

График для ускорен'я вычисления моментов на опорах загруженного стержня при симметричной нагрузке на нем в расчетах по методу фокусов.

При расчете рам и балок по методу фокусов большим распространением пользуется прием фокусных расстояний¹⁾. Но по существу, при аналитическом расчете фокусные расстояния совершенно не нужны, т. к. во всех выкладках пользуются отношениями $\frac{a}{l-a}$ и $\frac{b}{l-b}$, где a и b —фокусные расстояния, а l —длина стержня.

Эти отношения называются, как известно, фокусными отношениями и обозначаются часто через K_a и K_b —левое и правое²⁾. Вычисляются они непосредственно из углов поворота упругой линии, при чем формулы для вычисления получаются даже проще, чем для фокусных расстояний.

Кроме того, крайние пределы такого рода фокусных отношений довольно узки, т. к. при шарнире $K=0$, а при полном защемлении $K=0,5$. Это обстоятельство позволяет при приближенных расчетах, в порядке „прикидок“, легко задаваться степенью защемления, оценивая „на глаз“ возможное фокусное отношение, в таких узких пределах, как 0 и 0,5.

Пользуясь приемом фокусных отношений моменты на опорах загруженного стержня выражаются следующими формулами²⁾:

$$M_a = - \left(\frac{\varphi_a}{\beta} - \frac{\varphi_b K_b}{\beta} \right) \frac{K_a}{1 - K_a K_b} \dots \dots \dots (1).$$

$$M_b = - \left(\frac{\varphi_b}{\beta} - \frac{\varphi_a K_a}{\beta} \right) \frac{K_b}{1 - K_a K_b},$$

где β —угол поворота упругой линии на опоре свободнолежащего стержня при действии момента $M=1$ на противоположном его конце, а φ_a и φ_b —углы поворота на опорах этого стержня от внешней нагрузки на нем.

В приведенных формулах можно сделать некоторые упрощения для случая стержня с постоянным моментом инерции. Этот случай чаще всего встречается на практике³⁾.

При $I=\text{const.}$ углы, как известно из теории сооружений, равны:

$$\varphi_a = \frac{A}{EI}; \quad \varphi_b = \frac{B}{EI}, \quad \dots \dots \dots (2)$$

¹⁾ Dr. Ing. E. Suter Die Methode der Festpunkte. 1923.

Ing. A. Strassner. Neuere Methoden 1925.

Проф. Г. В. Ульяновский Расчет рамных конструкций 1927.

Инж. Л. А. Самойлов. Расчет рам по методу фокусов. Труды МИИТ'а, вып. III 1926.

²⁾ Проф. В. И. Руднев. Строит. механика. Ч. II 1926. (Проф. Руднев прин. обрат. отношения).

Инж. К. А. Карташов. Расчет рам по методу фокусных отношений. 1927.

³⁾ Изначит. влиянием вут, если они имеются, без большого ущерба для точности, зачастую пренебрегают.

где A и B — опорные давления от нагрузки площадью эпюры моментов от внешней нагрузки, как в простой балке. Кроме того

$$\beta = \frac{l}{6EI} \dots \dots \dots (3)$$

Подставляя в формулы (1) и производя сокращения, имеем:

$$\begin{aligned} M_a &= - \left(\frac{6A}{l} - \frac{6B}{l} K_b \right) \frac{K_a}{1 - K_a \cdot K_b} = - \frac{6}{l} (A - B \cdot K_b) \frac{K_a}{1 - K_a \cdot K_b} \\ M_b &= - \left(\frac{6B}{l} - \frac{6A}{l} K_a \right) \frac{K_b}{1 - K_a \cdot K_b} = - \frac{6}{l} (B - A \cdot K_a) \frac{K_b}{1 - K_a \cdot K_b} \end{aligned} \quad (4)$$

Для различных нагрузок величины

A , B или $\frac{6A}{l}$, $\frac{6B}{l}$ — даются в справочниках.

При симметричной нагрузке на стержне

$$A = B = \frac{\Omega}{2}; \text{ т. е. } \frac{6A}{l} = \frac{6B}{l} = \frac{3\Omega}{l}.$$

Подставляя, получаем:

$$\begin{aligned} M_a &= - \frac{3\Omega}{l} (1 - K_b) \frac{K_a}{1 - K_a \cdot K_b} \\ M_b &= - \frac{3\Omega}{l} (1 - K_a) \frac{K_b}{1 - K_a \cdot K_b} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (5)$$

Обозначим:

$$\begin{aligned} C_a &= (1 - K_b) \frac{K_a}{1 - K_a \cdot K_b}, \\ C_b &= (1 - K_a) \frac{K_b}{1 - K_a \cdot K_b}, \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (6)$$

и назовем их *фокусными коэффициентами заземления*, соответственно левым C_a и правым C_b .

В таком случае формулы (4) примут вид:

$$\begin{aligned} M_a &= - \frac{3\Omega}{l} \cdot C_a \\ M_b &= - \frac{3\Omega}{l} \cdot C_b \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (7)$$

Как отмечалось выше фокусные отношения изменяются в пределах от 0 до 0,5.

Таким образом и коэффициенты защемления будут меняться в этих же пределах, так как при $K_a = 0$ из формулы (6)

$$C_a = 0, \text{ а при } K_a = 0,5 \text{ и } K_b = 0,$$

получаем $C_a = 0,5$.

Пределы, как видно, узки, при чем чаще всего в ж/бет. рамах эти коэффициенты защемления колеблются от 0,200 до 0,300. Это дает возможность в некоторых случаях приближенного расчета (напр. предварительный расчет) прямо задаваться величинами C_a и C_b , что при известном навыке можно сделать довольно точно.

Для ускорения расчетов величина $\frac{3\Omega}{l}$, входящая в форм. (7), для каждого рода симметричной нагрузки дается в справочниках¹⁾, в форме

$$\frac{3\Omega}{l} = \frac{6A}{l} = \frac{6B}{l},$$

Для примера приведем несколько случаев, чаще встречающихся на практике (взято у Löser'a, кроме случ. 3-го).

№№ черт.	Вид симметрич. нагрузки	$\frac{3\Omega}{l}$
1	Равномерно распределенная нагрузка q по всему стержню.	$\frac{3\Omega}{l} = \frac{1}{4} \cdot ql^2$
2	Нагрузка по треугольнику с высотой q .	$\frac{3\Omega}{l} = \frac{15}{32} \cdot ql^2$
3	Нагрузка по трапеции с высотой q и малой стороной $e = l - 2a$.	$\frac{3\Omega}{l} = \frac{q}{4l} (l^3 - 2a^2 l + a^3)$
4	Одна сосредоточенная сила P по середине пролета	$\frac{3\Omega}{l} = \frac{3}{8} \cdot Pl$
5	Две силы P , расположенные на расстоянии $l/3$ от опор.	$\frac{3\Omega}{l} = \frac{2}{3} \cdot Pl$
6	Три силы P на расстоянии $l/4$ друг от друга.	$\frac{3\Omega}{l} = \frac{15}{16} \cdot Pl$

Коэффициенты же защемления C_a и C_b гораздо удобнее вычислять по фор. (6) заранее, после вычисления фокусных отношений, при чем, конечно, для тех стержней, где действует симметричная нагрузка, и включить их в табличку.

1) В. Löser. Bemessungsverfahren... 1925. S. 15—18 и др. справочные руководства.

Для избавления от этих вычислений настоящим предлагается график для определения этих коэффициентов. Результаты по этому графику получаются быстро. Точность его не уступает точности логарифмической счетной линейки, а пользование им очень просто, как мы увидим на числовом примере.

Пример. Пусть дан стержень пролетом $l = 7,0$ м, постоянного сечения, упруго защемленный по концам; величина защемления характеризуется фокусными отношениями

$$K_a = 0,235,$$

$$K_b = 0,350.$$

Стержень нагружен двумя силами симметрично по $P = 5$ т. каждая, на расстояниях $e = 2,5$ м. от опор (чер. 7).

Для определения по графику C_a надлежит по абсциссе найти точку с $K_b = 0,350$ и, идя по вертикали до встречи с кривой $K_a = 0,235$, на ординате прочесть ответ.

Получаем $C_a = 0,166.$

Для определения C_b поступаем наоборот, т. е. по абсциссе отыскиваем величину $K_a = 0,235$, смотрим ее пересечение с кривой $K_b = 0,350$ и получаем

$$C_b = 0,292.$$

Для большей механичности чтения по графику полезно прикладывать чертежный треугольник, прямым углом к точке пересечения.

И, так как рекомендуется все вычисления коэффициентов защемления производить одновременно для всех нагруженных стержней, то все определение сведется к наложению один раз на график треугольника (полезно прозрачного) и передвигая им, списать в табличку все C_a и C_b .

Возвращаясь к нашему примеру находим по справочнику для случая 2-х сил величину:

$$\frac{3Q}{l} = \frac{3 \cdot P \cdot e(l-e)}{l} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 2,5(7-2,5)}{7} = 24,1 \text{ т. м.}$$

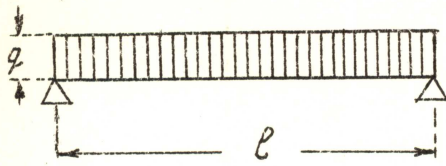
Далее по форм. (7) получаем

$$M_A = -\frac{3Q}{l} \cdot C_a = -24,1 \cdot 0,166 = -4,0 \text{ т. м.},$$

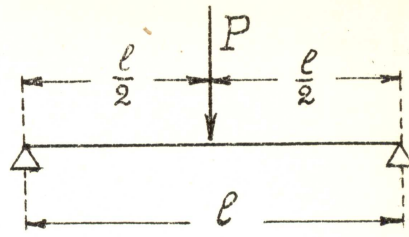
$$M_B = -\frac{3Q}{l} \cdot C_b = -24,1 \cdot 0,292 = -7,05 \text{ т. м.}$$

Можно еще посоветовать, при расчете системы с большим числом нагруженных стержней, все величины $\frac{3Q}{l}$ (отдельно для постоянной и временной нагрузок) для всех стержней вычислять одновременно и результаты включать в табличку. Имея ее и еще табличку коэффициентов защемления (см. выше), сама собой появится таблица всех M на опорах, по форм. (7).

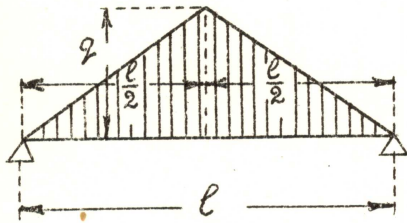
Надеюсь, что сделанные небольшие указания и предложенный график частично послужат делу упрощения счетной работы строителя-конструктора, в определении силовых воздействий, и хотя немного сократят неблагодарный труд по арифметическим подсчетам.



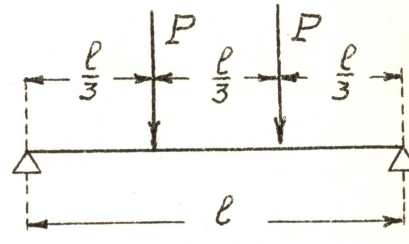
ЧЕРТ. 1.



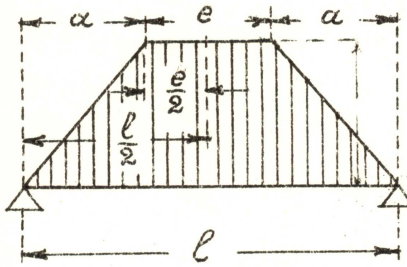
ЧЕРТ. 4.



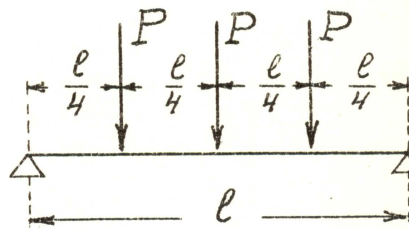
ЧЕРТ. 2.



ЧЕРТ. 5.



ЧЕРТ. 3.



ЧЕРТ. 6.

