

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕРЬ В ТРАНСФОРМАТОРЕ АТ-3.

И. Г. Кулев

МЕДНЫЕ ПОТЕРИ.

Активная составляющая тока холостого хода сравнительно с намагничающей составляющей весьма малая величина. Следовательно, можно считать, что медные потери при холостом ходе трансформатора вызываются только намагничающим током. Поэтому в нижеследующие формулы для подсчета медных потерь при холостом ходе будет входить только намагничающий ток.

Изучением неустановившегося режима трансформатора и ему подобных электромагнитных аппаратов занимались многие авторы. Впервые встречается указание на толчок тока в 1878 г. L. Elphinstone и M. Vinston (1), исследуя подъемную силу электромагнита, впервые заметили это явление.

В 1888 г. Sumpner (2) в статье о переменном коэффициенте самоиндукции предугадывает возможность толчка и даже строит график изменения тока во времени.

В 1892 г. Fleming (3) при изучении свойств трансформаторов обратил внимание на толчок тока и привел опыты для выяснения его природы.

В 1894 и 1898 гг. Hay (4) опубликовал результаты своих исследований над толчком тока, в которых элемент случайности уже устранен. Автор дает не только исчерпывающую теорию толчка для цепи с постоянной проницаемостью, но и выясняет физическую картину неустановившегося режима для цепи с железом.

В 1905 г. Johnn (5) дает способ построения кривой толчка тока, величина которого находится путем последовательного приближения.

В 1909 г. Schweiger (6) предложил другой графический прием, дающий результат непосредственно, но не обладающий достаточной точностью.

Последующие авторы, в сущности говоря, повторяют указанный выше метод последовательного приближения. К ним относятся: Steinmetz (7), Bragstad и la Cowr (8) и Jensen (9).

Ниже приводятся основные виды аналитического выражения кривой намагничения.

1. Уравнение Bergtold'a (10) имеет следующий вид

$$i = c_1 \frac{B}{10^4} + c_2 \left(\frac{B}{10^4} \right)^\gamma, \quad (1)$$

где c_1 , c_2 и γ —постоянные, зависящие от сорта листовой стали, B —индукция в гауссах и i —ток в амперах.

2. Lamont (11) предложил уравнение с экспоненциальной зависимостью

$$B = M(i - e^{-kH}). \quad (2)$$

3. E. Mullendorf'om (12) были выведены следующие две формулы зависимости B от H :

$$B = ae^{-\frac{\beta}{H^\delta + H}}, \quad (3)$$

$$B = a \left[1 - \frac{1}{(1+bH^m)^n} \right] + H, \quad (4)$$

где a — представляет собою индукцию насыщения, а β , δ , b , m и n — постоянные, характеризующие материал.

Формулами Bergtold'a, Lamont'a и E. Mullendorf'a можно пользоваться только тогда, когда известны постоянные, характеризующие качества материала.

4. Уравнение Summers'a (13)

$$\begin{aligned} h = A_1 \frac{b}{B_m} + A_3 \sin 3 \arcsin \frac{b}{B_m} + \\ + A_5 \sin 5 \arcsin \frac{b}{B_m} + \dots; \end{aligned} \quad (5)$$

здесь $A_1 = H_{B_m} - (-A_3 + A_5 - A_7 + A_9 + \dots)$,

$$\begin{aligned} A_3 - A_9 = \frac{1}{3} (\gamma_2 - \gamma_4 + \gamma_6), \\ A_5 = \frac{1}{5} (\gamma_2 - \gamma_4 + \gamma_6 - \gamma_8 + \gamma_{10}). \end{aligned}$$

B — мгновенное значение индукции, B_m — максимальное значение индукции, H — напряженность поля, γ — указана на рис. 1.

Совершенно очевидно, что пользование формулой Summers'a при решении вопросов, связанных с переходным режимом, приводит к весьма громоздкому выражению.

5. Формула Frolicha-Kennelli (14)

$$B - H = \frac{H}{a + bH}. \quad (6)$$

При малых значениях H сравнительно с B эта формула пишется

$$B = \frac{H}{a + bH}. \quad (7)$$

и называется формулой Frolicha.

Нетрудно видеть, что выражение 7 представляет собой уравнение равнобокой гиперболы с асимптотами, параллельными осям координат. Одна из асимптот находится на расстоянии $\frac{1}{b}$ от оси H , а другая на

расстоянии $\frac{a}{b}$ от оси B (рис. 2).

Формула Frolicha очень проста и удобна для практического применения, однако она в смысле точности оставляет желать много лучшего. Например, при $H=20$ по формуле Frolicha (15):

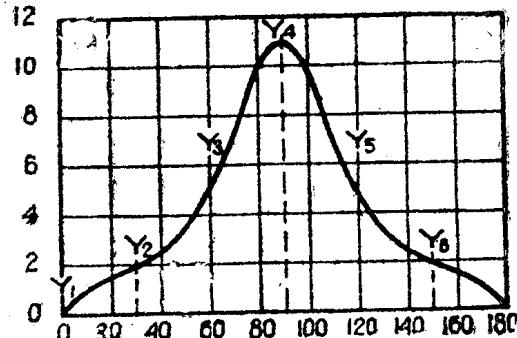


Рис. 1.

для литого железа $B = 8042$ гаусс; разность против измерений . . 34 %
для ковкого железа $B = 49100$ гаусс; разность против измерений . . 260 %

Весьма удачные результаты в самое последнее время получил А. Коепсель (16) простым преобразованием формулы Фролича, именно, взяв вместо $B - \lg B$, и следовательно, формула Коепселя напишется

$$\lg B = \frac{H}{a + bH} \quad (8)$$

или

$$B = e^{\frac{H}{a + bH}}, \quad (9)$$

где e — основание непперовых логарифмов.

Из уравнения 9 можно найти все величины, относящиеся к основной кривой. Для определения точки перегиба кривой берем вторую производную от B по H и приравниваем ее нулю

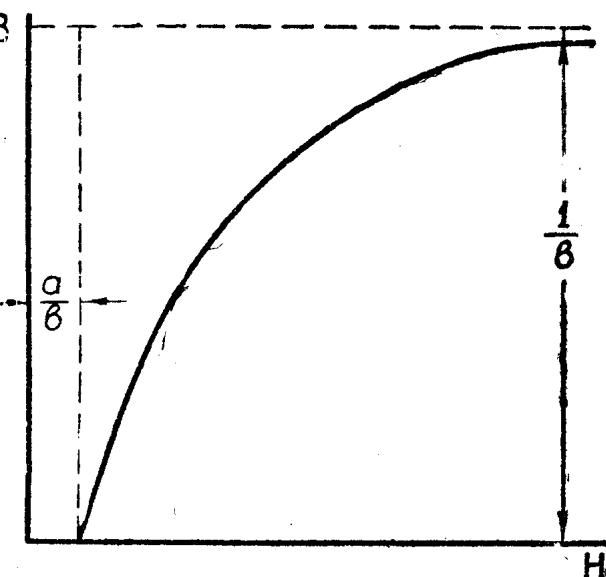


Рис. 2.

$$\frac{d^2 B}{d H^2} = e^{\frac{H}{a+bH}} \left[\frac{a^2 - 2ab(a+bH)}{(a+bH)^4} \right] = 0,$$

откуда

$$a^2 = 2ab(a + bH) = 0$$

и напряжение магнитного поля, которое соответствует точке перегиба кривой,

$$H = \frac{a}{2b^2}(1 - 2b).$$

Для вычисления постоянных a и b , необходимо измерением получить значения B , соответствующие двум, хотя бы близко лежащим одному к другому, значениям H , и, подставив эти значения B и H в формулу

$\lg B = \frac{H}{a + bH}$, составить систему двух уравнений с двумя неизвестными a и b . Для примера, в таблицах 1 и 2 приведены значения B , подсчитанные по формуле Коепселя и полученные непосредственным измерением (для мягкого железа табл. 1 и для закаленной стали табл. 2).

При вычислении постоянных a и b для случая табл. 1 взято три значения поля: $H = 99$ и $H = 258$, а также $H = 99$ и $H = 720$, причем в среднем имеем

$$a = \frac{H_1 H_2 (\lg B_2 - \lg B_1)}{(H_2 - H_1) \lg B_1 \lg B_2} = 0,42,$$

$$b = \frac{H_2 \lg B_1 - H_1 \lg B_2}{(H_2 - H_1) \lg B_1 \lg B_2} = 0,2307.$$

Для закаленной стали (табл. 2) a и b вычислены из значения B для двух полей:

$$H = 232 \text{ и } H = 860$$

$$a = 1,81 \text{ и } b = 0,235$$

Таблица 1

Н	В, полученные		Разница в процен- тах	Н	В, полученные		Разница в процен- тах
	измере- нием	по фор- муле			измере- нием	по фор- муле	
99	18020	18030	+ 0,06	503	21260	20940	- 1,50
128	18440	18800	+ 2,00	630	21370	21000	- 1,50
157	18810	19270	+ 2,60	720	21440	21100	- 1,50
214	19480	19320	- 0,80	809	21460	21130	- 1,60
258	19860	20180	+ 1, 6	1411	21570	21400	- 0, 8
307	20280	20370	+ 0,45	3014	21570	21630	+ 0, 3
412	20890	20700	- 0,95	-	-	-	-

Таблица 2

Н	В, полученные		Разница в процен- тах	Н	В, полученные		Разница в процен- тах
	измере- нием	по фор- муле			измере- нием	по фор- муле	
232	13020	13200	+ 1,40	1090	16810	16800	- 0,06
318	14080	-	-	1710	17390	17250	- 0,08
430	14890	15140	+ 1,70	2420	17730	17460	- 1,50
860	16440	16520	+ 0,50	2630	17810	17490	- 1,30

Что же касается уравнения Коепселя, то оно по точности, правда, превосходит все другие, но возможность его практического применения почти исключается, так как все манипуляции, которые приходится проделывать, чтобы получить a и b , едва ли в состоянии в смысле быстроты заменить собою необходимые измерения, тем более что по крайней мере две точки основной кривой так или иначе должны быть получены измерением.

Наконец, при вычислении постоянных a и b должна быть соблюдена максимальная точность, ибо малейшие отступления от таковой могут привести при пользовании уравнением к ошибкам не только не меньшим, но и превосходящим ошибки при пользовании формулой Фролича (15).

6) Для качественного анализа явлений в цепях с насыщенным железом Ollendorff (18) пользовался формулой

$$h = \sinh b ; \quad (10)$$

здесь h — напряженность и b — относительная индукция. Для трансформаторов Ollendorff дает

$$b = \frac{B}{2500} ;$$

здесь B — максимальное значение магнитной индукции в гауссах.

Формула Ollendorff'a, очевидно, более просто выражает зависимость h от b , давая, как увидим ниже, при соответствующем подборе значений b , достаточную для практических целей точность. Поэтому в дальнейшем будем пользоваться этой последней формулой.

Так как $h = i$, то действующее значение тока за время включения

$$I = \frac{I_0}{\sin h b_0} \sqrt{\frac{1}{t_I} \int_0^{t_I} \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R t}} \right] dt} \quad (11)$$

Этот интеграл может быть решен только приближенно. Из большого числа методов приближенного решения интегралов метод Симпсона менее громоздкий, дающий достаточную для практических целей точность.

Применительно к данному случаю формула Симпсона примет следующий вид:

$$\begin{aligned} I &= \frac{I_0}{\sin h b_0} \sqrt{\frac{1}{t_I} \int_0^{t_I} \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R t}} \right] dt} = \\ &= \frac{I_0}{\sin h b_0} \sqrt{\frac{1}{3_k} \left\{ \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha_0 + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R t_0}} \right] + \right.} \\ &\quad + 4 \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha_1 + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R t_1}} \right] + \\ &\quad + 2 \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha_2 + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R t_2}} \right] + \\ &\quad \left. + \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha_k + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R t_k}} \right] \right\}}. \quad (12) \end{aligned}$$

Относительную индукцию $b_0 = \frac{B_m}{x}$, соответствующую нормальному напряжению, необходимо так выбрать, чтобы ток

$$i = i_0 \frac{\sin h b}{\sin h b_0} \quad (13)$$

соответствовал тому значению, которое получается по кривой намагничения. Здесь i_0 — ток холостого хода при нормальном напряжении.

Прежде чем приступить к определению тока включения по формуле 12, проделан подбор b_0 для различных напряжений на зажимах трансформатора АТ-3.

Кривая намагничения (1) и кривая потребляемой мощности (2) которого приведены на рис. 3. Подбор заключается в следующем: задавая произвольно b_0 , находим по формуле 13 такой ток, который при заданном значении b_0 равен току, найденному по кривой намагничения.

На фиг. 3 токи, найденные по формуле 13, отмечены соответствующими индексами.

Точки с индексом I относятся к случаю, когда к трансформатору приложено напряжение 220V, $B_m = 6750$ гаусс и $b_0 = 2,18$.

¹⁾ Относительно затухающей составляющей, входящей в это ур-ние, см. работу автора „Потери энергии в трансформаторах при неустановившихся режимах работы“ Известия ТИИ № 56, 1938 г.

Точки с индексом II относятся к случаю, когда к трансформатору приложено напряжение 360 V, $B_m = 10300$ гаусс и $b_0 = 3,65$.

Точки с индексом III относятся к случаю, когда к трансформатору приложено напряжение 380 V, $B_m = 12000$ гаусс и $b_0 = 3,9$.

Чтобы избежать пересчетов во всех подсчетах и экспериментах, вилка трансформатора будет находиться в четвертом положении.

Если при подсчете тока включения по формуле 12 допустить каждый период разделенным на 4 части, то слагаемые, содержащие $(\alpha + \psi) = 0^\circ$, $(\alpha + \psi) = 90^\circ$, $(\alpha + \psi) = 270^\circ$, будут настолько малыми сравнительно со слагаемыми, содержащими $(\alpha + \psi) = 180^\circ$, что ими можно будет пренебречь (таблица 3). В таком случае формула становится менее громоздкой, содержащей только слагаемые $(\alpha + \psi) = 180^\circ$.

Например, при определении действующего значения тока за время включения, равное 0,25 сек., потребуется

$$\frac{0,25 - 0,01}{0,02} + 1 = 13 \text{ слагаемых.}$$

Минус 0,01 вводится для учета первого слагаемого, отстоящего от момента включения на 0,01 секунды.

0,25 секунды взято потому, что по истечении указанного времени ток включения трансформаторов, имеющих нормальную индукцию, достигает примерно 5% от толчка тока (табл. 3).

Вычисление тока по формуле 12 при таком количестве слагаемых не потребует много времени, а потому в таком виде она вполне может быть применена для подсчета тока при неустановившемся режиме работы.

Время сварки зависит от толщины свариваемых листов, силы тока и физических постоянных свариваемого металла. Кислюк Ф. И. (19) дает следующую формулу для подсчета времени сварки:

$$t = \frac{T_k q A}{I_2^2 R_{1k}}; \quad (14)$$

здесь T_k — температура в контакте, равная температуре пластического состояния $+1480^\circ\text{C}$,

q — площадь торца электрода,

A — коэффициент, учитывающий физические данные металла,

$A = \sqrt{\pi c \gamma \lambda}$,

C — теплоемкость свариваемого металла — ватт. $\text{сек}/^\circ\text{C}$,

γ — удельный вес материала в $\text{г}/\text{см}^3$,

λ — теплопроводность металла $\text{ват}/\text{см}^\circ\text{C}$,

I_2 — сварочный ток,

R_{1k} — внутреннее сопротивление контакта $R_{1k} = \frac{r_{1k}}{pa}$,

r_{1k} — единичное сопротивление сварочного контакта для условий защищенного контакта и параллельности его торцов.

На основании опытов Кислюк Ф. И. для малоуглеродистой стали

$$r_{1k} = 0,002 \text{ и } a = 0,7.$$

Из формулы (14) следует, чем меньше сварочный ток, тем больше время сварки. Чтобы нагревание трансформатора происходило в короткий срок,

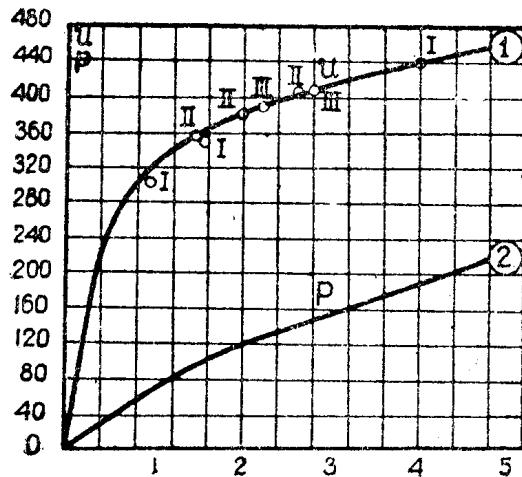


Рис. 3.

будем предполагать, что свариваются листы железа такой толщины, при которой время сварки равно тому времени, в течение которого ток достигает значения равного $\sim 5\%$ от толчка тока.

В качестве примера приводятся таблицы 3, 4, 5, 6 и 7, в конце которых имеются значения токов включения, подсчитанные по формуле 18.

В таблице 3 первые шесть отсчетов взяты через 90° , чтобы показать насколько слагаемые, содержащие $-\cos(\alpha + \psi) = 1$, имеют большую величину относительно остальных.

Таблица 3.

Для подсчета тока включения трансформатора АТ-3 при $b_0 = 3,9$, $U = 380$, $\psi = 0$, $B = 12000$ гаусс, $I_0 = 2,4$ А. Вилка находится в четвертом положении.

k	t	$4 \sin h^2$ (...)	$2 \sin h^2$ (...)	$-\cos$ ($\alpha + \psi$)	$\cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{Rt}}$
0	0	0	0	-1	I
1	0,005	2400		0,98	0, 98
2	0,01		2, $2 \cdot 10^6$	+1	0, 96
3	0,015	1600		0	0, 95
4	0,02		0, 5	-1	0, 93
5	0,025	1220		0	0, 91
6	0,03		1, $28 \cdot 10^6$	-1	0, 89
10	0,05		0, $78 \cdot 10^6$	+1	0, 83
14	0,07		0, $5 \cdot 10^6$	+1	0, 77
18	0,09		0, $32 \cdot 10^6$	+1	0, 71
22	0,011		0, $212 \cdot 10^6$	1	0, 66
26	0,013		0, $145 \cdot 10^6$	1	0, 61
30	0,015		0, $09 \cdot 10^6$	1	0, 57
34	0,017		0, 070	1	0, 525
38	0,019		0, $055 \cdot 10^6$	1	0, 49
42	0,021		0, $042 \cdot 10^6$	1	0, 45
46	0,023		0, $029 \cdot 10^6$	1	0, 42
50	0,025		0, $025 \cdot 10^6$	1	0, 39

Итого . . . $5,678 \cdot 10^6$

Если пренебречь слагаемыми при $k =$ нечетному числу и слагаемыми при $k =$ четном числе, но не входящих в эту таблицу, то

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{I_0}{\sinh b_0} \sqrt{\frac{2}{3k}} \left\{ \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha_0 + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{Rt_0}} \right] + \right. \\
 &\quad + 4 \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha_1 + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{Rt_1}} \right] + \\
 &\quad + 2 \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\alpha_2 + \psi) + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{Rt_2}} \right] + \dots \\
 &= \frac{2,4}{25} \sqrt{\frac{5,678 \cdot 10^6}{3 \cdot 50}} = 18,7 \text{ A};
 \end{aligned}$$

здесь I_0 — взято из кривой намагничения (рис. 3).

Таблица 4

Для подсчета тока включения трансформатора АТ-3 при $b_0 = 3,9$, $U = 390$, $\psi = 45^\circ$, $I_0 = 2,4A$, $B = 12000$ гаусс. Вилка находится в четвертом положении.

k	t	$2 \sinh^2 (\dots)$	$-\cos(\alpha + \psi)$	$\cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right)} b \sqrt{R} t$
	0	0	-0,707	0,707
1	0,0025		0	
2	0,0075	$2,44 \cdot 10^5$	1	0,68
6	0,0275	$1,62 \cdot 10^5$	1	0,63
10	0,0475	$1,2 \cdot 10^5$	1	0,587
14	0,0675	$0,8 \cdot 10^5$	1	0,54
18	0,0875	$0,63 \cdot 10^5$	1	0,505
22	0,1075	$0,48 \cdot 10^5$	1	0,47
26	0,1275	$0,36 \cdot 10^5$	1	0,432
30	0,1475	$0,27 \cdot 10^5$	1	0,40
34	0,1675	$0,22 \cdot 10^5$	1	0,37
38	0,1875	$0,18 \cdot 10^5$	1	0,342
42	0,2075	$0,15 \cdot 10^5$	1	0,322
46	0,2275	$0,12 \cdot 10^5$	1	0,294
50	0,2475	$0,1 \cdot 10^5$	1	0,272

Итого . . . $8,57 \cdot 10^5$

$$I_2 = \frac{2,4}{25} \sqrt{\frac{8,57 \cdot 10^5}{3,50}} = 7,2 A.$$

Эквивалентный ток включения

$$I_\vartheta = \sqrt{\frac{18,7 \cdot 7,2 + 7,2 \cdot 2,4}{2} + \frac{11,5^2 + 4,8^2}{6}} = 10,8;$$

здесь $2,4 A$ — ток включения, если оно произошло в момент, когда напряжение проходит через максимум.

Таблица 5

Для подсчета тока включения трансформатора АТ-3 при $b_0 = 3,65$, $\psi = 0^\circ$ $I_0 = 1,65 A$, $U = 360$, $B = 10300$ гаусс. Вилка находится в четвертом положении.

k	t	$2 \sinh^2 (\dots)$	$-\cos(\alpha + \psi)$	$\cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right)} b_0 \sqrt{R} t$
0	0	0	1	1
2	0,01	$8,5 \cdot 10^5$	1	0,97
6	0,03	$5,4 \cdot 10^5$	1	0,9
10	0,05	$3,52 \cdot 10^5$	1	0,84
14	0,07	$2,43 \cdot 10^5$	1	0,78
16	0,09	$1,54 \cdot 10^5$	1	0,73
22	0,11	$0,9 \cdot 10^5$	1	0,67
26	0,13	$0,76 \cdot 10^5$	1	0,63
30	0,15	$0,5 \cdot 10^5$	1	0,58
34	0,17	$0,42 \cdot 10^5$	1	0,55
38	0,19	$0,31 \cdot 10^5$	1	0,53
42	0,21	$0,23 \cdot 10^5$	1	0,49
46	0,23	$0,18 \cdot 10^5$	1	0,44
50	0,25	$0,15 \cdot 10^5$	1	0,41
54	0,27	$0,11 \cdot 10^5$	1	0,38

Итого . . . $24,95 \cdot 10^5$

$$I_1 = \frac{I_0}{\sin h b_0} \sqrt{\frac{24,95 \cdot 10^5}{3 \cdot k}} = \frac{1,65}{19,2} \sqrt{\frac{24,95 \cdot 10^5}{3,54}} = 10,7 A$$

Таблица 6

для подсчета тока включения трансформатора АТ-3 при $b_0 = 3,65$, $\psi = 45^\circ$,
 $I_0 + 1,65$, $U = 360$, $B = 10300$; вилка находится в четвертом положении.

k	t	$2 \sin^2 b_0$ (...)	$-\cos(\alpha + \psi)$	$\cos \psi e - \left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R} t$
2	0	0	1	1
6	0,0075	$11,50 \cdot 10^4$	1	0,692
10	0,0275	$8,00 \cdot 10^4$	1	0,642
14	0,0475	$5,72 \cdot 10^4$	1	0,6
18	0,0675	$5,00 \cdot 10^4$	1	0,568
22	0,0875	$3,36 \cdot 10^4$	1	0,523
26	0,1075	$3,50 \cdot 10^4$	1	0,487
30	0,1275	$2,00 \cdot 10^4$	1	0,452
34	0,1475	$1,60 \cdot 10^4$	1	0,424
38	0,1675	$1,28 \cdot 10^4$	1	0,394
42	0,1875	$1,06 \cdot 10^4$	1	0,367
46	0,2075	$0,88 \cdot 10^4$	1	0,341
52	0,2275	$0,77 \cdot 10^4$	1	0,318
54	0,2475	$0,62 \cdot 10^4$	1	0,296
	0,2675	$0,54 \cdot 10^4$	1	0,275

Итого . . . $44,83 \cdot 10^4$

$$I_2 = \frac{I_0}{\sin h b_0} \sqrt{\frac{44,83 \cdot 10^4}{3 \cdot k}} = \frac{1,65}{19,2} \sqrt{\frac{44,83 \cdot 10^4}{3,54}} = 4,54 A.$$

Эквивалентный ток включения

$$I_\vartheta = \sqrt{\frac{10,7 \cdot 4,54 + 4,54 \cdot 1,65}{2} + \frac{6,12^2 + 2,89^2}{6}} = 6 A.$$

Таблица 7

для подсчета включения трансформатора АТ-3 при $b_0 = 2,18$, $\psi = 0$, $I_0 = 0,45 A$,
 $U = 220$, $B = 6750$; вилка находится в четвертом положении.

k	t	$2 \sin^2 b_0$ (...)	$-\cos(\alpha + \psi)$	$\cos \psi e - \left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R} t$
2	0	0	1	1
6	0,01	2800	1	0,98
10	0,03	2340	1	0,94
14	0,05	2040	1	0,9
18	0,07	1460	1	0,86
22	0,09	1370	1	0,82
26	0,11	1240	1	0,79
30	0,13	1120	1	0,76
34	0,15	940	1	0,73
38	0,17	820	1	0,70
	0,19	720	1	0,67

Продолжение таблицы 7

k	t	$2 \sin^2 b_0$ (...)	$-\cos(\alpha + \psi)$	$\cos \psi e - \left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R} t$
42	0,21	630	1	0,64
46	0,23	560	1	0,61
50	0,25	570	1	0,59
54	0,27	450	1	0,56
58	0,29	408	1	0,54
62	0,31	375	1	0,52
66	0,33	332	1	0,49
70	0,35	292	1	0,47
74	0,37	278	1	0,45
78	0,39	262	1	0,44
82	0,41	232	1	0,41
86	0,43	220	1	0,40
90	0,45	208	1	0,38

Итого . . . 19607

$$I = \frac{0,45}{4,42} \sqrt{\frac{19607}{3 \cdot 90}} = 0,87 A$$

При включении трансформатора в момент, когда напряжение проходит через нуль, толчок тока достигает наибольшего значения. При включении трансформатора в момент, когда напряжение проходит через максимум, толчка тока совершенно не будет. При включении трансформатора в момент отличный от указанных выше, толчок тока будет иметь какое-то промежуточное значение. Так как появление того или иного случая включения равновероятно, то значение эквивалентного тока включения для отмеченных 3-случаев включения может быть определено по формуле (20)

$$I_{\vartheta} = \sqrt{\frac{I_1 I_2 t_1 + I_2 I_3 t_2 + \dots}{t_1 + t_2} + \frac{I_{12}^2 t_1 + I_{23}^2 t_2 + \dots}{3(t_1 + t_2 + \dots)}}, \quad (15)$$

здесь t_1 и t_2 отрезки времени между двумя смежными ординатами, в данном случае они равны, т. е. $t_1 = t_2$.

$$I_{12} = I_1 - I_2, \quad I_{23} = I_2 - I_3,$$

I_1 — действующее значение тока включения, если оно произошло в момент, когда напряжение проходит через нуль,

I_2 — действующее значение тока включения, если включение произошло в момент, когда напряжение $U = U_{max} \sin 45^\circ$,

I_3 — действующее значение тока включения, если оно произошло в момент, когда напряжение проходит через максимум. Значения эквивалентного тока включения для трансформатора АТ-3, подсчитанные по формуле 15 для различных напряжений, приводятся в конце таблиц 4, 6, и 7.

Подсчитав значение эквивалентного тока по формуле 15, найдем потери в меди по формуле

$$P_x = I_{\vartheta} R. \quad (16)$$

ПОТЕРИ НА ГИСТЕРЕЗИС

В большинстве случаев включения трансформатора гистерезисный цикл смещается относительно оси напряженности поля (фиг. 4 и 6). При включ-

чении трансформатора в момент, когда напряжение проходит через нуль, магнитный поток, стало быть и индукция, достигают удвоенного значения (рис. 4) при включении трансформатора в момент, когда напряжение проходит через максимум, магнитный поток в железе трансформатора во время включения не превзойдет нормального значения (рис. 5), т. е. он будет одинаков с тем, который имеет место при установившемся режиме. Во всех иных случаях включения трансформатора гистерезисные циклы будут занимать промежуточные положения между теми, которые указаны на рис. 4 и 5, например, рис. 6, т. е. максимумы индукции при включении трансформатора будут находиться в пределах от B_n до $2B_n$. Здесь B_n — максимальное значение индукции при симметричном цикле.

С целью установить количественные изменения потерь на гистерезис при больших смещенных циклах, в электроизмерительной лаборатории

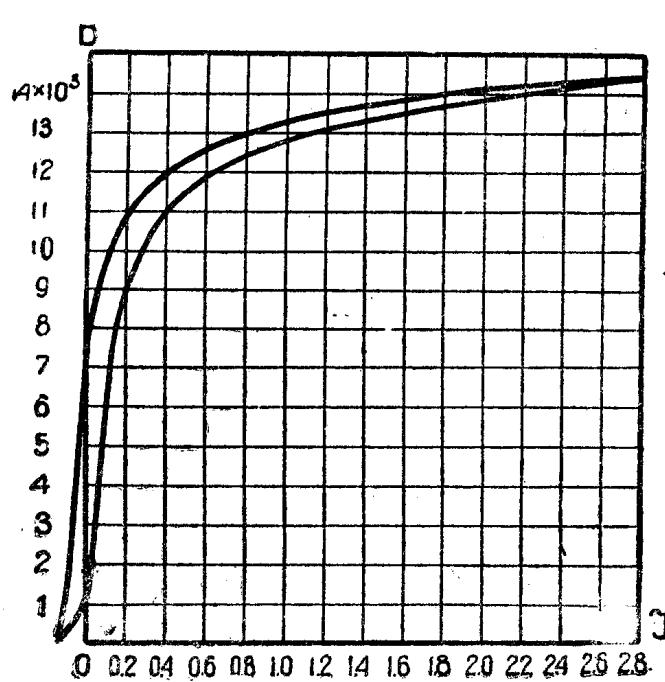


Рис. 4.

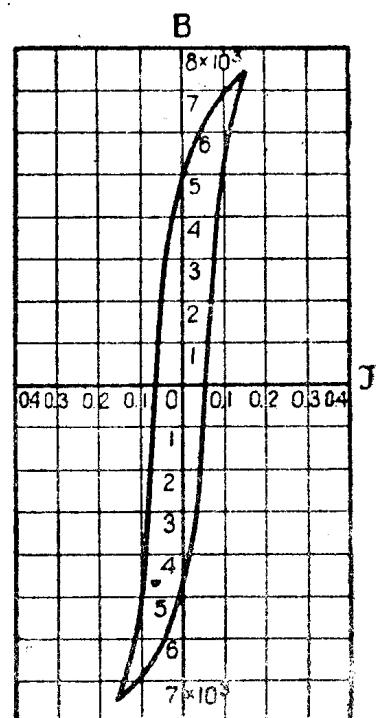


Рис. 5.

Томского индустриального института аппаратом Кепселя, для отмеченных выше моментов включения, заснята петля гистерезиса (рис. 4, 5 и 6). Размах петли во всех случаях оставался один и тот же. Исследуемый стержень был изготовлен из простого железа.

С помощью планиметра были найдены площади: (рис. 4) $s_1 = 19,5 \text{ см}^2$; (рис. 6) $s_2 = 17 \text{ см}^2$ и (рис. 5) $s_n = 15,1 \text{ см}^2$. Т. е. при увеличении максимума индукции смещенного цикла относительно максимума симметричного цикла в $\frac{14500}{7500} = 1,94$ раза, площадь увеличилась в $\frac{19,5}{15,1} = 1,29$ раза. При увеличении максимума индукции смещенного цикла относительно максимума симметричного цикла в $\frac{10500}{7500} = 1,4$ раза, площадь увеличилась в $\frac{17,0}{15,1} = 1,125$ раза.

На рис. 7 представлен график изменения $\frac{s}{s_n} = f\left(\frac{B}{B_n}\right)$. Здесь B — максимальное значение индукции при несимметричном цикле. Как это сле-

дует из рис. 7, $\frac{s}{s_h} = f\left(\frac{B}{B_h}\right)$ — прямая, линия, аналитическое выражение которой

$$\frac{s}{s_h} = 1 + \alpha \frac{B}{(1 + \cos \psi) B_h}; \quad (17)$$

здесь $\alpha = \frac{s - s_h}{s_h}$, ψ — угол, определяющий момент включения.

ошадь петли пропорциональная потерям на гистерезис, следовательно, график $\frac{s}{s_h} = f\left(\frac{B}{B_h}\right)$ представляет изменение потерь на гистерезис

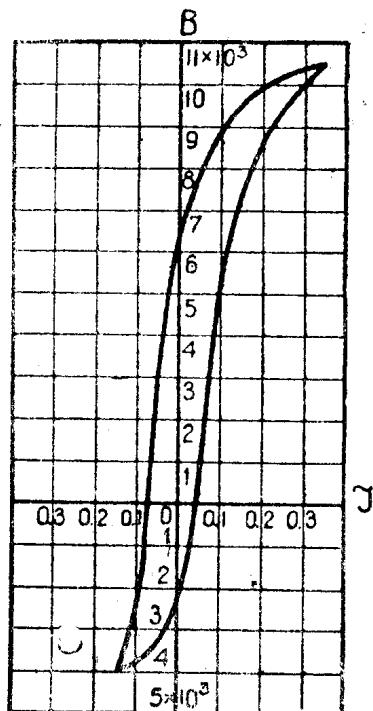


Рис. 6.

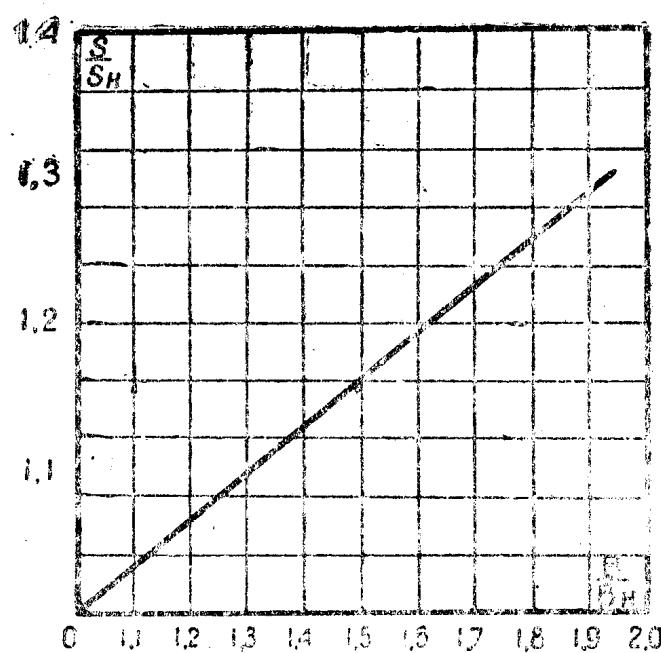


Рис. 7.

в зависимости от изменения максимума индукции при несимметричном намагничении, поэтому можем написать

$$\frac{P_e}{P_{ey}} = 1 + \frac{\alpha B}{(1 + \cos \psi) B_h}; \quad (18)$$

здесь P_{ey} — потери на гистерезис при симметричном цикле,

P_e — потери на гистерезис при несимметричном цикле.

При изменении отношения максимума смещенного цикла к максимуму симметричного цикла потери на гистерезис изменяются линейно (рис. 7), следовательно, чтобы определить потери на гистерезис за время включения трансформатора необходимо найти среднее значение потерь за этот отрезок времени. Так как изменение шлейфагистерезиса при включении трансформатора в момент, когда напряжение не проходит через максимум, происходит по экспоненциальному закону, то, подставляя в формулу 18

$$B = B_h \left(1 + \cos \psi e^{-\left(1 + \frac{\cos \psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R} t}\right),$$

найдем среднее значение потерь на гистерезис на время включения

$$\begin{aligned}
 P_{zc} &= \frac{P_{zy}}{t_1} \int_0^{t_1} \left[1 + \frac{\alpha}{1 + \cos \psi} \left(1 + \cos \psi e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R} t} \right) \right] dt = \\
 &= P_{zy} + \frac{P_{zy} \alpha}{1 + \cos \psi} - \frac{\alpha \cos \psi P_{zy}}{(1 + \cos \psi) \left(1 + \cos \frac{\psi}{2} \right) b_0 \sqrt{R} t_1} e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{R} t_1} + \\
 &\quad + \frac{\alpha \cos \psi P_{zy}}{(1 + \cos \psi) \left(1 + \cos \frac{\psi}{2} \right) b_0 \sqrt{R} t_1}.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Так как появление того или иного случая включения равновероятно, то потери на гистерезис при неустановившемся режиме работы будут равны

$$P_z = \frac{P_{zc \ 90^\circ} + P_{zc \ 45^\circ} + P_{zc \ 0^\circ}}{3}; \tag{20}$$

здесь $P_{zc \ 0^\circ}$ — потери на гистерезис при включении, когда $\psi = 0$,

$P_{zc \ 45^\circ}$ — потери на гистерезис при включении, когда $\psi = 45^\circ$,

$P_{zc \ 90^\circ}$ — потери на гистерезис при включении, когда $\psi = 90^\circ$.

$P_{zc \ 90^\circ} = P_{zy}$ — потерям на гистерезис при установившемся режиме работы.

Пользуясь формулой 19 и 20, подсчитаны для различных значений t потери на гистерезис (таблица 9), на основании которой построена кривая $\frac{P_z}{P_{zy}} = f(t)$ (рис. 8) для трансформатора АТ-3 при $U = 380$ вольт и $b_0 = 3,9$. Здесь t — время включения.

Из фиг. 8 следует, что потери на гистерезис при изменении времени включения изменяются незначительно и могут быть выражены

$$P_z = k P_{zy}, \tag{21}$$

где $k = 1,1 + 1,175$ (рис. 9).

При малом числе включений потери от токов Фуко (P_ϕ) при установившемся режиме равны¹⁾.

Таблица 9

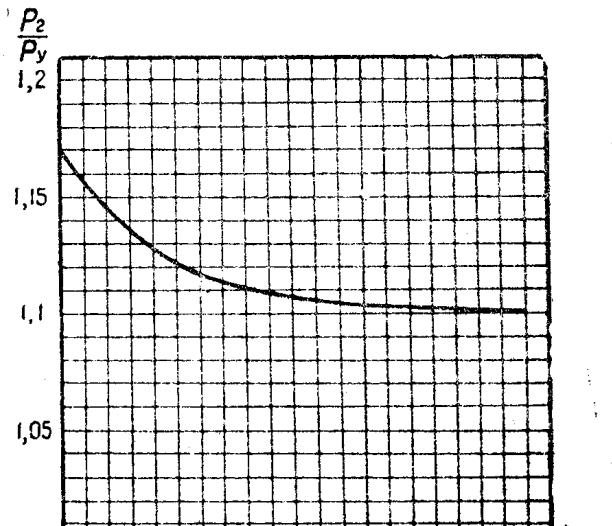


Рис. 8.

t	$P_{zc \ 0^\circ}$	$P_{zc \ 45^\circ}$	$P_{zc \ 90^\circ}$	P_z	$\frac{P_z}{P_{zy}}$
0,01	156	146	120	141	1,175
0,1	152	144	120	139	1,16
0,5	145	140	120	135	1,12
1,00	141	138	120	133	1,11
2,00	140	137	120	132	1,10

1) См. работу автора „Потери энергии в трансформаторах при неустановившемся режиме работы“ Известия ТТИ № 56, 1938 г.

Следовательно, суммарные потери в трансформаторе при неустановившемся режиме работы будут равны

$$P_n = I_\vartheta^2 R + P_\phi + k P_{zy}. \quad (22)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

С целью экспериментального подтверждения формулы (22) в электромашинной лаборатории Томского индустриального института были проведены следующие опыты.

Трансформатор АТ-3 в течение времени, для которого желательно было определить потери по формуле (22), работал при неустановившемся режиме. По окончании опыта находилась потребляемая трансформатором мощность, которая затем сравнивалась с мощностью, подсчитанной по формуле (22).

Данные трансформатора АТ-3 следующие (21).

Напряжение первичной обмотки $U_1 = 380$ вольт. Напряжение вторичной обмотки $U_2 = 1,16; 130; 1,49$ и $1,74$ вольт. Сечение стержня 62 см^2 , активное сопротивление первичной обмотки, когда вилка находится в четвертом положении, $R = 0,435$ ома, кривая намагничения (1) и кривая потребляемой мощности при холостом ходе (2) приведены на фиг. 3. Индукция, когда вилка находится в 4 положении $B = 12000$ гаусс. Во время опыта трансформатор погружался в трансформаторное масло. С целью уменьшения количества тепла, отдаваемого в окружающую среду, бак с маслом изолировался от последней слоем ваты.

За время опыта энергия, поглощаемая трансформатором

$$Pt = t(I^2 R + P_\phi + P_z) \quad (23)$$

расходуется: на нагревание масла, обмотки, железа, сосуда, в котором помещался трансформатор мало и часть ее уходит в окружающую среду.

В формуле (23) P — мощность, t — время в секундах, I — ток, R — активное сопротивление обмотки, P_ϕ — потери от токов Фуко и P_z — потери на гистерезис, P — мощность.

Уравнение теплового баланса имеет следующий вид:

$$Pt = c\tau + A\tau_{cp}t, \quad (24)$$

здесь τ — приращение температуры масла за время опыта, τ_{cp} — среднее превышение температуры масла над температурой окружающей среды, c — общая теплоемкость и A — теплоотдача. Определить общую теплоемкость c и теплоотдачу A методом подсчета затруднительно. Для определения указанных величин применен следующий способ.

В течение 50 минут указанный выше трансформатор был подключен к сети, потребляя 117 ватт. За время, когда трансформатор был подключен к сети, температура масла повысилась с $20,5^\circ\text{C}$ до $22,5^\circ\text{C}$.

Через 15 ч. 55 минут после отключения трансформатора температура масла понизилась на $2,8^\circ\text{C}$ при среднем превышении температуры масла над температурой окружающей среды

$$\tau_{cp} = \frac{22,5 + 19,7}{2} - 19,9 = 1,2^\circ\text{C};$$

здесь 19,9 — средняя температура окружающей среды.

Превышение температуры масла над температурой окружающей

среды незначительно, поэтому потери тепла в окружающую среду ничтожно малы. Пренебрегая последними, будем иметь

$$c = \frac{Pt}{\tau} = \frac{117.3000}{2,5} = 140000 \frac{\text{ватт сек}}{\text{°С}}.$$

После отключения трансформатора от сети уравнение теплового баланса примет вид

$$c\tau = A \tau_{cp} t^1; \quad (25)$$

здесь t^1 — время, в течение которого трансформатор охлаждался.

Подставляя в формулу 25 значение $c = 140000 \text{ ватт. сек}/\text{°С}$, найдем

$$A = \frac{c\tau}{\tau_{cp} t^1} = \frac{140000 \cdot 2,8}{1,2 \cdot 57300} = 5,7 \text{ ватт}/\text{°С}.$$

Методом последовательных приближений находим окончательно

$$c = 138500 \text{ ватт сек}/\text{°С} \text{ и}$$

$$A = 5,65 \text{ ватт}/\text{°С}.$$

При определении A и C мощность, подводимая к трансформатору, измерялась: ваттметром System Weston № 1359 на 20 А, температура окружающей среды измерялась термометром БКУ со шкалой от 0 до 100°С. Активное сопротивление первичной обмотки трансформатора определялось с помощью контрольного амперметра МЭИ № 815 и вольтметра System Weston № 26969 на 6 вольт.

При снятии кривой холостого хода (1) и кривой потребляемой мощности при холостом ходе (2) (рис. 3) пользовались вольтметром МЭИ № 819 с дополнительным сопротивлением к нему № 712, амперметром МЭИ № 896 и ваттметром МЭИ № 717 с дополнительным сопротивлением к нему № 902.

Сравнение потерь, подсчитанных по формуле (22), с полученными из опыта, производилось по результату трех опытов.

Во всех трех опытах время, когда трансформатор был подключен к сети, составляло 75% времени цикла, т. е. 75% времени от одного до другого включения. Время включения в каждом опыте соответствует тому значению, при котором был подсчитан ток неустановившегося режима по формуле 17. В таком случае уравнение теплового баланса за время опыта выразится

$$0,75 P_0 t = c\tau + A \tau_{cp} t^1; \quad (26)$$

здесь t — время, в течение которого длился опыт, P_0 — эквивалентная мощность неустановившегося режима, t^1 — время от начала опыта до конца измерения температуры масла. Это соответствует моменту, когда температура масла достигает установившегося состояния.

Периодическое включение трансформатора производилось с помощью машины постоянного тока, с деревянным шкифом, 0,75 длины окружности которого покрыто железом. В первом опыте число оборотов машины $n_1 = 100 \text{ об/мин}$ или в секунду

$$\frac{n_1}{60} = \frac{100}{60} = 1,67 \text{ об/сек.}$$

Следовательно, время включения в первом опыте

$$t_1 = \frac{0,75}{1,67} = 0,45 \text{ сек},$$

во втором опыте

$$t_I = \frac{0,75 \cdot 60}{167} = 0,27 \text{ сек},$$

в третьем опыте

$$t_I = \frac{0,75 \cdot 60}{180} = 0,25 \text{ сек.}$$

Данные опытов сведены в таблицу 10.

Таблица 10

	1-й опыт	2-й опыт	3-й опыт
θ_{mn}	21,9°C	19,9°C	17,5°C
θ_{oc}	22°C	18,2°C	17,3°C
t_n	11 ч. 57 мин.	4 ч. 45 мин.	12 ч. 55 мин.
n	100 об/мин.	167 об/мин.	180 об/мин.
t_k	12 ч. 57 м.	5 ч. 45 мин.	13 ч. 55 мин.
θ_{mk}	22,5°C	21,7°C	20°C
t''	13 ч. 55 мин.	6 ч. 00 мин.	16 ч. 35 мин.
U	220 вольт	360 вольт	390 вольт
τ'	0,5°C	3,5°C	2,7°C
τ_0	0,1°C	1,7°C	0,2°C
τ_{cp}	0,2°C	2,6°C	1,45°C
τ	0,6°C	1,8°C	2,5°C
P_0	34,0 ватта	115,0 ватт	167,0 ватт
t'	7080 сек.	4500 сек.	13200 сек.
t	3600 сек.	3600 сек.	3600 сек.

Здесь θ_{mn} — температура масла в начале опыта;

θ_{oc} — температура окружающей среды;

t_n — время начала опыта;

n — число оборотов в минуту машины постоянного тока;

t_k — время выключения трансформатора;

θ_{mk} — температура масла в конце опыта;

t'' — время, когда температура масла достигла установившегося состояния;

U — напряжение;

τ' — превышение температуры масла над температурой окружающей среды при установившемся состоянии температуры масла $\tau' = \theta_{mk} - \theta_{oc}$;

τ_0 — превышение температуры масла над температурой окружающей среды в начале опыта

$$\tau_0 = \theta_{mn} - \theta_{oc};$$

τ_{cp} — среднее превышение температуры масла над температурой окружающей среды

$$\tau_{cp} = \frac{\tau' + \tau_0}{2};$$

τ — приращение температуры масла за время опыта;

t' — время от начала опыта и до момента, когда температура масла достигла установившегося состояния;

P_0 — потери, найденные из опыта

$$P_0 = \frac{c\tau + A\tau_{cp}t'}{0,75t}.$$

В опытах 2 и 3 (таблица 10) появление того или иного случая включения предположено равновероятным, что имеет место только при незначительном напряжении. В ином случае, вследствие пробоя воздушного промежутка включающего устройства, могут быть некоторые отступления. Чтобы избежать отмеченного явления, опыт № 1 проведен при включениях трансформатора в момент, когда напряжение проходит через нуль.

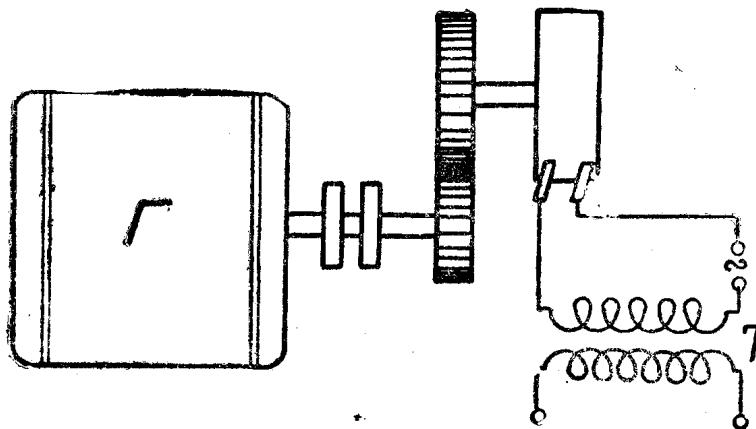


Рис. 9.

С этой целью с валом синхронной машины фирмы Siemens Schuckert $27,5 \times 3 A$, $250 V$ связывалась шайба Жуберта (рис. 9), на оси которой помещался деревянный барабан, $0,75$ длины окружности которого покрывались железом. Изменяя положение щеток на барабане, можно достигнуть включения трансформатора в момент, когда напряжение проходит через нуль.

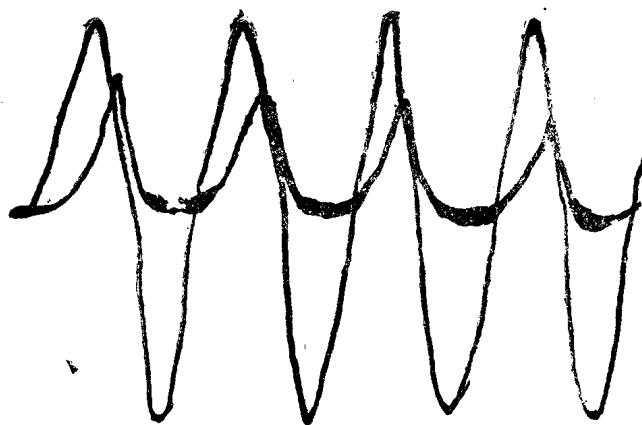


Рис. 10.

Перед началом первого опыта была произведена указанным выше способом настройка установки на включение, когда напряжение проходит через нуль. На рис. 10 приведена осциллограмма тока включения для этого случая.

Кроме того, чтобы проверить теоретическое заключение о потерях от токов Фуко, опыт № 1 проведен при пониженном напряжении (220 V), когда большой ошибки при определении медных потерь не может быть допущено, так как они имеют пренебрежительно малое значение (P медь = = 0,32 ватт, что составляет 1% от потерь при холостом ходе).

Потери энергии, подсчитанные по формуле (22) и полученные из опыта, сведены в таблицу 11. В последней число включений в секунду

Таблица 11

	Первый опыт	Второй опыт	Третий опыт
U	220 вольт	360 вольт	380 вольт
B_m	6750	10300	12000
k'	2,22	3,7	4,0
B_{ncu}	30,04 ватта	95 ватт	105,0 ватт
P_{cp}	3,03 ватта	10,5 ватта	11,7 ватта
P_e	31,5 ватта	97,0 ватт	108,0 ватт
P_n	0,32 ватта	15,6 ватта	54,7 ватта
P_n	34,9 ватта	124,1 ватта	174,4 ватта
P_0	35,00 ватт	118,0 ватт	168,0 ватт

$$n' = \frac{1}{k t_1}.$$

Здесь k — число ординат в формуле Симпсона и t_1 расстояние между двумя смежными ординатами. k — в каждом опыте берется таким, которое было взято при пользовании формулой Симпсона, P_{ncu} — взято по кривой 2 (рис. 3), P_n — потери, подсчитанные по формуле (22) и P_0 — потери, полученные из опыта. Потери от токов Фуко, входящие в таблицу 11, взяты равными потерям от токов Фуко при установившемся режиме.

В первом опыте таблицы 11 потери, подсчитанные по формуле (22) (P_n) и найденные из опыта (P_0), весьма мало отличаются друг от друга ($P_0 - P_n = 0,1$ ватта, что составляет $\approx 0,3\%$ от P_0). Следовательно, заключение о том, что потери от токов Фуко при малом числе включений в секунду и при установившемся режиме работы примерно равны, вполне верно.

Если включение трансформатора происходит при коротком замыкании, то переходные составляющие тока в обмотках могут быть выражены следующими уравнениями:

$$i_1 = -\frac{I_\mu}{2} e^{-\frac{t}{T_h}} - I e^{-\frac{t}{T_s}}, \quad (27)$$

$$i_2 = -\frac{I_\mu}{2} e^{-\frac{t}{T_h}} + I e^{-\frac{t}{T_s}}; \quad (28)$$

здесь I — ток нагрузки, I_μ — намагничающий ток, e — основание натуральных логарифмов, t — время, T_h — постоянная времени главного потока и T_s — постоянная времени потоков рассеяния.

Намагничающий ток покрывается, как это видно из уравнений 27 и 28, обеими обмотками в одинаковой мере, в то время как намагничающий ток установившегося состояния покрывается, как известно, лишь с первичной стороны.

Переходная составляющая тока во вторичной обмотке достигает, конечно, лишь половинной высоты намагничающего тока, соответствующего накладывающему переходному потоку. Если поэтому во вторичной обмотке следует ожидать лишь удвоенного значения тока короткого

замыкания, то в первичной обмотке, если рассеяние очень мало, могут иметь место более высокие толчки тока.

В таком случае, считая ток вторичной обмотки совпадающим с напряжением, результирующий ток первичной обмотки будет

$$I_1 = \sqrt{I_{\vartheta}^2 + \frac{I_{m_2}^{12}}{\alpha_1} \int_0^{x_1} \left[-\cos(\alpha + \psi) + \cos \psi e^{-\frac{t}{T_s}} \right]^2 d\alpha};$$

здесь I'_{m_2} — максимальное значение приведенного вторичного тока, ψ — определяет мгновенное значение тока при включении, так как постоянная времени рассеяния T_s — малая величина, то можно считать

$$I_1 = \sqrt{I_{\vartheta}^2 + I_2^2}; \quad (29)$$

здесь I_2 — приведенное значение вторичного тока. Следовательно, потери в трансформаторе при неустановившемся режиме и замкнутой вторичной обмотке будут равны

$$P_n = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + P_{cp} + k P_{ey}; \quad (30)$$

здесь R_2 — сопротивление вторичной обмотки и I_2 — ток вторичной обмотки (сварочный ток).

ВЫВОДЫ

1. Если число включений трансформатора небольшое (до 4—5 включений в секунду), то потери от токов Фуко при установившемся и неустановившемся режиме работы равны друг другу.

2. Потери на гистерезис при неустановившемся режиме работы трансформатора равны 1—1,17 от потерь на гистерезис при установившемся режиме работы.

3. При холостом ходе трансформатора медные потери $P_m = I_{\vartheta}^2 R_1$, здесь I_{ϑ} — эквивалентный ток, определяемый по формуле

$$I_{\vartheta} = \sqrt{\frac{I_1 I_2 t_1 + I_2 I_3 t_2 + \dots}{t_1 + t_2} + \frac{I_{23}^2 t_2 + I_{12}^2 t_2 + \dots}{3(t_2 + t_2 + \dots)}},$$

токи I_1 , I_2 и $I_3 \dots$ — определяются по формуле

$$I_{\vartheta} = \frac{I_0}{\sin h b_0} \sqrt{\frac{1}{t_I} \int_0^H \sin h^2 b_0 \left[-\cos(\omega t + \psi) + e^{-\left(1 + \cos \frac{\psi}{2}\right) b_0 \sqrt{Rt}} \right] dt}.$$

4. В настоящее время подсчет мощности сварочных трансформаторов для заданного $\Pi K P \%_0$ производится по формуле

$$P_x = P_{100} \sqrt{\frac{100}{\Pi K P_{x0} \%}}.$$

Как видим, данная формула не учитывает частоты и толчка тока включения трансформатора, следовательно, произвести сравнение данного метода подсчета мощности трансформатора с тем, который предлагается автором, не представляется возможным.

5. Преимущество предлагаемого метода заключается в том, что он дает возможность с достаточной для практики точностью определить потери при самых различных режимах работы трансформатора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. L. Elphinston & M. Vinston.—Thelegraph journal vol VIII 18. 1878 г.
2. W. E. Sumpner.—Phil. Mag 453 1888 г.
3. Fleming.—Journal of Inst of Electr. Eng. 677, 737 1892 и 97 1893.
4. A. Hay.—Electricion 1894, 296. Electr. Rev. 326, 1898.
5. Johann.—Bull de la Soc. int des él 579, 1905.
6. A. Schweiger.—Elektr. & Maschinenbau 633, 1909.
7. ch. P. Steinmetz.—Theory and calcul of transient el. Phen. end oscil. 1909
8. Bragstad-la Cour E. Arnold.—Die Wechsel strom technik Bdl § 154, 1910 г.
9. T. Yensen Univ.—Illinois Bull 15 Voll. IX 1912 г. или ETZ 1912 г., 1001.
10. Bergtold ETZ 1928, 1847.
11. Lamont.—Handbuch desr Magnetismus 1867 г.
12. Mullendorff.—Elektrotechnische Zeitschrift
13. Summers.—GER Voll. 36, № 4. P. 182, 1933.
14. A. K. Kennely.—trans. Amer. Inst Electr. Engs Vol. 8 p. 485—517. 1891.
15. Б. С. Меськин.—Практические формулы при испытании магнитных материалов стр. 29. 1930 г.
16. A. Koepsel.—Elektrotechnische Zeitschrift 37 (1928), S. 1361—63 год.
17. F. Ollendorff.—A. FE. B XXI S. 6, B. XXII 1928, 1929, S. 349 и B. XXIII. 1929 62.
18. Ф. И. Кислюк.—Автогенное дело № 9, стр. 4. 1937 г.
19. В. К. Попов.—Применение электродвигателей в промышленности. т. I стр. 65. 1939 г.
20. Каталог сильных токов 1935 г.