

ИЗВЕСТИЯ

ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ИНДУСТРИАЛЬНОГО
Института имени С. М. КИРОВА

1941

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ДИАГРАММА ПРОГРЕВА-ОСТЬВАНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ В КРИТЕРИЯХ ПОДОБИЯ

($F_o - V_i$ — ДИАГРАММА)

Н. Н. Норкин

ВВЕДЕНИЕ

Физико-математическая сущность вопросов прогрева тел с исчерпывающей полнотой изложена представителями теории нестационарного температурного поля в нагреваемых телах (Гребер, Шак, М. Адамс и др.). Задача настоящей работы состоит в том, чтобы на основе этой теории в сочетании с теорией подобия дать номографический метод расчета прогрева-остывания однородных твердых тел при помощи безразмерных комплексов-критериев подобия. Это необходимо ввиду того, что при решении практических вопросов не ограничиваются (нельзя ограничиваться) однократным решением, а выполняют несколько пробных решений для принятия оптимальных условий. Аналитическое решение прогрева-остывания тел, громоздкое по объему даже для одного частного случая, при многих повторных (необходимых) расчетах „отпугивает“, „внушает недоверие“ к точным методам расчета, заставляет прибегать к частным (рецептурным) способам по эмпирическим формулам. Диаграмма для расчета прогрева-остывания тел, сохраняя точность физико-математического анализа, лишена рецептурности и позволяет быстро избрать более подходящие условия для любого частного случая.

Автор предвидит, что применяющий диаграмму получит пользу в случае, если изучены физико-математические основы теории нестационарного температурного поля, основы теории нагревания-остывания тел; но если вместо изучения теории ограничиться лишь ознакомлением с методом расчета по диаграмме, тогда от этого получится не польза, а вред; получится механический взгляд на физическую сущность сложного явления прогрева-остывания. Слово „прогрев“ автор применяет не для замены слова „нагревание“, а для того, чтобы подчеркнуть, что в процессе нагревания (остывания) тел в двух точках этих тел (в частности, в центре и на поверхности) всегда будет температурный перепад и величина допустимого с технологической точки зрения перепада зависит от времени нагревания, физических свойств нагреваемого тела и влияния внешних условий (условий теплопередачи). В таком же смысле введено в текст понятие о степени равномерности прогрева, температурном потенциале.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИАГРАММЫ

Процесс прогрева-остывания зависит от внутренних и внешних физических условий. Внутренние условия характеризуются физико-термическими параметрами тела, внешние условия — способом передачи тепла.

Физико-термические параметры тела суть:
 теплопроводность тела λ (ккал/ m^2 час $^\circ C$);
 теплоемкость тела c (ккал/ $kg^\circ C$);
 удельный вес γ (kg/m^3).

Эти параметры, объединенные в виде

$$a = \frac{\lambda}{c\gamma} (m^2/\text{час}), \quad (1)$$

дают более обобщенный параметр—температуропроводность a ($m^2/\text{час}$). Температуропроводность характеризует быстроту выравнивания температуры в теле, неравномерно нагретом, или иначе—скорость распространения температуры.

На изменение температурного поля в нагреваемом-остывающем теле, с точки зрения внутренних условий, кроме температуропроводности влияют геометрические размеры тела, время нагревания-остывания.

Следовательно, условия определяются уравнением Фурье

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

и для физически подобных (или физически одинаковых, но геометрически различных) систем критерием гомохронности Фурье

$$F_0 = \frac{a}{x^2} \tau.$$

Внешние условия определяются способом передачи тепла, т. е. уравнением теплообмена

$$\alpha \Delta t = \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \quad x \rightarrow 0 \quad (3)$$

и для физически подобных систем критерием Био

$$Bi = \frac{\alpha}{\lambda} x; \quad (4)$$

здесь α —коэффициент теплоотдачи от внешней среды (или во внешнюю среду),

λ и x —по предыдущему коэффициент теплопроводности и толщина нагреваемого (остывающего) тела.

Особенностью муфельного нагревания (например, в коксовых печах) является то, что тепловое взаимодействие нагреваемого тела с греющей средой осуществляется не непосредственно, а через разделяющую стену, через поверхность нагрева; поэтому внешние условия теплообмена определяются не только коэффициентом теплоотдачи от греющих газов (α ккал/ m^2 час $^\circ C$), но в большей степени проводимостью стены ($\beta = \frac{\lambda_{cm}}{S_{cm}}$ ккал/ m^2 час $^\circ C$).

Таким образом, для выявления влияния внешних условий на процесс нагревания-охлаждения при нагревании-охлаждении через стену, решение вопроса может быть в таких вариантах.

Вариант первый. Внешние условия теплообмена определяются температурой поверхности нагрева-охлаждения (стены) со стороны теплоносителя (тепловоспринимающей среды). Анализируется влияние проводимости (β) и температуры стены (t_{cm}) на процесс прогрева-остывания. Ре-

**ДИАГРАММА
для расчета
ПРОГРЕВА ОДНОРОДНЫХ
ТЕЛ**

$F_o - Bi$

**ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО
ТЕЛА**

$$\frac{t_m}{t} = \Psi = \Phi(1 - \Phi_0)$$

**СТЕПЕНЬ РАВНОМЕРНОСТИ
ПРОГРЕВА**

$$\Phi = \frac{1 - \Phi_0(\beta_i, \xi)}{1 - \Phi_0(\beta_i, \xi)}$$

**ДЛЯ ПЛОСКОГО ТЕЛА ПРИ
ДВУХСТОРОННЕМ ОБОГРЕВЕ**

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

$$F_o = \frac{\alpha_o}{\lambda} T \quad \beta_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}$$

решение задачи сводится к нахождению времени прогрева-остывания в виде функциональной связи

$$\tau = f(\beta, t_{cm}, x) \quad (5)$$

или в виде уравнения в критериях подобия

$$\tau = f_1(t_{em}, F_o, Bi), \quad (6)$$

здесь критерий

$$Bi = \frac{\beta}{\lambda} x. \quad (7)$$

Вариант второй. Внешние условия теплообмена определяются температурой теплоносителя (тепловоспринимающей среды). Анализируется влияние коэффициента теплоотдачи (α) и температуры теплоносителя (тепловоспринимающей среды) на процесс прогрева-остывания. Решение задачи сводится к нахождению времени прогрева-остывания. Решение задачи сводится к нахождению времени прогрева-остывания в виде функциональной связи

$$\tau = f_2(\alpha, \beta, t_{gas}, x) \quad (8)$$

или, объединяя α и β в один коэффициент теплопередачи

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}} \text{ ккал/м}^2 \text{ час}^\circ\text{C},$$

в виде уравнения в критериях подобия

$$\tau = f_2(t_{gas}, F_o, Bi''), \quad (9)$$

здесь критерий

$$Bi'' = \frac{K}{\lambda} x. \quad (10)$$

Совместное влияние внутренних и внешних условий на изменение температурного поля в нагреваемом-остывающем теле математически выражается уравнением (по Греберу)

$$t = t_b + (t_a - t_b) \sum_{k=1}^{k=\infty} 2 \frac{\sin \delta_k}{\delta_k + \sin \delta_k \cos \delta_k} e^{-\delta_k^2 \frac{\alpha \tau}{x^2}} \cos \left(\delta_k \frac{X}{x} \right). \quad (11)$$

В этом уравнении t_a — температура тела в начале нагревания (остывания); t_b — температура греющей (охлаждающей) среды; δ_k — корни трансцендентного уравнения, как функции критерия Био, выраженного или через коэффициент проводимости или через неполный коэффициент теплопередачи, т. е.

$$\delta_k = f\left(\frac{\alpha}{\lambda} x\right) - f\left(\frac{\beta}{\lambda} x\right) \div f\left(\frac{K}{\lambda} x\right) = f(Bi);$$

здесь $\frac{\alpha}{x^2} \tau$ — критерий Фурье; x — половина толщины (для плоской плиты) или радиус (для цилиндрического тела); X — текущая координата; α — температуропроводность; β — коэффициент теплоотдачи (ккал/м² час⁰С); τ — время нагревания (остывания) в часах.

Для последующих выводов будем считать начало координат совмещенным с осью симметрии рассматриваемого тела. Тогда для определения

температуры на поверхности нагреваемого (остывающего) тела текущая координата $X=x$ и уравнение (11) принимает вид

$$t_0 = t_b + (t_a - t_b) \sum_{k=1}^{\infty} 2 \frac{\sin \delta_k}{\delta_k + \sin \delta_k \cos \delta_k} e^{-\delta_k^2 \frac{\alpha \tau}{x^2}} \cos \delta_k. \quad (12)$$

Для определения температуры на оси (в центре) нагреваемого (остывающего) тела текущая координата $X=0$ и уравнение (11) принимает вид

$$t_m = t_b + (t_a - t_b) \sum_{k=1}^{\infty} 2 \frac{\sin \delta_k}{\delta_k \sin \delta_k \cos \delta_k} e^{-\delta_k^2 \frac{\alpha \tau}{x^2}}. \quad (13)$$

Анализируя уравнение (12) и (13), устанавливаем, что характер распределения температуры в нагреваемом (остывающем) теле зависит от величины определяющих безразмерных комплексов — критериев Био и Фурье, причем, как указывалось, критерий $Bi = \frac{\alpha}{\lambda} x$ определяет собой внешние условия нагревания (остывания), так как его величина зависит от коэффициента теплоотдачи (α), или от проводимости поверхности нагрева (β), или от коэффициента теплопередачи (K); критерий Фурье $Fo = \frac{\alpha}{x^2} \tau$ определяет собою внутренние условия нагревания (остывания), т. к. его величина зависит от температуропроводности тела (α).

Поэтому перепишем уравнение (12) в виде

$$t_0 = t_b + (t_a - t_b) \Phi_0(Bi, Fo) \quad (14)$$

а уравнение (13) в виде

$$t_m = t_b + (t_a - t_b) \Phi_m(Bi, Fo). \quad (15)$$

III. КООРДИНАТЫ ТОЧЕК КРИВЫХ И ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММЫ

Назовем степенью равномерности прогрева отношение температуры на оси (в центре) тела к температуре на поверхности тела по истечении определенного промежутка времени:

$$\varphi = \frac{t_m}{t_0}; \quad (16)$$

в идеальном случае $\varphi = 1$, т. е. $t_m = t_0$ прогрев—остывание совершенное; практически $\varphi = 1$ недостижимо.

Имея в виду уравнение (14) и (15) и полагая начальную температуру нагреваемого тела $t_a = 0$ или охлаждающей среды $t_b = 0$, что практически вполне приемлемо, получим

$$\varphi = \frac{1 - \Phi_m(Bi, Fo)}{1 - \Phi_0(Bi, Fo)}; \quad (17)$$

уравнение (17) дает возможность определять степень равномерности прогрева, как функцию двух определяющих критериев Фурье и Био. При помощи этого уравнения можно решать такие типовые задачи.

А. Известны: коэффициенты теплоотдачи (α) и продолжительность нагревания—охлаждения (τ). Определяется степень равномерности прогрева-остывания (φ). В. Задано: степень равномерности прогрева (φ) и коэффициент теплоотдачи (α). Определяется время (τ), необходимое для достижения заданной равномерности прогрева-остывания. С. Задано: степень равномер-

ности прогрева-остывания (φ) и продолжительность нагревания (τ). Определяется необходимый коэффициент теплоотдачи (α).¹⁾

В таблицах № 1 и № 2 приведены вычисленные значения φ в зависимости от величины критериев Фурье и Био, при нагревании-охлаждении плоского и цилиндрического тел; при этом нагрев двухсторонний (для плоского тела) и для цилиндрического—нагрев по всей поверхности (см. таблицу № 1 и № 2).

По уравнению (17) выполнены графические построения в осях координат: φ —ось ординат, Fo —ось абсцисс.

Анализируя табличные данные и графические построения на диаграмме $Fo - Bi$, устанавливаем, что степень равномерности прогрева-остывания преимущественно зависит от значения критерия Фурье и очень мало зависит от значения критерия Био.

При вычислении табличных данных и при построении диаграммы использованы необходимые для вычисления $\Phi_o(Bi, Fo)$ и $\Phi_m(Bi, Fo)$ значения корней δ_k , решенные Г. Гребером (см. табл. 2 на стр. 37 в книге Г. Гребер и Эрк „Основы учения о теплообмене“).

В нижней половине диаграммы построены кривые температурного потенциала, как функции критериев Фурье и Био по уравнению

$$\psi = \frac{t_m}{t_b} = \varphi [1 - \Phi_o(Bi, Fo)]. \quad (18)$$

Понятием „температурный потенциал“ определяется отношение температуры на оси нагреваемого-охлаждаемого тела к температуре греющей-охлаждающей среды. Для вывода уравнения (18) решим совместно уравнения (15) и (17). Из уравнения (15)

$$t_m = t_b - t_b \Phi_m(Bi, Fo) = [1 - \Phi_m(Bi, Fo)] t_b$$

подставим в (17), тогда

$$\varphi = \frac{t_m}{t_b [1 - \Phi_o(Bi, Fo)]},$$

обозначив через $\psi = \frac{t_m}{t_b}$ получим

$$\psi = \frac{t_m}{t_b} = \varphi [1 - \Phi_o(Bi, Fo)]. \quad (18)$$

Уравнение (18) дает возможность определить температурный потенциал, а следовательно и температуру греющей или охлаждающей среды по необходимой степени равномерности прогрева-остывания и значениям критериев.

Типовые задачи, решаемые при помощи уравнения (18), следующие:

А. Задано: степень равномерности прогрева (φ), коэффициент теплоотдачи (α), время нагревания-охлаждения (τ). Определяется необходимая температура греющей-охлаждающей среды (t_b).

Б. Задано: температура греющей-охлаждающей среды (t_b), коэффициент теплоотдачи (α), время нагревания-охлаждения (τ). Определяется степень равномерности прогрева-остывания (φ).

С. Задано: температура греющей-охлаждающей среды (t_b), степень равномерности прогрева-остывания (φ) и коэффициент теплоотдачи (α). Определяется продолжительность нагревания-охлаждения (τ).

В таблицах № 3 и № 4 приведены вычисленные значения температурного потенциала ψ в зависимости от величины критериев Фурье и Био

¹⁾ Примечание: Как здесь, так и в дальнейшем для краткости будем понимать коэффициент теплоотдачи расширенno, т. е. или как коэффициент проводимости, или как коэффициент теплопередачи, или как собственно коэффициенты теплоотдачи в зависимости от того, какие граничные температуры принимаются во внимание.

при нагревании-охлаждении плоского и цилиндрического тел при тех же условиях нагревания-охлаждения, какие были приняты при вычислении табличных данных (таблицы №№ 1, 2, 3 и 4).

Приведем пример вычисления функций критериев Био и Фурье и координат точек кривых диаграммы.

Из уравнений (12 и 14)

$$\Phi_o(B_i, F_o) = \sum_{k=1}^{\infty} 2 \frac{\sin \delta_k}{\delta_k + \sin \delta_k \cos \delta_k} e^{-\frac{\delta_k^2 \alpha \tau}{x^2}} \cos \delta_k.$$

Пусть продолжительность прогрева $\tau = 16,8$ час; температуропроводность прогреваемого тела $a = 0,00475 \text{ м}^2/\text{час.}$; половина толщины прогреваемого тела $x = 0,2 \text{ м.}$;

тогда критерий $Fo = \frac{a\tau}{x^2}$,

$$Fo = \frac{0,00475 \cdot 16,8}{(0,2)^2} = 2,0.$$

Толщина стенки $S_{cm} = 0,12 \text{ м.}$
коэффициент теплопроводности стенового материала

$$\lambda = 1,45 \text{ ккал}/\text{м час}^\circ\text{C};$$

проводимость стенового материала

$$\beta = \frac{\lambda_{cm}}{\delta_{cm}} = \frac{1,45}{0,12} = 12,0 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^\circ\text{C};$$

коэффициент теплопроводности прогреваемого тела

$$\lambda = 1,6 \text{ ккал}/\text{м час}^\circ\text{C};$$

значит критерий Био

$$Bi = \frac{\beta'}{\lambda} x,$$

$$Bi = \frac{12,0}{1,6} \cdot 0,2 = 1,5.$$

Из таблицы 2 стр. 37 в книге Г. Гребер и Эрк „Основы учения о теплообмене“ находим интерполяцией значения корней δ_k как функции критерия Био.

Для $Bi = 1,5$; $\delta_{k_1} = 0,925$; $\delta_{k_2} = 3,525$; $\delta_{k_3} = 6,5$; $\delta_{k_4} = 9,573$ и $\delta_{k_5} = 12,69$.

Определим значение круговых функций (в радианах):

- для $\delta_{k_1} = 0,925 \rightarrow \sin \delta_{k_1} = 0,79860; \cos \delta_{k_1} = 0,60182$
- для $\delta_{k_2} = 3,525 \rightarrow \sin \delta_{k_2} = 0,37080; \cos \delta_{k_2} = 0,91640$
- для $\delta_{k_3} = 6,50 \rightarrow \sin \delta_{k_3} = 0,21823; \cos \delta_{k_3} = 0,97590$
- для $\delta_{k_4} = 9,573 \rightarrow \sin \delta_{k_4} = 0,14944; \cos \delta_{k_4} = 0,98877$
- для $\delta_{k_5} = 12,69 \rightarrow \sin \delta_{k_5} = 0,11971; \cos \delta_{k_5} = 0,99281$

Вычислим комплекс

$$e^{-\delta_k^2 \frac{a\tau}{x^2}} = e^{-\delta_k^2 F_o} = e^{-y},$$

где $y = -\delta_k^2 Fo$.

$$\begin{aligned}y_1 &= -0,925^2 \cdot 2 = -1,71 \\y_2 &= -3,525^2 \cdot 2 = -25 \\y_3 &= -6,5^2 \cdot 2 = -84 \\y_4 &= -9,573^2 \cdot 2 = -182 \\y_5 &= -12,69^2 \cdot 2 = -320\end{aligned}$$

Вычислим $e^{-y_1} = e^{-1.71} = 0,18095$ (см. Hütte, стр. 39, табл. 4, том 1, издание 15-е).

Остальные значения e^{-y_2} , e^{-y_3} и т. д. вычислять не имеет практического смысла, поэтому при значениях критерия Фурье больших 2 можно ограничиться при определении $\Phi(B_i, F_o)$ только первым членом ряда; при значениях критерия Фурье в пределах 0,05 до 1 можно ограничиться при определении $\Phi(B_i, F_o)$ тремя членами ряда.

Подставив все эти значения в выражения для функции $\Phi(B_i, F_o)$, имеем

$$\begin{aligned}\Phi^o(B_i, F_o = 2) &= \frac{\sin \delta_k}{\delta_k + \sin \delta_k \cos \delta_k} e^{-\delta_k^2 \frac{a\tau}{x^2}} \cos \delta_k \\ \Phi_o(B_i, F_o) &= 2 \frac{0,79800}{0,925 + 0,79860 \cdot 0,60182} \cdot 0,18096 \cdot 0,60182 \\ &= 0,102\end{aligned}$$

Для вычисления $\Phi_m(B_i, F_o)$ обращаем внимание на выражение этой функции из уравнения (13 и 15)

$$\Phi_m = (BiF_o) = \sum_{k=1}^{k=\infty} 2 \frac{\sin \delta_k}{\delta_k + \sin \delta_k \cos \delta_k} e^{-\delta_k^2 \frac{a\tau}{x^2}}.$$

Сравнивая $\Phi_m(B_i, F_o)$ и $\Phi_o(B_i, F_o)$, замечаем, что $\Phi_m(B_i, F_o)$ отличается от $\Phi_o(B_i, F_o)$ отсутствием сомножителя $\cos \delta_k$.

Тогда

$$\frac{\Phi_m(B_i, F_o)}{\Phi_o(B_i, F_o)} = \frac{1}{\cos \delta_k},$$

отсюда

$$\Phi_m(B_i, F_o) = \frac{\Phi_o(B_i, F_o)}{\cos \delta_k}.$$

В нашем случае

$$\Phi_m(B_i, F_o) = \frac{0,102}{0,60182} = 0,169.$$

Аналогично вычислены значения $\Phi_o(B_i, F_o)$ и $\Phi_m(B_i, F_o)$ для значений критериев Bi от 0,2 до 20,0 и для значений критериев F_o от 0,05 до 10,0 как для плоского тела, так и для цилиндрического. Большую помощь при многочисленных вычислениях оказали кривые в книге „Введение в теорию теплопередачи“ 1929 г. стр. 52, 53, фиг. 20, 21, 22, 23, а также табличные данные В. Хейдигенштедта в книге „Теплотехнические расчеты“ 1937 г., стр. 109, 110, 111, таблицы 56, 57, 59, 60; к сожалению, однако в табличных данных В. Хейдигенштедта много ошибок.

Путем подстановки значения $\Phi_o(B_i, F_o)$ и $\Phi_m(B_i, F_o)$ в уравнение для степени равномерности прогрева, имеющее вид

$$\varphi = \frac{1 - \Phi_m(B_i, F_o)}{1 - \Phi_o(B_i, F_o)}$$

и в уравнение для температурного потенциала, имеющее вид

$$\psi = \varphi [1 - \Phi_o(Bi, Fo)],$$

для рассматриваемого конкретного примера степень равномерности прогрева тела будет

$$\varphi = \frac{1 - \Phi_m(Bi, Fo)}{1 - \Phi_o(Bi, Fo)} = \frac{1 - 0,169}{1 - 0,102} = 0,94,$$

т. е. температура на оси прогреваемого тела составит 0,94 долю от температуры на поверхности тела

$$t_m = \varphi t_o; t_m = 0,94;$$

температурный потенциал будет

$$\psi = \varphi [1 - \Phi_o(Bi, Fo)] = 0,94(1 - 0,102) = 0,86,$$

т. е. температура на поверхности нагрева (стены), обращенной к теплоносителю (газу), при данной проводимости стены в 1,16 раза выше температуры на оси прогреваемого тела т. к.

$$\psi = \frac{t_m}{t_b}; t_b = \frac{t_m}{\psi} = \frac{1}{0,86} t_m = 1,16 t_m,$$

температурный потенциал между поверхностью нагрева (стеной), обращенной к теплоносителю, и поверхностью прогреваемого тела будет

$$\psi = \frac{t_m}{t_b} = \varphi \frac{t_o}{t_b}.$$

В нашем случае, следовательно, температура на поверхности нагрева (стены), обращенной к теплоносителю (газу), в 1,10 раза выше температуры на поверхности прогреваемого тела, т. к.

$$t_b = \frac{\varphi}{\psi} t_o = \frac{0,940}{0,860} t_o = 1,10 t_o$$

Совместное решение уравнений (17) и (18) и совместное пользование верхней половиной (для равномерности прогрева (φ) и нижней половиной диаграммы (для температурного потенциала (ψ)) делает возможным находить быстрое и теоретически точное решение вопросов, связанных с нагреванием в промышленных печах. Кроме того, по характеру изменения кривых в диаграмме можно составить определенное представление об оптимальных условиях прогрева (охлаждения).

Для муфельных печей, в которых нагреваемый материал соприкасается непосредственно со стенами печи и нагревание происходит за счет теплопроводности стен, под термином температура среды t_b следует понимать температуру поверхности нагрева стены, обращенной в топочную камеру. Это имеет место, например, в коксовых печах. В этом случае критерий Био следует вычислять не по коэффициенту теплоотдачи α ккал/ m^2 час $^{\circ}$ C, а по проводимости поверхности нагрева $\beta = \frac{\lambda_{cm}}{\delta_{cm}}$ ккал/ m^2 час $^{\circ}$ C; при этом λ_{cm} — коэффициент теплопроводности материала стены печи и δ_{cm} — толщина стены печи (см. предыдущий пример). В остальном методика пользования диаграммой тождественна с предыдущей (см. диаграмму).

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПОЛЬЗОВАНИЕ ДИАГРАММОЙ

Ниже разобраны два примера пользования диаграммой для расчета прогрева тел; первый пример из практики нагревательных печей для нагрева слитков и второй пример из практики коксовых печей для коксования угля. Эти примеры взяты для иллюстрации применения диаграммы в случае непосредственного пламенного нагрева металла и в случае муфельного нагревания в процессах коксования.

ПРИМЕР 1. АНАЛИЗ ПРОГРЕВА СТАЛЬНОГО СЛИТКА В НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ ПЛАМЕННОЙ ПЕЧИ.

Определим температуру в нагревательной печи, продолжительность нагрева стального слитка прямоугольного сечения толщиною 600 мм при условии, чтобы разность температур в центре слитка и на поверхности его не превышала 80°C при температуре поверхности слитка в конце нагрева в 1250°C .

Физические константы материала слитка:

Теплопроводность $\lambda = 25 \text{ ккал}/\text{м час}^\circ\text{C}$.

Теплоемкость $c = 0,17 \text{ ккал}/\text{кг}^\circ\text{C}$.

Удельный вес $\gamma = 7560 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Температуропроводность

$$a = \frac{\lambda}{c \gamma} \text{ м}^2/\text{час.}$$

$$a = \frac{25}{0,17 \cdot 7560} = 0,0195 \text{ м}^2/\text{час.}$$

Решение: 1) Требуемая по условию степень равномерности прогрева

$$\varphi = \frac{t_m}{t_m};$$

$$\varphi = \frac{1250 - 80}{1250} = 0,935.$$

2) Для вычисления критерия Био принимаем возможный коэффициент теплоотдачи $\alpha = 450 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^\circ\text{C}$, тогда

$$Bi = \frac{\alpha}{\lambda} x;$$

$$Bi = \frac{450}{25} \cdot 0,3 = 5,4.$$

3) Определение критерия Фурье—по требуемому значению $\varphi = 0,935$ и вычисленному значению $Bi = 5,4$, находим из таблицы 1 или по кривым на диаграмме значение критерия Фурье

$$Fo = 1,3,$$

тогда продолжительность нагревания слитка определится из уравнения

$$F_0 = \frac{a \tau}{x^2},$$

отсюда

$$\tau = Fo \frac{x^2}{a};$$

$$\tau = 1,3 \frac{0,3^2}{0,0195} = 6 \text{ час.}$$

4) Определение температуры печи. Найденному ранее значению критерия Био ($Bi = 5,4$) и критерия Фурье ($Fo = 1,3$) соответствует из таблицы 3 или по кривым на диаграмме температурный потенциал к концу нагревания

$$\psi = \frac{t_m}{t_b} = 0,87;$$

тогда температура печи должна быть

$$t_b = \frac{t_m}{\psi},$$

$$t_b = \frac{1170}{0,87} = 1350^\circ\text{C}.$$

5) Проверка коэффициента теплоотдачи. Средняя температура слитка

$$t_{cp} = \frac{t_0 + t_b}{2},$$

$$t_{cp} = \frac{20 + 1250}{2} = 635^\circ\text{C}.$$

Коэффициент теплоотдачи излучением

$$\alpha_3 = \frac{c \left[\left(\frac{T_B}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{cp}}{100} \right)^4 \right]}{t_b - t_{cp}},$$

$$\alpha_s = \frac{4,8 \left(\frac{1350 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{635 + 273}{100} \right)^4}{1350 - 635}$$

$$\alpha_s = 425 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^\circ\text{C}.$$

Коэффициент теплоотдачи конвенцией

$$\alpha_k = 5,3 + 3,6 v,$$

принимая $v = 5 \text{ м/сек}$, получим

$$\alpha_k = 5,3 + 3,6 \cdot 5 = 23,3 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^\circ\text{C}.$$

Следовательно, суммарный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \alpha_s + \alpha_k,$$

$$\alpha = 425 + 23,3 = 448,3 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^\circ\text{C}.$$

Для расчета же был принят суммарный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = 450 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^\circ\text{C}.$$

Ввиду незначительного расхождения значения суммарного коэффициента теплоотдачи, принятого и рассчитанного, делать перерасчет нет необходимости. В случае больших расхождений пришлось бы провести перерасчет критерия Bi и Fo и последующие вычисления до получения допустимой разницы.

ПРИМЕР II. АНАЛИЗ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ КОКСОВАНИЯ (НАГРЕВАНИЯ) УГЛЯ В КОКСОВОЙ ПЕЧИ

А. Определить степень равномерности прогрева и температуру на оси коксового „пирога“ в камере коксования при условии, что 1) толщина угольной загрузки 400 $мм$; 2) толщина динасовой стены печи 120 $мм$; 3) продолжительность периода коксования 12 час. 20 мин.; 4) температура поверхности стены печи со стороны топочной камеры $1300^{\circ}C$.

Физические константы:

Средний коэффициент теплопроводности угля-кокса $\lambda = 1,55 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^{\circ}C$
 Теплоемкость угля-кокса $c = 0,45 \text{ ккал}/\text{кг}^{\circ}C$
 Объемный вес угля-кокса $\gamma = 700 \text{ кг}/\text{м}^3$.
 Температуропроводность

$$a = \frac{\lambda}{c \gamma} = \frac{1,5}{700 \cdot 0,45} = 0,00475 \text{ м}^2/\text{час}.$$

Средний коэффициент теплопроводности динасовых стен

$$\lambda_{cm} = 1,151 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^{\circ}C;$$

проводимость динасовых стен

$$\beta = \frac{\lambda_{cm}}{\delta_{cm}} = \frac{1,51}{0,12} = 12,6 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^{\circ}C.$$

Решение: 1) Определение критерия Фурье по заданной продолжительности коксования

$$Fo = a \frac{\tau}{x^2},$$

$$Fo = 0,00475 \frac{12,3}{(0,2)^2} = 1,465.$$

2) Определение критерия Био по проводимости стены

$$Bi = \frac{\beta}{\lambda} x;$$

$$Bi = \frac{12,6}{1,5} \cdot 0,2 = 1,68.$$

3) Определение температурного потенциала по значениям критериев (см. табл. № 3 и нижнюю половину диаграммы для плоского тела)

$$\psi = \frac{t_m}{t_b} = 0,792.$$

4) Определение температуры на оси коксового „пирога“

$$t_m = \psi t_b$$

$$t_m = 0,792 - 1300 = 1030^{\circ}C.$$

5) Определение степени равномерности прогрева и температуры на поверхности коксового „пирога“ (см. таблицу 1 и верхнюю половину диаграммы)

$$\varphi = \frac{t_m}{t_{us}} = 0,91.$$

Отсюда

$$t_0 = \frac{t_m}{\varphi} = \frac{1030}{0,91} = 1133^{\circ}\text{C}.$$

Б. Выяснить влияние температуры накала стен печи на продолжительность коксования (нагревания), если температура накала стен печи изменяется от 1200°C до 1300°C и до 1400°C (t_b) при условии, что толщина загрузки угля в печи 400 мм и температура на оси коксового „пирога“ к концу коксования должна быть

$$t_m = 950^{\circ}\text{C}.$$

Заданные и рассчитанные величины сведем в таблицу 5.

Таблица № 5

Продолжительность коксования (нагревания) в зависимости от температуры накала стен печи

№№	Величина	Размерность	Для температуры накала стен печи			Способ вычисления
			1200°C	1300°C	1400°C	
1	Ширина погрузки печи	2-х мм	400	400	400	Задано
2	Толщина стен печи . .	мм	120	120	120	Задано
3	Коэффициент теплопроводности стен печи . .	$\lambda \frac{\text{ккал}}{\text{м час } ^{\circ}\text{C}}$	1,45	1,48	1,51	По формуле $\lambda = 0,7 + 0,000325 (t_1 + t_2)$
4	Проводимость стен печи	$\beta \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \text{час } ^{\circ}\text{C}}$	12,1	12,35	126	По формуле $\beta = \frac{\lambda \text{см}}{\delta \text{см}}$
5	Коэффициент теплопроводности угля-кокса . .	$\lambda \frac{\text{ккал}}{\text{м час } ^{\circ}\text{C}}$	1,5	1,5	1,5	Terres и Baum
6	Критерий Био	$Bi \frac{\text{см}}{\text{час } ^{\circ}\text{C}}$	1,615	1,65	1,68	$Bi = \frac{\lambda}{\beta} x$
7	Температурный потенциал	ψ	0,79	0,73	0,678	$\psi = \frac{t_m}{t_b}$
8	Критерий Фурье . .	Fo	1,91	1,60	1,40	По табл. № 3 или по диаграмме
10	Степень равномерности нагрева	φ	0,90	0,87	0,84	По табл. № 1 и по диаграмме
	Температура на поверхности коксового пирога.	$t_0 \text{ } ^{\circ}\text{C}$	1052	1095	1138	По формуле $\varphi = \frac{t_m}{t_0}; t_0 = \frac{t_m}{\varphi}$
11	Температуропроводность угля-кокса	$\frac{\text{м}^2}{\text{час}}$	0,00475	0,00475	0,00475	По формуле $\alpha = \frac{\lambda}{c\gamma}$ $\lambda = 1,5$ $c = 0,45$ $\gamma = 700$
12	Продолжительность коксования (нагревания).	$\tau \text{ час}$	16,1	1935	11,8	Из критерия Фурье $Fo = \frac{\alpha \tau}{x^2}$ $\tau = \frac{x^2}{\alpha} Fo$

Выводы: С увеличением температуры накала стен печи со стороны отопительных каналов продолжительность коксования (нагревания) значительно сокращается; неравномерность распределения температуры по толщине угля-кокса увеличивается.

В. Выяснить влияние проводимости стен печи на продолжительность коксования-нагревания.

Формулируем задачу так:

„Как изменяется продолжительность периода коксования (нагревания) от изменения проводимости стен печи при условии, что толщина нагрузки в печи 400 мм, температура стен печи со стороны отопительных каналов 1300°С и температура на оси коксового пирога должна быть к концу коксования 950°С“.

В предыдущем 1-м расчете, кроме основной поставленной задачи, попутно было выяснено, что если стеновой материал один и тот же (динас), то изменение проводимости его при изменении температуры канала стен—незначительное $\beta' = 12,1$; $\beta'' = 12,35$ и $\beta''' = 12,6$; $t_{cm} = 1200^{\circ}\text{C}$; $t_{cm} = 1300^{\circ}\text{C}$; $t_{cm} = 1400^{\circ}\text{C}$.

Поэтому, существенное изменение проводимости возможно при условии, что или, во-первых, значительно изменяется толщина стен, или, во-вторых, коэффициент теплопроводности стенового материала значительно отличается от ранее применявшихся. Сравним проводимости стен печи, выложенных из шамотового, динасового и магнезитового огнеупорных кирпичей. Пусть во всех 3-х случаях толщина стенового материала одна и та же—120 мм, но в одном случае стеновой материал шамотовый, для которого коэффициент теплопроводности $\lambda_{cm} = 1,2$; в другом случае стеновой материал—динасовый кирпич $\lambda_{cm} = 1,48$ и в третьем случае магнезитовый кирпич, для которого коэффициент теплопроводности $\lambda_{cm} = 3,5$.

Тогда проводимости
для шамотовой стены

$$\beta' = \frac{\lambda_{cm}}{\delta_{cm}} = \frac{1,2}{0,12} = 10 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^{\circ}\text{C},$$

для динасовой стены

$$\beta'' = \frac{1,48}{0,12} = 12,35 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^{\circ}\text{C},$$

для магнезитовой стены

$$\beta''' = \frac{3,5}{0,12} = 29,2 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^{\circ}\text{C}.$$

Заданные и рассчитанные величины сведем в таблицу.

Выводы: С увеличением проводимости стенового материала продолжительность коксования (нагревания) значительно сокращается, неравномерность же распределения температуры в толстом слое угля-кокса (например 400 мм) увеличивается.

Обращаем внимание на то, что изменение проводимости стенового материала возможно не только путем подбора вида того или иного материала по коэффициенту теплопроводности, но также благодаря изменению толщины материала.

ВЛИЯНИЕ КОЭФИЦИЕНТОВ ТЕПЛООТДАЧИ В ОТОПИТЕЛЬНЫХ КАНАЛАХ НА ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ КОКСОВАНИЯ

Чтобы выяснить влияние коэффициентов теплоотдачи в отопительных каналах на продолжительность коксования, необходимо критерий Био вычислить не по одной проводимости стены, а по неполному коэффициенту теплопередачи, т. е.

$$Bi = \frac{k}{\lambda} x$$

Таблица № 6

Продолжительность коксования (нагревания) в зависимости от проводимости стенового материала печи.

№№ п. п.	Величина	Размер- ность	Для проводимости стенового материала			Способ вычисления
			$\beta' = 10$	$\beta''' = 12,35$	$\beta''' = 29,2$	
1	Ширина загрузки печи	2-х мм	400	400	400	Задано
2	Коэффициент теплопро- водности угля-кокса .	$\lambda \frac{\text{ккал}}{\text{м час}^{\circ}\text{C}}$	1,5	1,5	1,5	Terres и Baum
3	Критерий Био	Bi	1,34	3,9	3,9	$Bi = \frac{\beta}{\lambda} x$
4	Температурный потен- циал	ψ	0,73	0,73	0,73	$\psi = \frac{t_m}{t_b}$
5	Критерий Фурье . . .	Fo	1,74	1,60	0,95	По табл. № 3 или по диаграмме
6	Степень равномерности прогрева	φ	0,875	0,876	0,796	По табл. № 1 или по диаграмме
7	Температура на поверх- ности коксового пирога	$S_0 \text{ }^{\circ}\text{C}$	1085	1095	1193	По формуле $t_0 = \frac{tm}{\varphi}$
8	Продолжительность (коксования) нагре- вания	$\tau \text{ час}$	14,6	13,5	8,0	Из критерия Фурье $\tau = \frac{x^2}{a} Fo$

причем

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha^k + \alpha^s} + \frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}}} \quad (19)$$

или заменяя

$$\frac{s_{cm}}{\lambda} = \frac{1}{\beta}; K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha^k + \alpha^s} + \frac{1}{\beta}}.$$

Коэффициент теплоотдачи $\alpha = \alpha^k + \alpha^s$ может меняться в довольно широких пределах: средний коэффициент теплоотдачи в отопительной системе коксовых печей может быть оценен $\alpha = 40 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^{\circ}\text{C}$, но в зоне непосредственного горения отопительного газа (в зоне прямой отдачи) значение коэффициента теплоотдачи увеличивается до

$$\alpha \sim = 120 \text{ ккал}/\text{м}^2 \text{ час}^{\circ}\text{C}.$$

Формулируем задачу так: „Как изменяется продолжительность периода коксования (нагревания) от изменения коэффициентов теплоотдачи при условии, что толщина загрузки в печи 400 мм, температура греющей газовой среды 1450°C и температура на оси коксового пирога должна быть к концу коксования 950°C , причем проводимость стен в одном случае $\beta' = 12,35$ и в другом случае $\beta''' = 29,2$.

Заданные и рассчитанные величины сведем в таблицу (табл. 7).

Выводы: 1) увеличение коэффициентов теплоотдачи при неизменной проводимости стен печи и температуре греющих газов чрезвычайно мало отражается на продолжительности нагрева. Увеличение коэффициента теп-

Таблица № 7

Продолжительность коксования (нагревания) в зависимости от коэффициентов теплоотдачи от газовой трубы.

№№ пп.	Величина	Размер- ность	Для проводимости стен и коэффициен. теплоотд.				Способ вычисления	
			$\beta' = 12,35$		$\beta'' = 29,2$			
			$\alpha = 40$	$\alpha = 120$	$\alpha = 40$	$\alpha = 120$		
1	Коэффициент теплопередачи	$K = \frac{\text{ккал}}{m^2 \text{час} ^\circ C}$	9,44	11,2	16,9	23,5	$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}}$ $Bi = \frac{K}{\lambda} x$	
2	Критерий Био	Bi	1,26	1,49	2,25	3,14		
3	Температура греющих газов	t_2 $^\circ C$	1450	1450	1550	1550	Задано	
4	Температурный потенциал	ψ	0,655	0,655	0,613	0,613	$\psi = \frac{t_m}{t_b}$ По табл. № 3 или по диаграмме	
5	Критерий Фурье	Fo	1,465	1,46	1,035	0,91		
6	Степень равномерности прогрева	φ	0,837	0,826	0,766	0,731	По табл. № 3 или по диаграмме	
7	Температура поверхности коксового пирога	t_0 $^\circ C$	1136	1150	1240	1302	$t_0 = \frac{t_m}{\varphi}$ Из критерия Фурье	
8	Продолжительность нагревания (коксования)	$\tau_{\text{час}}$	12,35	12,30	8,80	7,65	$\tau = \frac{x^2}{a} Fo$	
9	Температура поверхности нагрева, обращенной к теплоносителю	t $^\circ C$	1380	1410	1420	1500	По температурному потенциальному между телом и стеной	

лоотдачи втрое $\alpha = 40$ и $\alpha = 120$) уменьшает продолжительность нагревания на сотые доли часа.

2) Увеличение проводимости стен печи в два раза (приблизительно—так как $\beta' = 12,35$ и $\beta'' = 29,2$) значительно снижает продолжительность нагревания (коксования) $\beta' = 12,35$ часа при $\tau = 12,35$ и $\tau = 8,8$ часа при $\beta'' = 29,2$), но влияние увеличения коэффициентов теплоотдачи также незначительно при $\alpha = 40$ — $\tau = 8,8$ часа и при $\alpha = 120$, $\tau = 7,65$.

Следовательно, наиболее существенное влияние оказывает проводимость стен печи, что и является характерной особенностью системы отопления коксовой печи, как печи муфельного типа.

ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ КОКСОВАНИЯ (НАГРЕВАНИЯ) В ЗАВИСИМОСТИ, ОТ ТОЛЩИНЫ УГЛЯ-КОКСА В ПЕЧИ

Изменение толщины загрузки угля в печи (изменение ширины камеры коксования) влечет за собой изменение внутренних условий коксования (нагревания), влечет за собой изменение критерия Фурье. Анализ продолжительности коксования в зависимости от толщины загрузки позволяет выявить важность проблемы коксования (нагревания) в тонком слое.

Формулируем задачу так: „Как изменяется продолжительность периода коксования (нагревания) от уменьшения толщины угля-кокса, загружа-

мого в печь. Условие: температура к концу периода коксования на оси должна быть 950°C ; стена печи, динасовая—проводимостью $\beta = 12,35 \text{ кал}/\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot ^{\circ}\text{C}$; температура поверхности стен печи 1300°C (со стороны вертикалов) и толщина загрузки угля—кокса $400 \text{ мм}, 300 \text{ мм}, 200 \text{ мм}$ и 100 мм .

Заданные и рассчитанные величины сведем в таблицу (табл. № 8).

Таблица № 8

Продолжительность нагревания (коксования) в зависимости от толщины нагрузки угля в печи

№ пп	Величина	Размер- ность	Для толщины				Способ вычисления
			400 мм	300 мм	200 мм	100 мм	
1	Критерий Био	Bi	1,65	1,23	0,825	0,412	$Bi = \frac{\beta}{\lambda} x$
2	Температурный потенциал	ψ	0,73	0,73	0,73	0,73	$\psi = \frac{t_m}{t_b}$
3	Критерий Фурье	Fo	1,60	1,75	2,29	3,77	По табл. № 3 или по диаграмме
4	Степень равномерности прогрева	φ	0,876	0,880	0,90	0,94	По табл. № 1 или по диаграмме
5	Температура на поверхности коксового „пирога“	$t_0 \text{ } ^\circ\text{C}$	1085	1082	1054	1010	$t_0 = \frac{t_m}{\varphi}$
6	Продолжит. коксования (нагревания)	$\tau_{\text{час}}$	13,5	8,3	4,82	1,99	Из критерия Фурье $\tau = \frac{x^2}{a} Fo$

Выводы: 1) С уменьшением толщины загрузки при прочих равных условиях критерии Био уменьшаются, а критерии Фурье увеличиваются; это влечет за собою значительное уменьшение времени нагревания. Уменьшение времени нагревания (коксования) пропорционально квадрату отношения толщины, причем коэффициенты пропорциональности для разных предельных отношений—различны. Так, для толщины $400—300 \text{ мм}$

$$\frac{\tau'}{\tau''} = 0,915 \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2;$$

$$\text{для толщины } 300—200 \text{ мм } \frac{\tau'}{\tau''} = 0,715 \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2;$$

$$\text{для толщины } 200—100 \text{ мм } \frac{\tau'}{\tau''} = 0,608 \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2.$$

2) Уменьшение толщины загрузки влечет за собою кроме уменьшения времени нагревания также выравнивание температуры на оси и на поверхности. Сравните: для 400 мм температурный перепад 135°C и для 100 мм температурный перепад 60°C .

Выполненный подробный анализ продолжительности нагревания угля (коксования) претендует на приближенную количественную точность, так как при анализе само собою разумелось отсутствие химических превращений при коксовании и постоянство физических констант (усредненные величины).

О СТРОЕНИИ ПРИБЛИЖЕННЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ПРОЦЕССОВ НАГРЕВАНИЯ-ОХЛАЖДЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Физико-математическая теория нестационарного температурного поля, выраженная уравнениями Фурье и Гребера, а также критерий прогрева-остывания твердых тел—критерий Фурье, убеждают в том, что продолжительность процессов нагревания-остывания есть квадратичная зависимость от толщины твердого тела. Поэтому, очевидно, в строении приближенных формул должна быть отражена эта квадратичная зависимость. Кроме того, в строении приближенных формул для расчета прогрева-остывания твердых тел должна быть отражена допустимая для данного тела степень равномерности прогрева. При отсутствии такой предварительной обусловленности приближенные формулы не имеют смысла.

Анализируя влияние критериев Фурье и Био на степень равномерности прогрева (таблица 1 и 3 и диаграмма), замечаем.

1) При одном и том же значении критерия Фурье влияние критерия Био на степень равномерности незначительно.

Например, при $Fo = 2$ и $Bi = 0,20$, $\varphi = 0,88$, $Fo = 2$, $Bi = 10$, $\varphi = 0,990$ т. е. при увеличении критерия Био в 50 раз, φ увеличивается всего лишь на 13%. Причем с увеличением критерия Био φ также увеличивается.

2) При одном и том же значении критерия Био влияние критерия Фурье в пределах малых значений последнего на равномерность нагрева—значительно. Сравните, например, значение φ для $Bi = 2$ и для $Fo = 1$ ($\varphi = 0,845$) и для $Fo = 0,4$ ($\varphi = 0,61$).

3) При значениях критерия Био близких к 1,5 практически допустимое выравнивание температуры наступает при значениях критерия Фурье приблизительно равным 2; при значениях критерия Био близких к 0,6 практически допустимое выравнивание температуры наступает при значениях критерия Фурье приблизительно равных 2,5.

Это позволяет составить уравнения вида

$$\tau = f(x^2),$$

$$\text{при } \begin{cases} Bi = \text{const}, \\ \varphi = \text{const}, \end{cases}$$

т. е. выявить продолжительность прогрева-остывания в зависимости от одной переменной—от толщины загрузки. Применяя такой метод для конкретного случая—для продолжительности коксования (нагревания) угля в коксовой печи, получим, что уравнение времени нагревания (коксования) для толщины загрузки 400—300 мм имеет вид

$$Fo = 2 = \frac{a}{x^2} \tau$$

или

$$\tau = 2 \frac{x^2}{a}. \quad (20)$$

Для толщины загрузки 200—100 мм

$$Fo = 2,5 = \frac{a}{x^2} \tau$$

или

$$\tau = 2,5 \frac{x^2}{a}; \quad (21)$$

Для плоской плиты при двухстороннем обогреве охаждении

Таблица № 1. Степень равномерности прогрева остыивания

$$\varphi = \frac{1 - \Phi_m(\text{Bi}, F_0)}{1 - \Phi_o(\text{Bi}, F_0)}$$

Таблица № 2

Степень равномерности прогрева остывания $\varphi = \frac{1 - \Phi_m(\text{Bi}, F_o)}{1 - \Phi_o(\text{Bi}, F_o)}$

F_o	Bi										20
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5	2,0	3,0	5,0	10	
0,05	0,264	0,324	0,324	0,324	0,324	0,326	0,352	0,371	0,382	0,400	0,430
0,10	0,455	0,468	0,473	0,475	0,476	0,477	0,482	0,515	0,532	0,554	0,582
0,15	0,558	0,566	0,568	0,576	0,577	0,578	0,582	0,634	0,636	0,660	0,688
0,20	0,614	0,630	0,636	0,637	0,638	0,650	0,657	0,690	0,715	0,740	0,763
0,40	0,776	0,780	0,785	0,798	0,805	0,82	0,832	0,87	0,880	0,900	0,916
0,60	0,842	0,856	0,860	0,873	0,88	0,897	0,907	0,931	0,946	0,965	0,973
0,80	0,882	0,90	0,906	0,910	0,924	0,937	0,950	0,966	0,977	0,987	0,990
1,00	0,906	0,922	0,930	0,940	0,946	0,960	0,972	0,982	0,990	0,996	1,00
1,50	0,941	0,956	0,965	0,973	0,980	0,990	0,992	0,999	0,999	0,999	1,00
2,00	0,960	0,974	0,98	0,985	0,990	0,994	0,999	1,0	1,00	1,00	1,00
2,50	0,970	0,982	0,99	0,994	0,997	0,999	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3,00	0,980	0,990	0,995	0,995	0,999	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
5,00	0,991	0,998	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10,00	0,999	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Для плоской плиты при двухстороннем нагреве-остывании

Таблица № 3.

Температурный потенциал $\psi = \frac{t_m}{t_b} = \varphi [1 - \Phi_o (\text{Bi}, Fo)]$

Fo	Bi										20
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5	2,0	3,0	5,0	10	
0,05	0,00896	0,0211	0,0259	0,0358	0,042	0,06	0,0763	0,099	0,115	0,177	0,214
0,10	0,0190	0,0368	0,052	0,064	0,080	0,108	0,134	0,171	0,20	0,224	0,214
0,15	0,032	0,0542	0,076	0,096	0,115	0,155	0,186	0,232	0,27	0,352	0,392
0,20	0,037	0,071	0,0976	0,125	0,148	0,196	0,234	0,287	0,328	0,416	0,460
0,40	0,072	0,134	0,185	0,225	0,260	0,340	0,396	0,465	0,520	0,687	0,694
0,60	0,105	0,193	0,261	0,320	0,368	0,460	0,510	0,600	0,654	0,832	0,85
0,80	0,139	0,248	0,332	0,400	0,455	0,550	0,616	0,700	0,750	0,924	0,962
1,00	0,178	0,298	0,396	0,470	0,530	0,635	0,730	0,774	0,820	0,937	0,945
1,50	0,245	0,412	0,529	0,612	0,675	0,775	0,830	0,895	0,920	0,953	0,980
2,00	0,314	0,506	0,633	0,717	0,778	0,862	0,906	0,944	0,970	0,985	0,995
2,50	0,376	0,585	0,715	0,792	0,845	0,915	0,936	0,970	0,993	0,999	1,000
3,00	0,427	0,660	0,775	0,850	0,892	0,950	0,970	0,990	1,00	1,000	1,000
5,00	0,607	0,830	0,920	0,963	0,975	0,99	0,999	1,00	1,00	1,00	1,00
10,00	0,846	0,970	0,980	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Для цилиндрического тела

Таблица № 4

Температурный потенциал $\psi = \frac{t_m}{t_b} = \varphi [1 - \Phi_o(\text{Bi}, Fo)]$

Fo	Bi						20
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5	
0,05	0,0176	0,0342	0,048	0,0607	0,0675	0,102	0,185
0,10	0,037	0,068	0,095	0,124	0,147	0,196	0,316
0,15	0,0565	0,102	0,143	0,190	0,214	0,277	0,331
0,20	0,0724	0,134	0,187	0,232	0,273	0,348	0,412
0,40	0,141	0,250	0,338	0,411	0,472	0,570	0,646
0,60	0,202	0,350	0,460	0,548	0,615	0,716	0,783
0,80	0,259	0,438	0,565	0,642	0,718	0,812	0,871
1,00	0,318	0,514	0,646	0,732	0,794	0,880	0,924
1,5	0,524	0,660	0,790	0,860	0,910	0,960	0,980
2,0	0,534	0,760	0,874	0,925	0,960	0,980	0,992
2,5	0,612	0,835	0,925	0,960	0,981	0,995	0,998
3,0	0,682	0,884	0,956	0,978	0,992	0,999	1,00
5,0	0,850	0,974	0,995	0,998	0,999	1,00	1,00
10,0	0,979	0,999	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Или объединяя уравнения (20) и (21), в одно для большой и малой толщины загрузки, получим

$$\tau = (2 \div 2,5) \frac{x^2}{a}. \quad (22)$$

Если принять температуропроводность угля-кокса постоянной и равной

$$a = 0,00475,$$

тогда уравнение времени нагревания будет

$$\tau = (421 \div 526) x^2. \quad (23)$$

Расчет по уравнению (23) приведен в табл. № 9.

Таблица № 9

Изменение времени коксования (нагревания) в зависимости от толщины загрузки печи при значениях φ приблизительно равных 0,9.

Половина толщины загрузки печи мм	Продолжительность нагревания по уравнениям	
	$\tau = 421 x^2$ час	$\tau = 526 x^2$ час
250	26,4	—
225	21,3	—
200	16,8	—
175	12,6	—
150	9,4	—
125	6,6	—
100	4,2	5,26
75	2,4	2,96
50	1,1	1,32

Если практически можно удовлетвориться значением $\varphi = 0,86 \div 0,87$ для малой толщины загрузки, нет необходимости пользоваться уравнением $\tau = 526 x^2$ для малой толщины, тогда остается одно уравнение параболы для любой толщины

$$\tau = 421 x^2.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предлагаемая $F_0 - Bi$ -диаграмма выполнена по принципу комплексного сочетания физико-математической теории нагревания и теории подобия; вследствие этого она—универсальна.

2. Пользование диаграммой дает возможность решать существенные для печной теплотехники вопросы довольно быстро, не в ущерб точности.

3. При помощи диаграммы, путем пробных решений, могут быть выбраны оптимальные условия нагревания (остывания) тел, при проектировании печных установок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Г. Гребер и Эрк. Основы учения о теплообмене. ОНТИ НКТП, 1936 г.
- А. А. Гухман. Физические основы теплопередачи. ОНТИ НКТП, 1936 г.
- М. Адамс. Теплопередача. ОНТИ НКТП, 1936 г.