

УДК 621.0

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА С ЖИДКОСТНЫМ АВТОБАЛАНСИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ ПРИ СКАЧКООБРАЗНОМ ИЗМЕНЕНИИ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

В.А. Дубовик, Е.Н. Пашков

Томский политехнический университет
E-mail: epashkov@rambler.ru

Решена плоская задача о влиянии жидкостного автобалансирующего устройства на переходный процесс, возникающий при внезапном изменении угловой скорости ротора на гибком валу. Получены аналитические выражения для прогиба вала и дисбаланса ротора с автобалансирующими устройствами.

Исследование жидкостных автобалансирующих устройств (АБУ) сводится к задаче о движении вращающихся тел с полостями, заполненными жидкостью. Эта задача сопряжена с математическими трудностями, т.к. требует рассмотрения совместного движения твердого тела и жидкости. Известно ограниченное количество работ, в которых решается указанная задача применительно к АБУ. Так в [1, 2] рассмотрена устойчивость стационарного вращения ротора, частично заполненного жидкостью со свободной поверхностью. Изгибные колебания вала с неуравновешенным диском на нем изучены в [3, 4]. В [5, 6] показано действие жидкостного АБУ на установившееся вращение ротора без сил внешнего трения. Для оценки наибольших напряжений, появляющихся при вращении ротора на переменных режимах необходимо исследование переходного процесса, возникающего при изменении угловой скорости вала. В предлагаемой работе рассматривается плоское нестационарное движение ротора с АБУ, состоящего из цилиндрической камеры; легкого, закрытого с обоих концов цилиндра – поплавка, перемещающегося относительно ее без сопротивления; и жидкости, заполняющей пространство между стенками камеры и поплавка.

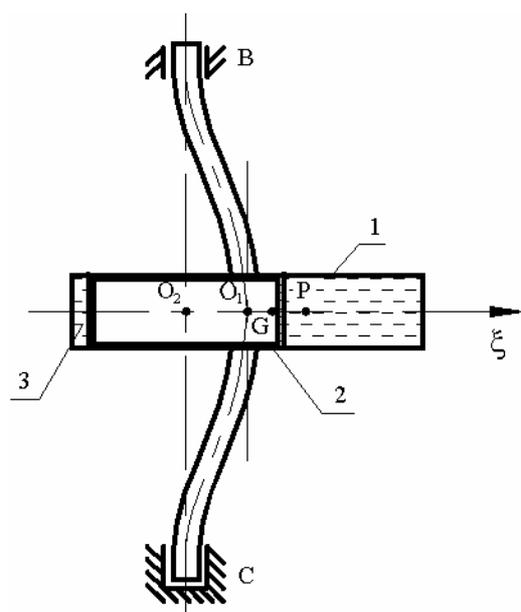


Рис. 1. Схема закрепления ротора

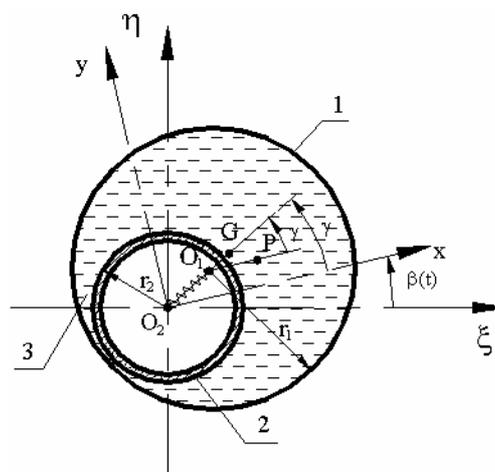


Рис. 2. Сечение ротора с жидкостью

1. Пусть ротор 1 (рис. 1), содержащий камеру 3 с поплавком 2, заполненную однородной несжимаемой жидкостью, симметрично закреплен на гибком вертикальном валу, проходящем через его геометрический центр O_1 . Центр масс ротора (точка P) смещен от O_1 на расстояние $O_1P=e$. При вращении ротора вал прогибается на величину $O_2O_1=\delta$, поплавок, для которого геометрическая и материальная оси симметрии совпадают, так же как и в поплавковых гироскопах [7] центрируется в жидкости на оси вращения AB , и жидкость перетекает в сторону прогиба вала. Предполагаем, что при нестационарном движении ротора отрыв жидкости от стенок отсутствует, и центрирование поплавка сохраняется. В этом случае центр масс слоя жидкости лежит на линии центров O_2O_1 , в точке G . Сформулированные допущения позволяют исключить из рассмотрения гидродинамическую задачу.

По аналогии с [3] введем в плоскости движения точек O_1, G, P две системы координат (рис. 2) с общим началом в точке O_2 на линии AB : неподвижную систему $O_2\xi\eta$ и подвижную – O_2xu , ось которой параллельна отрезку O_1P . Законы вращательного движения ротора и системы O_2xu определяются одним и тем же углом поворота $\beta(t)$ (t – время), следовательно, ротор в подвижной системе координат может перемещаться только поступательно. За обобщенные координаты возьмем координаты точки O_1 в подвижной системе O_2xu – x, y .

На ротор со стороны вала действуют сила упругости $\bar{F}_c = -cO_2O_1$, и сила внешнего трения, пропорциональная абсолютной скорости точки $O_1 - \bar{V}_{O_1}$, $\bar{F}_t = -\chi \bar{V}_{O_1}$, где c и χ – коэффициенты упругости и внешнего трения. Условие равновесия главных векторов внешних сил и сил инерции запишется в виде

$$-cO_2O_1 - \chi \bar{V}_{O_1} - m_1 \bar{a}_P - m_2 \bar{a}_G = 0. \quad (1)$$

Здесь m_1 и m_2 – массы ротора и жидкости; \bar{a}_P и \bar{a}_G – ускорения центров масс ротора и жидкости соответственно. Координаты точек P и G определяются выражениями

$$x_P = x + e, \quad y_P = y, \quad x_G = rx, \quad y_G = ry, \quad (2)$$

где $r = r_1^2 / (r_1^2 - r_2^2)$, r_1 и r_2 – радиусы камеры и поплавка.

Проецируя (1) на оси x, y , используя (2) для вычисления относительных ускорений и известные формулы для переносных и кориолисовых ускорений, получаем дифференциальные уравнения от носительного движения ротора

$$m(\ddot{x} - 2\dot{\beta}\dot{y} - \dot{\beta}^2 y - \dot{\beta}^2 x) + cx + \chi(\dot{x} - \dot{\beta}y) = m_1 e \dot{\beta}^2; \\ m(\ddot{y} + 2\dot{\beta}\dot{x} + \dot{\beta}^2 x - \dot{\beta}^2 y) + cy + \chi(\dot{y} + \dot{\beta}x) = -m_1 e \dot{\beta}. \quad (3)$$

Здесь $m = m_1 + rm_2$, точка сверху означает производную по времени.

Из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси AB можно определить вращающий момент, приложенный к валу со стороны двигателя. Считаем, что двигатель развивает усилие, обеспечивающее заданное вращение ротора.

2. Полагая в (3) $\dot{\beta} = \omega_0 = \text{const}$, получаем стационарное движение ротора, т.е. его положение равновесия в подвижной системе O_2xy , определяемое координатами x_C, y_C :

$$x_C = ex_0 = e\psi \frac{(k - \omega_0^2)\omega_0^2}{(k - \omega_0^2)^2 + n^2\omega_0^2}; \\ y_C = ey_0 = -e\psi \frac{n\omega_0^3}{(k - \omega_0^2)^2 + n^2\omega_0^2}, \quad (4)$$

где $\psi = \frac{m_1}{m} = \frac{1}{(1 + rm_2/m_1)}$, $k = c\psi/m_1$, $n = \chi\psi/m_1$.

Для исследования устойчивости решения (4) введем отклонения $\delta_x = x - x_C$, $\delta_y = y - y_C$ и запишем уравнение возмущенного движения, получаемые подстановкой их в (3):

$$m\delta\ddot{x} - 2m\omega_0\delta\dot{y} - m\omega_0^2\delta x + c\delta x + \chi(\delta\dot{x} - \omega_0\delta y) = 0; \\ m\delta\ddot{y} + 2m\omega_0\delta\dot{x} - m\omega_0^2\delta y + c\delta y + \chi(\delta\dot{y} + \omega_0\delta x) = 0. \quad (5)$$

Уравнения (5) рассматривались в [4], где показано, что характеристическое уравнение этой системы при $\chi > 0$ имеет корни с отрицательной вещественной частью. Отсюда, согласно [4], стационарное движение при наличии сил внешнего трения асимптотически устойчиво при любых значениях угловой скорости вращения ротора. Этот факт для неуравновешенного ротора без жидкости установлен в [3, 4].

3. Рассмотрим нестационарный процесс, возникающий при переходе от стационарного движения (4) к новому в результате скачкообразного из-

менения угловой скорости вала от ω_0 до $\omega = \text{const}$, который моделирует внезапное торможение или разгон ротора. Эта задача сводится к интегрированию уравнений (3) при $\dot{\beta} = 0$, $\dot{\beta} = \omega = \text{const}$ с начальными условиями:

$$x(0) = x_c, \quad y(0) = y_c, \quad \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = 0, \quad (6)$$

которые следуют из совпадения в начальный момент времени систем координат, вращающихся с угловыми скоростями ω_0 и ω .

Применяя к (3, 6) преобразование Лапласа [8]

$$\tilde{x} = \int_0^\infty x(t)e^{-St} dt; \quad \tilde{y} = \int_0^\infty y(t)e^{-St} dt,$$

получаем решение в изображениях

$$\tilde{x} = e \frac{X(S)}{SD(S)}; \quad \tilde{y} = e \frac{Y(S)}{SD(S)}. \quad (7)$$

Здесь введены обозначения

$$X(S) = E_1(S) \cdot E_3(S) + \omega \cdot S \cdot E_2(S) \cdot E_4(S); \\ Y(S) = SE_1(S) \cdot E_4(S) - \omega \cdot E_2(S) \cdot E_3(S); \\ E_1(S) = S^2 - \omega^2 + k + nS; \quad E_2(S) = 2S + n; \\ E_3(S) = \psi\omega^2 + (S + n)Sx_0 - 2\omega Sy_0; \\ E_4(S) = (S + n)y_0 + 2\omega x_0; \\ D(S) = E_1^2(S) + \omega^2 E_2^2(S).$$

Переходя от изображений (7) к оригиналам по теореме разложения [8], имеем закон движения ротора в подвижных осях

$$x = eA(t); \quad y = eB(t);$$

$$A(t) = \frac{\psi(k - \omega^2)\omega^2}{D(0)} + \sum_{k=1}^4 \frac{X(S_k)e^{S_k t}}{D(S_k) + S_k D'(S_k)}; \\ B(t) = -\frac{\psi\omega^3 n}{D(0)} + \sum_{k=1}^4 \frac{Y(S_k)e^{S_k t}}{D(S_k) + S_k D'(S_k)}. \quad (8)$$

Здесь штрих означает производную по S , $D'(S_k) = 2E_2(S_k) \cdot [E_1(S_k) + 2\omega^2]$, S_k – простые корни уравнения $D(S) = 0$, которые в зависимости от n и k вычисляются по формулам:

при $n^2 > 4k$,

$$S_{1,2} = -\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{n^2 - 4k} \pm \omega i, \quad S_{3,4} = -\frac{n}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{n^2 - 4k} \pm \omega i;$$

при $n^2 < 4k$,

$$S_{1,2} = -\frac{n}{2} \pm \frac{1}{2}(\sqrt{4k - n^2} + 2\omega) \cdot i, \\ S_{3,4} = -\frac{n}{2} \pm \frac{1}{2}(\sqrt{4k - n^2} - 2\omega) \cdot i, \quad (9)$$

где $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, случай $n^2 = 4k$ соответствует кратным корням и из рассмотрения исключается.

Из (8, 9) видно, что при $n \neq 0$ $t \rightarrow \infty$, $x \rightarrow e\psi(k - \omega^2)\omega^2/D(0)$, $y \rightarrow -e\psi\omega^3/D(0)$, т.е. к значениям соответствующим стационарному движению при угловой скорости $\omega = \text{const}$. Переходный процесс является колебательным с затухающей амплитудой. Если внешние силы трения отсутствуют

($n=0$), то возникшее движение чисто колебательное. При полном торможении ($\omega=0$) процесс носит затухающий характер в случае $n^2 > 4k$ и колебательно-затухающий в противном случае.

Прогиб вала и дисбаланс системы $(m_1+m_2)r_c$ (r_c – отклонение центра масс системы от оси вращения), отнесенный к начальному дисбалансу ротора m_1e , запишутся в виде

$$\delta = e\sqrt{A^2(t) + B^2(t)}; \quad (10)$$

$$d = \frac{(m_1 + m_2)r_c}{m_1e} = \sqrt{[A(t)/\psi + 1]^2 + [B(t)/\psi]^2}. \quad (11)$$

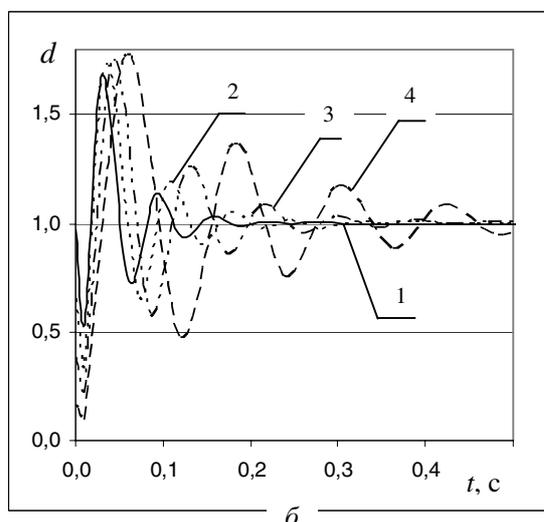
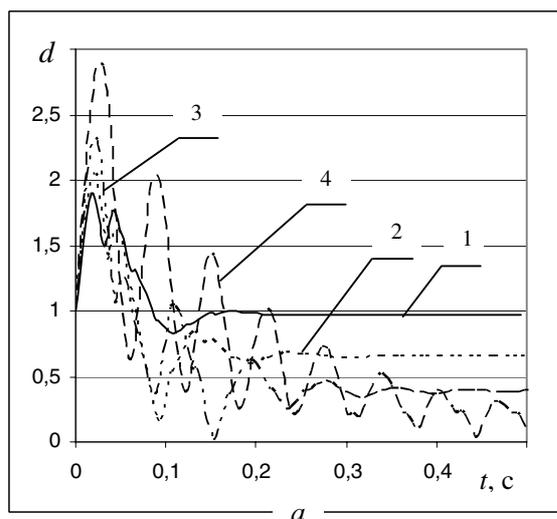


Рис. 3. Зависимость дисбаланса системы d от времени t при пуске (а) и остановке ротора (б): 1) $\psi=1$ (без АБУ); 2) $\psi=0,75$; 3) $\psi=0,5$; 4) $\psi=0,25$

Зависимости дисбаланса d от времени и параметра ψ для $\sqrt{c/m_1}=105 \text{ c}^{-1}$, $\chi/m_1=100 \text{ c}^{-1}$ приведены на рис. 3, а при пуске ротора (ω изменяется от 0 до 150 c^{-1}) и на рис. 3, б, при остановке (ω изменяется от 150 до 0 c^{-1}). Кривые показывают различие в переходных процессах при пуске и остановке ротора. Так, в первом случае максимальное значение дис-

баланса системы и время установления процесса при всех ω значительно больше, чем во втором. Дополнительные расчеты, проведенные по формулам (10, 11) показывают, что при остановке прогиб вала монотонно стремится к нулю, а при пуске – колеблется с амплитудой меньше, чем для ротора без АБУ. Уменьшение внешнего трения приводит к увеличению времени переходного процесса, амплитуды колебаний прогиба вала и дисбаланса системы при всех значениях ψ .

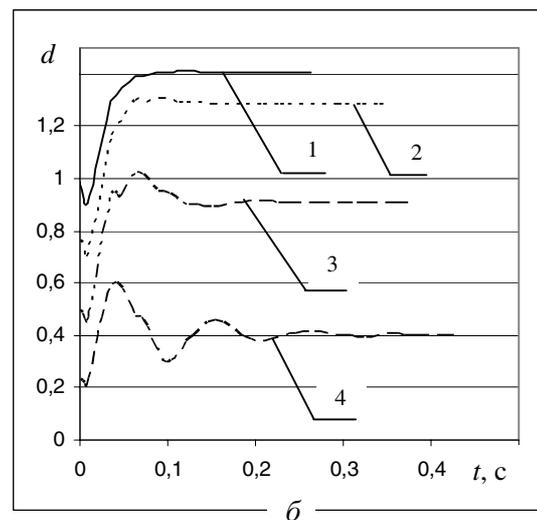
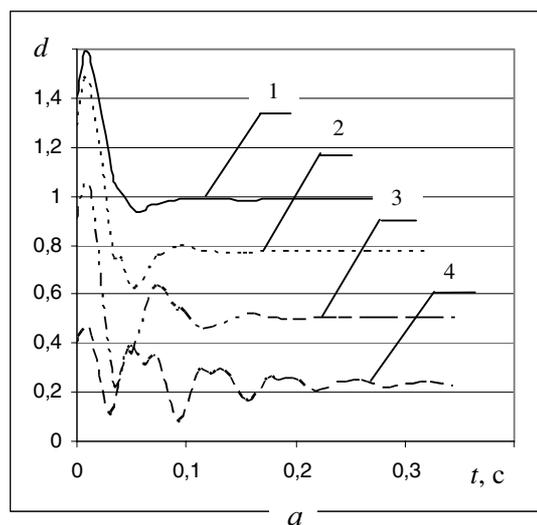


Рис. 4. Зависимость дисбаланса системы d от времени t при разгоне (а) и торможении (б) в закритической области изменения угловой скорости ротора: 1) $\psi=1$ (без АБУ); 2) $\psi=0,75$; 3) $\psi=0,5$; 4) $\psi=0,25$

На рис. 4 изображены зависимости дисбаланса d от времени для тех же значений исходных параметров $\sqrt{c/m_1}$, χ/m_1 при изменении угловой скорости в закритической области вращения ротора ($\omega > \sqrt{c/m_1}$). Угловая скорость изменялась при разгоне от 110 до 150 c^{-1} , (рис. 4, а), а при торможении – от 150 до 110 c^{-1} (рис. 4, б). В этом случае амплитуда колебаний дисбаланса системы меньше, чем для ротора без АБУ ($\psi=1$), и с уменьшением ψ она уменьшается.

Выводы

1. Установлено, что прогиб вала и дисбаланс системы ротор – АБУ зависят от отношения массы жидкости к суммарной массе ротора, характеризующего жидкостное автобалансирующее устройство.
2. При внезапном переходе угловой скорости через критическую рассмотренное АБУ увеличивает

вибрацию ротора, а при изменении частоты вращения в закритической области – уменьшает, что подтверждается опытом эксплуатации АБУ.

3. Приведенные формулы позволяют вычислить предельное значение дисбаланса системы и минимизировать его при конструировании АБУ для роторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Епишев Л.В. О динамической неустойчивости вращающегося ротора при неполном наливе жидкости // Научные доклады высшей школы. Машиностроение и приборостроение. – 1959. – № 2. – С. 66–74.
2. Дерендяев Н.В., Сандалов В.М. Об устойчивости стационарного вращения цилиндра, частично заполненного вязкой несжимаемой жидкостью // Прикладная механика и математика. – 1982. – Т. 46, вып. 4. – С. 578–586.
3. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 246 с.

4. Рубановский В.Н., Самсонов В.А. Устойчивость стационарных движений в примерах и задачах. – М.: Наука, 1988. – 304 с.
5. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1985. – 85 с.
6. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. – М.: Наука, 2002. – 119 с.
7. Андрейченко К.П. Динамика поплавковых гироскопов и акселерометров. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с.
8. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.

УДК 621.833

СОЗДАНИЕ РУЧНОЙ МАШИНЫ С ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

В.С. Коротков

Томский политехнический университет
E-mail: kvs@tpu.ru

Дано описание двух вариантов конструкции и техническая характеристика ручного электробурра, в приводе которого использован коллекторный электродвигатель с волновой передачей. Представлен метод автоматизированного выбора мощности двигателя. Приводятся результаты испытаний.

На современном этапе рыночная реформа требует обеспечить широкую гамму высокопроизводительного механизированного инструмента с высокими потребительскими свойствами. Интенсификация рабочих процессов сопровождается повышенными требованиями, предъявляемыми к новой технике. В данных условиях развития экономики отечественные разработки должны быть конкурентоспособными на мировом рынке и не уступать по своим техническим характеристикам зарубежным аналогам. В ручных машинах различных типов необходимо получить экономию энергии, снизить материалоемкость, повысить качество выполняемых работ и улучшить условия труда оператора. Исследования, направленные на создание ручной машины статического действия с высоким крутящим моментом на рабочем органе и на улучшение эксплуатационных характеристик ручных машин такого класса, являются актуальными для строительства и сельского хозяйства.

В настоящее время в классификации ручных машин по назначению и области применения, соответствующей действующему стандарту, нет ручной машины предназначенной для бурения грунтов (рис. 1) [1].

В строительстве и сельском хозяйстве существуют такие виды работ, которые требуют достаточно высокого крутящего момента на рабочем органе. Например, бурение ям под столбы ограждения, фундамент для мелких построек и эстакад, бурение шпуров для взрывных работ и проведения инженерных изысканий и т.п.

Поэтому с целью расширения номенклатуры выпускаемых ручных машин (РМ) разработана конструкция ручной машины электробур с волновой зубчатой передачей (ВЗП), предназначенной для бурения грунтов I-IV категории по классификации Госстроя (рис. 2) [2]. Совокупность существенных признаков устройства не известна из уровня техники [3].

Преимущественное распространение в приводах РМ (до 70 %) получили однофазные коллекторные двигатели с двойной изоляцией мощностью 60...2000 Вт, с частотой вращения якоря 200...300 с⁻¹. Эти двигатели характеризуются высокой удельной мощностью на единицу массы, способностью выдерживать кратковременные перегрузки, нечувствительностью к колебаниям напряжения в питающей электросети, невысоким уровнем пускового тока (не бо-