

К вопросу о толщине стружки на зубе цилиндрической фрезы.

Вопрос о толщине стружки на зубе цилиндрической спиральной фрезы в настоящее время можно считать окончательно разрешенным аналитически доц. Розенбергом и Суднишниковым [1] и подтвержденным графо-аналитически автором предлагаемой статьи [2].

В указанных источниках достаточно ясно изложено, что толщина стружки на зубе цилиндрической спиральной фрезы имеет то же математическое выражение, что и для фрезы с прямым зубом

$$\delta_e = S_z \sin \psi \quad (1)$$

и не зависит совершенно от величины угла подъема спирали— ϵ .

Здесь: S_z — подача на один зуб в миллиметрах,

ψ — переменный угол, определяющий положение данной точки зуба в данный момент.

Выражением (1) впервые было опровергнуто установившееся в технической литературе неправильное выражение толщины стружки на зубе спиральной фрезы (2), предложенное проф. Саввиным [3] в 1925—26 г.:

$$\delta_e = S_z \sin \psi \cdot \sin \epsilon. \quad (2)$$

Допущенная Саввиным ошибка повторялась многими авторитетными исследователями и теоретиками, к которым мы относим проф. Кривоухова [4], проф. Беспрозванного [5], доц. Исаева [6] и проф. Резникова [7]. Они, так же как и Саввин, ввели в выражение толщины стружки на зубе спиральной фрезы величину $\sin \epsilon$, не обратив, очевидно, серьезного внимания на правильность вывода δ_e (2). Следовало бы ожидать, что после аналитического [1] и графо-аналитического доказательства [2] ошибки Саввина не может быть и речи о влиянии угла подъема спирали ϵ на толщину стружки δ_e . Достаточно иметь ясное представление о процессе образования стружки на фрезе и уметь разбираться в элементах математики и черчения, чтобы убедиться в неправильности выражения δ_e (2).

Мы не сомневаемся, что указанные выше последователи Саввина: Кривоухов, Беспрозванный, Исаев и Резников уже признали его ошибку и не замедлят отказаться от нее в ближайшее время.

Насколько важно иметь правильное выражение действительной толщины стружки на спиральном зубе фрезы, доказывать не приходится. Из теории фрезерования известно, что толщина стружки является исходной величиной не только при определении сечения стружки q , но и при определении среднего усилия резания P , крутящего момента M и потребной мощности на фрезе N_e . Таким образом допущение ошибки в выражении δ_e неизбежно влечет к ошибочным вычислениям и указанных величин q , P , M и N_e . Сравнивая выражения (1) и (2) для толщины стружки в данный момент, легко убедиться, что по Саввину δ_e (2) получается всегда меньше действительной величины (1), так как для фрез с любым углом подъема $\epsilon < 90^\circ$ всегда $\sin \epsilon < 1$. Следовательно, при пользовании выражением (2) по Саввину получим тем меньшее значение δ_e , тем меньшее q , P , M и N_e .

чем меньший угол подъема спирали ε имеет фреза. Как велико влияние ошибки Саввина на указанные величины, можно показать на примере. Допустим, имеем спиральные фрезы, у которых угол подъема:

$$\varepsilon = 90^\circ; \quad \sin \varepsilon = 1,000$$

$$\varepsilon = 60^\circ; \quad \sin \varepsilon = 0,865$$

$$\varepsilon = 45^\circ; \quad \sin \varepsilon = 0,707.$$

Отсюда видно, что для фрезы с углом $\varepsilon = 90^\circ$ (фреза с прямым зубом) уменьшение δ_e (а равно и q , P , M и N_e) по Саввину равно 0%, а для фрезы с углом $\varepsilon = 45^\circ$ это уменьшение достигает 30% в сравнении с действительными значениями. Пренебрегать такой величиной ошибки, конечно, не приходится.

Приведенный пример вскрывает нам также причину, почему по Кривоухову [4], Исаеву [6] и другим последователям Саввина получается необходимая мощность на фрезе тем меньше, чем меньше угол подъема спирали ε . Понятно, что это заключение не только ложно, так как в своей основе содержит неправильное выражение δ_e по Саввину, но оно противоречит выводам научно обоснованной теории работы фрезы со спиральным зубом, разработанной Розенбергом и Суднишниковым [1] и подтвержденной Розенбергом [8] экспериментально в настоящий момент.

Несмотря ни на какие научные обоснования и доказательства, за последнее время вновь появились в печати отдельные труды, повторяющие ложное выражение толщины стружки (2) на зубе спиральной фрезы. Например, в 1935 г. появилась статья Даниленко [9], в которой автор стремится доказать, что выражение δ_e (2), выведенное Исаевым [6] (по Саввину), является правильным. Более того, Даниленко приводит в своей статье целый ряд таких определений (например,—что такое толщина стружки) и выводов (например, о форме стружки и ее толщины вдоль лезвия), которые характеризуют познания автора в области теории фрезерования явно не с положительной стороны.

Кроме статьи Даниленко, в 1936 г. появилась в печати книга А. М. Вульф [10], доцента Ленинградского индустриального института. В разделе фрезерования этой книги, рекомендованной автором в качестве учебного пособия для студентов втузов, мы можем также найти (на стр. 362) выражение толщины стружки на спиральном зубе фрезы, соответствующее вышеуказанному выражению (2) по Саввину (вместо $\sin \varepsilon$ угла подъема спирали Вульф подставил $\cos \varepsilon$ угла наклона). Нужно сказать, что Вульф, видимо, не придавал большого значения тому, насколько справедливо математическое выражение δ_e (2), так как при определении зависимости усилия резания и расхода мощности на фрезе от величины угла спирали он приводит данные, противоположные данным Саввина и его последователей (Кривоухов, Исаев и др.).

Появление в печати новых трудов, не только повторяющих ошибку Саввина, но и извращающих даже самое понятие о толщине стружки (Даниленко [9], стр. 46), является причиной, побудившей нас привести общепринятое определение, что следует считать за толщину стружки на зубе фрезы.

Напомним т. Даниленко (и другим сомневающимся), что за толщину стружки принято брать размер стружки, измеряемый по линии пересечения передней грани зуба с плоскостью, перпендикулярной к режущей кромке зуба (лезвию) (фиг. 1а). Это—в случае, если зуб фрезы не имеет угла поднутрения; в случае же поднутренного зуба фрезы толщина стружки измеряется от режущей кромки по линии радиуса, в плоскости, перпендикулярной к кромке зуба.

Данные определения достаточно конкретны и вряд ли могут вызвать недоумение в отношении направления измерения величины δ_e , как это имеет место в определении, предложенном Даниленко [9] (стр. 46).

Разберем еще одну основную ошибку т. Даниленко. Он, как и некоторые последователи ошибки Саввина, заявляет: „Следует считать доказанным, что толщина стружки, снимаемая одним зубом при работе цилиндрической фрезы со спиральным зубом, никогда не может равняться проекции подачи на один зуб“.

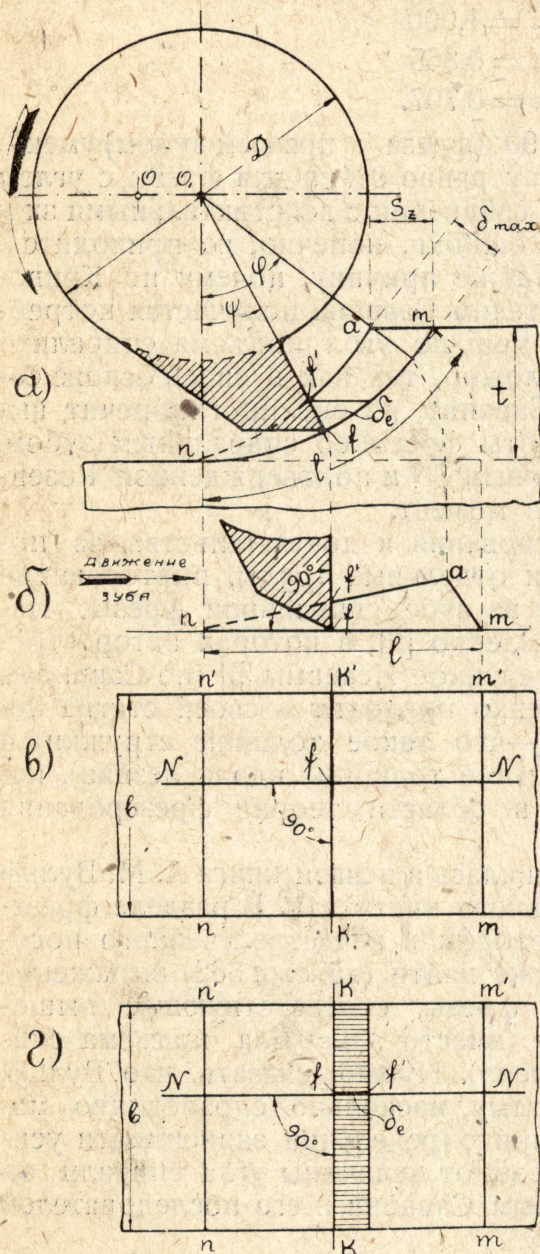
В подтверждение Даниленко приводит обычное выражение толщины стружки на зубе фрезы с прямым зубом по уравнению (1), для $\psi = \varphi$

$$\delta = S_z \cos (90 - \varphi) = S_z \sin \varphi.$$

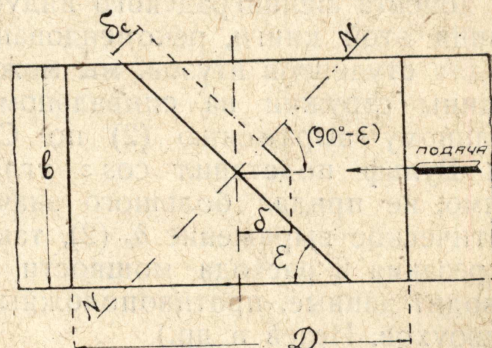
Далее он говорит: „...но так как для спирального зуба δ рассматривать только в одной плоскости нельзя, приводим план (фиг. 2) с изображением режущей кромки в виде прямой наклонной под углом ε . Истинная толщина стружки здесь выразится в виде перпендикуляра к наклонной прямой, по линии NN' и будет равна δ_c “.

По данному чертежу (фиг. 2), кстати сказать, позаимствованному из книги Исаева [6] (стр. 214), Даниленко получил окончательное значение толщины стружки на зубе спиральной фрезы по уравнению:

$$\delta_c = \delta \sin \varepsilon = S_z \sin \varphi \sin \varepsilon,$$



Фиг. 1.



Фиг. 2.

т. е. то же неправильное уравнение (2), предложенное Саввиным. Это совпадение вполне естественно, так как доказательство по Исаеву есть повторение ошибки Саввина, о чем и говорилось нами выше.

По приведенным выдержкам и доказательствам из статьи Даниленко [9] можно судить, что он (а, может быть, и Вульф [10] и др. лица) не имеет никакого представления о действительной толщине стружки на зубе спиральной фрезы.

В дополнение к имеющимся по данному вопросу доказательствам (Розенберг и Суднишников [1] и автор предлагаемой статьи [2]), которые не являются для Даниленко и др., очевидно, достаточно убедительными и понятными, мы ниже приводим еще один способ доказательства, с более подробным изложением и иллюстрацией аксанометрическими рисунка-

ми, что значительно облегчит сомневающимся пространственное представление.

Для сохранения логической последовательности начнем доказательство с рассмотрения толщины стружки на фрезе с прямым зубом без угла поднутрения. Для упрощения допустим, что фреза имеет один зуб. На фиг. 1а схематически представлен момент снятия стружки одним зубом указанной фрезы.

Обозначения:

S_z — подача на один зуб в мм

t — глубина фрезерования в мм

D — диаметр фрезы в мм

φ — угол контакта

ψ — переменный угол, определяющий положение данной точки зуба в данный момент

l — длина дуги контакта

δ_e — толщина стружки в данный момент.

Из геометрии чертежа видно, что толщина стружки— δ_e является отрезком, измеренным по линии пересечения передней грани зуба с плоскостью, перпендикулярной к лезвию зуба. Кроме того можно заметить, что толщина стружки δ_e при продвижении зуба по дуге контакта, в направлении вращения фрезы, во-первых, есть величина переменная,

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } \psi = 0; \quad \delta_e = 0, \\ \text{при } \psi = \varphi; \quad \delta_{\max} = S_z \sin \varphi, \end{array} \right\} \quad (3)$$

а во-вторых δ_e и передняя грань неподнутренного зуба всегда нормально расположены к касательной линии, проведенной к дуге контакта, через точку касания лезвия зуба f . Это условие объясняется тем, что отрезок δ_e (а, следовательно, и передняя грань неподнутренного зуба) лежит на радиусе, которым лезвие зуба описывает дугу контакта по кривой, принимаемой практически за окружность ¹⁾.

Если теперь, в соответствии с данным мгновенным положением зуба фрезы (фиг. 1а), развернем дугу контакта в прямую горизонтальную линию, мы увидим следующую картину (фиг. 1б).

На этом чертеже, по длине дуги l , схематически изображена выпрямленная запятая стружки в виде треугольника pat ²⁾ и указано положение зуба под стружкой. Как передняя грань неподнутренного зуба, так и толщина стружки (отрезок ff'), расположились перпендикулярно к развернутой дуге, и эта перпендикулярность будет сохраняться все время при перемещении зуба по дуге контакта.

Особенность прямозубой фрезы заключается в том, что каждый ее зуб, расположенный параллельно оси фрезы, вступает в работу одновременно всеми точками по длине лезвия, а после снятия стружки одновременно выходит из под стружки. В силу этого толщина стружки, в каждом данном мгновенном положении зуба на дуге контакта (при определенном ψ), имеет одинаковый размер по длине лезвия зуба.

Следовательно, сечение стружки q на прямом зубе цилиндрической фрезы в каждый данный момент представляет: во-первых, произведение толщины стружки δ_e на ширину фрезерования b ,

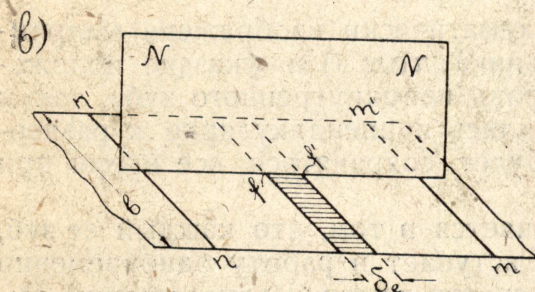
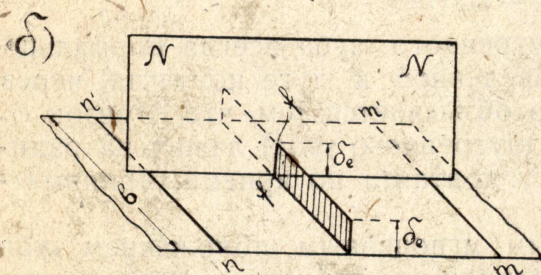
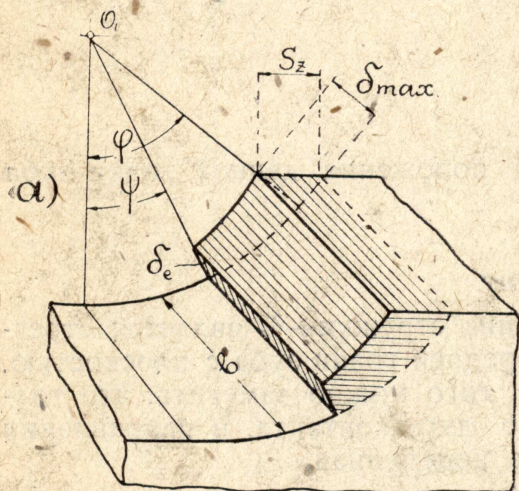
$$q = \delta_e \cdot b = b \cdot S_z \sin \psi \quad (4)$$

¹⁾ Это—общепринятое допущение вследствие практически малой величины подачи S_z .

²⁾ В действительности линия pa —синусоидальная кривая, т. к. в выражение δ_e (3) входит $\sin \psi$.

и, во-вторых, будет всегда расположено перпендикулярно к дуге контакта, как и толщина стружки δ_e .

В плане развертка дуги контакта будет иметь следующий вид (фиг. 1в). Линией nn' изображена линия входа зуба под стружку ($\psi = 0$), и mm' — линия выхода зуба из под стружки ($\psi = \varphi$). Плоскость $nn'tm'$, ограниченная линией входа и выхода, представляет поверхность контакта. Данное мгновенное положение лезвия зуба, соответствующее углу ψ (на фиг. 1а),



Фиг. 3.

указано в плане (фиг. 1в) линией KK' . Поскольку плоскость, в которой расположено сечение стружки, в действительности перпендикулярна к дуге контакта (фиг. 1б), эта плоскость в данной проекции чертежа (фиг. 1в) изобразится нормально к поверхности контакта, и поперечное сечение стружки выразится одной линией KK' (жирная линия). Если желаем получить размер толщины стружки в любой точке по длине зуба, например, в точке f (фиг. 1в), мы должны через эту точку провести к поверхности контакта вертикальную плоскость NN , перпендикулярную к лезвию зуба KK' , а, следовательно, и к сечению стружки. При этом отрезок, равный толщине стружки, лежащей по линии пересечения сечения стружки с вертикальной плоскостью NN , спроектируется на плоскость чертежа в точку f .

Очевидно, чтобы увидеть полученный размер толщины стружки, мы должны условно повернуть сечение стружки (вправо или влево) около лезвия зуба до совмещения с плоскостью чертежа (фиг. 1г). Здесь линия ff' и есть толщина стружки δ_e в данной точке зуба. Так как фреза прямозубая, то $\delta_e = ff'$ одинакова по всей длине зуба.

Весь ход наших рассуждений можно проследить также и по фиг. 3а, б, в, где в аксанометрии весьма наглядно представлено и расположение сечения стружки и порядок определения ее толщины. Проекция настолько проста, что не требуют никаких дополнительных пояснений.

Вероятно, многие читатели, а в том числе и т. Даниленко и Вульф, могут задать нам вопрос, почему мы сначала рассекали вертикально-расположенное сечение стружки плоскостью NN (фиг. 1в) и только потом поворачивали его до совмещения с плоскостью чертежа, для того чтобы рассмотреть толщину стружки в данной точке зуба, а казалось бы — можно это сделать и наоборот.

Как обязательное правило, мы должны рассекал сечение стружки в том положении, в каком оно расположено в действительности к поверхности контакта, т. е. в положении, перпендикулярном к ней, и только после этого имеем право условно повернуть его для рассмотрения δ_e .

В данном случае, когда имеем фрезу с прямым зубом, когда плоскость NN , перпендикулярная к лезвию зуба, одновременно перпендикулярна и к оси фрезы, конечно, безразлично, — будем ли мы сначала рассекать сечение стружки, а потом поворачивать его, или наоборот, так как линия пересечения $ff' = \delta_e$ в том или другом случае остается одна и та же.

Иная картина получится, если мы хотим определить действительную толщину стружки на спиральном зубе цилиндрической фрезы. Здесь уже не безразлично, в каком положении будем рассекать сечение стружки.

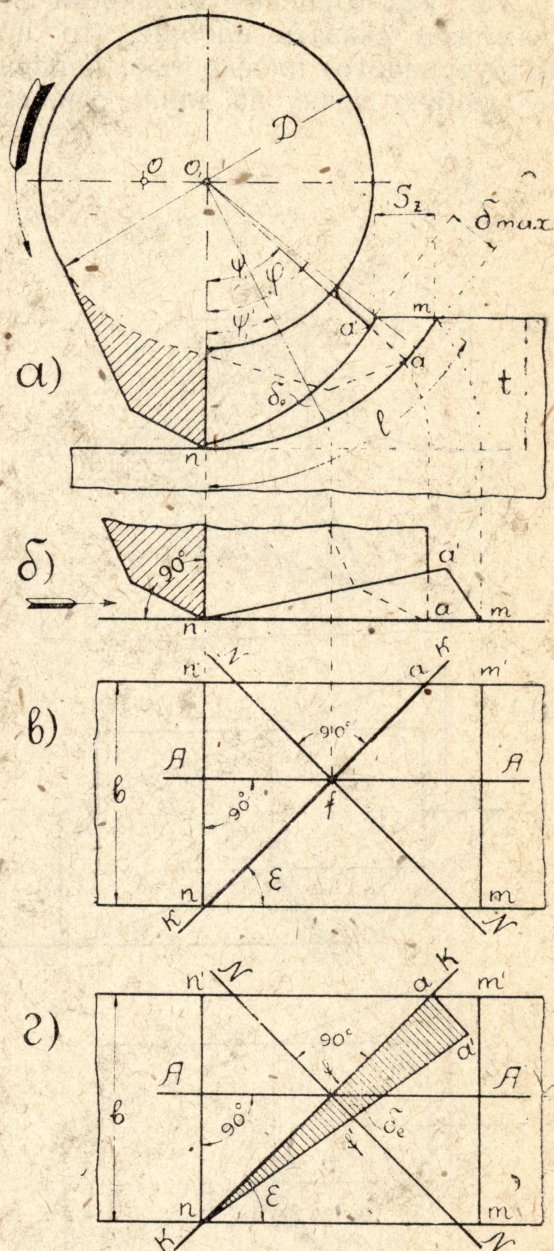
Секрет ошибки всех последователей Саввина и заключается в том, что они, при определении толщины стружки на спиральном зубе цилиндрической фрезы не придерживались того обязательного порядка действий, которое указано нами выше, на примере с фрезой с прямым зубом. Это незначительное „опущение“ с их стороны и привело к тому, что они получили не действительный размер толщины стружки, выраженный математически уравнением (1), а ложный размер соответствующей зависимости (2). Для того чтобы окончательно разоблачить ошибку последователей Саввина и показать наглядно корни ее происхождения, рассмотрим процесс образования стружки на зубе цилиндрической спиральной фрезы.

По аналогии с прямозубой фрезой на фиг. 4а, нами изображен момент работы цилиндрической спиральной фрезы, имеющей также под стружкой только один зуб без угла поднутрения.

Принятые здесь обозначения имеют те же значения, что и в предыдущем случае.

Специфическая особенность спиральной фрезы, в отличие от прямозубой, заключается в том, что ее зуб входит под стружку и выходит из-под стружки не одновременно всеми своими точками по длине лезвия, а последовательно, по мере поворота фрезы. Это обстоятельство легко заметить из фиг. 4а, где в данном мгновенном положении зуба точка его лезвия n , лежащая в плоскости переднего торца фрезы (обращенного к нам), находится в момент входа под стружку ($\psi = 0$), в то время как точка лезвия зуба a , лежащая в плоскости заднего торца фрезы, находится почти при выходе из-под стружки (угол ψ^1).

Поскольку зуб фрезы не имеет угла поднутрения, то из чертежа фиг. 4а можно заметить, что пересечение передней грани зуба с задней и передней торцевой плоскостью фрезы образует линии, идущие по радиусу, а поэтому всегда нормальные к касательной, проведенной к дуге контакта



Фиг. 4.

через точку касания лезвия зуба. На фиг. 4а точки касания обозначены через n и a .

Так как торцевые плоскости фрезы всегда перпендикулярны к ее оси, то можем сказать вообще, что при пересечении передней грани зуба (не поднутренного) плоскостью, перпендикулярной оси фрезы, проходящей через любую точку на длине оси, всегда получим линию, нормальную к касательной к дуге контакта. Таким образом при развертке дуги контакта в прямую горизонтальную линию (фиг. 4б) передняя грань зуба (по всей его длине) будет перпендикулярна к этой линии, а следовательно, перпендикулярна и к поверхности контакта.

При изображении поверхности контакта в плане (фиг. 4в) передняя грань зуба спроектируется в одну линию с линией лезвия KK .

Как расположено сечение стружки на зубе спиральной фрезы?

Поскольку зуб спиральной фрезы — без угла поднутрения, то очевидно, сечение стружки не только расположено вдоль лезвия, но и совмещается с плоскостью передней грани зуба, как и у фрезы с прямым зубом. Следовательно, на поверхности контакта в плане (фиг. 4в) сечение стружки (na) будет перпендикулярно к поверхности и пойдет по той же самой линии KK , представляющей горизонтальную проекцию передней грани зуба на линию лезвия.

В противовес фрезе с прямым зубом, толщина стружки по длине зуба спиральной фрезы является величиной переменной, в чем легко убедиться из фиг. 4а, б и аксанометрического рисунка (фиг. 5а).

Заметим, что для т. Даниленко это обстоятельство покажется, вероятно, „откровением“, ибо по его представлению толщина стружки по всей длине зуба спиральной фрезы в данный

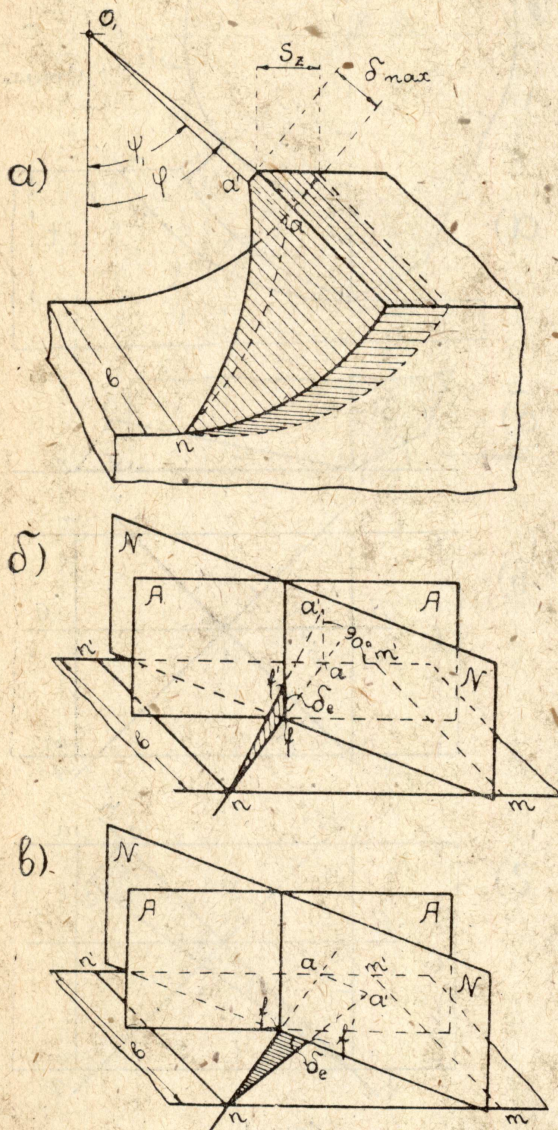
момент имеет одинаковый размер (см. его статью [9], фиг. 5).

Чему равняется толщина стружки на зубе спиральной фрезы в данной точке?

Если мы рассежем вертикально расположенное сечение стружки в точке f (фиг. 5в) плоскостью AA , перпендикулярной оси фрезы, то линия пересечения, равная толщине стружки в данном месте, будет проектироваться на плоскость чертежа в точку f .

Положение точки f на лезвии зуба на вертикальной проекции фрезы (фиг. 4а и б) соответствует углу поворота ψ_1' , а поэтому толщина стружки δ_e в данном месте выразится уравнением

$$\delta_e = S_z \cdot \sin \psi_1',$$



Фиг. 5.

т. е. аналогичным с уравнением (1) для фрезы с прямым зубом.

Будет ли найденная толщина стружки на спиральном зубе в точке f действительной ее величиной?

По правилу определения, приведенного нами выше, толщина стружки измеряется отрезком по линии пересечения передней грани неподнутренного зуба с плоскостью, перпендикулярной к лезвию зуба. В соответствии с этим правилом, проведем через ту же точку f лезвия зуба (фиг. 4в) вертикальную плоскость NN , перпендикулярную к режущей кромке зуба фрезы.

Как видно из чертежа, линия пересечения сечения стружки с плоскостью NN совпадает с линией пересечения сечения стружки с плоскостью AA и проектируется на поверхность контакта в одну и ту же точку f . Следовательно, и толщина стружки в данной точке зуба в результате обоих случаев пересечения будет одной и той же величиной. Будем ли мы пересекать плоскостью, перпендикулярной оси фрезы, или плоскостью, перпендикулярной к лезвию зуба,—все равно толщина стружки на зубе цилиндрической спиральной фрезы остается одной и той же, а следовательно, будет иметь то же выражение (1)

$$\delta_e = S_z \sin \psi.$$

Другими словами, толщина стружки на зубе цилиндрической спиральной фрезы не зависит от угла подъема спирали ε , что и требовалось доказать.

Если мы теперь повернем, условно, вертикально расположенное сечение стружки около лезвия зуба до совмещения с поверхностью контакта (фиг. 4г), то увидим и действительный отрезок толщины стружки ($ff' = \delta_e$) и площадь ее сечения (naa'), соответствующую данному мгновенному положению зуба фрезы.

В дополнение к нашим доказательствам приводим фиг. 5: а, б, в, наглядно подтверждающую правильность определения толщины стружки, ее форму и расположение на спиральном зубе фрезы.

Заключение.

На основании изложенного можем сделать следующие заключения:

1. Толщина стружки на зубе цилиндрической спиральной фрезы не зависит от угла подъема спирали ε , а имеет то же математическое выражение, что и для фрезы с прямым зубом (1)

$$\delta_e = S_z \sin \varepsilon.$$

2. По Саввину толщина стружки на спиральном зубе получается меньше действительной величины, так как в выражение— δ_e (2) входит $\sin \varepsilon < 1$. Чем меньше угол подъема ε , тем больше это уменьшение.

3. Статью т. Даниленко нужно считать не только бесполезной, но и вредной для читателей, так как в ней нет ни одного правильно изложенного пункта.

4. Книга доц. А. М. Вульф—„Обработка металлов резанием“, рекомендованная автором как учебное пособие для студентов втузов, вследствие допущения ошибочного выражения δ_e по Саввину, значительно теряет свою ценность в методическом отношении.

5. Считаю, что пора прекратить дальнейшее засорение технической литературы (журнальной и учебной) ложными выражениями δ_e по Саввину.

Томск, ТИИ.

Кафедра механо-сборочного производства.

Апрель 1936 года.

ЛИТЕРАТУРА,

на которую в статье имеются ссылки.

1. Розенберг и Суднишников. — Теория работы цилиндрической спиральной фрезы со спиральным зубом. Вестник металлопромышл., 1936. № 4.
2. Еремин. — Толщина стружки на зубе цилиндрической фрезы. Технормирование, 1936. № 2.
3. Sawin—Mechanical Engineering, 1926 г. Le Genie Civil, 1925 г.
4. Кривоухов. — Обработка металлов резанием, 1931, стр. 244.
5. Беспрозванный. — Определение усилия и расхода энергии при фрезеровании. Организация, 1930. № 3.
6. Исаев. — Холодная обработка металлов. 1932, стр. 213—214.
7. Резников. — Теория резания металлов. 1934, стр. 222.
8. Розенберг. — Работа цилиндрической фрезы. Юбилейный сборник ТИИ 1936 г. Организация 1935, № 12.
9. Даниленко. — Толщина стружки на зубе цилиндрической фрезы. Технормирование. 1935, № 2.
10. Вульф. — Обработка металлов резанием. 1936, стр. 362.