УДК 536.24

# РЕЖИМЫ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОБОГРЕВАЕМОЙ КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ В УСЛОВИЯХ НЕРАВНОМЕРНОГО ВРАЩЕНИЯ

С.А. Михайленко

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. М.А. Шеремет

Национальный исследовательский Томский государственный университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

# NATURAL CONVECTION MODES IN A DIFFERENTIALLY-HEATED SQUARE CAVITY UNDER NON-UNIFORM ROTATION

S.A. Mikhailenko

Scientific Supervisor: Prof., Dr. M.A. Sheremet

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: stepanmihaylenko@gmail.com

***Abstract.*** *A study of convective heat transfer inside a differentially-heated square cavity under the effect of non-uniform rotation has been carried out. The angular velocity of the cavity has been changed with time on periodic law. The governing equations have been written using non-primitive variables such as stream function and vorticity. The main system of equations has been solved using the finite difference method on the uniform grid. The influence of cavity heating and rotation modes on the intensity of heat transfer in the cavity has been studied.*

**Введение.** Изучение естественной конвекции на сегодняшний день широко распространено в обширном круге исследований, включающих обеспечение устойчивости течений, замкнутые области с источниками энергии, пористые среды, охлаждение электронного оборудования, наножидкости, материалы с изменяющимися фазовыми состояниями и многое другое [1]. Интересной областью исследований является естественная конвекция в условиях вращения. Вращающиеся системы можно часто встретить, например, при проектировании различных теплообменников [2], выращивании кристаллов [3], проектировании систем охлаждения электронной аппаратуры [4]. Часто вращающиеся системы могут быть подвержены неравномерному вращению, поэтому в данной работе проводится исследование режимов естественной конвекции в неравномерно вращающейся дифференциально обогреваемой квадратной полости, изображенной на рис. 1.

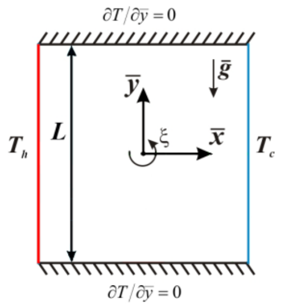


*Рис. 1. Область решения*

Полость высоты $L$ заполнена ньютоновской несжимаемой жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска, и вращается против часовой стрелки с угловой скоростью $\xi = \xi_0 \frac{\left[1-\sin\left(ft\right)\right]}{2}$. Полость имеет левую нагреваемую стенку, поддерживаемую при постоянной температуре $T_h$, и правую охлаждаемую стенку, поддерживаемую при постоянной температуре $T_c$. Горизонтальные стенки являются теплоизолированными. Анализируемый режим течения является двумерным и ламинарным.

**Уравнения и методы.** Определяющие уравнения основаны на законах сохранения массы, импульса и энергии и записаны с использованием преобразованных переменных функция тока (1) и завихренность (2):

$$\overline{u} = \frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\overline{y}},\ \overline{v} = -\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\overline{x}} \tag{1}$$

$$\overline{\omega} = \frac{\partial\overline{v}}{\partial\overline{x}} - \frac{\partial\overline{u}}{\partial\overline{y}} \tag{2}$$

Таким образом, система уравнений Обербека-Буссинеска в виде уравнения Пуассона для функции тока (3), уравнения дисперсии завихренности (4) и уравнения энергии (5) записывается в безразмерном виде и представляется в следующей форме:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = -\omega \tag{3}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\omega}{\partial\tau} + u\frac{\partial\omega}{\partial x} + v\frac{\partial\omega}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{Ta}}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right) + \\ + \frac{Ra}{Pr\cdot Ta}\left[\frac{\partial\theta}{\partial x}\cos\left\{\tau\frac{1}{2}\left[1-\sin\left(\frac{f}{\xi_0}\tau\right)\right]\right\} - \frac{\partial\theta}{\partial y}\sin\left\{\tau\frac{1}{2}\left[1-\sin\left(\frac{f}{\xi_0}\tau\right)\right]\right\}\right] - \frac{Ra_\xi}{Pr\cdot Ta}\left(y\frac{\partial\theta}{\partial x} - x\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)\frac{1}{4}\left[1-\sin\left(\frac{f}{\xi_0}\tau\right)\right]^2\end{gathered} \tag{4}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + u\frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} = \frac{1}{Pr\cdot\sqrt{Ta}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) \tag{5}$$

При этом возникают безразмерные комплексы: $Pr = \nu/\alpha$ – число Прандтля; $Ra = g\beta\Delta TH^3/(\alpha\nu)$ – выталкивающее число Рэлея; $Ra_\xi = \beta\Delta TH^4\xi_0^{\ 2}/(\alpha\nu)$ – вращательное число Рэлея; $Ta = \xi_0^{\ 2}H^4/\nu^2$ – число Тейлора. Стоит заметить, что вращательное число Рэлея не является независимым и полностью обуславливается выбором остальных параметров, в то время как выталкивающее число Рэлея и число Тейлора могут быть определяющими для течения и теплообмена жидкости. Число Прандтля фиксируется – $Pr$ = 0.7. Полость вращается с изменяющейся во времени по периодическому закону угловой скоростью $\xi = \frac{1}{2}\left[1-\sin\left(\frac{f}{\xi_0}\tau\right)\right]$, где $\xi_0$ – максимально возможная для выбранного режима скорость вращения полости, а $f$ – частота изменения угловой скорости. При этом частота изменения угловой скорости $f$ может служить управляющим параметром.

Начальные и граничные условия выглядят следующим образом:

$\tau = 0:\quad \psi = \omega = \theta = 0$ при $-0.5 \le x \le 0.5$ и $-0.5 \le y \le 0.5$

$$\tau > 0: \quad \psi = 0,\ \omega = -\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2},\ \theta = 1 \quad \text{при } x = -0.5 \text{ и } -0.5 \le y \le 0.5$$

$$\psi = 0,\ \omega = -\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2},\ \theta = 0 \quad \text{при } x = 0.5 \text{ и } -0.5 \le y \le 0.5$$

$$\psi = 0,\ \omega = -\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2},\ \frac{\partial\theta}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = -0.5,\ 0.5 \text{ и } -0.5 \le x \le 0.5$$

Основные уравнения (3)–(5), иллюстрирующие режимы конвективного тепломассообмена в дифференциально обогреваемой вращающейся квадратной полости, с соответствующими начальными и граничными условиями решены методом конечных разностей на равномерной сетке. Уравнение (3) было аппроксимировано с использованием центральных разностей. Полученные системы линейных алгебраических уравнений решены с помощью метода последовательной верхней релаксации. Уравнения (4) и (5) дискретизированы с использованием центральных разностей для диффузионных членов и монотонной аппроксимации А.А. Самарского для конвективных членов. Полученные соотношения вычислялись методом прогонки.

Интенсивность теплообмена оценивается при помощи среднего числа Нуссельта вдоль нагреваемой стенки: $\overline{Nu} = \int_{-0.5}^{0.5} \left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=-0.5} dy$

**Результаты и выводы.** Численное моделирование режимов конвективного теплообмена в дифференциально обогреваемой квадратной полости, подверженной неравномерному вращению, проведено для широкого диапазона определяющих параметров: $Pr = 0.7$, $Ta = 10^3$–$10^6$, $Ra = 10^5$, $Ra = 1.8\cdot10$–$1.8\cdot10^4$. Получены и описаны распределения температуры и изолинии функции тока в течение полного оборота полости. Исследовано влияние режимов нагрева полости и вращения на интенсивность теплообмена в полости. Проведен анализ влияния центробежной силы на теплоперенос.

*Исследование выполнено при поддержке Программы развития Томского государственного университета (Приоритет-2030).*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kakac S., Aung W., Viskanta R. Natural convection: Fundamentals and applications. – Springer Berlin Heidelberg, 1985. – 1181 p.
2. Ali M.A.M., El-Maghlany W.M., Eldrainy Y.A., Attia A. Heat transfer enhancement of double pipe heat exchanger using rotating of variable eccentricity inner pipe // Alexandria Engineering Journal. – 2018. – Vol. 57(4). – P. 3709–3725.
3. Fedyushkin A. Heat and mass transfer during crystal growing by the Czochralski method with a submerged vibrator // Journal of Physics: Conference Series. – 2019 – Vol. 1359. – P. 012054.
4. Banerjee S., Mukhopadhyay A., Sen S., Ganguly R. Thermomagnetic Convection in Square and Shallow Enclosures for Electronics Cooling // Numerical Heat Transfer, Part A: Applications. – 2009. – Vol. 55(10). – P. 931–951.