

ШЕСТИЗВЕННЫЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ШАРНИРНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

ВЕРХОВСКИЙ А. В.

Профессор, доктор технических наук

Вступление

Известно, что общей формой пространственного шарнирного механизма, составленного в виде простой замкнутой кинематической цепи, является семизвенный механизм.

Шестизвенная шарнирная замкнутая цепь, составленная из одних вращательных пар, представляет в общем случае жесткую систему. Это можно видеть из структурной формулы механизма

$$6(n-1) - 5p = W,$$

где n — число звеньев, считая станину,

p — число вращательных кинематических пар (шарниров),

W — число степеней подвижности механизма.

Принимая $n = 6$ и $p = 6$, получим

$$6(6-1) - 5 \cdot 6 = 0,$$

т. е. число степеней подвижности системы получилось равным нулю.

Это значит, что в общем случае шестизвенная шарнирная система (рис. 1) механизмом быть не может.

Наряду с этим известно, что при соблюдении некоторых частных условий шестизвенная шарнирная система, составленная в виде простой замкнутой кинематической цепи, приобретает одну степень подвижности, т. е. является механизмом.

В этой работе рассматриваются несколько новых шестизвенных шарнирных механизмов.

Механизмы группы I

В настоящее время в литературе известны несколько примеров шестизвенных шарнирных механизмов, а именно:

1. Шестизвенный механизм, у которого оси соседних шарниров образуют два пучка пересекающихся осей, по три оси в каждом. Описан в статье Риттерхауса [1].

2. Шестизвенный механизм, у которого оси соседних шарниров образуют два пучка параллельных осей, по три оси в каждом. Описан там же.

3. Шестизвенный механизм, у которого оси трех соседних шарниров образуют один пучок параллельных осей, а остальные три оси — пучок пересекающихся осей. Описан проф. Бруевичем Н. Г. [2].

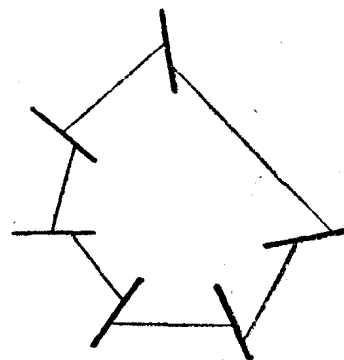


Рис. 1

Заметим, что все три механизма можно определить как механизмы с двумя пучками соседних осей, по три оси в каждом, вне зависимости от того, пересекаются оси в пучке или они параллельны. Пучок с параллельными осями можно рассматривать как предельный случай пучка с пересекающимися осями, у которого точка пересечения осей удалена в бесконечность.

Таким образом, все три механизма могут быть объединены в одну группу, которую мы будем называть группой I.

Заметим также, что описанные механизмы можно рассматривать как сдвоенные четырехзвенные плоские и сферические механизмы. Для получения шестизвенного механизма процесс сдваивания надлежит производить следующим образом. Исходные четырехзвенные механизмы следует разомкнуть по каким-либо шарнирам и освобожденные звенья попарно жестко соединить между собой.

При этом следует озаботиться, чтобы при сдваивании двух плоских механизмов все оси шарниров не оказались параллельными, а при сдваивании двух сферических—не пересекались бы в одной точке.

Настоящая работа имеет целью привести несколько новых примеров шестизвенных пространственных шарнирных механизмов и дать для некоторых из них геометрическое обоснование.

Для удобства описания введем следующие обозначения параметров механизма:

буквою r обозначим кратчайшее расстояние между осями шарниров звена (длина звена);

буквою α —угол между осями шарниров звена;

буквою λ —отрезок на оси шарнира, заключенный между концами прилегающих к шарниру звеньев.

Буквам r и α будем придавать индексы, соответствующие номеру звена. Букве λ будем придавать двойной индекс, соответствующий номерам звеньев, прилегающих к данному шарниру.

Механизмы группы II

Как указывалось выше, к первой группе нами были отнесены механизмы, имеющие два пучка осей рядом расположенных шарниров, по три оси в каждом.

Ко второй группе отнесем механизмы, имеющие противоположные звенья симметричными.

На основе построения моделей удалось обнаружить несколько возможных механизмов этой группы, которые сведены в табл. 1.

В таблице указано наличие в механизмах пучков пересекающихся осей соседних шарниров и число осей в них. Это имеет значение при преобразовании механизма методом проф. Артоболевского. Применяя этот метод, можно заменить шарниры с пересекающимися осями многоосными кинематическими парами, выбрасывая при этом промежуточные звенья.

Пучки, которые образуются осями не рядом расположенных шарниров, в таблице не указаны.

В таблице 1 у вариантов третьего и четвертого указаны 4 и 6 пучков осей по две, в то время как механизм всего имеет 6 осей. Это объясняется тем, что некоторые оси одновременно участвуют в двух пучках.

Заметим, что варианты пятый и шестой рассматриваемой группы являются в то же время частными случаями механизма I группы, так как имеют по два пучка осей по три.

Обратим еще внимание на один механизм, который помещен в таблице 1 в качестве второго частного случая первого варианта. Этот механизм характеризуется равенством длин всех звеньев (r) и углов между осями

шарниров (α). В этом механизме оси шарниров образуют два пучка, по три в каждом, пересекаясь последовательно через одну. В то же время

Таблица 1. Таблица шестизвенных механизмов группы II

Варианты	Условия существования механизма данного варианта	число плоскостей симметрии	число параметров механизма	Дополнительные условия частных случаев		
				частный случай первый	частный случай второй	частный случай третий
I	$r_1=r_2, r_3=r_4, r_5=r_6$ * $\alpha_1=\alpha_4, \alpha_2=\alpha_5, \alpha_3=\alpha_6$ $\lambda_{12}=\lambda_{23}=\lambda_{34}=\lambda_{45}=\lambda_{56}=\lambda_{61}=0$	-	-	$r_1=r_2=r_3=r_4=r_5$ $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=\alpha_5$	$r_1=r_2=r_3=r_4=r_5=r_6$ * $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=\alpha_5=\alpha_6$	$r_2=\infty, r_3=\infty$ $r_5=\infty, r_6=\infty$
II	$r_1=r_2=0; r_3=r_4; r_5=r_6$ $\alpha_1=\alpha_4; \alpha_2=\alpha_5; \alpha_3=\alpha_6$ $\lambda_{12}=\lambda_{23}=\lambda_{34}=\lambda_{45}=\lambda_{56}=\lambda_{61}=0$	2 2	2	$\lambda_{12}=\lambda_{34}=\lambda_{45}=\lambda_{61}=0$ $\lambda_{23}=\lambda_{56} \neq 0$	2 2	
III	$r_1=r_2=0; r_3=r_4; r_5=r_6$ $\alpha_1=\alpha_4; \alpha_2=\alpha_5; \alpha_3=\alpha_6$ $\lambda_{12}=\lambda_{23}; \lambda_{34}=\lambda_{56}; \lambda_{45}=\lambda_{61}$	2 2 2 2	-			
IV	$r_1=r_2=r_3=r_4=0; r_5=r_6$ $\alpha_1=\alpha_4=0; \alpha_2=\alpha_5; \alpha_3=\alpha_6$ $\lambda_{12}=\lambda_{23}; \lambda_{34}=\lambda_{56}; \lambda_{45}=\lambda_{61}$	2 2 2 2	2 2			
V	$r_1=r_2=0; r_3=r_4=0; r_5=r_6$ $\alpha_1=\alpha_4; \alpha_2=\alpha_5; \alpha_3=\alpha_6$ $\lambda_{12}=\lambda_{34}=0; \lambda_{23}=\lambda_{56}; \lambda_{45}=\lambda_{61}$	3 3	-			
VI	$r_1=r_2; r_3=r_4; r_5=r_6$ $\alpha_1=\alpha_4=0; \alpha_2=\alpha_5; \alpha_3=\alpha_6$ $\lambda_{12}=\lambda_{45}; \lambda_{23}=\lambda_{56}; \lambda_{34}=\lambda_{61}$	-	3 3			

Примечание к таблице 1. Модели механизмов, отмеченные звездочкой, были построены автором в 1923 году и приобщены к коллекции механизмов Музея Прикладной Механики Томского Технологического Института. В 1924 году в этих механизмах было сделано автором на Зас. Совета Томского Института Прикладной Физики

механизм имеет три плоскости симметрии, и по этой причине он будет включаться также в группу III, к рассмотрению которой мы перейдем.

Механизмы группы III

К группе III отнесены механизмы, имеющие плоскость симметрии. Наиболее характерный механизм этой группы схематически изображен на рис. 2.

Механизмы рассматриваемой группы, существование которых удалось обнаружить посредством построения моделей, сведены в табл. 2.

В табл. 2 обратим внимание на частный случай варианта второго. В этом варианте механизма равны длины всех звеньев (r) и углы между осями шарниров (α). Механизм имеет три плоскости симметрии и два пуч-

Таблица шестизвенных механизмов группы III

Условная
схема
механизма

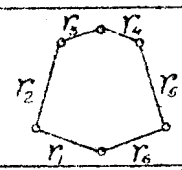


Таблица 2

Варианты	Условная существо- вания механизма	Число переменных век в пучках	Число параметров век в пучках	Дополнительные условия частных случаев		
				частный случай		
I	$r_3 = r_4; r_2 = r_5; r_1 = r_6$ $\alpha_3 = \alpha_4; \alpha_2 = \alpha_5; \alpha_1 = \alpha_6$ $\lambda_{23} = \lambda_{45}; \lambda_{12} = \lambda_{56}; \lambda_{34} = \lambda_{61} = 0$	-	-			
II	$r_3 = r_4; r_2 = r_5; r_1 = r_6$ $\alpha_3 = \alpha_4; \alpha_2 = \alpha_5; \alpha_1 = \alpha_6$ $\lambda_{12} = \lambda_{23} = \lambda_{34} = \lambda_{45} = \lambda_{56} = \lambda_{61} = 0$	-	-	$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6$ $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6$		
III	$r_3 = r_4 = 0; r_2 = r_5; r_1 = r_6$ $\alpha_3 = \alpha_4; \alpha_2 = \alpha_5; \alpha_1 = \alpha_6$ $\lambda_{23} = \lambda_{45}; \lambda_{12} = \lambda_{56}; \lambda_{34} = \lambda_{61} = 0$	3	-			
IV	$r_1 = r_4; r_2 = r_5; r_3 = r_6$ $\alpha_3 = \alpha_4 = 0; \alpha_2 = \alpha_5; \alpha_1 = \alpha_6$ $\lambda_{23} = \lambda_{45}; \lambda_{12} = \lambda_{56}; \lambda_{34} = \lambda_{61} = 0$	-	3			
V	$r_3 = r_4; r_2 = r_5 = 0; r_1 = r_6$ $\alpha_3 = \alpha_4; \alpha_2 = \alpha_5; \alpha_1 = \alpha_6$ $\lambda_{23} = \lambda_{45}; \lambda_{12} = \lambda_{56}; \lambda_{34} = \lambda_{61} = 0$	2	2	$r_2 = r_5 = 0; r_1 = r_3 = r_4 = r_6$ $\alpha_2 = \alpha_5; \alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_6$	2	2
VI	$r_3 = r_4; r_2 = r_5; r_1 = r_6$ $\alpha_3 = \alpha_4; \alpha_2 = \alpha_5 = 0; \alpha_1 = \alpha_6$ $\lambda_{23} = \lambda_{45}; \lambda_{12} = \lambda_{56}; \lambda_{34} = \lambda_{61} = 0$		2 2	$r_2 = r_5; r_3 = r_4 = r_1 = r_6$ $\alpha_2 = \alpha_5 = 0; \alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_6$		2 2
VII	$r_1 = r_6 = r_3 = r_4 = 0; r_2 = r_5$ $\alpha_1 = \alpha_6; \alpha_3 = \alpha_4; \alpha_2 = \alpha_5$ $\lambda_{23} = \lambda_{45}; \lambda_{12} = \lambda_{56}; \lambda_{34} = \lambda_{61} = 0$	3 3		$\alpha_2 = \alpha_5 = 0$	3 3	2 2
VIII	$r_1 = r_6; r_3 = r_4; r_2 = r_5$ $\alpha_1 = \alpha_6 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0; \alpha_2 = \alpha_5$ $\lambda_{23} = \lambda_{45}; \lambda_{12} = \lambda_{56}; \lambda_{34} = \lambda_{61} = 0$	-	3 3	$r_2 = r_5 = 0$	2 2	3 3
IX	$r_1 = r_6 = 0; r_3 = r_4; r_2 = r_5$ $\alpha_3 = \alpha_4 = 0; \alpha_1 = \alpha_6; \alpha_2 = \alpha_5$ $\lambda_{23} = \lambda_{45}; \lambda_{12} = \lambda_{56}; \lambda_{34} = \lambda_{61} = 0$	3	3			

ка осей по три. В каждом пучке оси шарниров чередуются последовательно через одну. Этот механизм, как указывалось выше, включался так же в табл. 1, по той причине, что противоположные звенья у него симметричны.

Заметим, что варианты седьмой, восьмой и девятый рассматриваемой группы являются в то же время частными случаями механизма I группы, так как они имеют по два пучка осей шарниров по три оси в каждом пучке.

Геометрическое обоснование механизмов третьей группы

Как уже указывалось, механизмы групп II и III, помещенные в табл. 1 и 2, были получены посредством построения моделей.

В настоящей статье ограничиваемся геометрическим исследованием только механизмов группы III.

К группе III мы отнесли механизмы, имеющие плоскость симметрии. Наиболее характерный механизм данной группы схематически изображен на рис. 2.

Для проведения исследования разделим механизм по плоскости его симметрии, т. е. по осям A и D , на две части. Расположим одну из этих частей в системе прямоугольных осей так, как это показано на рис. 3, т. е. звено r_2 совместим с осью X , а ось B (механизма) с осью Y .

Рассматриваемая группа механизмов имеет плоскость симметрии, проходящую через оси A и D .

Отсюда следует, что для геометрического обоснования механизмов этой группы достаточно найти такие условия, при которых оси A и D

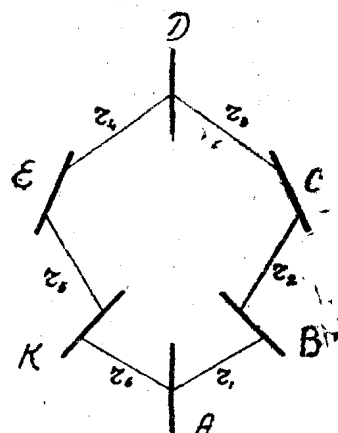


Рис. 2

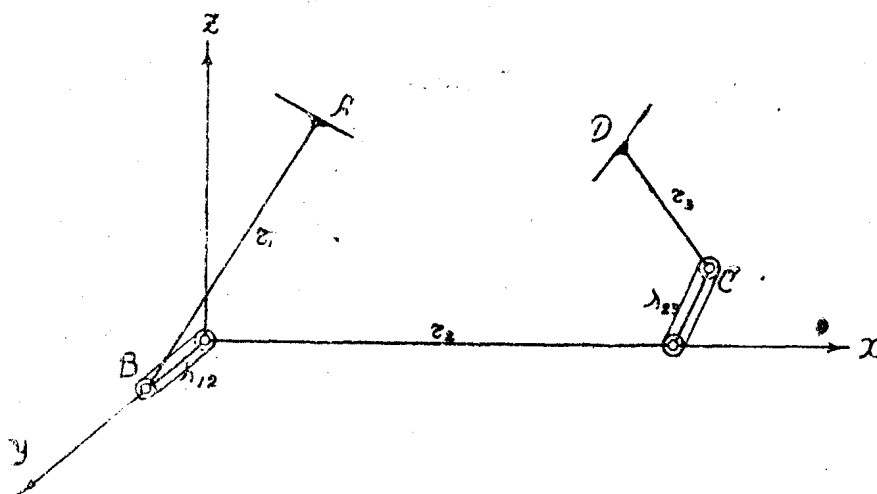


Рис. 3

непрерывно пересекались бы между собой в процессе движения механизма.

Из рис. 3 нетрудно видеть, что оси A и D при вращении звеньев r_1 и r_3 будут описывать поверхности гиперболоидов, а в частном случае, при $r_1=0$ или $r_3=0$ — поверхности конусов.

Выбирая длину звена r_2 и угол α_2 , а также λ_{12} и λ_{23} , можно всегда достичь того, что рассматриваемые поверхности гиперболоидов или конусов будут пересекаться между собой.

Линия их пересечения будет представлять геометрическое место точек последовательного и непрерывного пересечения осей A и D в процессе их движения.

Таким образом, условием существования механизмов третьей группы является наличие пересечения указанных гиперболических или конических поверхностей.

Практически любой механизм рассматриваемой группы легко получить следующим способом.

Следует составить конфигурацию желаемого (симметричного) механизма в одном произвольном положении. В силу симметрии составленной конфигурации оси A и D будут пересекаться между собой в некоторой точке пространства.

Если случайно точка пересечения осей A и D не явится точкой касания гиперболических или конических поверхностей, описываемых этими осями (что мало вероятно), то она явится одной из точек линии пересечения указанных поверхностей. А это значит что составленная конфигурация будет подвижной, т. е. будет механизмом.

Таким образом, если мы не будем иметь предельного возможного случая касания поверхностей, то можно сказать, что любая составленная шестизвенная симметричная конфигурация, в которой плоскость симметрии проходит через оси, будет механизмом, за исключением указанного случая касания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rittreshaus.—Zur heutigen Schule der Kinematik. Der Civilingenieur, 1875.
 2. Бруевич Н. Г.—Кинестатика пространственных механизмов. Труды Военной Воздушной Академии, сборник № 22, 1937 г.
-