

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МЕХАНИКА ПРОЦЕССА СВОБОДНОГО РЕЗАНИЯ МЕТАЛЛОВ.

Доц. Розенберг А. М.

Процессом свободного резания называется такой процесс, когда в резании участвует лишь одна режущая кромка. Такой случай может быть при точении на токарном станке бурта или диска с поперечной подачей резца, причем длина лезвия резца превышает толщину бурта или диска (ширину стружки). Такой случай может быть при строгании гребешков на строгальном станке, при работе торцевого зенкера по торцу кольца.

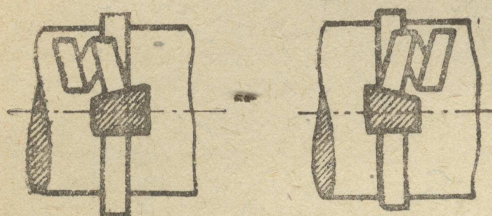


Рис. 1.

Этот же случай мы имеем при работе цилиндрического фрезера, когда, как обычно, ширина фрезеруемой поверхности меньше длины фрезера.

Если режущая кромка резца при процессе свободного резания расположена перпендикулярно к направлению движения резания, то отделяющаяся стружка образует архимедову спираль и нет никаких сомнений в том, что как вся

стружка в целом, так и отдельные частицы металла в ней, перемещаются при этом в плоскости нормальной к режущему лезвию. В этой плоскости и находится действующий угол резания.

Если же режущее лезвие не составляет прямого угла с направлением его движения, то стружка завивается винтовой спиралью с направлением и шагом, зависящим от наклона режущей кромки к направлению движения. Это явление хорошо иллюстрируется рис. 1, заимствованным из книги Гипплера¹⁾. Создается впечатление, что стружка в этом случае сходит не в плоскости нормальной к режущей кромке, а значит угол резания нужно измерять не в плоскости нормальной к режущей кромке, а в иной, включающей в себя направление движения стружки по передней грани резца. Вообще углом резания мы будем называть угол между касательной к направлению движения данной точки лезвия и направлением движения частиц металла стружки, проходящих через данную точку лезвия, по передней грани резца. Этот угол определяет деформацию металла при образовании стружки. На рис. 2 представлен клин-резец. Плоскость ABCD—плоскость резания. Если резец двигается в направлении DA, а частицы металла стружки по передней грани резца перемещаются в направлении AE, угол резания EAD. Если направление движения резца AN, направление движения частиц металла по передней грани резца Ag, угол резания gAH. Если бы можно было представить себе случай, когда при движении резца в

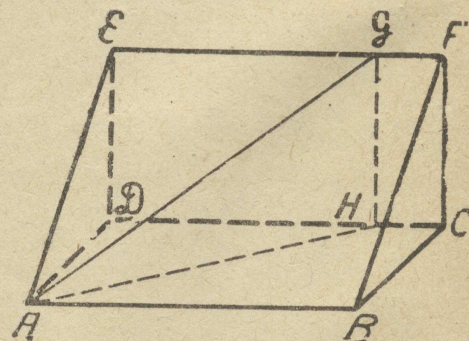


Рис. 2.

направлении DA, частицы стружки перемещались бы в направлении Ag, углом резания нужно было бы считать γ_{AD} .

В 1896 году Селлергрэн²⁾ предложил, при наличии наклонного к направлению движения лезвия, измерять угол резания в плоскости, отклоняющейся от нормальной к лезвию на тот же угол γ , на который лезвие отклоняется от перпендикуляра к направлению движения. По Селлергрэну угол резания нужно мерить не в плоскости NNN, а в плоскости NTT (рис. 3), причем угол резания δ_T определится из выражения.

$$\operatorname{tg} \delta_T = \operatorname{tg} \delta_N \cdot \cos \gamma.$$

Это положение проф. Глебов назвал „законом Селлергрэна“ и, хотя Селлергрэн о направлении движения стружки по передней грани резца в своей работе не упоминает, проф. Глебов дал „закону Селлергрэна“ следующую формулировку³⁾: „угол отклонения стружки от перпендикуляра к лезвию равен углу отклонения лезвия от перпендикуляра к направлению движения“.

Кроме того, проф. Глебов считает, что „винтовое движение стружки при наличии наклона лезвия к направлению движения объясняется тем, что в этом случае стружка отклоняется в сторону от своего нормального направления, перпендикулярного лезвию“.

Из всех этих положений вытекает, что наклонное положение лезвия благоприятствует процессу отделения стружки, так как „действующий“ угол резания δ_T в этом случае меньше суммы угла заострения и угла зазора и при этом, не ухудшая условий теплоотвода от режущей кромки, имеется возможность уменьшить нагрузку на резце.

Можно создать такие же условия работы, сообщая резцу кроме основного движения в направлении V_N , еще дополнительное движение в направлении V_S параллельном лезвию (рис. 4), при этом режущее лезвие будет действовать, как наклоненное к направлению движения.

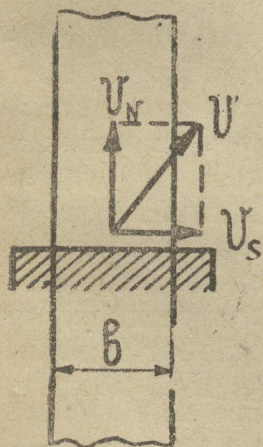


Рис. 4.

Известен классический пример ножа, который при протягивании его вдоль линии лезвия, легче внедряется в разрезаемое тело. По этому поводу проф. Глебов пишет:

„Уменьшение действительного угла резания путем наклона лезвия к направлению движения всем известно из обыденной жизни: когда мы, например, режем хлеб обыкновенным ножом, мы никогда не ведем нож перпендикулярно его лезвию, но всегда двигаем его наподобие пилы, вперед или назад, в результате чего направление движения ножа составляет с направлением лезвия ножа очень маленький угол, близкий к нулю, это уменьшение угла наклона приводит к уменьшению угла резания

и мы как бы режем ножом, значительно более острым, чем обычное заострение клинка“. Указанное уменьшение угла резания особенно важно ввиду того, что оно дает все выгоды уменьшения давления вследствие меньшего угла α (резания) при сохранении угла заострения, благодаря чему, уменьшая давление, мы не теряем ни в стойкости резца, ни в способности его отводить теплоту“. ⁴⁾

С исключительной убедительностью это же явление иллюстрирует проф. Панкин в своей статье „Кинематическое заострение режущих лезвий“. ⁵⁾

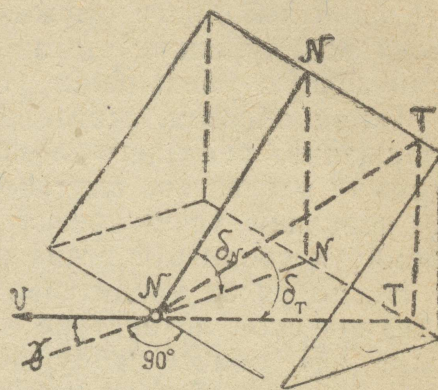


Рис. 3.

Называя кинематическим заострением уменьшение угла резания (или угла клина) при всяком движении резца (или ножа), составленном из двух движений, одно из которых нормально к режущей кромке, другое параллельно ей, проф. Панкин отмечает, что „практическое применение этого кинематического заострения мы встречаем в отдаленные эпохи при употреблении холодного оружия. Шашка при рубке лозы протягивается вдоль своей оси, турецкие ятаганы имели своеобразную изогнутую форму, обеспечивающую уменьшение угла без протягивания оружия“.

Таким образом, считается твердо установленным, что всякое наклонное положение режущего лезвия к направлению его движения заставляет стружку завиваться винтовой спиралью, отклоняться при своем движении по передней грани резца от направления перпендикулярного режущей кромке и сходиться с резца в сторону с меньшим углом резания.

Несмотря на убедительность и полное единодушие, с которыми даются в технической литературе высказанные выше положения, они являются не более как общим заблуждением, основанным на внешнем наблюдении за процессом отделения стружки. Детальное рассмотрение этого вопроса, а также экспериментальная проверка приводят к совершенно иным выводам.

На рис. 5 представлено наклонное положение режущей кромки AB строгального резца ($\beta < 90^\circ$). Пусть кромка из положения AB переместится в положение $A'B'$, двигаясь в направлении стрелки V , т. е. перпендикулярно своему расположению. При таком движении каждая частица стружки

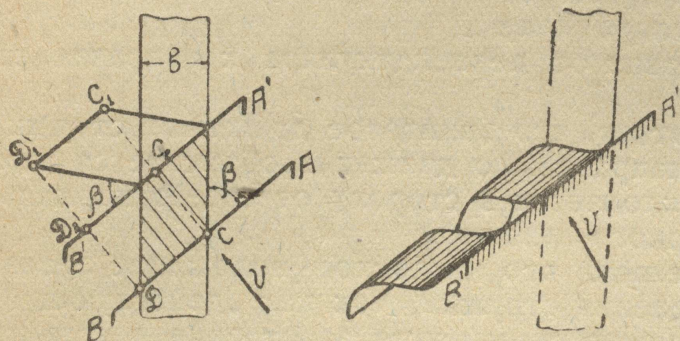


Рис. 5.

ки будет перемещаться в плоскости нормальной к лезвию, в чем не трудно убедиться, если представить себе поверхность, с которой снимается стружка, разделенной на ряд полосок перпендикулярных лезвию AB . Каждая из полосок при образовании стружки будет завиваться архимедовой спиралью, вся же стружка получит вид винтовой спирали, сходящей с резца в направлении от A к B и создающей полное впечатление сбегания стружки в сторону уменьшенного угла резания. Если развернуть стружку в ленту, расположить ее перед лезвием $A'B'$ и предположить, что усадка стружки отсутствует, то точка D поместится в точку D_1 , C_2C_1 , причем $DD_2 = D_2D_1$, $CC_2 = C_2C_1$. Угол наклона спирали стружки при этом будет равен углу β . Таким образом будет получена винтовая спиральная стружка, сбегаящая по передней грани резца в сторону меньшего угла резания, но образование этой стружки происходит процессом перемещения отдельных частиц металла в плоскости нормальной к режущему лезвию. Для иллюстрации на рис. 5 справа изображена такая стружка.

Если принять во внимание усадку стружки, всегда сопутствующую процессу резания, то получится еще более обманчивое впечатление.

Усадка стружки, т. е. ее укорочение, будет происходить в направлении движения отдельных частиц металла, т. е. в плоскости нормальной к режущему лезвию. На рис. 6 представлено два положения лезвия AB и $A'B'$ и развернутая перед лезвием $A'B'$ стружка, которая при своем образовании получила некоторую усадку, выражаемую некоторым коэффициентом усадки

$$K = \frac{l}{l_0}, \text{ где } l_0 \text{ — путь, пройденный резцом, а } l \text{ — длина стружки, полученной с этого пути.}$$

Поверхность обрабатываемого изделия, проходимая рез-

дом при перемещении его из положения AB в положении $A'B'$, схематически разбита на ряд полос параллельных режущей кромке. Эти же полосы показаны на стружке, но здесь в силу усадки, которая происходит в плоскости нормальной к режущему лезвию, эти полосы стали более узкими.

Из рис. 6 следует:

$$\begin{aligned} CE &= l_0; \\ EC_1 &= l = Kl_0 \\ EC_1 \cdot \cos \beta' &= CE \cos \beta; \\ Kl_0 \cos \beta' &= l_0 \cos \beta; \\ \cos \beta' &= \frac{\cos \beta}{K}. \end{aligned}$$

Так как коэффициент усадки „ K “ всегда меньше единицы и может достигать при тонких стружках значений $K = 0,2 - 0,3$ ⁶⁾, то вследствие этого угол β' будет получаться при наличии усадки всегда значительно меньше угла β и будет создаваться еще более яркое впечатление сбегания стружки по резцу в сторону меньшего угла резания, в то время как в действитель-

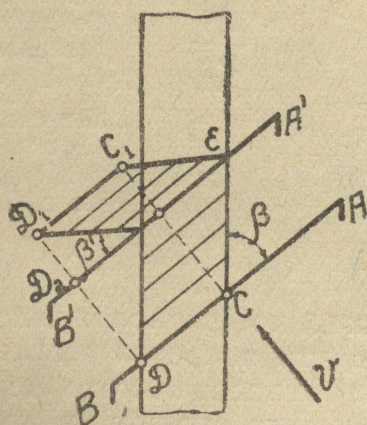


Рис. 6.

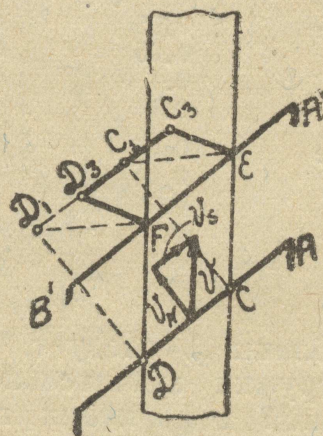


Рис. 7.

ности каждая частица металла при образовании стружки будет перемещаться в плоскости нормальной к режущей кромке резца.

В обоих разобранных случаях режущая кромка перемещалась перпендикулярно своему расположению. Разберем теперь случай, когда режущая кромка расположена наклонно к направлению движения. По рис. 7 $\beta < 90^\circ$ и движение резца происходит в направлении скорости V . Такое движение может быть представлено состоящим из двух движений, одного в направлении V_N нормального к режущей кромке и другого в направлении V_S параллельного режущей кромке.

Если мы произведем перемещение лезвия из положения AB в положении $A'B'$ сперва движением в направлении V_N , то мы должны будем повторить все то, что сказано нами выше по рис. 6. Стружка при этом займет положение EC_1D_1F и ее частицы будут перемещаться в плоскостях нормальных режущей кромке. Затем мы произведем перемещение резца в направлении V_S . Если при этом считать, что сила трения между резцом и стружкой совершенно отсутствует, то от перемещения в направлении V_S не возникнет никакого воздействия от резца на стружку, иначе говоря, при отсутствии трения между стружкой и резцом частицы стружки при любом расположении лезвия относительно направления его движения перемещаются всегда в плоскостях нормальных к лезвию.

При наличии силы трения между стружкой и резцом, перемещение резца в направлении V_s будет связано с дополнительными деформациями в стружке, а именно стружка будет осаживаться в направлении от B' к A' и займет положение EC_3D_3F . Такое дополнительное осаживание стружки затрудняет ее образование, увеличивает усадку (уменьшает коэффициент усадки).

Из приводимых нами фотографий стружки на рис. 8, 9 и 10 ясно видно, что при расположении лезвия наклонном к направлению движения, виток стружки получается более короткий (более значительная усадка), чем при перпендикулярном расположении лезвия. Это же следует из табл. 1, где представлены результаты измерений таких стружек. Стружки снимались небольшой толщины, так как исследование этого вопроса нас интересовало в приложении к процессу фрезерования цилиндрическим фрезером, где обычно толщина стружки измеряется сотыми долями миллиметра.

Таблица 1.

Движение резца	Толщина стружки мм	Длина пройденная резцом l_0	Длина полученной стружки l	Коэффициент усадки $k = \frac{l}{l_0}$	Примечание
По схеме рис. 6	0,05	62	33	0,53	Без смазки
	0,05	63	38	0,6	Со смазкой
	0,1	62	34	0,55	Без смазки
	0,1	63	39	0,62	Со смазкой
По схеме рис. 7	0,05	61	16	0,26	Без смазки
	0,05	63	23	0,36	Со смазкой
	0,1	61	19,5	0,32	Без смазки
	0,1	63	23	0,36	Со смазкой

Из таблицы 1 следует, что при наклонно расположенном лезвии усадка стружки значительно возрастает, что является результатом дополнительной деформации под влиянием относительного перемещения резца в направлении V_s и воздействующей на стружку в этом направлении силы трения.

Из всего изложенного выше можно сделать заключение, что, если режущая кромка расположена наклонно к направлению движения ($\beta < 90^\circ$), частицы стружки отклоняются от плоскости нормальной режущей кромки, что является результатом относительного перемещения резца в направлении V_s . На рис. 11— QO направление движения резца, лезвие которого AB расположено наклонно к направлению движения. Передняя грань резца $ABCD$. По Селлергрелу, Глебову, Панкину стружка при этом должна по передней грани резца перемещаться в направлении OS , отделяясь под углом резания SOQ .

Проведенный нами анализ показывает, что такое перемещение стружки в целом было бы возможно при отсутствии усадки стружки и при отсутствии силы трения между стружкой и резцом. Но и при этом по направлению OS будет перемещаться лишь стружка в целом, отдельные частицы металла при образовании этой стружки будут перемещаться в направлении OR , нормальном к лезвию.

Если же взять реальный процесс резания с наличием усадки стружки и силы трения между стружкой и передней гранью резца, то в этом случае стружка будет образовываться перемещением частиц металла в направлении, отклоняющемся от нормали к лезвию в сторону от B к A . Это направление на рис. 11 условно (точно его указать нельзя) показано буквами OP . Угол резания в этом случае будет QOP . Как мы видим, он

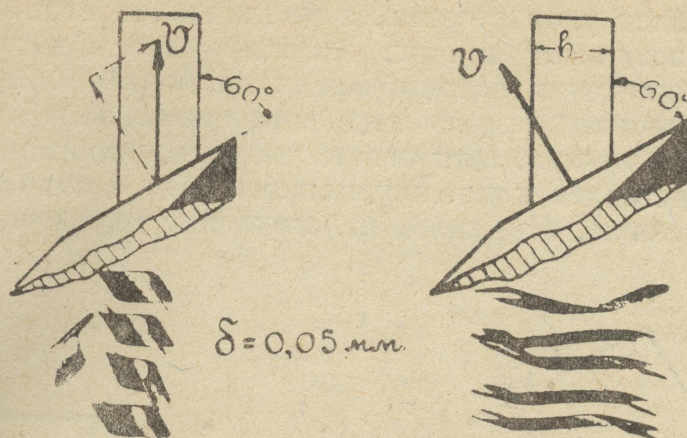
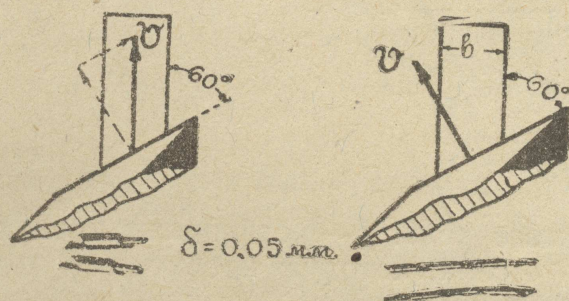


Рис. 8.



Со смазкой.

Рис. 9.

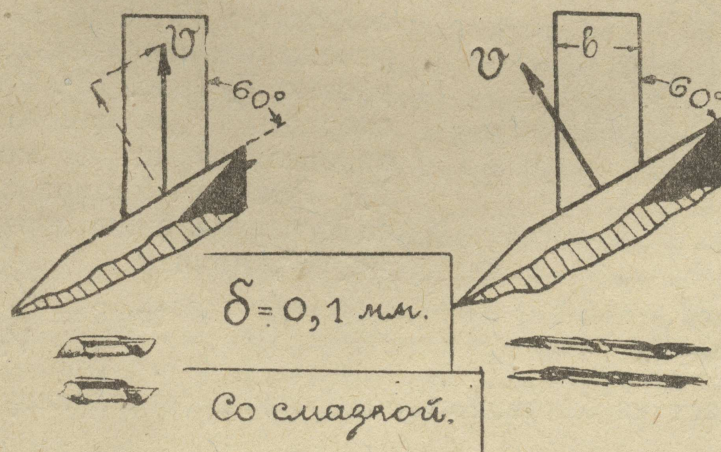
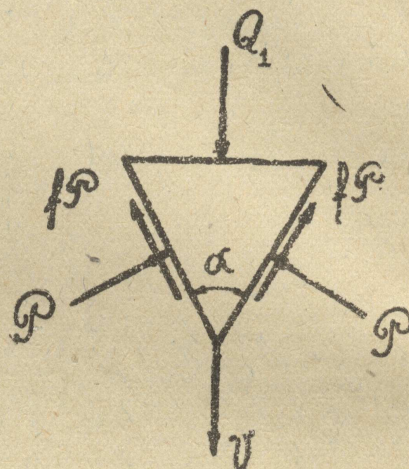
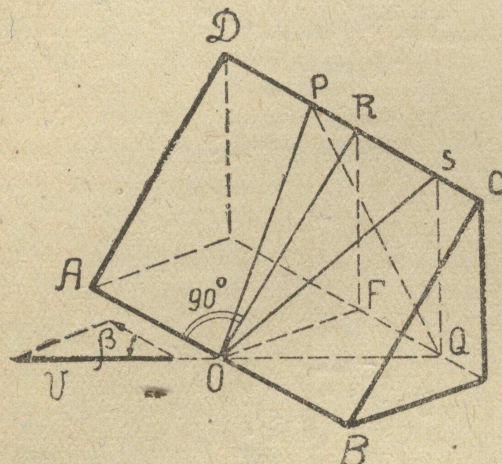


Рис. 10.

будет больше, чем угол QOS и точно также больше, чем угол ROF , измеренный в плоскости нормальной лезвию.

Таким образом, детальный разбор вопроса, подкрепленный экспериментом, приводит нас к выводу, что наклон лезвия к направлению движения не уменьшает угол резания, а увеличивает его.

Естественно возникает вопрос, чем же можно объяснить более легкое внедрение ножа-клина в разрезаемое тело, при сообщении ножу кроме движения нормального лезвию еще дополнительного движения протягивания вдоль линии лезвия. Для ответа на этот вопрос обратимся к рис. 12, на котором представлен клин, перемещающийся в направлении перпендикулярном его лезвию. P — силы, действующие нормально к его боковым



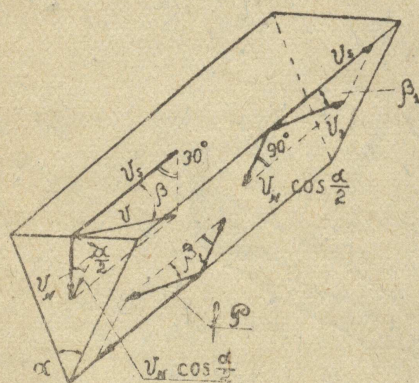
граням от разрезаемого тела. f — коэффициент трения на боковых гранях. fP — сила трения. Q_1 — сила, которую необходимо приложить к клину для его внедрения в этом случае будет

$$Q_1 = 2P \left[\sin \frac{\alpha}{2} + f \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right] \quad (1)$$

При малых углах α превалирующее значение в силе Q_1 будет играть второй член в скобках, т. е. член, зависящий от силы трения.

Пусть клину будет дано, кроме основного движения нормального лезвию со скоростью V_N , еще дополнительное перемещение, параллельное лезвию со скоростью V_S (рис. 13). Равнодействующая скорость V и направление движения определяются из прямоугольника $V_S - V_N$. Режущая кромка клина расположена к направлению движения под углом $\beta < 90^\circ$, причем

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V_N}{V_S}.$$



Скорость V_N даст на боковой стороне клина составляющую $V_N \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$, которая в совокупности со скоростью V_S даст на боковой стороне клина равнодействующую V_1 , направленную под углом β_1 к лезвию клина, причем

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \operatorname{tg} \beta \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{V_N}{V_S} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Если нормальное давление на боковую сторону клина будет P , то сила трения fP будет действовать в направлении противоположном скорости V_1 , в направлении же нормальном к режущей кромке будет действовать лишь часть силы трения

$$fP \sin \beta_1.$$

Эта часть силы трения и будет оказывать сопротивление проникновению клина в разделяемое тело и сила Q_2 , которую нужно будет приложить к клину в направлении нормальном к его лезвию, определится:

$$Q_2 = 2P \left[\sin \frac{\alpha}{2} + f \sin \beta_1 \cos \frac{\alpha}{2} \right] \quad (2)$$

В этом выражении

$$\sin \beta_1 = \frac{\sin \beta \cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \frac{\alpha}{2}}}.$$

То есть

$$Q_2 = 2P \left[\sin \frac{\alpha}{2} + f \frac{\sin \beta \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \frac{\alpha}{2}}} \right] \quad (3)$$

Нетрудно заметить, что уравнение 1 является частным случаем уравнения 2 и 3 в том случае, когда $\beta = \beta_1 = 90^\circ$ и $V_S = 0$, т. е. когда режущая кромка перемещается нормально своему расположению. Таким образом, уравнения 2 и 3 являются общими уравнениями для определения силы Q , независимо от расположения ребра клина к направлению его перемещения.

По уравнениям 2 и 3 видно, что с уменьшением β , т. е. с увеличением $\frac{V_S}{V_N}$, уменьшается сила Q , причем причиной этого уменьшения является уменьшение второго члена в скобках, то-есть уменьшение противодействия силы трения и ни в коем случае не уменьшение угла резания, как это следует из объяснений Глебова—Панкина.

Представим себе, что сила трения отсутствует ($f=0$) и в этом случае уравнения 1, 2 и 3 дадут одну и ту же величину силы и никакое наличие протягивания вдоль лезвия не может изменить силы Q .

Так как нож или клинок имеют всегда небольшой угол α , то, судя по уравнению 2 и 3, уменьшение второго члена в скобках будет особенно сильно уменьшать силу Q .

В случае реального клинка или ножа уменьшение силы при наличии протягивания может отчасти обуславливаться кроме всего вышеизложенного еще и неизбежным наличием на всяком реальном лезвии мельчайших неровностей или зазубринок, которые при протягивании будут действовать наподобие пилы, производя надрывы, тем самым разделяя частицы материала и облегчая проникновение в него лезвия клина.

Силы на наклонном лезвии.

Принято думать, что при процессе свободного резания, как бы ни была расположена режущая кромка к направлению движения, равнодействующая всех сил на резце расположена в плоскости нормальной к режущему

лезвию. К такому выводу можно прийти на основании картины равновесия сил, приводимой в работах Семенченко ⁷⁾, Резникова ⁸⁾, Даниеляна ⁹⁾, Саввина ¹⁰⁾, Рудника ¹¹⁾, Кривоухова ¹²⁾, Куррейна ¹³⁾, Шлезингера ¹⁴⁾ и друг. Если принять это положение и рассмотреть силы, действующие в плоскости резания, то мы получим следующее их геометрическое соотношение (рис. 14).

$$\frac{P_N}{P} = \frac{1}{\sin \beta} \quad (4)$$

$$\frac{P_a}{P} = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \quad (5)$$

На рис. 14 AB — режущая кромка, расположенная под углом β к направлению движения, b — ширина поверхности, с которой снимается стружка.

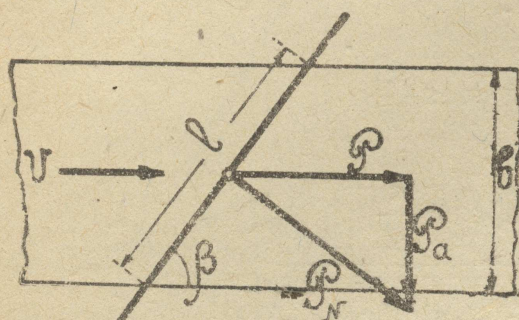


Рис. 14.

P_N — сила в плоскости нормальной к лезвию, P — сила в направлении равнодействующей скорости V , P_a — поперечная сила. Такую же картину получим, если представим себе развертку поверхности резания цилиндрического фрезера со спиральным зубом с углом подъема спирали β . В этом случае P — окружная (касательная) сила, P_a — осевая сила на зубе фрезера.

Мы совершенно не знаем опытов, в которых бы измерялась сила P_N при

свободном резании наклонным лезвием, соотношение же $\frac{P_a}{P}$ можно получить из опытов с фрезерами, проведенных различными авторами. В табл. 2 нами дается сводка произведенных нами подсчетов по работам различных авторов, причем нужно отметить, что все авторы, за исключением Бостона, Джильберта и Кайзера, измеряли не окружную силу, а силу подачи при фрезеровании P_h . Нами из силы подачи была подсчитана окружная сила путем зависимости

$$P = 0,9 P_h \cdot S_m^{0,03}$$

Здесь S_m — толщина стружки посередине дуги контакта. Эта зависимость была получена нами в результате специальной экспериментальной работы и дает ошибку не более $\pm 5\%$ (при $\frac{t}{D} \leq 0,15$).

По всем авторам, за исключением Айзеле и Бостона, с увеличением S_m отношение $\frac{P_a}{P}$ увеличивается. Пределы изменения даны в таблице.

У Айзеле колебания $\frac{P_a}{P}$ совершенно не закономерны.

На рис. 15 представлено сопоставление всех этих данных. Они располагаются так, что по ним можно провести некоторую среднюю кривую, причем эта кривая указывает на то, что действительное, определенное из опытов отношение $\frac{P_a}{P}$ примерно в три раза меньше чем по уравнению 5.

Таблица 2.

Передний угол γ	Угол подъема спирали β	$\frac{P_a}{P}$	Обрабатываемый материал	Источник
15°	80°	0,066	Сталь 50.11	Штовер 15)
	70°	0,125		
	60°	0,194		
	50°	0,256		
	41°	0,2—0,32		
	40°	0,326		
	30°	0,435		
	25°	0,51		
	23°	0,3—0,6		
27°	58°	0,11—0,15	Сталь $\sigma_B = 36$ кг/мм ²	Шлезингер 14)
10°	48°	0,2—0,22	Сталь $\sigma_B = 60—70$	Куррайн 13)
10°	65°	0,1—0,28	Сталь $\sigma_B = 70$	Айзеле 16)
8°	52°	0,134—0,333	Сталь VCN—35	Кикебуш и Поль 17)
5°—20° 15°	65° 45°	0,12—0,16 0,35	Сталь 3150	Бостон, Джильт- берт и Кайзер 18)

Попытку объяснить это явление мы находим лишь у Штовера, который считает, что часть окружной силы P является силой трения на затылочной грани, не вызывающей осевой силы. Но это объяснение неудовлетворительно ввиду трехкратного расхождения между измеренным в опытах значением $\frac{P_a}{P}$ и подсчитанным по

уравнению 5, так как при этом нужно было бы допустить, что преобладающая часть силы P является силой трения на затылочной грани, что совершенно невероятно.

Причина такого расхождения картины равновесия с результатами опыта по нашему мнению кроется в неправильном существующем представлении действующих на лезвии сил. Так как при наклонном расположении лезвия ($\beta < 90^\circ$) равнодействующая скорости может быть разложена на нормальную к лезвию составляющую V_N и параллельную лезвию V_s (рис. 7) и последняя из них, как мы показали ранее, производит дополнительное осаживание стружки, то в направлении параллельном лезвию должна действовать от резца на стружку сила, производящая это осаживание. Эта сила P_s дает в совокупности с P_N равнодействующую R , которая уже не будет расположена в плоскости нормальной к лезвию (рис. 16).

Сравнение рис. 14 и 16, в которых сила P нанесена одной величины, показывает, что по схеме рис. 16 силы P_a и P_N получаются значительно меньше, чем по рис. 14, т. е. по уравнениям 4 и 5. В случае работы то-

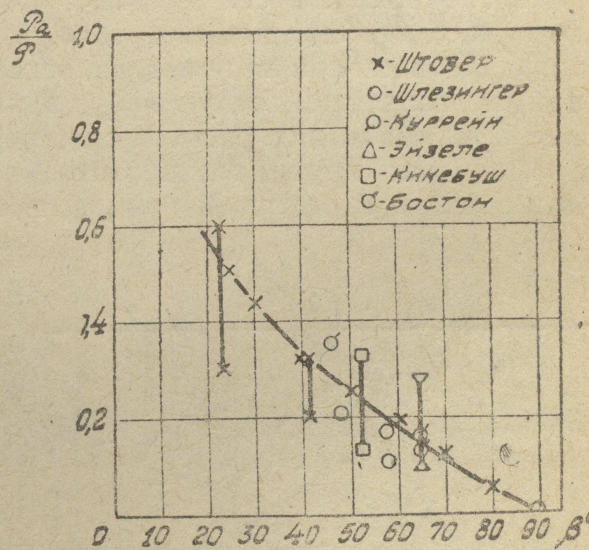


Рис. 15.

карного или строгального резца мы очень редко встречаемся с процессом свободного резания, кроме того, в этих случаях угол β обычно очень близок к 90° , поэтому для этих случаев указанное изменение схемы действия сил существенного значения не имеет. При фрезеровании цилиндрическим фрезером, наоборот, важно уметь подсчитать действительную величину осевой силы P_a , которая здесь, ввиду наличия углов β , значительно отличающихся от 90° , может иметь существенную величину и будет оказывать заметное воздействие на подшипники шпинделя, крепежные приспособления, нагружать винт поперечной подачи, направляющие и т. д.

Из рис. 16 получаем

$$P = P_N \cdot \sin \beta + P_s \cdot \cos \beta \quad 6$$

$$P_a = P_N \cos \beta - P_s \cdot \sin \beta \quad 7$$

Отсюда нетрудно получить:

$$\frac{P_a}{P} = \frac{\frac{P_N}{P} - \sin \beta}{\cos \beta} \quad 8$$

$$\frac{P_s}{P} = \frac{1 - \frac{P_N}{P} \sin \beta}{\cos \beta} \quad 9$$

$$\frac{P_s}{P} = \cos \beta - \frac{P_a}{P} \sin \beta \quad 10$$

Мы поставили перед собой целью экспериментальным путем определить соотношение сил на наклонном лезвии при различных значениях β . Это было необходимо для того, чтобы оценить значение силы P_s , кроме того для решения вопроса, является ли удельное давление резания постоянной, не зависящей от угла β и в каком направлении это удельное давление принимать для расчета сил, крутящих моментов, мощностей. До сего времени оно принималось постоянным, не зависящим от β , в направлении нормальном к режущей кромке, и это по схеме рис. 16 должно было бы привести к увеличению силы P с уменьшением β , при $b = \text{const}$, ввиду влияния силы P_s на P .

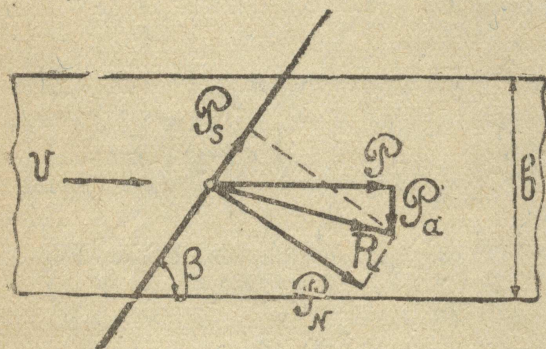


Рис. 16.

Из уравнений 8, 9 10 и рис. 16 видно, что для определения всех сил достаточно определить две из них. Но мы считали, что для большей достоверности желательно провести непосредственное измерение всех сил.

Кроме того, нас интересовало сравнение характеристик процесса резания при строгании и фрезеровании для решения вопроса о возможности перенесения принципиальных зависимостей одного на другой.

Мы прежде всего выявили зависимость силы P от угла β при строгании с различной толщиной стружки. Для этого резец был укреплен в специальной державке на траверзе универсального фрезерного станка. На столе станка (см. рис. 17) был установлен измерительный стол для измерения горизонтальной силы подачи при фрезеровании. В этом столе закреп-

лялся брусок металла, подлежащий строжке, и таким образом мы могли замерять главное давление резания P на строгальном резце, который в своем приспособлении мог быть установлен с любым углом β . Измерительный стол, изготовленный в лаборатории резания металлов Томского индустриального института, имел высокую точность, так как был монтирован на шариках, был снабжен гидравлической мессдозой и саморегистрирующим манометром. Перед работой он был протарирован, причем при тарировке выяснилось, что боковые и вертикальные силы, неизбежно действующие на измерительный стол в процессе резания, никакого влияния не оказывают на его показания, в силу особенностей его конструкции.

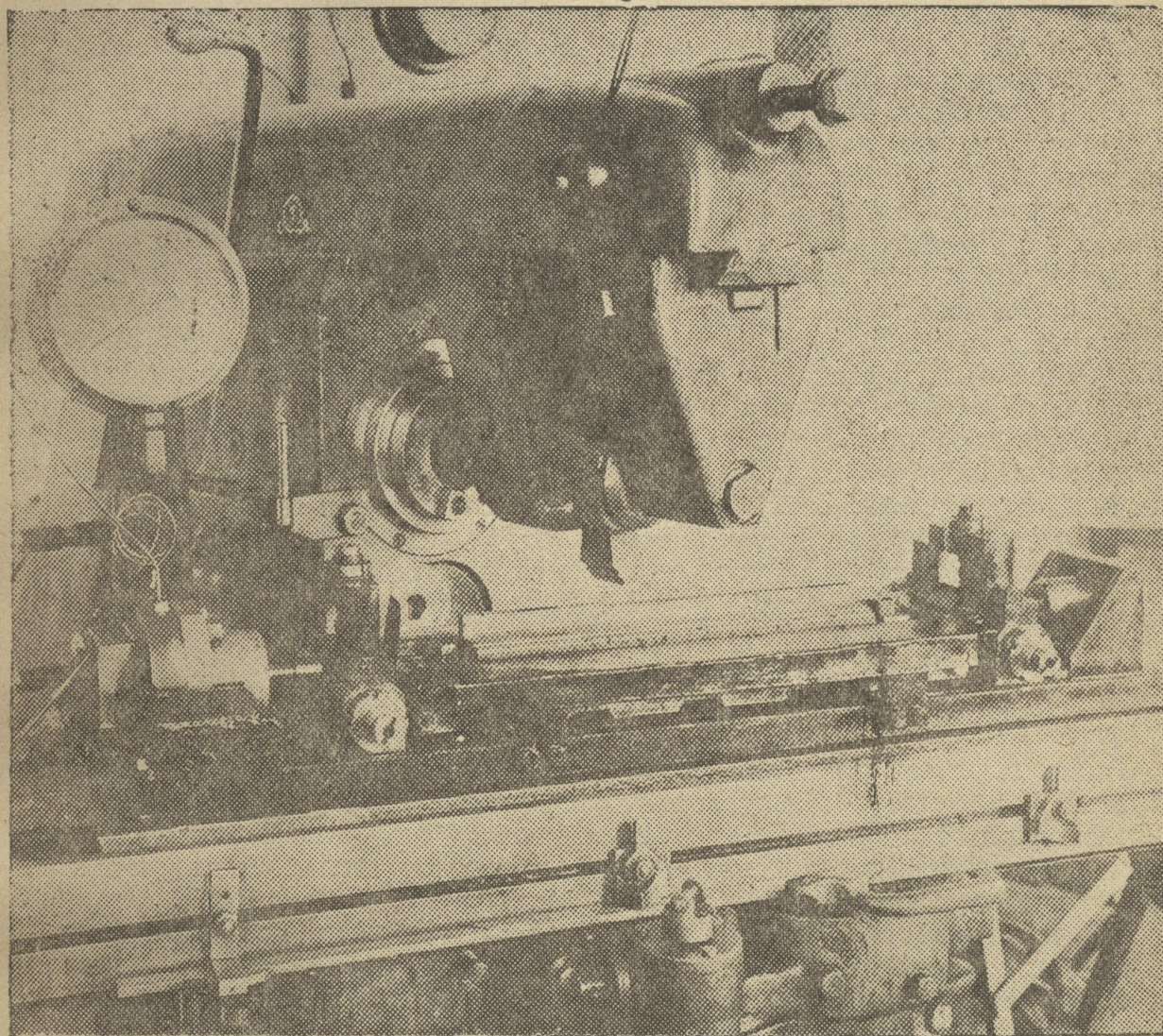


Рис. 17.

На рис. 18 и 19 представлены результаты измерения силы P при строгании с различными углами β стали $\sigma_s = 60 \text{ кг/мм}^2$, которые говорят о том, что при постоянной ширине строгания b сила P (в направлении движения резца) для углов $\beta = 90^\circ - 30^\circ$ не зависит от угла β , несмотря на то, что при уменьшении β увеличивается ширина стружки l , где

$$l = \frac{b}{\sin \beta}$$

При $\beta < 30^\circ$ сила P начинает возрастать.

Подобное же явление было получено при опытах с чугуном $H_B = 150$, с той разницей, что увеличение силы P здесь начинается при углах $\beta < 40^\circ$.

Все эти опыты были проведены с резцом, имеющим передний угол $\gamma = 10^\circ$, со скоростью резания $V = 200\text{--}760$ мм/мин.

Параллельно с этим были проведены по тем же материалам опыты по фрезерованию цилиндрическими фрезерами с углами подъема спирали $\beta = 80^\circ$; $\beta = 64,5^\circ$; $\beta = 45^\circ$ и $\beta = 25^\circ$. В опытах измерялся крутящий момент на фрезере при помощи специального динамометра конструкции автора¹⁹⁾. Фрезера имели передний угол $\gamma = 0^\circ$. На рис. 20, 21, 22 представлены результаты опытов с фрезерами. Графики построены в координатах A_w — удельная работа в кгмм/мм³ и S_m — толщина стружки посередине дуги контакта в микронах. Соотношение значений A_w при одних и тех же S_m дает соотношение средних окружных сил при фрезеровании.

Таким образом, рис. 20, 21, 22 показывают, что при фрезеровании мы имеем такую же зависимость силы P от угла β , что и при строгании. На рис. 23 дано сопоставление тех и других результатов, причем точки для фрезерования с $\beta = 90^\circ$ и $\beta = 75^\circ$ нанесены по нашим опытам с маятниковым динамометром¹⁹⁾.

Затем нами были проведены опыты по измерению нормальной силы P_N на строгальном резце, имеющем $\beta < 90^\circ$. Для осуществления измерения нормальной силы на наклонном лезвии мы поступали следующим образом. Резец был укреплен в описанном выше приспособлении на траверзе фрезерного станка так, что лезвие его располагалось перпендикулярно движению продольной подачи, во время же опытов мы одновременно с продольной подачей столу фрезерного станка сообщали поперечную подачу, параллельную лезвию резца. В результате этих двух движений обрабатываемое изделие, укрепленное на столе, перемещалось относительно резца в направлении под углом β к его режущей кромке, причем если скорость продольной подачи V_N , а скорость поперечной V_s , то

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V_N}{V_s}$$

Таким образом, создавая различные соотношения V_s и V_N (для чего на винт поперечной подачи движение передавалось с различными скоростями от постороннего привода), мы могли получать резание с различными β и регистрировать силу P_N тем же измерительным столом, которым в вышеописанной серии опытов регистрировалась сила P . Величина угла β регистрировалась в опытах при помощи карандаша, укрепленного на траверзе, который чертил прямую на полоске бумаги, укрепленной на столе. Эта прямая не что иное, как направление результирующего перемещения обрабатываемой болванки (полоска бумаги) относительно резца (карандаш).

В результате такой постановки опытов нами впервые в истории исследования процессов резания непосредственно измерялась (а не получалась в результате пересчета по каким-либо формулам) сила P_N на наклонном лезвии.

Результаты опытов представлены на рис. 24 и 25. Опыты проводились с постоянной длиной режущей кромки l , находящейся под стружкой, поэтому по оси ординат на рис. 24 и 25 отложена величина $P_N \cdot \sin \beta$, т. е. нормальная сила, отнесенная к постоянной длине режущей кромки ($l = \text{const}$)¹⁾.

¹⁾ Ввиду особенностей постановки опытов, мы имеем в опытах $l = b$, независимо от угла β . На рис. 24 и 25 указана величина b .

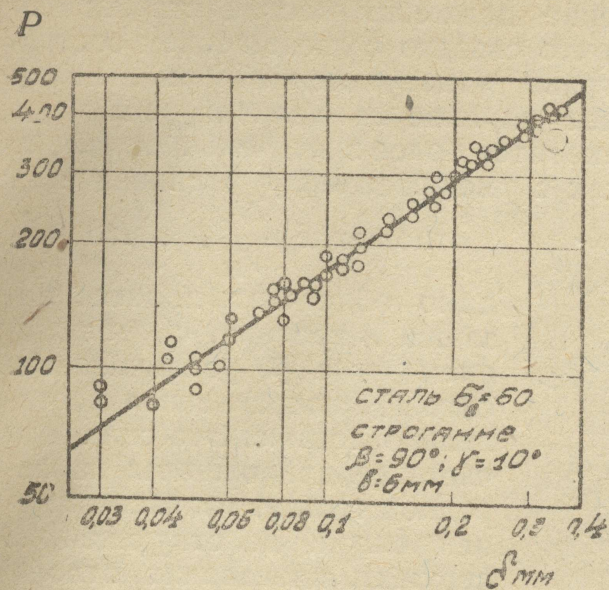


Рис. 18.

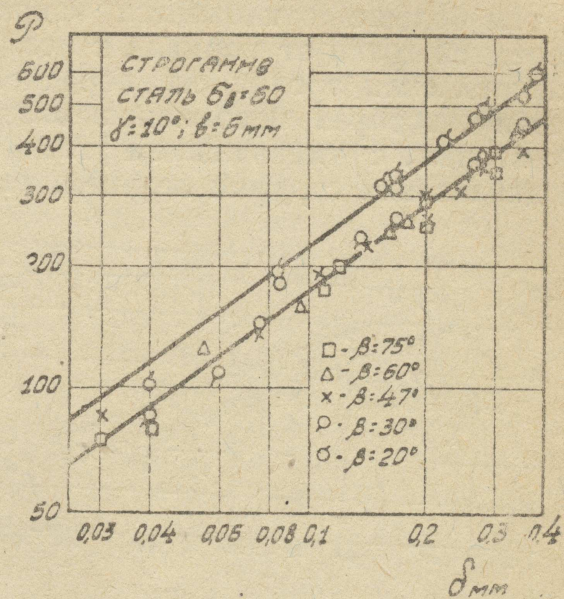


Рис. 19.

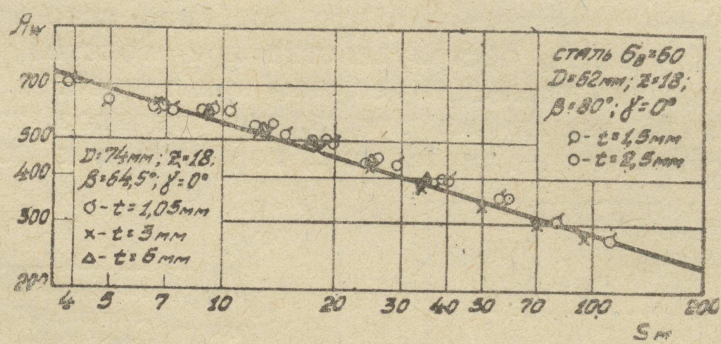


Рис. 20.

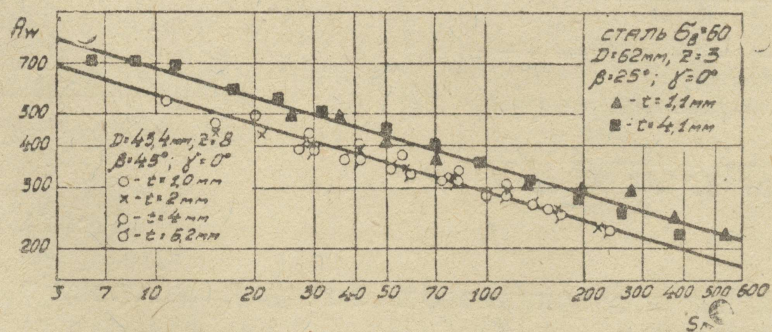


Рис. 21.

По рис. 24 и 25 можно сделать заключение, что при постоянной толщине и ширине стружки, т. е. при постоянном ее сечении, сила P_N значительно уменьшается с уменьшением угла β . Это явление, по нашему мнению, объясняется следующим образом. Во-первых, чем меньше угол β , тем больше отклоняется направление движения частиц стружки по передней грани от нормали к лезвию, что связано с уменьшением составляющей силы трения на передней грани в направлении нормальном к лезвию, которая несомненно оказывает влияние на величину силы P_N . Во-вторых, с уменьшением угла β становится более значительным эффект подпиливания стружки лезвием, так как с уменьшением β увеличивается

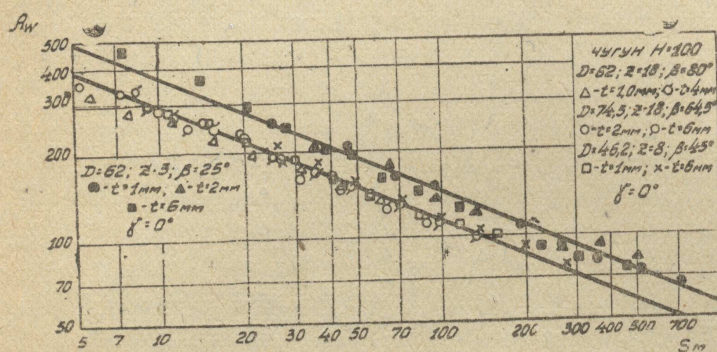


Рис. 22.

отношение $\frac{V_s}{V_N}$, что видимо облегчает процесс резания. В-третьих, с уменьшением угла β увеличивается сила P_S , направленная параллельно лезвию. Эта сила (или часть ее, приложенная на передней грани), являясь внешней силой, действующей на стружку, производит отворачивание ее в сторону, что по видимому, вызывает разрушение частиц металла перед лезвием резца и тем способствует уменьшению силы P_N .

С увеличением толщины стружки уменьшение силы P_N с уменьшением β становится менее значительным, что особенно ясно видно из рис. 24, так как указанные выше обстоятельства при толстой стружке имеют относительно меньший удельный вес, чем при тонкой.

Из рис. 24 и 25 можно заключить, что удельное давление резания (K_s) не может считаться в направлении, нормальном к лезвию, независи-

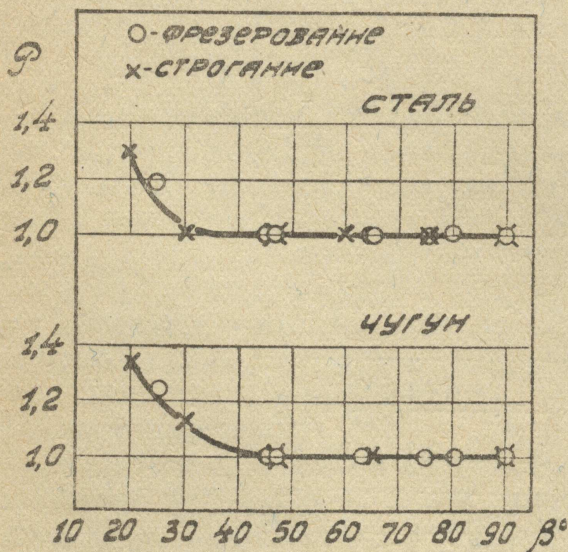


Рис. 23.

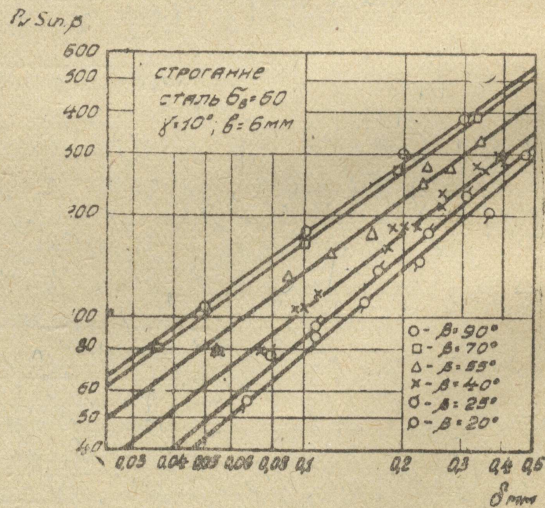


Рис. 24.

щим от угла β , как это принималось многими авторами в приложении к процессу фрезерования.

Далее мы провели ряд экспериментов по определению осевой силы P_a при фрезеровании цилиндрическими фрезерами, имеющими различные углы подъема спирали β и, замеряя одновременно с осевой силой на фрезере и окружную силу P , получили возможность определить отношение

$\frac{P_a}{P}$. Все эти опыты были проведены при равномерной ширине фрезе-

рования, что гарантировало спокойную работу фрезеров и точные записи регистрирующих приборов. Окружная сила P определялась из крутящего момента регистрируемого динамометром, указанным выше¹⁹). Осевая сила на фрезере P_a определялась специальным измерительным приспособлением, схематически представленным на рис. 26. В корпусе фрезерного станка (1) на подшипниках с коническими роликами монтирован шпиндель (2) с внутренним отверстием. В шпиндель вставлен конус фрезерной оправки 3, несущей фрезер 13. Конус оправки не касается внутрен-

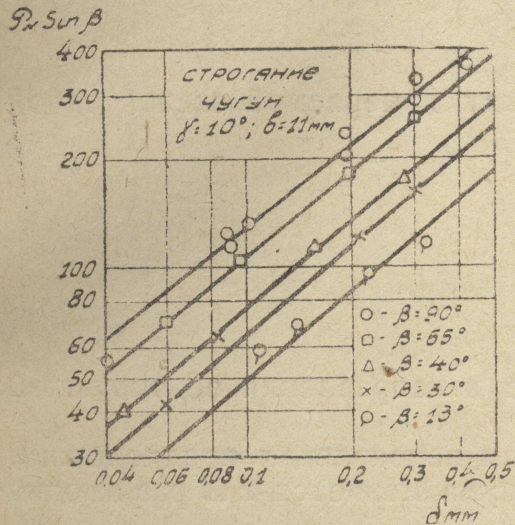


Рис. 25.

него конуса шпинделя, а покоится на шарикоподшипнике, внутреннее кольцо которого прочно скреплено с конусом оправки, внешнее кольцо вделано в деталь 4, укрепленную на переднем конце шпинделя. Внутреннее и внешнее кольца шарикоподшипника, между которыми заключены шарики, выполнены цилиндрическими без канавок, благодаря чему они могут перемещаться друг относительно друга и в осевом направлении. Между специальными выступами детали 4 и бурта оправки 3 заключены штырь 6 и натяжная пружина 7, принудительно вращающие оправку с фрезером при вращении шпинделя, но не препятствующие ее осевому перемещению под влиянием осевой

силы на фрезере. Оправка покоится в цилиндрическом подшипнике скольжения 5. В конический хвост оправки ввернута штанга 8, которая, проходя свободно через отверстие шпинделя, упирается через упорный шарикоподшипник в мессдозу 9. Предварительный натяг всей системы создается пружиной 10, которая затягивается болтом 11, ввернутым в кронштейн 12, и через упорный шарикоподшипник давит на оправку 3, штангу 8, мессдозу 9.

Возникающие во время работы фрезера осевые усилия будут передаваться мессдозе 9 и ею регистрироваться.

При рассмотрении схемы рис. 26 может возникнуть предположение, что вредные сопротивления в подшипнике 5 будут искажать величину осевого усилия, регистрируемого мессдозой 9. Но в действительности эти вредные сопротивления будут очень малы по следующим соображениям. Максимальное перемещение поршня мессдозы, а значит и осевое перемещение оправки 3 и штанги 8, при изменении осевой нагрузки от нуля до максимума, составляло лишь 0,10 мм.

Сила трения F в подшипнике 5 в направлении окружной скорости цапфы

$$F = fN,$$

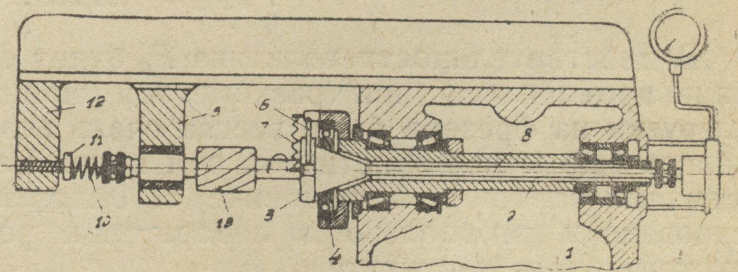


Рис. 26.

где f — коэффициент трения,
 N — реакция.

Примем $2N$ равным геометрической сумме сил на зубе фрезера

$$2N = \sqrt{P^2 + P_r^2}$$

P — окружная сила на зубе фрезера,
 P_r — радиальная сила на зубе фрезера

Примем $P_r = 0,50 P$

тогда $N = 0,56 P$

Возьмем $f = 0,1$ (в действительности будет ниже).

Тогда

$$F = 0,056 P$$

Примем минимальное соотношение между измеряемой осевой силой на фрезере P_a и окружной силой P

$$\frac{P_a}{P} = 0,1$$

Тогда

$$F = 0,56 P_a$$

Такова величина силы трения на цапфе в направлении ее окружной скорости.

Для определения силы трения в осевом направлении предположим, что нагрузка на фрезере от нуля до максимума меняется $2Z$ раз за один оборот, где Z — число зубцов фрезера.

Тогда сила трения в осевом направлении F_a будет во столько раз меньше силы трения F , во сколько раз осевое перемещение цапфы меньше окружного

$$\frac{F_a}{F} = \frac{2Z \cdot 0,1}{\pi d}$$

Диаметр цапфы $d = 50$ мм

Число зубцов фрезера $Z_{\max} = 18$.

$$F_{a \max} = \frac{0,56 \cdot 2 \cdot 18 \cdot 0,1 P_a}{\pi \cdot 50}$$

$$F_{a \max} = 0,01280 \cdot P_a$$

В действительности величина F_a будет еще меньше, так как опыты нами проводились при равномерной ширине фрезерования и колебания нагрузки на фрезере были всегда очень незначительными, что сопровождалось еще менее заметными, чем принятые в расчете, осевыми перемещениями цапфы в подшипнике 5. Описанное устройство было спроектировано и изготовлено в лаборатории резания металлов Томского индустриального института.

Результаты опытов по измерению осевых сил P_a на фрезерах представлены на рис. 27 и 28 в координатах S_m (срединная толщина стружки) абсцисса — $\frac{P_a}{P}$ ордината.

На рис. 27, кроме того, нанесены крестиками величины, подсчитанные по уравнению 8 на основании опытов со строгальным резцом. Хорошее совпадение указывает на полную идентичность процессов, происходящих при строгании и фрезеровании.

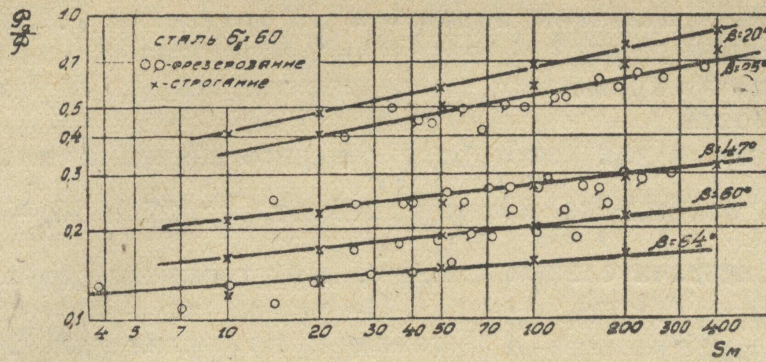


Рис. 27.

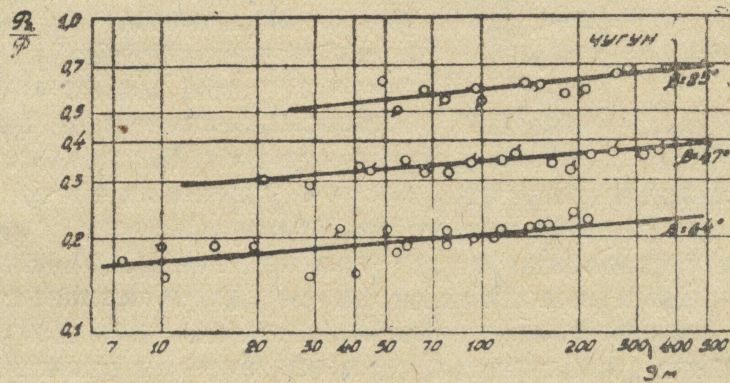


Рис. 28.

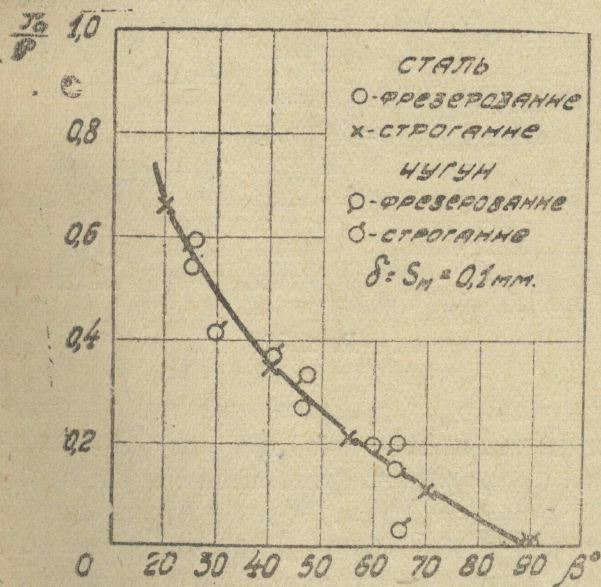


Рис. 29.

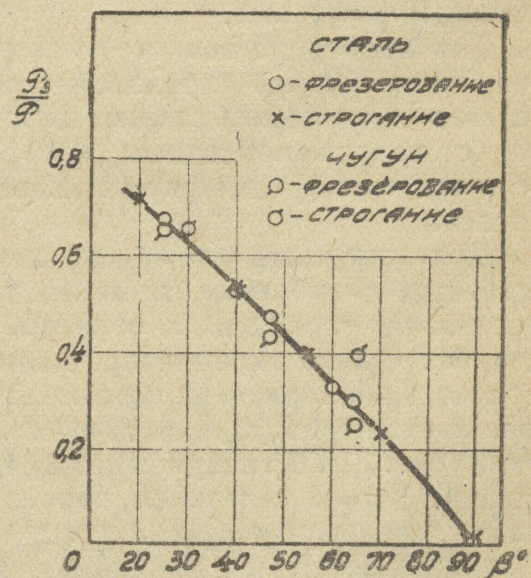


Рис. 30.

На рис. 29 представлена зависимость $\frac{P_a}{P} = f(\beta)$, причем данные, относящиеся к фрезерованию, нанесены непосредственно из рис. 27 и 28, данные по строганию получены подсчетом по уравнению 8. Рис. 29 показывает исключительно хорошее совпадение результатов опытов по строганию и фрезерованию, кроме того, позволяет считать для чугуна и стали одну и ту же зависимость.

Рис. 29 изображен для некоторого среднего значения толщины стружки $\delta = S_m = 0,1$ мм, вообще же, как показывают рис. 27 и 28, $\frac{P_a}{P}$ зависит, правда в очень незначительной степени, и от толщины стружки.

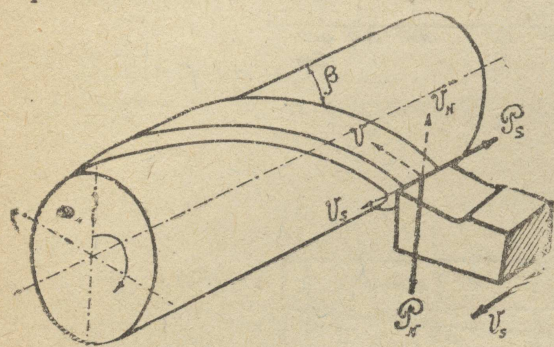


Рис. 31.

няется, почему не подтверждаются опытом уравнения 4 и 5, принимавшиеся до сего времени как правильные, но в действительности основанные на грубо ошибочном представлении о взаимоотношении сил на наклонном лезвии.

Так как мы нашими выводами отрицаем долгое время существовавшие воззрения и выдвигаем совершенно новые положения для расчета сил на спиральном фрезере, мы считали себя обязанными произвести непосредственное измерение силы P_s , чтобы доказать, что рис. 30, полученный расчетом, дает для нее правильную величину, а также чтобы показать, что предлагаемая нами картина действующих сил (рис. 16) является исчерпывающе полной и в плоскости резания никаких иных сил, кроме учтенных нами, нет.

Для непосредственного измерения силы P_s мы произвели ряд опытов на токарном станке (ДИП—30) с трехкомпонентным измерительным суппортом фирмы Losenhausen.

Для осуществления непосредственного измерения силы P_s мы поступали следующим образом. В центрах станка укреплялась цилиндрическая болванка, на которой предварительно была изготовлена выступающая ленточная винтовая нитка с тем или иным, интересующим нас углом спирали (рис. 31). В токарном измерительном суппорте закреплялся резец лапчатой формы с лезвием, параллельным оси болванки. Лезвие резца имело длину, превышающую ширину нитки; резец имел передний угол $\gamma = 10^\circ$. Подводя резец к поверхности винтовой нитки и установив его на желаемую толщину стружки, мы сообщили резцу подачу, равную шагу предварительно изготовленной ленточной нитки, так что он срезал с поверхности нитки непрерывную стружку с заданной толщиной и с шириной нитки.

По уравнению 9 для опытов по строганию и по уравнению 10 для опытов по фрезерованию нами были подсчитаны

величины $\frac{P_s}{P}$ и нанесены на графике

рис. 30 для $\delta = S_m = 0,1$ мм. По рис. 30 можно заключить, что сила P_s , направленная параллельно режущей кромке, достигает при малых значениях угла β большой величины и пренебрегать ею ни в коем случае нельзя. Этим и объяс-

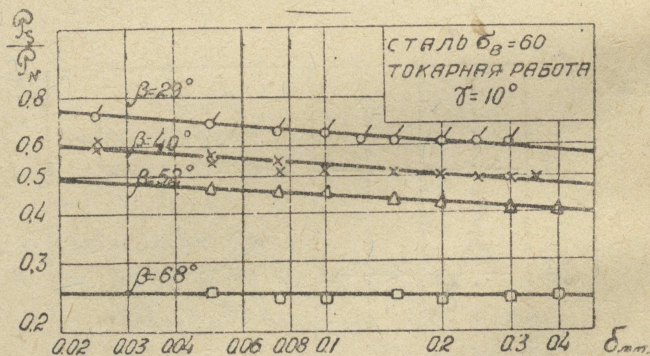


Рис. 32.

Главное давление резания при этом являлось ничем иным, как силой P_N , давление подачи силой P_s .

На рис. 32 даны результаты опытов, причем так как мы в этих опытах измеряли непосредственно P_N и P_s , силу же P при различных β измерить не имели возможности, то график рис. 32 дан в координатах

$\frac{P_s}{P_N} - \delta$ (толщина стружки). Желательнее было бы иметь не $\frac{P_s}{P_N}$, а

$\frac{P_s}{P}$ для сравнения с рис. 30, но мы в дальнейшем покажем, что P_N очень незначительно отличается от P .

Рис. 32 даёт вполне соответствующие рисунку 27 результаты. Действительно, если принять, что с увеличением толщины стружки при $\beta = \text{const}$

отношение $\frac{P_a}{P}$ увеличивается, то по уравнению 10 следует, что от-

ношение $\frac{P_s}{P}$ должно уменьшаться, что мы и наблюдаем на рис. 32.

Объяснить понижение отношения $\frac{P_s}{P}$ с увеличением толщины стружки

можно следующим образом. Сила P_s приложена частью на задней грани, частью на передней грани резца. Последняя часть является ничем иным, как проекцией силы трения между стружкой и резцом на направление параллельное режущей кромке. Равнодействующая сила трения направлена против движения стружки по передней грани. Это направление, как мы показали выше, отклоняется от нормали к режущей кромке. Отклонение от нормали связано с дополнительной деформацией стружки, причем тонкая стружка сравнительно меньше сопротивляется деформации, сравнительно больше отклоняется от нормали к режущей кромке и для тонкой стружки проекция силы трения на направление, параллельное режущей кромке, имеет относительно большую величину, чем для толстой стружки.

На рис. 33 по рис. 32 дано отношение $\frac{P_s}{P_N}$ в зависимости от β , причем мы имеем здесь совершенно точное соответствие рис. 30, что нас убеждает в правильности наших выводов.

На рис. 34 и 35 нами даны отношения $\frac{P_N}{P}$, причем для строгального резца они получены непосредственно из опытов, для фрезерования подсчитаны по уравнению 8, в которое мы подставляли полученное из опытов $\frac{P_a}{P}$.

Рис. 34 и 35 показывают, что сила P_N примерно равна и лишь немного отличается от силы P , в то время как по существовавшим представлениям при $\beta < 90^\circ$ P_N всегда в более или менее значительной степени превосходит силу P (уравнение 4).

На рис. 36 мы даем сопоставление полученных нами из опыта соотношений сил (сплошные линии) с соотношениями, согласно существовавшим до сего времени воззрений по уравнениям 4 и 5 (пунктирные кривые). Рис. 36 не требует пояснений и достаточно ярко характеризует грубую ошибочность уравнений 4 и 5.

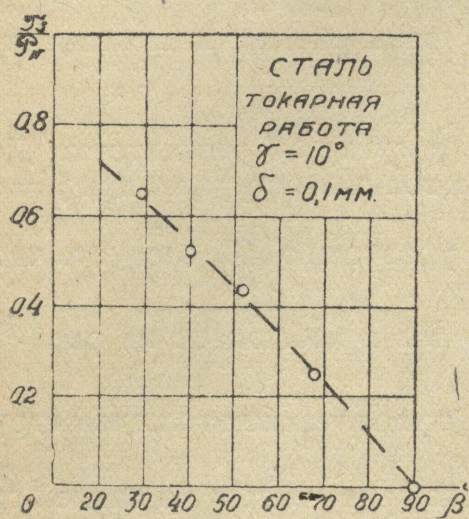


Рис. 33.

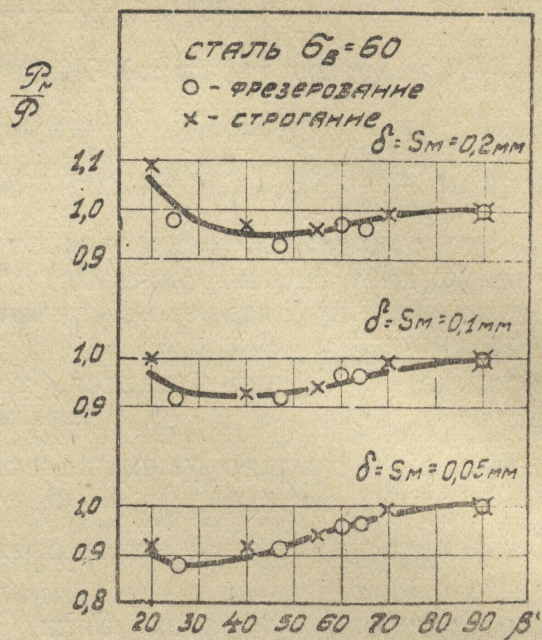


Рис. 34.

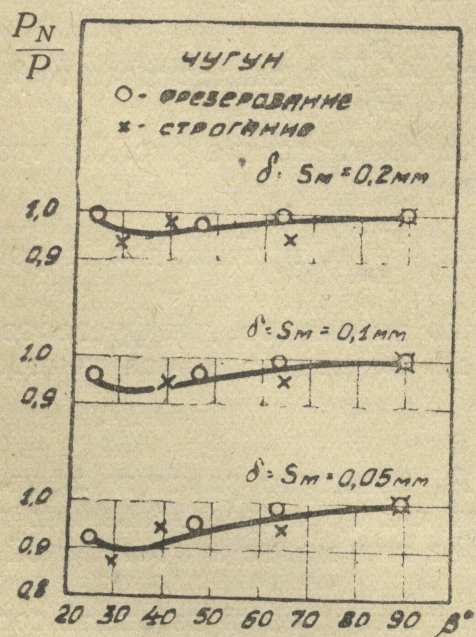


Рис. 35.

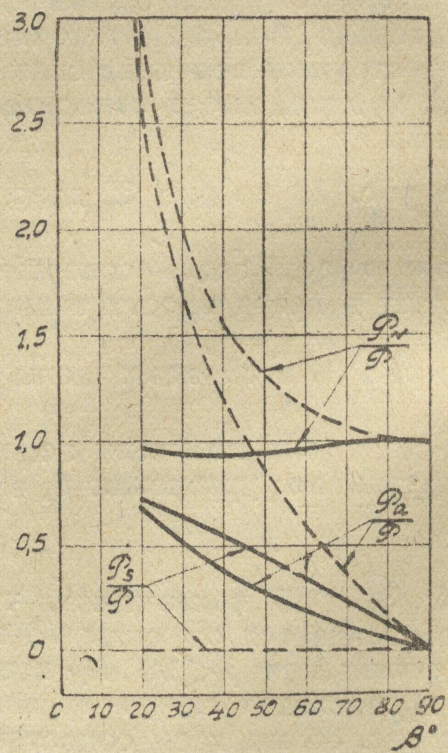


Рис. 36.

Выводы.

На основании проведенных экспериментов можно установить правильность предложенных нами уравнений (6, 7, 8, 9, 10) для процесса свободного резания металлов как при строгании, токарной обработке, так и при фрезеровании.

Соотношение сил на режущем лезвии по рис. 29 и 30 достаточно точно может быть выражено зависимостями

$$\frac{P_a}{P} = \frac{0,28}{\operatorname{tg} \beta} \quad 11$$

$$\frac{P_s}{P} = 0,72 \cdot \cos \beta \quad 12$$

Отсюда можно получить зависимость

$$\frac{P_N}{P} = \frac{0,28}{\sin \beta} + 0,72 \cdot \sin \beta \quad 13$$

которая хорошо согласуется с кривыми рис. 34 и 35.

Для силы R получим следующее

$$\frac{R}{P} = \sqrt{\frac{0,0784}{\sin^2 \beta} + 0,921} \quad 14$$

Выражения 11, 12, 13, 14 одинаково пригодны как для чугуна, так и для стали в пределах углов β от 20° до 90° , наибольшую точность они дают для толщины стружки $\delta(S_m) = 0,1/\text{мм}$, но и для других значений толщины стружки отклонения будут столь незначительны, что не имеет смысла их усложнять, тем более, что для наиболее распространенных при фрезеровании углов $\beta > 45^\circ$ эти отклонения особенно малы.

Проведенная нами работа позволяет установить правильный вид зависимости общего и удельного давления резания от факторов резания, а также, что не менее важно, принципиально правильную связь между общим и удельным давлением резания. Для пояснения укажем, что до сего времени было недостаточно ясно, как от удельного давления резания перейти к общей силе на режущей кромке в случае наклонной режущей кромки ($\beta < 90^\circ$) при процессе свободного резания.

Проф. Саввин, принимая для фрезерования удельное давление,

$$K_s = C \delta_{\max}^k$$

считает, что это выражение дает возможность подсчитать нормальную силу P_N , путем суммирования удельного давления по всему поперечному сечению стружки, и получает силу P (в направлении равнодействующей скорости резания), перемножая P_N на синус угла подъема спирали β . Таким же принципиально путем идут и многие другие авторы, пользуясь для удельного давления выражением Oxford и Airey

$$K_s = C S_e^k$$

Так поступают проф. Резников ⁸⁾, проф. Рудник ¹¹⁾, проф. Кривоухов ¹²⁾, инж. Дембинский ²⁰⁾ и др. Так же поступали и мы в нашей „теории работы цилиндрической фрезы со спиральным зубом“ ²¹⁾.

Другие авторы получают силу P , распространяя удельное давление резания не на поперечное сечение стружки, а на его проекцию на плоскость одновременно нормальной поверхности резания и направлению движения резания. Так поступают обычно при расчете силы на токарном резце, такого же метода придерживаются при определении окружной силы на фрезере Pohl ²²⁾, Klein ²⁶⁾ и Нейштадт ²⁴⁾.

По результатам наших экспериментов, ориентируясь на рис. 18, 19 и 23, выражение для силы P можно дать в следующем виде:

$$P = C_\beta \lambda \cdot b \cdot \delta^x \quad 15$$

Здесь C_β — коэффициент, учитывающий влияние наклона лезвия,
 λ — коэффициент, зависящий от обрабатываемого материала, угла резания.

Отсюда для удельного давления получим выражение

$$K_S = \frac{P}{b \cdot \delta} = C_\beta \lambda \delta^k \quad 16$$

причем это будет удельная сила, отнесенная к единице поверхности проекции поперечного сечения стружки на плоскость нормальную к направлению движения резания.

На основании изложенного экспериментального материала, подтверждающего правильность уравнения 6, можно прийти к выводу, что простым проектированием действительного значения нормальной силы P_N на направление равнодействующей скорости нельзя получить действительное значение силы P , так как в силу P входит еще проекция силы P_S .

В выражениях 15 и 16 коэффициент C_β имеет следующую величину.

β	C_β	
	Чугун	Сталь
90°—40°	1	1
35°	1,05	1
30°	1,12	1,03
25°	1,2	1,14
20°	1,32	1,28

В приложении к процессу фрезерования окружную силу P на режущей кромке спиральнозубого фрезера получим, ориентируясь на уравнение 16 следующим образом.

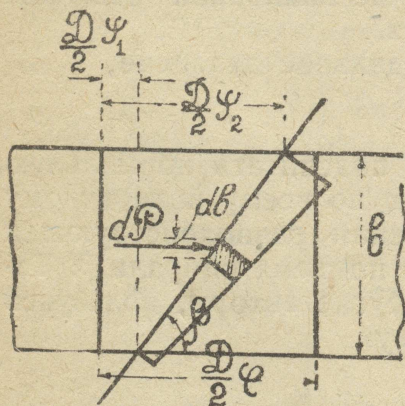


Рис. 37.

Удельное давление

$$K_S = C_\beta \lambda S_e^\kappa$$

Здесь S_e — переменная толщина стружки.

Выделим на кромке зуба участок дифференциально малой величины db (рис. 37). Сила на этом участке

$$dP = K_S \cdot S_e \cdot db;$$

$$db = \frac{D}{2} \operatorname{tg} \beta d\psi;$$

$$dP = C_\beta \lambda \frac{D}{2} \operatorname{tg} \beta S_z^{\kappa+1} \sin^{\kappa+1} \psi d\psi$$

Здесь S_z — подача на 1 зуб фрезера.

ψ — текущий угол, определяющий положение выделенного участка кромки зуба по дуге контакта.

$$P = C_\beta \lambda \frac{D}{2} \operatorname{tg} \beta S_z^{\kappa+1} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin^{\kappa+1} \psi d\psi$$

Разрешая интеграл методом Salomon'a, получим

$$P = DC_{\beta} \lambda S_z^{\kappa+1} \operatorname{tg} \beta \frac{2\kappa+1}{\kappa+2} \left\{ \sin^{\kappa+2} \left(\frac{\psi_2}{2} \right) - \sin^{\kappa+2} \left(\frac{\psi_1}{2} \right) \right\} \quad 17$$

Уравнение 17 отличается от ранее выведенного нами уравнения силы на зубе фрезера ²¹⁾ наличием коэффициента C_{β} .

Таким образом, и в уравнение мощности при фрезеровании необходимо ввести величину C_{β} . В наших прошлых опытах по фрезерованию эта величина выявлена быть не могла, так как нами применялись фрезера с углами $\beta \geq 45^\circ$; при этом, как мы выяснили выше, $C_{\beta} = 1$.

Уравнения 15 и 17 в совокупности с уравнениями 11, 12, 13 и 14 дают возможность определить любую из сил на наклонном лезвии в плоскости резания.

В выполнении настоящей работы принимал участие сотрудник автора Б. В. Суднишников.

Литература, на которую имеются ссылки.

1. Гипплер.—Токарное дело и его инструменты.
2. Selligren.—Das Messen des Widerstandes der Metalle bei Anwendung von Schneidstählen. Z. d. Österreichischen Ingenieur und Architekten—Vereines. 1896 № 2.
3. Глебов.—Теория наивыгоднейшего резания металлов. 1933, стр. 52.
4. То же стр. 75.
5. Панкин.—Кинематическое заострение режущих лезвий. Станки и инструмент. 1936 г. № 1.
6. Розенберг.—Экспериментальное исследование процесса образования металлической стружки. Известия Сибирского технологического института. 1929 год, том 51, выпуск IV.
7. Семенченко.—Режущий инструмент т. II, 1938 г., стр. 23.
8. Резников.—Теория резания металлов. 1934 г., стр. 229.
9. Даниелян.—Динамика фрезерования. 1936 г., стр. 32.
10. Sawin.—Mechanical Engineering 1926 год. Genie Civile 1925 г.
11. Рудник.—Теория різання металів. 1932 г., стр. 198.
12. Кривоухов.—Обработка металлов резанием. 1932 г., стр. 269.
13. Kurrein.—Fräser und Fräsmaschine. Werkstattstechnik 1929, № 9.
14. Schlesinger.—Z. d. VDY 1929.
15. Stock Fräser—Handbuch. 1933 год.
16. Eisele.—Dynamische Untersuchungen des Fräsvorganges. 1931 год.
17. Kiekebusch und Pohl.—Kräfte und Kraftschwankungen beim Fräsen. Maschinenbau 1935 № 9/10.
18. Boston, Gilbert and Kaiser.—Power and Forces in Milling. Trans. ASME 1937.
19. Розенберг.—Работа цилиндрического фрезера. Орга-Информация 1935 год, № 11.
20. Дембинский.—Теоретические основы работы цилиндрическими фрезерами. Станки и Инструмент. 1936 г., № 9.
21. Розенберг и Суднишников.—Теория работы цилиндрической фрезы со спиральным зубом. Вестник Металлопромышленности. 1933 год, № 4.
22. Schröder.—Die Bedeutung der Spandicke bei Walzenfräsern. Maschinenbau 1934 № 19/20.
23. Klein.—Die Zeitliche Verlauf der Umfangskraft beim einem Walzenfräser. Ingenieur—Archiv 1937. Dezember.
24. Нейштадт.—Элементы сечения стружки и потребная мощность при работе цилиндрической фрезой со спиральным зубом. Вестник Металлопромышленности. 1938 г., № 1.