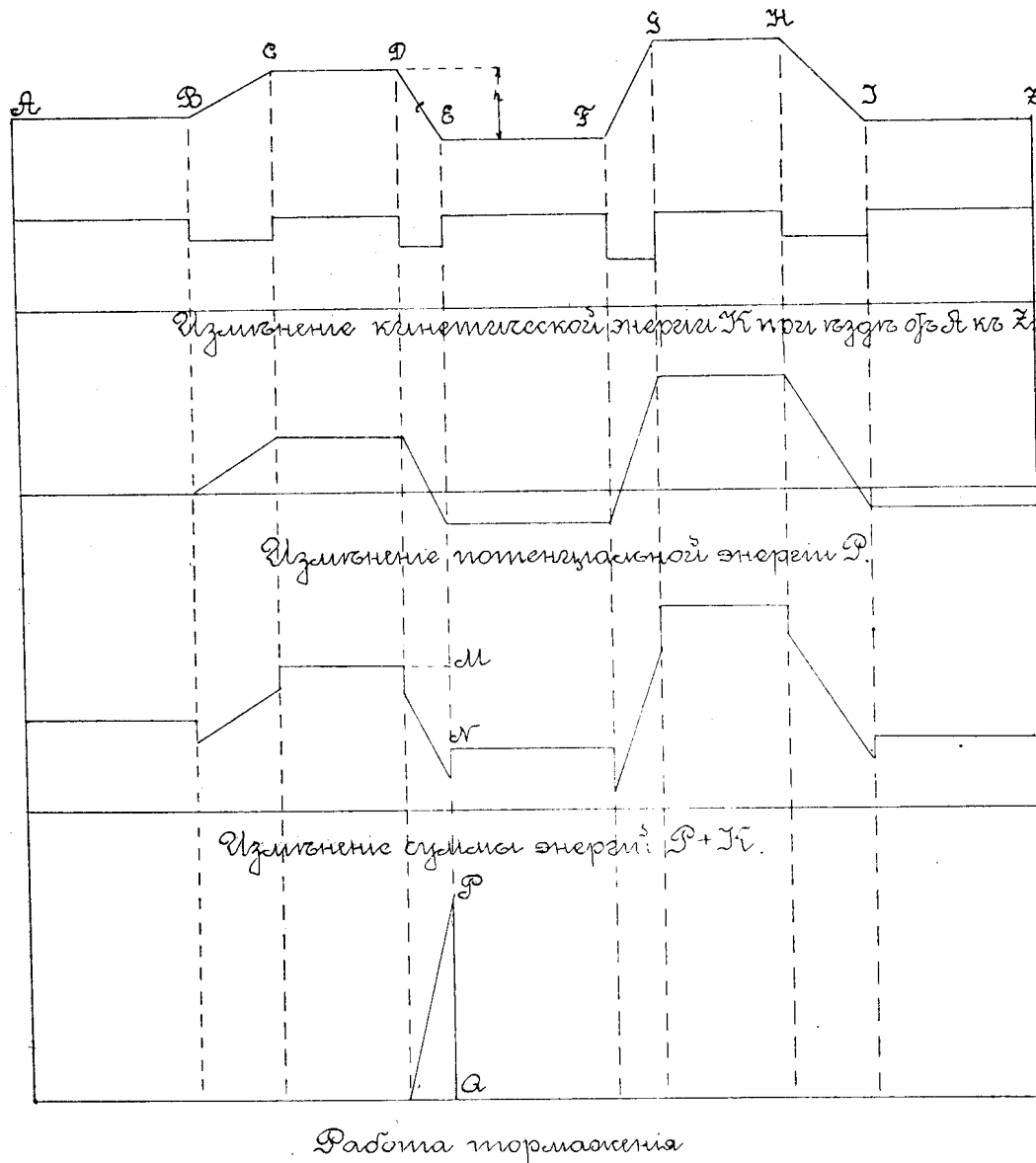
$$T'_1 + T'_2 = 2 (W+C) l;$$

а такъ какъ $(L+Q) \operatorname{tg} \alpha$ при вредномъ уклонѣ больше $W+C$, то первая сумма больше второй, т. е.

$$T_1 + T_2 > T'_1 + T'_2.$$

Изъ предыдущаго разсмотрѣнія вытекаетъ, что при проходѣ переваловъ на всѣхъ крутыхъ, вредныхъ спускахъ производится тормажение; между тѣмъ, какъ разъ въ этотъ моментъ, поѣздъ занимаетъ наибольшее положеніе, т. е. обладаетъ наибольшей потенциальной энергіей.

Фиг. 4.



$ABC... JZ$ —профиль
 BC и HJ —безвредные подъемы.
 DE и FG —вредные подъемы.
 $K = \alpha \frac{L+Q}{g} \frac{v^2}{2}$

При расчетѣ по виртуальнымъ коэффициентамъ онъ въ тотъ же моментъ имѣетъ и значительную кинетическую энергію $\alpha (L+Q) \frac{v^2}{2g}$ tm,

гдѣ $\alpha = 1,06—1,10$ и учитываетъ вліяніе вращающихся скатовъ. Прослѣдимъ теперь измѣненіе общей суммы энергій въ поѣздѣ, соотвѣствующее разсчету по виртуальнымъ коэффициентамъ.

Изъ фиг. 4 видно, что для непрерывности измѣненія общаго запаса энергій прежде всего необходимо, чтобы скорости измѣнялись на нѣкоторомъ протяженіи; тогда уступы замѣняются плавными кривыми. Сверхъ того необходимо, чтобы работа силъ тормаженія PQ равнялась потерѣ въ кинетической энергій плюс работа движущей силы $[(L+Q) \operatorname{tg} \alpha - W - C] l$, т. е. поѣздъ въ точкѣ D пріобрѣтаетъ ни болѣе, ни менѣе какъ вредный запасъ энергій; сумма $P+K$ является чрезмѣрной, и ее приходится убавлять искусственно работой вредныхъ силъ тормаженія. Между тѣмъ эта сумма складывается изъ двухъ составляющихъ

$$P = (L+Q) h, \quad K = \alpha (L+Q) \frac{v^2}{2g},$$

выражаемыхъ въ тоннометрахъ; послѣдняя по существу переменна, такъ какъ въ нее входитъ въ довольно большихъ предѣлахъ измѣняющаяся, величина—скорость въ точкѣ D . Если понизить скорость въ точкѣ D до предѣла, устанавливаемаго разсчетомъ, то для непрерывности суммы энергій необходимо, чтобы и въ предыдущихъ точкахъ была понижена скорость; иначе говоря, подъемъ BC необходимо взять отчасти съ разгона, потерявъ на скорости, съ цѣлью наверстать потерю на спускѣ DE , т. е. уменьшить работу паровоза на подъемѣ. Въ результатѣ получится нѣкоторая потеря времени и выигрышъ въ работѣ силы тяги, а также, если и неполное уничтоженіе, то уменьшеніе износа состава и пути отъ тормаженія на спускѣ DE .

Для планомѣрнаго использованія живой силы, теоретически расходуемой на работу силъ тормаженія, необходимо прежде всего уметь точно ее находить, т. е. имѣть передъ собой картину фактическаго измѣненія скоростей хода во всѣхъ точкахъ пути. Здѣсь то и выступаютъ рельефно особенности варіантовъ въ смыслѣ характера перехода черезъ водораздѣлы.

При разсмотрѣніи вліянія отдѣльнаго фактора на ходъ того или иного явленія, подверженнаго цѣлой сѣти независимыхъ одно отъ другого вліяній, необходимо его разсматривать изолированно, т. е. въ предположеніи, что всѣ остальные вліянія за все время процесса остаются постоянными. Тогда вырисовывается картина значенія разсматриваемаго фактора, но числовые выводы, получаемые изъ формулъ, практически не примѣнимы, такъ какъ въ жизни соотвѣтствія съ предположеніями не встрѣчается. Стремясь дать практически приложимый

результатъ, я буду, насколько возможно ближе подходить къ обычнымъ условіямъ движенія поѣзда.

Выше было уже указано, что формула трехчленнаго разложения

$$W = A + BV + CV^2$$

не можетъ быть разсматриваема какъ функція непрерывная за все время хода, такъ какъ сопротивленіе поѣзда, какъ тѣла, движущагося въ подвижной средѣ, зависитъ не только отъ его абсолютной скорости, но и отъ относительной, т. е. отъ скорости v' и направленія α вѣтра; иначе говоря, коэффициенты A , B и C не постоянны, а функціи отъ v' и α . Съ этой точки зрѣнія получается уже не кривая, а

$$W = f(V, v', \alpha),$$

т. е. нѣкоторая криволинейная поверхность. Однако для случая $v' = \text{const.}$ и $\alpha = \text{const.}$ остается только $W = f_1(V)$, геометрически представляемое сѣченіемъ поверхности опредѣленной плоскостью, заданной силой и направленіемъ вѣтра. Эта функція отъ одной независимой переменнѣй за періодъ неизмѣняемости v' и α уже можетъ быть признана непрерывной

$$W = A + BV + CV^2,$$

и коэффициенты A , B и C при оговоренныхъ условіяхъ постоянны и могутъ быть численно найдены. Какъ указано выше, разсматривается измѣненіе скоростей только за небольшой, въ нѣсколько минутъ, промежутокъ времени, въ теченіе коего сдѣланное допущеніе не противорѣчитъ дѣйствительности.

Для самого математическаго анализа остается обычное для виртуальныхъ расчетовъ предположеніе о равенствѣ силы тяги и сопротивленія при установившемся движеніи, т. е. на длинныхъ участкахъ съ неизмѣннымъ сопротивленіемъ.

Характеръ движенія черезъ переваль.

При переходѣ черезъ переваль наблюдается четыре фазиса: 1) переходъ съ площадки или слабого подъема на болѣе крутой подъемъ, 2) переходъ съ послѣдняго на площадку, 3) переходъ съ площадки на уклонъ и 4) переходъ съ уклона на площадку или болѣе пологій уклонъ.

Третій фазисъ бываетъ двухъ характеровъ: а) переходъ съ площадки на вредный уклонъ и б) переходъ съ площадки на безвредный уклонъ. Въ дальнѣйшемъ всѣ эти фазисы разсматриваются отдѣльно.

Первый фазисъ.

Допущено предположеніе: поѣздъ подходитъ къ перелому профиля въ установившемся движеніи, т. е.

$$Z_0 = W_0 = A + BV_0 + CV_0^2 \quad (1)$$

При переходѣ черезъ вершину угла производится перемѣна силы тяги съ тѣмъ расчетомъ, чтобы

$$Z_i = W_i = A + BV_i + CV_i + i(L + Q) 1000; \quad (2)$$

i характеризуетъ подъемъ въ тысячныхъ и V_i есть скорость равномернаго движенія по подъему при данномъ значеніи A, B, C , т. е. при данныхъ метеорологическихъ условіяхъ.

Имѣя въ виду въ дальнѣйшемъ интегрировать уравненіе движенія, пересчитаемъ формулы сопротивленія такъ, чтобы скорость входила въ нихъ не въ $V \frac{\text{klm}}{\text{час}}$ а въ $v \frac{\text{mtr.}}{\text{sec.}}$, отъ чего измѣнится только численно значеніе коэффициентовъ A, B, C въ A', B', C' .

Такъ какъ скорость не можетъ мгновенно перейти изъ значенія v_0 въ значеніе v_i то уравненіе движенія для начального момента получается

$$Z_i - W_0 - i(L + Q) \cdot 1000 = \alpha \cdot 1000 \frac{L + Q}{g} \gamma, \quad (3)$$

гдѣ γ —перемѣнное ускореніе, сообщаемое поѣзду избыткомъ силы тяги надъ сопротивленіемъ, α —коэффициентъ, учитывающій вліяніе вращающихся скатовъ на массу инерціи поѣзда и мѣняющійся отъ 1,06 до 1,10; по постановкѣ значеній Z_i и W_0 изъ формулъ (2) и (1) въ формулу (3) получается

$$\begin{aligned} \alpha \cdot 1000 \frac{L + Q}{g} \gamma = A' + B'v_i + C'v_i^2 + i(L + Q) \cdot 1000 - A' - B'v_0 - \\ - C'v_0^2 - i(L + Q) \cdot 1000; \end{aligned}$$

по приведеніи получаемъ

$$\alpha \cdot 1000 \frac{L + Q}{g} \gamma = B'(v_i - v_0) + C'(v_i^2 - v_0^2);$$

v_i вообще меньше v_0 , такъ какъ паровозъ можетъ везти равномерно одинъ и тотъ же поѣздъ при однихъ и тѣхъ условіяхъ по площадкѣ скорѣе, чѣмъ по подъему, то уравненіе (3) характеризуетъ движеніе

замедленное и при томъ неравномѣрное, такъ какъ сопротивление мѣняется по закону

$$W = A' + B'v + C'v^2$$

Тогда уравненіе движенія приметъ видъ

$$(4) \quad \alpha. 1000 \frac{L + Q}{g} \gamma = B' (v_i - v) + C' (v_i^2 - v^2),$$

гдѣ v мѣняется въ предѣлахъ отъ начальнаго значенія v_0 до значенія при равномѣрномъ движеніи по подъему v_i .

Вводя обозначенія

$$L + Q = P, \alpha. 1000 \frac{g}{(L + Q)} = D, B'D = 2HK, C'D = K^2,$$

получимъ

$$\gamma = 2HK(v_i - v) + K^2(v_i^2 - v^2);$$

если обозначить

$$2HKv_i + K^2v_i^2 = G,$$

то формула (4) приметъ видъ

$$(5) \quad \gamma = \frac{dv}{dt} = G - 2HKv - K^2v^2;$$

придавая и отнимая отъ правой части по H^2 , получимъ

$$\frac{dv}{dt} = (G + H^2) - (Kv + H)^2;$$

называя $G + H^2 = M^2$, будемъ имѣть

$$\frac{dv}{dt} = M^2 - (Kv + H)^2;$$

по раздѣленіи перемѣнныхъ

$$(6) \quad \frac{dv}{M^2 - (Kv + H)^2} = dt;$$

здѣсь

$$M^2 - (Kv + H)^2 < 0,$$

такъ какъ, послѣ подстановки въ эту разность, значенія

$$M^2 = G + H^2 = 2HKv_i + K^2v_i^2 + H^2,$$

получимъ

$$\begin{aligned} 2HKv_i + K^2v_i^2 + H^2 - K^2v^2 - 2HKv - H^2 \\ = 2HK(v_i - v) + K^2(v_i^2 - v^2); \end{aligned}$$

приѣтомъ числа H и K положительныя, v же всегда остается больше v_0 .

Умножая обѣ части уравненія (6) на -1 , получаемъ

$$\frac{dv}{(Kv + H)^2 - M^2} = -dt$$

или

$$\frac{1}{2M} \left[\frac{dv}{Kv + H - M} - \frac{dv}{Kv + H + M} \right] = -dt. \quad (7)$$

Интегрируя уравненіе (7), приходимъ къ выводу, что

$$\frac{1}{2MK} \left[\lg (Kv + H - M) - \lg (Kv + H + M) \right] = C - t; \quad (8)$$

при $t = 0$

$$C = \frac{1}{2MK} \lg \frac{Kv_0 + H - M}{Kv_0 + H + M}.$$

Переходя отъ логарифмовъ къ функціямъ, получимъ

$$e^{\frac{2MK}{e} C} = \frac{Kv_0 + H - M}{Kv_0 + H + M}; \quad (9)$$

такъ какъ въ правой части формулы (9) всѣ члены постоянны, то назовемъ

$$e^{\frac{2MK}{e} C} = N;$$

тогда изъ (8) послѣдовательно получается

$$\frac{N}{e^{\frac{2MK}{e} t}} = \frac{Kv + H - M}{Kv + H + M}, \quad (10)$$

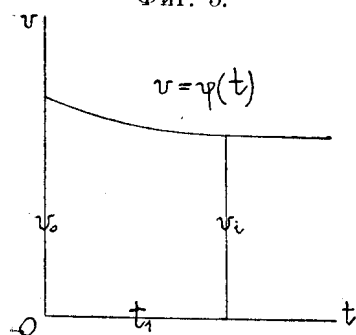
$$\frac{Kv + H - M}{2M} = \frac{N}{e^{\frac{2MK}{e} t} - N},$$

$$Kv + H - M = \frac{2MN}{e^{\frac{2MK}{e} t} - N},$$

$$v = \frac{2MN + (M - H) \left(e^{\frac{2MK}{e} t} - N \right)}{K \left(e^{\frac{2MK}{e} t} - N \right)} \quad (11)$$

Формула (11) нѣсколько тяжеловата; тѣмъ не менѣе по ней можно построить кривую (фиг. 5)

Фиг. 5.



$$v = \varphi(t).$$

Разстояніе, на которомъ происходитъ измѣненіе v отъ v_0 до v_i , опредѣлится такъ:

$$\begin{aligned}
 s &= \int_0^t v \, dt = \int_0^t \frac{2MN + (M-H)(e^{2MKt} - N)}{K(e^{2MKt} - N)} \, dt \\
 &= \frac{M-H}{K} t + \frac{2MN}{K} \int_0^t \frac{dt}{e^{2MKt} - N} \\
 &= \frac{M-H}{K} t - \frac{2M}{K} \int_0^t \frac{dt}{1 - \frac{e^{2MKt}}{N}} \\
 &= \frac{M-H}{K} t - \frac{2M}{K} \int_0^t \frac{1 - \frac{e^{2MKt}}{N} + \frac{e^{2MKt}}{N}}{1 - \frac{e^{2MKt}}{N}} \, dt \\
 &= \frac{M-H}{K} t - \frac{2M}{K} t + \frac{1}{K^2} \left[\lg \left(1 - \frac{e^{2MKt}}{N} \right) - \lg \left(1 - \frac{1}{N} \right) \right] \\
 (12) \quad &= \frac{1}{K^2} \lg \frac{N - e^{2MKt}}{N - 1} - \frac{M+H}{K} t.
 \end{aligned}$$

По формулѣ (12) можетъ быть построена

$$s = \psi(t)$$

—кривая измѣненія разстоянія отъ времени (фиг. 6). Если исключить

Фиг. 6.

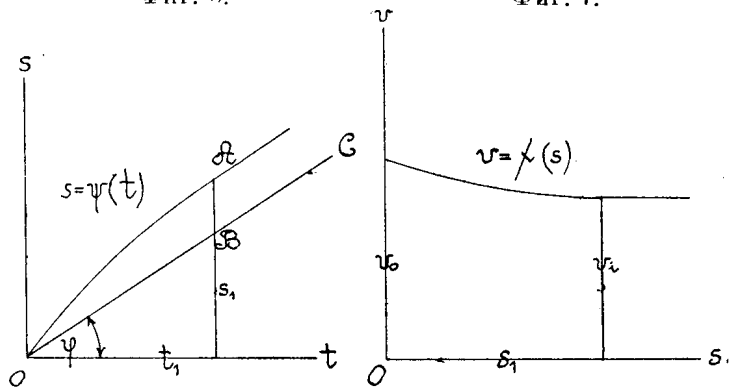
Фиг. 7.

изъ формулъ (11) и (12) t , то получится нѣкоторая зависимость

$$v = \chi(s).$$

Вслѣдствіе большой трудности такого исключенія, можно воспользоваться построенными кривыми

$$v = \varphi(t), \quad s = \psi(t),$$



ОС показываетъ длину пробѣга при $v = \text{const} = v_i = t\varphi g$, какъ принимается при разсчетахъ по виртуальнымъ коэффициентомъ.

взявъ изъ нихъ черезъ каждыя 5—10 секундъ соответствующія значенія, и построить (фиг. 7) кривую

$$v = \chi(s).$$

Изъ нея видно, что средняя скорость пробѣга подъема зависитъ въ большой степени отъ длины его; если эта длина больше s_1 , значенія получаемого по кривой

$$v = \chi(s),$$

при коемъ $v = v_i$, то въ высшей точкѣ подъема скорость равна v_i ; въ противномъ случаѣ она больше этого значенія

Изъ фиг. 6 видно, что по предполагаемому разсчету путь, пройденный за время t_1 больше, чѣмъ по способу виртуальнаго коэффициента, на величину АВ: этотъ избытокъ получается въ зачетъ потери живой силы

$$\propto \frac{P}{g} \cdot 1000 \cdot \frac{v_0^2 - v_i^2}{2}$$

съ принятіемъ во вниманіе измѣненія сопротивленія.

Фа з и с ъ в т о р о й.

Переходъ съ крутого подъема на площадку въ высшей точкѣ.

Для учета происходящихъ въ этомъ случаѣ явленій допустимъ, что къ перелому поѣздъ подходит съ равномерной скоростью

$$Z_i = W_i = A' + B'v_i + C'v_i^2 + 1000 \cdot i \cdot P; \quad (13)$$

гдѣ A' , B' , C' въ зависимости отъ изгибовъ въ планѣ могутъ имѣть и другія значенія, такъ какъ мѣняется уголъ α ; точно также, если ка-

кія либо другія причины сопротивленія перемѣнились, то учетъ ихъ войдетъ въ значенія коэффициентовъ. Если же нѣтъ основаній для разрыва функціи

$$A' + B'v + C'v^2,$$

то коэффициенты остаются тѣ-же, что и въ первомъ случаѣ.

Поездъ можетъ подойти къ перелому со скоростью и неравной v_i , если длина подъема короче значенія s_1 получаемаго изъ кривой

$$v = \chi(s),$$

выведенной при разсмотрѣніи перваго фазиса; послѣднее отразится только на предѣлахъ интегрированія: за начальную скорость придется взять не v_i , а найденную по упомянутой кривой.

Предположеніе о непрерывности функціи за время перехода остается въ силѣ: будь A' , B' , C' прежніе или другіе, они должны быть постоянными за этотъ короткій промежутокъ времени.

Въ моментъ перемѣны силы тяги съ Z_i на Z_0 , такъ какъ на вершинѣ расположена площадка, уравненіе движенія поезда принимаетъ видъ:

$$\begin{aligned} Z_0 - W_i &= Z_0 - A' - B'v_i - C'v_i^2 \\ &= A' + B'v_0 + C'v_0^2 - A' - B'v_i - C'v_i^2 \\ (14) \quad &= B'(v_0 - v_i) + C'(v_0^2 - v_i^2) \end{aligned}$$

Здѣсь виденъ избытокъ силы тяги надъ сопротивленіемъ, такъ какъ v_0 больше v_i ; движеніе получается неравномѣрноускоренное, и v будетъ мѣняться отъ v_i до v_0 .

Уравненіе движенія, при прежнихъ обозначеніяхъ, получаетъ видъ

$$\begin{aligned} \alpha \cdot 1000 \frac{P}{g} \gamma &= B'(v_0 - v) + C'(v_0^2 - v^2), \\ (15) \quad \gamma &= \frac{dv}{dt} = 2HK(v_0 - v) + K^2(v_0^2 - v^2). \end{aligned}$$

Обозначая

$$2HKv_0 + K^2v_0^2 = G',$$

получимъ формулу (15) въ видѣ

$$\frac{dv}{dt} = G' - 2HKv - K^2v^2$$

или, послѣ прибавки и отнятія отъ правой части H^2 ,

$$\frac{dv}{dt} = (G' + H^2) - (Kv + H)^2;$$

по замѣнѣ

$$G' + H^2 = M_1^2,$$

получимъ

$$\frac{dv}{dt} = M_1^2 - (Kv + H)^2. \quad (16)$$

Въ формулѣ (16)

$$M_1^2 - (Kv + H)^2 > 0,$$

такъ какъ

$$M_1^2 = G' + H^2 = 2 H K v_0 + K^2 v_0^2 + H^2;$$

по замѣнѣ M_1^2 его значеніемъ, получаемъ

$$\begin{aligned} 2 H K v_0 + K^2 v_0^2 + H^2 - K^2 v^2 - 2 H K v - H^2 = \\ = 2 H K (v_0 - v) + K^2 (v_0^2 - v^2); \end{aligned}$$

а такъ какъ v измѣняется въ предѣлахъ отъ v_i до v_0 , то разность положительна.

Изъ уравненія (16) получается по раздѣленіи переменныхъ

$$\frac{dv}{M_1^2 - (Kv + H)^2} = dt;$$

по интегрированіи будемъ имѣть

$$\frac{1}{2 M_1 K} \left\{ -\lg [M_1 - (Kv + H)] + \lg (M_1 + Kv + H) \right\} = t + C; \quad (17)$$

при $t = 0$, v равно или v_i , или значенію, взятому изъ кривой $v = \chi(s)$; тогда

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2 M_1 K} \lg \frac{M_1 + K v_0 + H}{M_1 - K v_0 - H}, \\ e^{2 M_1 K C} &= \frac{M_1 + K v_0 + H}{M_1 - (K v_0 + H)} = N_1; \end{aligned}$$

изъ уравненія (17) слѣдуетъ, что

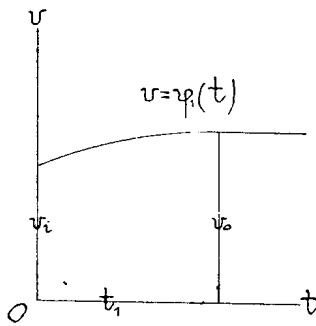
$$N_1 e^{2 M_1 K t} = \frac{M_1 + Kv + H}{M_1 - Kv - H},$$

$$\frac{2 M_1}{M_1 - Kv - H} = N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}} + 1$$

$$M_1 - Kv - H = \frac{2 M_1}{1 + N e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}}$$

$$(18) \quad v = \frac{(M_1 - H) \left(1 + N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}\right) - 2 M_1}{K \left(1 + N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}\right)}$$

Фиг. 8.



Формула (18) выражаетъ зависимость между измѣненіемъ скорости и временемъ и даетъ возможность построить соответствующую кривую (фиг. 8)

$$v = \varphi_1(t).$$

Для опредѣленія зависимости разстоянія отъ времени воспользуемся формулой

$$\begin{aligned} s &= \int_0^t v dt = \int_0^t \frac{(M_1 - H) \left(1 + N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}\right) - 2 M_1}{K \left(1 + N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}\right)} dt \\ &= \frac{M_1 - H}{K} t - \frac{2 M_1}{K} \int_0^t \frac{dt}{N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}} + 1} \\ &= \frac{M_1 - H}{K} t - \frac{2 M_1}{K} t + \frac{2 M_1}{K} \int_0^t \frac{N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}}{1 + N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}} dt \\ &= \frac{M_1 - H}{K} t - \frac{2 M_1}{K} t + \frac{1}{K^2} \left[\lg \left(1 + N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}\right) - \lg (N_1 + 1) \right] \\ (91) \quad &= \frac{1}{K^2} \lg \frac{1 + N_1 e^{\frac{2 M_1 K t}{1 + N e}}}{1 + N_1} - \frac{M_1 + H}{K} t. \end{aligned}$$

Здѣсь выражается зависимость между разстояніемъ и временемъ, по точкамъ черезъ 5—10 секундъ можно построить кривую (фиг. 9)

$$s = \psi_1(t).$$

По кривымъ

$$v = \varphi_1(t), \quad s = \psi_1(t)$$

можно построить (фиг. 10) кривую

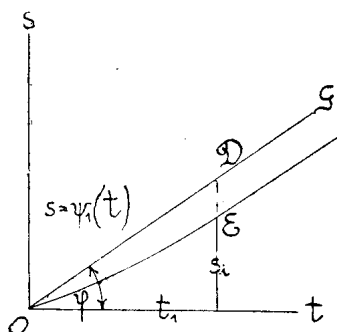
$$v = \chi_1(s).$$

Фиг. 9.

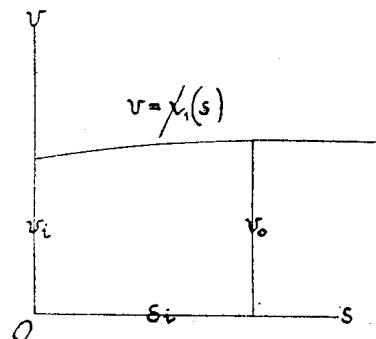
Фиг. 10.

Изъ фиг. 9 видно, что при принятомъ расчетѣ за промежутокъ времени t_1 поѣздъ проходитъ на DE меньшій путь, чѣмъ по способу виртуальныхъ коэффициентовъ; какъ известно, эта потеря идетъ на возрастаніе живой силы до значенія

$$\alpha 1000 \cdot \frac{P}{g} \cdot \frac{v_0^2}{2}.$$



OG показываетъ длину пробѣга при $v = \text{const} = v_0 = \text{tg} \varphi$, какъ принимается при расчетѣ по виртуальнымъ коэффициентамъ.



Хотя, какъ видно изъ произведеннаго подсчета, выигрышъ пробѣга въ низшей точкѣ компенсируется потерей въ высшей, но—полная ли это компенсация или частичная, на невысокихъ перевалахъ зависитъ отъ длинъ рассматриваемыхъ участковъ.

Иными словами, всѣ различія, встрѣчающіяся въ вариантахъ, здѣсь учитываются, чего нѣтъ въ способѣ виртуальныхъ коэффициентовъ; послѣдній устанавливаетъ навсегда и повсюду полную компенсацию, что имѣетъ мѣсто исключительно при длинныхъ участкахъ.

Изъ рассмотрѣнія дальнѣйшихъ фазисовъ будетъ видно, какъ отражается такое обобщеніе на невысокихъ перевалахъ, теперь же можно указать только слѣдующія соображенія. Если фактическая длина подъема недостаточна для измѣненія скорости отъ v_0 до v_i , то къ верхней площадкѣ поѣздъ подойдетъ со скоростью большей v_i ; если же длина сопрягающей площадки достаточно мала, какъ это часто встрѣчается, то къ концу ея не получится скорости v_0 , а поѣздъ уже переходитъ на уклонъ, по которому движеніе изъ условій безопасности почти всегда должно совершаться со скоростью меньшей v_0 . Для учета вліянія этого фактора рассмотримъ фазисъ третій.

Фазисъ третій.

*Переходъ съ сопрягающей на вершинѣ водораздѣла площадки на без-
вредный уклонъ.*

Соображенія о разрывѣ функціи

$$A' + B'v + C'v^2$$

остаются тѣ же, что и приведенныя при разсмотрѣніи фазиса второго.

Поѣздъ при достаточно длинной площадкѣ подходит къ перелому со скоростью v_0 , т. е. его сопротивленіе

$$W = A' + B'v_0 + C'v_0^2;$$

если же длина площадки не достаточна, то скорость будетъ меньше v_0 и можетъ быть найдена по кривой

$$v = \chi_1(s).$$

Если возможна такая отсѣтка, что

$$\begin{aligned} Z_i &= W_i - 1000 \text{ } i \text{ } P \\ &= A' + B'v_i + C'v_i^2 - 1000 \text{ } i \text{ } P, \end{aligned}$$

гдѣ значеніе Z_i можетъ быть и очень малымъ въ зависимости отъ величины i —предположеніе взято изъ разсчета по виртуальнымъ длинамъ—то по перемѣнѣ отсѣтки уравненіе движенія поѣзда получится,

$$(20) \quad \alpha \cdot 1000 \frac{P}{g} \gamma = Z_i - A' - B'v - C'v^2 + 1000 \text{ } i \text{ } P.$$

Подставляя въ формулу (20) значеніе Z_i , какъ оно опредѣлено выше, по сокращеніи получимъ

$$(21) \quad 1000 \cdot \alpha \frac{P}{g} \gamma = B' (v_i - v) + C' (v_i^2 - v^2);$$

v_i изъ условія возможности затормазить поѣздъ на протяженіи 250 саж. на уклонахъ почти всегда меньше v_0 . Это положеніе, разумѣется, въ сильнѣйшей степени зависитъ отъ $\%$ тормазныхъ вагоновъ, а такъ же отъ величины уклона, хотя только для очень слабыхъ его не требуется.

Если v_i меньше v_0 , то уравненіе (21) выражаетъ неравнобѣрно-замедленное движеніе, конечно только при допущеніи достаточной длины сопрягающей площадки, на которой успѣваетъ развиться скорость v_0 . Интегрируется оно въ тѣ же самыя формулы, что и уравненіе (4), т. е.

$$v = \frac{2 M_2 N_2 + (M_2 + H) \left(e^{\frac{2 M_2 K t}{N_2}} - N_2 \right)}{K \left(e^{\frac{2 M_2 K t}{N_2}} - N_2 \right)}, \quad (22)$$

$$s = \frac{1}{K_2} \lg \frac{N_2 - e^{\frac{2 M_2 K t}{N_2}}}{N_2 - 1} - \frac{M_2 + H}{K} t, \quad (23)$$

гдѣ

$$M_2^2 = 2 H K v_i + K^2 v_i^2 + H^2,$$

$$N_2 = \frac{K v_0 + H - M_2}{K v_0 + H + M_2}.$$

Кривыя, выражающія эти функціи, вполне аналогичны съ изображенными на фиг. 5, 6, 7, и показываютъ нѣкоторый выигрышъ въ пробѣгѣ. Если же площадка недостаточно длинна, и поѣздъ на ней не разовьетъ скорости v_0 , а нѣкоторую v меньше v_i или же по числу тормазныхъ вагоновъ и величинѣ уклона v_i больше v_0 , то уравненіе (21) выражаетъ неравнобѣрно ускоренное движеніе и интегрируется какъ уравненіе (15).

Тогда получаются функціи, аналогичныя фигурамъ 8, 9 и 10, и выражаютъ нѣкоторую потерю въ пробѣгѣ на повышеніе живой силы.

Случай вреднаго уклона.

Такъ какъ составляющая сила тяжести больше сопротивленія, зависящаго отъ скорости, то поѣздъ идетъ ускорительно и при закрытомъ регуляторѣ; чтобы не развилась скорость, при коей затормазить поѣздъ на протяженіи 250 саж. сдѣлается невозможнымъ; его подтормаживаютъ, держа нѣкоторую расчетную скорость v_i , по который сопротивленіе выражается въ видѣ

$$A' + B' v_i + C' v_i^2.$$

Въ моментъ перехода черезъ переломъ уравненіе движенія получаетъ видъ

$$(24) \quad 1000 \alpha \frac{P}{g} \gamma = 1000 i P + 3 L' - A' - B'v_0 - C'v_0^2,$$

гдѣ

$1000 i P$ — составляющая силы тяжести, параллельная скату;

$3 L'$ — по *Vuillemin*'у уменьшеніе сопротивленія въ паровоѣ при закрытомъ регуляторѣ, при чемъ L' — вѣсъ паровоза въ тоннахъ;

v_0 — скорость, съ которой поѣздъ подходит къ перелому; при недостаточно длинной площадкѣ она не равна v_0 , а берется изъ кривой

$$v = \chi_1(s).$$

Такъ какъ величина уклона такова, что составляющая силы тяжести больше силъ сопротивленія, движеніе получается ускорительнымъ и при томъ неравномѣрно вслѣдствіе измѣненія сопротивленія

$$A' + B'v + C'v^2.$$

Между тѣмъ изъ условій безопасности—затормаживанія поѣзда на протяженіи 250 саж. (530 metr) ясно, что скорость при такомъ движеніи не можетъ быть равна скорости на прямой горизонтальной. Въ противномъ случаѣ поѣздъ въ моментъ опасности имѣлъ бы одну и ту же живую силу

$$\alpha. 1000 \frac{P}{g} \frac{v_0^2}{2},$$

что и на прямомъ горизонтальномъ пути, на которомъ эта энергія поглощается работой наличныхъ тормазовъ на протяженіи 250 саж. на скатѣ тѣ же тормазы на томъ же пути должны поглотить еще работу движущей силы

$$(A) \quad 1000 i P - A' - B'v - C'v^2 + 3 L'.$$

Въ формулѣ (A) v мѣняется отъ v_0 до 0. Очевидно, для безопасности v_i меньше v_0 , иначе говоря—скорость подхода къ перелому чрезмѣрна, и ее необходимо уменьшить.

Разсчетъ тормаженія представляетъ громадныя трудности, чтобы его вводить; сверхъ того самъ процессъ зависитъ отъ массы случайностей. Допустимъ, что для сохраненія постоянной скорости на спускѣ v_i необходимое тормозящее усиліе тоже постоянно; такъ какъ при равномѣрномъ движеніи сила, сообщающая ускореніе, равна 0, то тормозящее усиліе получится въ такомъ видѣ

$$(25) \quad T = 1000 i P + 3 L' - A' - B'v_i - C'v_i^2;$$

работа его равна Ts , если s длина вредного уклона. Къ ней надо прибавить еще работу усиленного тормажения для пониженія кинетической энергіи на величину

$$\alpha. 1000 \frac{P}{g} \frac{v_0^2 - v_i^2}{2} \text{ klgmt.}$$

Если спускъ или подъемъ неоднородны, а состоятъ изъ участковъ съ разнымъ наклономъ къ горизонту, то необходимо выведенныя положенія приложить къ каждому однородному участку и результаты суммировать.

Фази съ четверт ы й.

Переходъ съ уклона на площадку или болѣе пологій уклонъ.

Какъ общее правило скорость подхода къ соотвѣтственному перелому v_i меньше v_0 , скорости на площадкѣ. При очень пологомъ скатѣ можетъ иногда быть и v_i больше v_0 .

Послѣ отсѣчки на силу тяги

$$Z_0 = A' + B'v_0 + C'v_0^2,$$

гдѣ коэффициенты A' , B' , C' , какъ уже указывалась, въ общемъ случаѣ могутъ имѣть отличное отъ предыдущаго фазиса значеніе, уравненіе движенія принимаетъ видъ

$$1000 \alpha \frac{P}{g} \gamma = A' + B'v_0 + C'v_0^2 - A' - B'v - C'v^2,$$

по приведеніи

$$1000 \alpha \frac{P}{g} \gamma = B' (v_0 - v) + C' (v_0^2 - v^2). \quad (25)$$

Уравненіе (25) интегрируется совершенно одинаково съ уравненіемъ (14); видъ функцій

$$v = \varphi_3 (t), s = \psi_3 (t), v = \chi_3 (s)$$

получится аналогичнымъ съ указаннымъ на фиг. 8, 9, 10. Что касается второго случая, то уравненіе (25) остается въ томъ же видѣ, но интегрируется по типу уравненія (4) и даетъ функціи

$$v = \varphi_4 (t), s = \psi_4 (t), v = \chi_4 (s)$$

по аналогіи съ фигурами 5, 6, 7.

Въ разсматриваемомъ фазисѣ весьма интересенъ вопросъ о томъ, когда надо растормазить, чтобы, не нарушая требованій безопасности, подойти къ перелому со скоростью, соответствующей слѣдующему участку.

Вслѣдствіе своего спеціальнаго характера изслѣдованія тормаженья, вопросъ этотъ выходитъ изъ рамокъ статьи.

Изъ предыдущаго разсмотрѣнія видно, что при скатываніи поѣзда съ перевала по крутому уклону онъ въ начальномъ пунктѣ склона имѣетъ чрезмѣрную скорость и подвергается по требованію безопасности тормаженью, при чемъ скорость искусственно понижается путемъ работы несомнѣнно вредныхъ силъ тормаженья. Между тѣмъ, если скорость въ высшей точкѣ спуска понизить предварительно до требуемой нормы, то въ фазисѣ первомъ можно развить меньшую силу тяги. Дѣло въ томъ, что сопротивленіе, каковы бы ни были численныя значенія коэффициентовъ A' , B' и C' , возрастаетъ со скоростью, и если ее понизить, то работа силы тяги на той же длинѣ будетъ меньшая.

Попробуемъ подойти къ вопросу о томъ, насколько можно ослабить работу вредныхъ силъ, и сколько можно выиграть въ работѣ паровоза, пользуясь обратимостью запаса энергіи въ работу. По фиг. 4 видно, что, въ точкѣ D, въ началѣ ската, поѣздъ обладаетъ энергіей

$$1000. \frac{P}{g} \left(\frac{\alpha v_0^2}{2} + gh \right) \text{ klgmtr.},$$

въ низшей же точкѣ его—энергіей

$$1000. \frac{P}{g} \left(\frac{\alpha v_i^2}{2} \right) \text{ klgmtr.};$$

если удастся машинисту разрѣшить практически задачу о растормаженьи, то въ этомъ идеальномъ случаѣ пропадаетъ вся потенциальная энергія $Pgh \text{ ton. met.}$; тогда какъ на передвиженіе поѣзда по скату пужна только работа равная

$$(26) \quad \int_0^{s_1} (A' + B'v + C'v^2) ds + (A' + B'v_i + C'v_i^2)(s - s_1 - s_2) \\ + \int_0^{s_2} (A' + B'v + C'v^2) ds.$$

Въ формулѣ (26) s изображаетъ длину ската, s_1 —ту длину его, на которой тормаженье понижаетъ скорость отъ v_0 до v_i , и s_2 —длину,

на которой послѣ растормаживанія скорость возрасла отъ v_i до значенія v_0 . Имѣя кривую $v = \chi(s)$, квадратуру $\int_0^{s_1} (A' + B'v + C'v^2) ds$

взять легко, такъ какъ A' , B' , C' имѣютъ въ каждомъ случаѣ опредѣленные числовые значенія.

Если же поставитъ себѣ задачу спустить поѣздъ равномерно съ наибольшей допускаемой скоростью v_i на скатѣ, то работа для этой операціи равна

$$(A' + B'v_i + C'v_i^2)(s - s_1) + \int_0^{s_1} (A' + B'v + C'v^2) ds; \quad (27)$$

въ формулѣ (27) s —длина ската, s_1 —длина его части, на коей скорость падаетъ отъ значенія v_0 до значенія v_i , но въ этомъ случаѣ въ нижней точкѣ ската запасъ энергіи поѣзда равенъ

$$1000 \propto P \frac{v_i^2}{2g} \text{ klg mtr.},$$

и потеря ея при спускѣ равна

$$1000 \frac{P}{g} \left[\frac{\alpha(v_0^2 - v_i^2)}{2} + gh \right] \text{ klgmtr.}, \quad (28)$$

каковая и тратится на тормаженіе за исключеніемъ значенія работы по формулѣ (27).

Принявъ этотъ болѣе простой случай, посмотримъ, насколько можно уменьшить вредную работу. Второй членъ въ формулѣ (28) зависитъ только отъ конфигураціи профиля и никакимъ измѣненіямъ подлечь не можетъ, за то первый можно мѣнять въ широкихъ предѣлахъ, для чего стоитъ только понизитъ скорость подхода къ скату до минимальнаго практически выгоднаго значенія v' . Тогда пониженіе энергіи въ высшей точкѣ ската выразится значеніемъ

$$1000 \propto P \frac{v_0^2 - v'^2}{2g} \text{ klgmtr.}; \quad (29)$$

работа на спускѣ поѣзда получитъ значеніе

$$\int_0^{s_1} (A' + B'v + C'v^2) ds + (A' + B'v_i + C'v_i^2)(s - s_1), \quad (30)$$

гдѣ s_1 —длина, на которой скорость возростала отъ значенія v' до v_i .

Работу, опредѣляемую формулой (30), высчитать, зная хотя бы только приблизительно видъ функции $v = \chi_4(s)$, не такъ ужъ трудно,

такъ какъ тормажения здѣсь нѣтъ. При сравненіи числового значенія потери энергіи поѣздомъ во время спуска, равномъ при теперешнемъ обозначеніи

$$(31) \quad 1000 P \left[\frac{\alpha (v'^2 - v_i^2)}{2g} + h \right] \text{ klgmtr.},$$

съ числовымъ значеніемъ работы на спускѣ, выраженной формулой (30), могутъ быть три случая:

- 1) числовыя значенія формулъ (30) и (31) равны между собой,
- 2) числовое значеніе формулы (30) больше числового значенія формулы (31),
- 3) числовое значеніе формулы (30) меньше числового значенія формулы (31).

Въ первомъ случаѣ тормажения вовсе не будетъ, и заранѣе можно использовать на полезную работу

$$1000 \alpha P \frac{v_0^2 - v'^2}{2g} \text{ klgmtr.}$$

— пониженіе кинетической энергіи въ точкѣ D.

Во второмъ случаѣ пониженіе скорости въ высшей точкѣ ската до значенія v' не допустимо. Минимальное допустимое значеніе ея получится изъ уравненія

$$(32) \quad \int_0^{s_x} (A' + B'v + C'v^2) ds + (A' + B'v_i + C'v_i^2) (s - s_x) \\ = 1000 P \left[\frac{\alpha (v_x^2 - v_i^2)}{2g} + h \right] *),$$

и, при полномъ упраздненіи тормажения, въ точкѣ D освобождается для предварительнаго расхода на подъемъ

$$1000 \alpha \frac{P}{g} \frac{v_0^2 - v_x^2}{2} \text{ klgmtr.}$$

работы.

Наконецъ третій случай показываетъ, что тормажения вообще нельзя избѣжать, при чемъ освобождается такое же количество работы, какъ и въ первомъ случаѣ.

Каково бы ни было значеніе освободившейся энергіи, использовать его можно путемъ пониженія силы тяги на подъемъ

$$(33) \quad 1000 \alpha P \frac{v_0^2 - v_x^2}{2g} = (Z_i - Z_x) s.$$

*) s_x — длина, на которой скорость мѣняется отъ значенія v_x до значенія v_i .

Уравненіе (33) даетъ возможность найти ту силу тяги Z_x , при которой переваль проходить съ наименьшей работой силъ тормаженія, т. е. наивыгоднѣйшимъ образомъ.

Для опредѣленія фактическаго распредѣленія скоростей и величины неизбѣжной потери времени необходимо пересчитать фазисы первый и второй, вставивъ Z_x .

Изъ формулы (33) получается

$$Z_x = Z_i - \alpha \cdot 1000 \frac{P}{g} \frac{v_0^2 - v_x^2}{2s}, \quad (34)$$

откуда ясно видно громадное значеніе длины подъема: при большой длинѣ s второй членъ правой части получить очень малое значеніе, тогда какъ, понижая среднюю скорость на большомъ участкѣ, можно получить значительную потерю времени.

Слѣдствія, вытекающія изъ приведенныхъ соображеній.

По способу виртуальныхъ тяговыхъ разсчетовъ находится общая сумма работы на передвиженіе и необходимые для совершенія ея расходы воды и топлива. Если поставить цѣлью возможное уменьшеніе работы тормаженія, то на всемъ перегонѣ можно сберечь

$$T = \sum (Z_i - Z_x) s \text{ klgmtr.}, \quad (35)$$

работы, произведя суммированіе по всѣмъ подлежащимъ учету переваламъ. Для линій, проходящихъ по мѣстности, пересѣченной водотоками, иначе говоря для линій, идущихъ долинами большихъ рѣкъ, число пересѣкаемыхъ водораздѣловъ значительно, а высоты ихъ для второстепенныхъ водотоковъ не значительны. Такимъ образомъ для дорогъ этого характера числовое значеніе T можетъ быть очень большимъ.

Для дорогъ строящихся сравненіе варіантовъ ведется слѣдующимъ образомъ*).

Первый варіантъ: длина N дѣйствительныхъ верстъ, строительная стоимость n рублей на дѣйствительную версту, виртуальная эксплуатационная длина Z верстъ, эксплуатационный расходъ s рублей на виртуальную версту. Второй варіантъ: дѣйствительная длина $N + U$ верстъ, виртуальная $Z - t$ верстъ, строительный расходъ $n - y$ рублей на дѣйствительную версту, эксплуатационный расходъ s рублей на виртуальную версту.

Капитализируя эксплуатационный расходъ изъ 5% годовыхъ, получимъ общія суммы расхода:

на первый варіантъ

$$Nn + 20 Zs = K_1,$$

на второй варіантъ

$$(N + U)(n - y) + 20 (Z - t)s = K_2,$$

*) *Красевскій*, Желѣзнодорожныя изысканія, 1902, томъ I, стр. 297.

разность окажется равной

$$\begin{aligned} K_1 - K_2 &= Nn + 20 Zs - Nn - 20 Zs - n U + (Ny + Uy + 20 ts), \\ (36) \quad K_1 - K_2 &= Ny + Uy + 20 ts - Un. \end{aligned}$$

Вопросъ о томъ, больше или меньше нуля $K_1 - K_2$, рѣшаетъ выгодуность перваго или втораго варианта.

Предложенныя разсужденія относятся только къ значенію $20 ts$, такъ какъ только въ этомъ членѣ сказывается учетъ хозяйства. Оставляя s —эксплоатаціонный расходъ на версту въ сторонѣ, обратимъ вниманіе на t —уменьшеніе числа виртуальныхъ верстъ во второмъ вариантѣ.

Исчисленіе виртуальной длины на изысканіяхъ ведется по формулѣ

$$(37) \quad L = l_0 + \sum l_n (1 + \alpha) + l_c + \sum l_k \beta$$

гдѣ l_0 — сумма длинъ горизонтальныхъ участковъ,

l_n — длина одинаковыхъ подъемовъ на участкѣ,

l_c — длина всѣхъ спусковъ на участкѣ,

l_k — длина кривыхъ одного радіуса,

$1 + \alpha$ — виртуальный коэффициентъ для подъема,

β — виртуальный коэффициентъ для кривыхъ,

Формула эта дана Министерствомъ Путей Сообщенія въ циркулярѣ Департамента Желѣзныхъ Дорогъ 31 іюля 1891 года за № 9817.

Въ ней виртуальный коэффициентъ $1 + \alpha$ высчитываютъ изъ условій равенства работы на подъемъ данной длины и на соответствующей ему виртуальной длинѣ; значенія коэффициентовъ даны въ слѣдующей таблицѣ:

Число ты- сячныхъ подъема.	α	Число ты- сячныхъ подъема.	α	Число ты- сячныхъ подъема.	α	Число ты- сячныхъ подъема.	α	Число ты- сячныхъ подъема.	α
0,50	0,164	4,00	1,303	7,50	2,419	11,00	3,416	14,50	4,594
1,00	0,328	4,50	1,462	8,00	2,571	11,50	3,671	15,00	4,745
1,50	0,491	5,00	1,623	8,50	2,734	12,00	3,826	15,50	4,898
2,00	0,654	5,50	1,783	9,00	2,891	12,50	3,980	16,00	5,050
2,50	0,817	6,00	1,943	9,50	3,048	13,00	4,140	16,50	5,201
3,00	0,979	6,50	2,102	10,00	3,205	13,50	4,288	17,00	5,353
3,50	1,140	7,00	2,260	10,50	3,365	14,00	4,439	17,242	5,426

Если изслѣдовать эту таблицу, то увидимъ, что для подъема $i=0,006$ длина его почти утраивается $1 + \alpha = 2,943$; длина подъема $i = 0,007$ умножается на $1 + \alpha = 3,26$; и т. д.

Согласно предлагаемымъ соображеніямъ видно, что для соответствующихъ случаевъ на невисокихъ перевалахъ сила тяги на подъемѣ понижается съ расчетнаго значенія Z_i до высчитываемаго Z_x , что въ томъ же отношеніи понизитъ и работу на совершеніе перевозки. Последнее вызоветъ пониженіе виртуальнаго коэффициента для такихъ подъемовъ въ отношеніи $\frac{Z_x}{Z_i}$, т. е. уменьшить и виртуальную эксплуатационную длину, что и отразится на значеніи $20 ts$ въ формулѣ (36).

На первомъ болѣе короткомъ вариантѣ, пересекающемъ мѣстность, подъемы могутъ быть круче и число переваловъ больше; если высота ихъ не выходитъ за предѣлы, при которыхъ пониженіе Z_x уже слабо ощутимо, то сказанное о значеніи переваловъ имѣетъ къ нему прямое приложеніе. На второмъ обходномъ съ пологими склонами вариантѣ вліяніе переваловъ скажется значительно слабѣе.

Въ заключеніе можно указать, что есть такія высоты переваловъ, при которыхъ по предлагаемому методу вѣзды виртуальный коэффициентъ равенъ единицѣ.

При наличности равномернаго движенія

$$Z_i = 1000 i P + A' + B'v_i + C'v_i^2,$$

$$Z_0 = A' + B'v_0 + C'v_0^2.$$

Если понизитъ силу тяги на подъемъ до значенія Z_0 , т. е. не мѣнять отсѣчки при вѣздѣ на него, то уравненіе движенія

$$Z_0 - 1000 i P - (A' + B'v + C'v^2) = \alpha \frac{P}{g} \gamma \quad (38)$$

выражаетъ движеніе неравномерно замедленное.

Примемъ въ запасъ, что паденіе скорости не отразится на сопротивленій, тогда сбереженіе въ работѣ, отъ оставленія отсѣчки на Z_0 выразится такъ

$$(Z_i - Z_0) s = 1000 \alpha \frac{P}{g} \frac{v_0^2 - v_x^2}{2} \text{ klgmtr.} \quad (39)$$

гдѣ s — длина подъема равная $\frac{h}{i}$,

h — высота его,

v_x имѣетъ ранѣе выведенное значеніе.

Въ формулѣ (39) вторая часть выражаетъ освободившуюся энергію вследствие пониженія въ концѣ верхней площадки скорости отъ значенія v_0 до значенія v_x ; эта освободившаяся энергія и идетъ на уменьшеніе работы силы тяги на подъемъ

$$\frac{h}{i} [1000 i P - B' (v_0 - v_i) - C' (v_0^2 - v_i^2)] = 1000 \alpha \frac{P}{g} \frac{v_0^2 - v_x^2}{2}.$$

$$(40) \quad h = \frac{1000 \alpha \cdot i P (v_0^2 - v_x^2)}{[1000 i P - B' (v_0 - v_i) - C' (v_0^2 - v_i^2)] 2g}.$$

Такая высота перевала, находямая по формулѣ (40), сводитъ съ запасомъ работу тяги на подъемъ къ работѣ на площадкѣ, т. е. виртуальной коэффициентъ подъема равенъ единицѣ.